

Métodos Computacionais em Física I (2010/1)

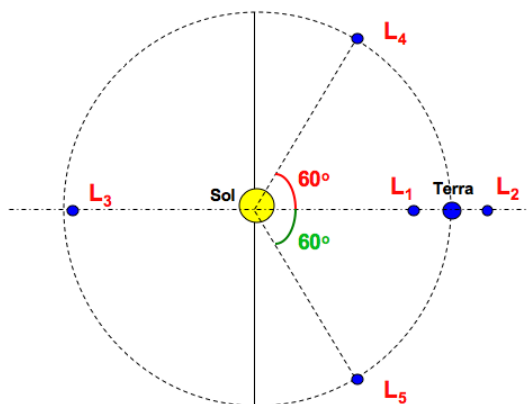
EP6 - Turma IFB - Prof. João Torres

Entrega: 26/05/2010 até 13h

Os pontos de Lagrange:

No final do século XVIII, o matemático francês-italiano Joseph Louis Lagrange mostrou que na presença do campo gravitacional de 2 corpos de massas M_1 e M_2 , há 5 pontos onde um corpo de massa m , desprezível em relação a M_1 e M_2 , pode permanecer estacionário em relação a esses corpos. Esses pontos são hoje conhecidos como pontos de Lagrange e desempenham um papel fundamental no posicionamento de instrumentos de medida no espaço e no entendimento da formação de cinturões de asteróides no sistema solar.

Em tais pontos a resultante da força gravitacional devido a M_1 e M_2 fornece exatamente a componente centrípeta necessária para que m gire com a mesma velocidade angular ω que M_1 e M_2 em torno do centro de massa do sistema. A figura abaixo mostra esquematicamente a posição dos 5 pontos de Lagrange para o sistema Sol-Terra.



Em particular, no ponto de Lagrange L_1 , tomando-se como centro de massa do sistema Terra-Sol, a posição do próprio Sol, a segunda lei de Newton do movimento, juntamente com sua lei da gravitação, implicam que

$$G \frac{M_S m}{r^2} - G \frac{M_T m}{(R - r)^2} = m \omega^2 r. \quad (1)$$

É fácil mostrar que a equação acima é uma equação polinomial de grau 5 em r , do tipo $Ar^5 + Br^4 + Cr^3 + Dr^2 + Er + F = 0$, com

$$A = \omega^2, \quad B = -2R\omega^2, \quad C = R^2\omega^2, \quad D = -G(M_S - M_T), \quad E = 2GM_S R, \quad F = -GM_S R^2 \quad (2)$$

- Escreva um programa em C utilizando o método de Newton-Raphson para encontrar o ponto L_1 do sistema Terra-Sol, resolvendo a equação polinomial acima.
- Os dados para o sistema Terra-Sol são:

$$\begin{aligned} R &= 1.49597871 \times 10^{11} \text{ m (distância Terra-Sol)} \\ T &= 3.1556926 \times 10^7 \text{ s (período da órbita terrestre)} \\ G &= 6.67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \text{ (constante da gravitação de Newton)} \\ M_S &= 1.98892 \times 10^{30} \text{ kg (massa do Sol)} \\ M_T &= 5.9742 \times 10^{24} \text{ kg (massa da Terra).} \end{aligned}$$