



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Física

Nona lista de Mecânica Quântica II

Entrega: 25 de Novembro de 2014

prof. João Torres, monitor Felipe Monteiro

1ª Questão: Dado o potencial de Yukawa ou potencial de Coulomb blindado

$$V(r) = C \frac{e^{-r/a}}{r}$$

- a) Calcule a transformada de Fourier $V(\kappa)$.
- b) Calcule a seção de choque diferencial $\frac{d\sigma}{d\Omega}$.
- c) Faça o limite $a \rightarrow \infty$ e comente o resultado.
- d) E a seção de choque total? Comente.

2ª Questão: Utilizando a aproximação de Born, expresse a seção de choque diferencial para o espalhamento não relativístico de um elétron por uma distribuição simétrica de carga $\rho(r)$ como o produto da seção de choque para uma carga pontual q (espalhamento de Rutheford) e o quadrado de um fator de forma $F(k)$, onde k é o momento transferido. Calcule $F(k)$ explicitamente para uma distribuição uniforme de raio R e para uma distribuição gaussiana de carga.

3ª Questão: Seja um espalhamento de onda S por um poço de potencial esférico de profundidade U_0 e raio R , ou seja,

$$V(r) = \begin{cases} -U_0 & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

- a) Faça um *Ansatz* adequado para a forma da solução e determine a amplitude de espalhamento da onda S das condições de contorno em $r = R$.
- b) Qual a amplitude parcial $f_0(k_0)$? Qual o deslocamento de fase δ_0 ?
- c) [Opcional !] Expanda δ_0 em série de potências de k . O compri-

mento de espalhamento a e o alcance efetivo r_e são definidos via:

$$\cotg(\delta_0(k)) = -\frac{1}{ka} + \frac{1}{2}kr_e + \mathcal{O}(k^2).$$

Encontre o comprimento de espalhamento e mostre que ele não é limitado pelo raio R , mas que todos os valores $-\infty < a < +\infty$ são possíveis.

Dica: um *Ansatz*:

$$u(r) = \begin{cases} e^{-ikr} - (1 + 2ikf_0(k))e^{ikr} & r > R \\ A \sin Kr & r < R \end{cases}$$

4ª Questão: O livro *Statistical Physics* do K. Huang, no cap. 13, define um “pseudo-potencial” como

$$\hat{V}\Psi(\vec{r}) = g\delta(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial r}[r\Psi(\vec{r})]$$

a) Verifique que a função de onda

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} - \frac{a}{1 + ika} \frac{e^{ikr}}{r}$$

é uma solução para a equação de autovalores para o hamiltoniano

$$\hat{H} = \hat{p}^2/2m + \hat{V},$$

para um valor de a que pode ser expresso como função de g e m .

b) Qual é o comprimento de espalhamento a associado com o pseudo-potencial?

c) Caracterize a dependência angular do espalhamento.

d) Como a seção de choque varia com a energia incidente $\hbar^2 k^2/2m$?