

Métodos Computacionais em Física I (2010/1)

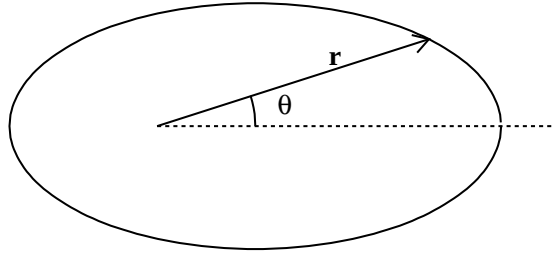
EP6 - Turma IFA - Prof. Edivaldo Santos

Entrega: 24/05/2010 até 13h

O problema de Kepler:

O problema do movimento de um corpo sob a ação de um campo de força central (isto é, dependente apenas de r) é um dos mais importantes da Mecânica Clássica. Em especial, aquele em que o tal campo é expresso por uma lei de inverso do quadrado da distância que surge quando estudamos o movimento planetário.

Johannes Kepler resolveu esse problema no início do século XVII, enunciando suas famosas leis do movimento planetário. Para o movimento de um planeta, que está contido num plano, sua posição pode ser descrita em termos das coordenadas polares r e θ , com a origem no Sol como mostrado na figura abaixo.



De acordo com Kepler, para uma órbita elíptica de período T e excentricidade e ¹, as coordenadas r e θ podem ser obtidas como função do tempo t resolvendo-se a seguinte equação para a chamada *anomalia excêntrica* ψ :

$$\omega t = \psi - e \sin \psi, \quad (1)$$

e conhecida como *equação de Kepler*. Para cada valor de t , a equação acima pode ser resolvida para obter ψ . A coordenada r (distância ao Sol) pode então ser calculada usando-se:

$$r = a(1 - e \cos \psi), \quad (2)$$

onde a é o chamado semi-eixo maior da elipse. O ângulo polar θ é obtido por

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{\psi}{2}. \quad (3)$$

- Escreva um programa em C utilizando o método de Newton-Raphson para resolver a equação de Kepler para cada valor de t no caso de uma órbita elíptica com $a = 2$ UA (1 UA é a distância entre Terra e Sol) e $T = 1$ ano em dois casos especiais: $e = 0$ e $e = 0.5$.
- Seu programa deve escrever um arquivo de saída contendo três colunas: tempo t (anos), r (em UA) e θ (radianos).
- Grafique no Gnuplot as funções $r(t)$ e $\theta(t)$ para cada excentricidade, produzindo figuras .eps correspondentes.
- Grafique no Gnuplot as órbita planetárias $y \times x$ onde $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$, produzindo também gráficos .eps.

Dica: Se você não quer fazer modificações na função que implementa o algoritmo de Newton-Raphson, talvez seja útil utilizar o conceito de variável externa vista em aulas anteriores.

¹A excentricidade e da órbita é uma função dos seus semi-eixos maior (a) e menor (b): $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$.