Computação Científica: Métodos de Simulação e Análise Estatística de Dados

Lista 2

Entrega: 8/Setembro/2003
João R. T. de Mello Neto
IF - UFRJ

Problema 1

(a) Mostre que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-x^2/2\right) dx = \sqrt{2\pi}\,.$$

Use a transformação $y = x/\sigma$ para mostrar que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2/2\sigma) dx = \sigma\sqrt{2\pi}\,.$$

(b) Uma distribuição normal de duas variáveis tem a forma

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{1}{2}\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\,.$$

Determine as probabilidades marginais $f(x), f(y)$ usando o resultado de (a).

(c) As variáveis x e y são independentes?

(d) Transforme a distribuição $f(x,y)$ com as novas variáveis

$$u = x\cos\phi + y\sin\phi,\ \ v = y\cos\phi - x\sin\phi\,.$$

(e) Mostre que u e v são variáveis independentes apenas se $\phi = 0°, 90°, 180°, 270°$ ou se $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$.

(f) Considere o caso $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$, ou seja,

$$f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2+y^2)\right]\,.$$

Transforme a distribuição para coordenadas polares r, ϕ, determine as densidades de probabilidades marginais $g(r)$ e $g(\phi)$ e mostre que r e ϕ são independentes .

Problema 2

Incide num detetor Cherenkov (construído para detectar píons) um feixe de partículas que contêm 90% π e 10% K. O detetor é 95% eficiente para detectar um píon incidente e em 6% das vezes fornece um sinal falso para um K incidente. Assim, na notação do Teorema de Bayes, $P(\pi) = 0.9$, $P(K) = 0.1$, $P(s|\pi) = 0.95$ e $P(s|K) = 0.06$. Calcule $P(\pi|s)$, $P(K|s)$, $P(K|\bar{s})$ e $P(\pi|\bar{s})$. Avalie se as duas afirmações seguintes são corretas: "Se houver um sinal é muito provável que tenha passado um píon" e "Se não houver um sinal é muito provável que tenha passado um káon".

Problema 3

Entenda o programa `aceit_rej.C` . Gere um histograma com 200 eventos distribuidos de acordo com uma distribuição distinta da que lá está.