



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Física
Sexta lista de Mecânica Quântica 1
Entrega: 15 de Maio de 2014

1ª Questão:

Abra todas as contas do exemplo 4.1, o poço esférico infinito, do livro texto. Trabalhe todos os detalhes.

2ª Questão:

Sob quais condições o momento angular orbital $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ é uma quantidade conservada? Mostre que

$$\frac{d}{dt}\langle \vec{L} \rangle = \langle [\vec{L}, H] \rangle = -\langle \vec{r} \times \vec{\nabla} V \rangle$$

para $H = p^2/2m + V$.

3ª Questão:

a) Dadas as matrizes de Pauli, mostre que:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = \epsilon_{ijk}\sigma_k, \quad \{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}, \quad \sigma_i^2 = 1, \quad \sigma_i\sigma_j = i\epsilon_{ijk}\sigma_k.$$

b) Prove que

$$(\vec{\sigma}\vec{A})(\vec{\sigma}\vec{B}) = \vec{A}\vec{B} + i\vec{\sigma}(\vec{A} \times \vec{B})$$

onde $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$.

4ª Questão:

A função de onda de uma partícula de massa m movendo-se num poço de potencial é, num certo momento t :

$$\Psi(x, y, z) = (x + y + z) \exp(-\alpha\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}).$$

a) Escreva Ψ em coordenadas esféricas e normalize a função de onda $\Psi(\theta, \psi)$.

a) Qual a probabilidade de que medidas de $\hat{L}^2$ e $\hat{L}_z$ produza os valores $2\hbar^2$ e 0, respectivamente?

5ª Questão:

a) Demonstre a função geratriz para os polinômios de Legendre:

$$(1 - xt + t^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n \quad |x| \leq 1$$

b) Derive a função geratriz acima em relação a t para obter a relação:

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$$

c) Demonstre que para os harmônicos esféricos:

$$Y_{l,-m}(\theta, \phi) = (-1)^m Y_{l,m}^*(\theta, \phi)$$