



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Física
Primeira lista de Mecânica Quântica 1
Entrega: 27 de Fevereiro de 2014
(no início da aula)

1ª Questão: Uma partícula de massa m , que se move livremente num poço de potencial quadrado e infinito de largura a , possui a seguinte função de onda em $t=0$:

$$\psi(x, 0) = \frac{A}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \sqrt{\frac{3}{5a}} \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) + \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin\left(\frac{5\pi x}{a}\right)$$

onde A é uma constante real.

- (a) Encontre de modo que $\psi(x, 0)$ seja normalizada.
- (b) Se são realizadas medidas da energia, quais os valores que serão encontrados e quais as respectivas probabilidades?
- (c) Calcule o valor esperado da energia.
- (d) Encontre a função de onda para qualquer tempo t posterior, $\psi(x, t)$.
- (e) Determine a probabilidade de se encontrar o sistema em qualquer tempo t no estado

$$\phi(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{5\pi x}{a}\right) \exp(-iE_5 t/\hbar)$$

- (f) Determine a probabilidade de se encontrar o sistema em qualquer tempo t no estado

$$\chi(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \exp(-iE_2 t/\hbar)$$

2ª Questão: Uma partícula de massa m se move livremente numa caixa retangular de paredes impenetráveis.

- (a) Se as dimensões da caixa são $2a$, $2b$ e $2c$, obtenha as expressões para as soluções da equação de Schrödinger independente do tempo e suas respectivas energias.
- (b) Quais as paridades da função de onda?
- (c) Se $a = b = c = L$ quais as degenerescências dos dois valores mais baixos de energia da partícula?

3ª Questão: Prove os seguintes resultados para para um autoestado do hamiltoniano de uma oscilador harmônico unidimensional:

- (a) O valor esperado da posição e do momento são nulos.
- (b) O valor esperado do potencial e da energia cinética são iguais
- (c) Δ_x e Δ_p , as incertezas na posição e no momentum, satisfazem a relação $\Delta_x \Delta_p = (n + \frac{1}{2})\hbar$, onde n é o número quântico do estado.
- (d) Mostre que a autofunção ψ_0 é uma gaussiana, e que a paridade do estado n é par para n par e ímpar para n ímpar.

4ª Questão: Encontre os autovalores e os autovetores normalizados da matriz:

$$A_{m,n} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -i \\ 0 & i & -1 \end{pmatrix}$$