

Métodos Computacionais em Física I (2010/1)

EP7 - Turma IFA - Prof. Edivaldo Santos

Entrega: 07/06/2010 até 13h

A lei de Stefan:

A radiância espectral $R_T(\nu)$ de um corpo negro é definida de tal forma que $R_T(\nu)d\nu$ seja igual à energia emitida (na forma de radiação eletromagnética) no intervalo de frequência entre ν e $\nu + d\nu$ por unidade de tempo (potência), por unidade de área de uma superfície à temperatura T . De acordo com a teoria de Planck da radiação de cavidade, essa função é dada por:

$$R_T(\nu) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (1)$$

onde $c = 299792458$ m/s (velocidade da luz no vácuo), $h = 6.626068 \times 10^{-34}$ Js (constante de Planck) e $k = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K (constante de Boltzmann).

De acordo com a lei de Stefan, a integral da radiância espectral sobre todas as frequências ν (e chamada simplesmente radiância R_T) é uma função da quarta potência da temperatura:

$$R_T = \int_0^\infty R_T(\nu) d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu = \sigma T^4, \quad (2)$$

onde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/K⁴/m² é conhecida como constante de Stefan-Boltzmann. A figura abaixo mostra a radiância espectral como função da frequência ν para três valores de temperatura: 1000 K, 2000 K e 3000 K. Repare como a área embaixo da curva de $R_T(\nu)$ aumenta rapidamente com a temperatura.

- Escreva um programa em C utilizando o método dos trapézios, do ponto médio, de Simpson e quadratura de Gauss para calcular a radiância R_T como função da temperatura T em K.
- Primeiro, isole a integral de interesse por meio da mudança de variáveis $x = \frac{h\nu}{kT}$, de modo que,

$$R_T = C \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = C \int_0^\infty f(x) dx, \quad (3)$$

onde você deve ser capaz de determinar qual o valor da constante C .

- Faça uma segunda mudança de variáveis $u = e^{-x}$, de modo que

$$I = \int_0^1 \frac{f(u)}{u} du, \quad (4)$$

- Grafique R_T como função de T no intervalo 100 K - 10000 K. Compare o resultado da integração numérica com o resultado exato dado pela lei de Stefan num mesmo gráfico do Gnuplot.
- Nos métodos do trapézio e de Simpson, você terá de determinar o quão próximo dos extremos inferior e superior de integração você pode chegar para reproduzir a lei de Stefan e ao mesmo tempo evitar as singularidades do integrando nesses pontos.

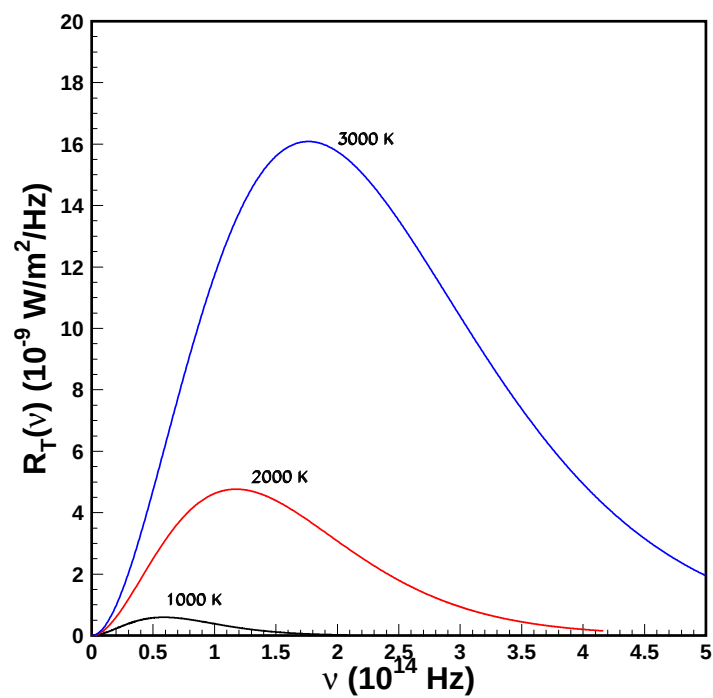


Figure 1: Radiância espectral de um corpo negro para três diferentes temperaturas: 1000 K, 2000 K e 3000 K. A área embaixo de cada uma das curvas (potência total por unidade de área) é dada pela lei de Stefan e cresce com a quarta potência da temperatura.