



# Universidade Federal do Rio de Janeiro

## Instituto de Física

### Primeira lista de Mecânica Quântica II

**Entrega: 19 de Agosto de 2014**

**prof. João Torres, monitor Felipe Monteiro**

**1ª Questão:** Num experimento de Stern-Gerlach, o estado inicial é dado por

$$|\Psi_{in}\rangle = 3|+\rangle + 4|-\rangle.$$

Calcule a probabilidade de que uma medida da componente de spin ao longo do eixo  $z$  seja  $S_z = \pm \hbar/2$ .

**2ª Questão:** Suponha que uma partícula de spin  $1/2$  é preparada com componente de spin igual a  $+\hbar/2$  ao longo do eixo  $z$ . Qual é a probabilidade de encontrar o spin dessa partícula orientado no sentido positivo de um eixo que forma um ângulo  $\theta$  com o eixo  $z$  original? *Sugestão:* use o resultado para o auto-estado de  $\hat{s}_n$  de autovalor  $\hbar/2$

$$|+\rangle_{(\theta,\phi)} = \frac{1}{2} \left( \cos(\theta) e^{-i\phi/2} |+\rangle_z + \sin(\theta) e^{-i\phi/2} |-\rangle_z \right) \quad (1)$$

O resultado deve depender de  $\phi$ ? Discuta o caso particular  $\phi = \pi$ .

**3ª Questão:** Considere uma partícula de spin  $1/2$  inicialmente no estado

$$|\psi\rangle_{t=0} = |+\rangle_z.$$

Esse sistema evolui sob a ação de um campo paralelo ao eixo  $y$ :  $\vec{B} = B\vec{j}$ . Calcule o estado do sistema num tempo  $t$  genérico (representação na base de auto-estados  $\hat{s}_z$ ).

**4ª Questão:** Mostre que:

(i)  $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = i$

(ii)  $(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \cdot \vec{b})I + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ , onde  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  são vetores ordinários e  $I$  é uma matriz unitária  $2 \times 2$ .

(iii)  $(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})$  possui autovalores  $\pm 1$ , onde  $\vec{n}$  é um vetor unitário.

(iv)  $e^{i\theta\sigma_x} = \cos \theta I + \sigma_x \sin \theta$

**5ª Questão:** Um feixe de átomos de prata é propagado num aparato de Stern-Gerlach, que o separa em duas componentes de acordo com as duas orientações de spin. Uma componente é bloqueada por um diafragma no final do magneto, e a outra continua num outro aparato de Stern-Gerlach que é coaxial com o feixe que sai do primeiro aparato, mas é girado relativamente ao primeiro aparato em torno do eixo comum de um ângulo  $\alpha$ . Há um segundo diafragma fixo no final do segundo aparato que também permite apenas uma componente passar. Descreva qualitativamente como a intensidade do feixe que sai do segundo aparato depende de  $\alpha$ .