

Métodos Computacionais em Física I (2010/1)

EP4 - Turma IFA - Prof. Edivaldo M. Santos

Entrega: 10/05/2010 até 13h

Equações presa-predador de Volterra:

Considere o seguinte modelo simplificado da interação entre duas espécies animais compartilhando o mesmo habitat:

Numa ilha onde a quantidade de capim pode ser considerada como inesgotável, coelhos se alimentam única e exclusivamente de tal vegetal. A população de raposas, por sua vez, sobrevive comendo aqueles que nos trazem os deliciosos ovos de Páscoa. Na presença de alimento farto, os coelhos proliferam, aumentando por sua vez a população de raposas.

Por outro lado, a população de raposas deve começar a declinar em algum instante, pois quanto maior o número delas, mais coelhos são comidos e em algum momento, a população de raposas deve encontrar escassez de comida. Com o declínio do número de raposas, o número de coelhos deve começar a se recuperar em algum instante posterior e o ciclo se repete.

Dessa forma, num modelo simplificado da evolução temporal do número c de coelhos, a taxa de variação no tempo $\frac{dc}{dt}$ de c deve conter 2 contribuições: **uma positiva e proporcional a c** (quanto mais coelhos, mais acasalamentos) e **outra negativa e proporcional a $c \times r$** , onde r é o número de raposas (quanto mais encontros entre raposas e coelhos, menos coelhos).

Já a taxa de variação no tempo $\frac{dr}{dt}$ de r deve conter também 2 contribuições: **uma negativa e proporcional a r** (quanto mais raposas, menos coelhos e consequentemente menos raposas) e **outra positiva e proporcional a $c \times r$** (quanto mais encontros entre raposas e coelhos, mais comida para raposa).

- Com base nas informações acima, construa o conjunto de equações diferenciais acopladas envolvendo c e r e adote os coeficientes dos termos proporcionais a c e r iguais a 1 e os coeficientes dos termos proporcionais aos produtos $c \times r$ como sendo 0.01. O conjunto de equação que você acaba de escrever faz parte de um conjunto mais geral de equações (para coeficiente positivos arbitrários) conhecido como *equações presa-predador de Volterra*, em homenagem ao matemático italiano Vito Volterra (1860-1940) quem primeiro as estudou.
- Escreva um programa em C que integre tais equações pelo método de Runge-Kutta RK4 a partir de condições iniciais fornecidas pelo usuário ($c(t=0)$ e $r(t=0)$). O tempo t nas suas equações será assumido como medido em anos.
- Em particular, grafique no Gnuplot as soluções $c(t)$ e $r(t)$, partindo de um instante onde há 100 coelhos e 200 raposas na ilha. A partir desse gráfico, identifique os seguintes instantes de tempo: primeiro mínimo da população de raposas, primeiro mínimo da população de coelhos, primeiro máximo da população de raposas e primeiro máximo da população de coelhos.