

Computação Científica: Métodos de Simulação e Análise Estatística de Dados

Lista 2

Entrega: 8/Setembro/2003
João R. T. de Mello Neto
IF - UFRJ

Problema 1

(a) Mostre que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2/2) dx = \sqrt{2\pi} .$$

Use a transformação $y = x/\sigma$ para mostrar que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \sigma\sqrt{2\pi} .$$

(b) Uma distribuição normal de duas variáveis tem a forma

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{1}{2}\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) .$$

Determine as probabilidades marginais $f(x)$, $f(y)$ usando o resultado de (a).

(c) As variáveis x e y são independentes?

(d) Transforme a distribuição $f(x, y)$ com as novas variáveis

$$u = x \cos \phi + y \sin \phi, \quad v = y \cos \phi - x \sin \phi .$$

(e) Mostre que u e v são variáveis independentes apenas se $\phi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ou se $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$.

(f) Considere o caso $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$, ou seja,

$$f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2 + y^2)\right] .$$

Transforme a distribuição para coordenadas polares r, ϕ , determine as densidades de probabilidades marginais $g(r)$ e $g(\phi)$ e mostre que r e ϕ são independentes .

Problema 2

Incide num detetor Cherenkov (construído para detectar píons) um feixe de partículas que contêm 90% π e 10% K . O detetor é 95% eficiente para detectar um pión incidente e em 6% das vezes fornece um sinal falso para um K incidente. Assim, na notação do Teorema de Bayes, $P(\pi) = 0.9$, $P(K) = 0.1$, $P(s|\pi) = 0.95$ e $P(s|K) = 0.06$. Calcule $P(\pi|s)$, $P(K|s)$, $P(K|\bar{s})$ e $P(\pi|\bar{s})$. Avalie se as duas afirmações seguintes são corretas: “Se houver um sinal é muito provável que tenha passado um pión” e “Se não houver um sinal é muito provável que tenha passado um káon”.

Problema 3

Entenda o programa `aceit_rej.C` . Gere um histograma com 200 eventos distribuidos de acordo com uma distribuição distinta da que lá está.