



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Física

Terceira lista de Mecânica Quântica I

Entregar até segunda, 27/04, 17h (sala A320-06)

prof. João T. de Mello Neto

monitor: Victor B. Mello

1ª Questão: Considere uma partícula de massa m confinada num poço infinito de potencial de largura a :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ +\infty & \text{fora do poço} \end{cases}$$

(a) Encontre os autovalores e autovetores.

Em $t = 0$ a partícula está numa combinação linear dos seus dois autoestados de menor energia:

$$\Psi(x, 0) = \alpha\psi_1(x) + \beta\psi_2(x) \quad (|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1)$$

(b) Calcule a função de onda $\Psi(x, t)$ e o valor médio dos operadores x e p_x como função do tempo.

(c) Verifique o teorema de Ehrenfest $m d\langle x \rangle / dt = \langle p_x \rangle$.

2ª Questão: Considere uma partícula descrita por uma função de onda $\Psi(\vec{r}, t)$. Calcule a derivada temporal $\partial\rho(\vec{r}, t)/\partial t$, onde $\rho(\vec{r}, t)$ é a densidade de probabilidade, e mostre que a equação da continuidade é válida,

$$\frac{\partial\rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = 0,$$

onde a corrente de probabilidade é dada por

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \frac{1}{m} \text{Re} \left[\Psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \Psi \right) \right].$$

3ª Questão: Seja $\Psi(x, t)$ uma solução para uma partícula livre em uma dimensão, e

$$\Psi(x, 0) = A \exp(-x^2/a^2).$$

onde A é uma constante real.

(a) Encontre A de modo que $\Psi(x, 0)$ seja normalizada.

(b) Em $t = 0$ encontre a amplitude de probabilidade no espaço de momentum (ou seja, calcule a transformada de Fourier de $\Psi(x, t)$).

(c) Mostre que a solução da Eq. de Schorödinger no espaço de momentos para uma partícula livre é

$$\Psi(p, t) = B \exp \left(\frac{-ip^2 t}{2m\hbar} \right).$$

(d) Calcule então $\Psi(x, t)$, a partir da transformada de fourier inversa. Lembre-se que em $t = 0$, $B = \Psi(p, 0)$.

(e) Obtenha o mesmo resultado do item (d) realizando uma expansão da função de onda na base de ondas planas:

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(p, 0) \exp (kx - \omega t) dp.$$

4ª Questão: Um corpo rígido com momento de inércia I_z gira livremente no plano $x - y$. Seja ϕ o ângulo entre o eixo x e um eixo arbitrário no plano $x - y$ do corpo rígido.

(a) Calcule os autovetores e autovalores.

(b) Em $t = 0$ a função de onda associada ao sistema é $\Psi(\phi, 0) = A \sin^2 \phi$. Calcule $\Psi(\phi, t)$.

5ª Questão: Uma partícula de massa m se move em uma dimensão sujeita a um potencial na forma de função delta, que pode ser uma barreira ou um poço segundo o sinal de g ,

$$V(x) = g\delta(x).$$

Determine a probabilidade da partícula, incidente de $x = -\infty$ com momentum $p = \hbar k$ atravesse a zona do potencial ou seja refletida pelo mesmo.