



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Física

Nona lista de Mecânica Quântica I

Entregar terça, 07/07.

prof. João T. de Mello Neto

monitor: Victor B. Mello

1ª Questão: Considere uma partícula de spin $1/2$ inicialmente no estado

$$|\psi\rangle_{t=0} = |+\rangle_z .$$

Esse sistema evolui sob a ação de um campo paralelo ao eixo y : $\vec{B} = B\vec{j}$. Calcule o estado do sistema num tempo t genérico.

2ª Questão: Mostre que:

- (i) $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = i$
- (ii) $(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \cdot \vec{b})I + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$, onde $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são vetores ordinários e I é uma matriz unitária 2×2 .
- (iii) $(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})$ possui autovalores ± 1 , onde $\vec{n}$ é um vetor unitário.
- (iv) $e^{i\theta\sigma_x} = \cos \theta I + \sigma_x \sin \theta$

3ª Questão:

Denomine as auto-funções do operador de momento angular orbital L^2 e L_z com autovalores $l = 1$ e $m = 1, 0$ e -1 de Φ_1, Φ_0 e Φ_{-1} . Use os operadores de criação e destruição $L_{\pm}$ para calcular o resultado da operação de L_x neles. Assim, encontre as auto-funções e autovalores de L_x .

4ª Questão:

a) Um feixe de partículas com $l = 1$ se move ao longo do eixo y e passa por um magneto de Stern-Gerlach orientado na direção x . O feixe emergente com $m = 1$ é separado dos outros dois e passa por um segundo magneto de Stern-Gerlach orientado na direção do eixo z . Em quantos feixes este feixe irá se separar e qual o número relativo de átomos em relação ao feixe incidente inicial antes do primeiro magneto? (Dica: use o formalismo do problema anterior).

b) Qual seriam os resultados se os feixes $m = 0$ e $m = -1$ do primeiro magneto fossem tratados da mesma forma?