



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Física

Nona lista de Métodos Matemáticos
da Física Teórica II - 07 de Junho de 2017

Prof. João Torres de Mello Neto

1ª Questão

A partir da definição

$$N_\nu(x) = \frac{J_\nu(x) \cos \nu\pi - J_{-\nu}(x)}{\sin \nu\pi}$$

mostre que

$$\eta_l(x) = (-1)^{l+1} j_{-(l+1)}(x)$$

e

$$\eta_0(x) = -\frac{\cos x}{x}$$

2ª Questão

Um cilindro de altura h e raio a é todo aterrado exceto a base em $z = 0$. Na base o potencial é

$$V(\rho) = \frac{V_0}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{a^2}}}.$$

Encontre o potencial dentro do cilindro.

Sugestão: A integral 6.554#2 do Gradshteyn e Ryzhik pode ser útil:

$$\int_0^1 x J_0(xy) \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = y^{-1} \sin y \quad y > 0$$

3ª Questão

Uma membrana circular (por exemplo a pele de um tambor) está presa num suporte rígido ao longo de sua circunferência. Encontre as frequências das vibrações características e os modos normais de vibração correspondentes. Suponha que o deslocamento do plano $x - y$ seja dado por $z(r, \theta, t)$ (coordenadas polares no plano). Resolva a equação

$$\nabla^2 z = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

com $z = R(r)\Theta(\theta)T(t)$.

4ª Questão

Use o método da divisão em regiões para calcular a função de Green para um oscilador harmônico amortecido. A seguir encontre a resposta do oscilador à força externa (input) $f(t) = 1 - t/T$ para $0 < t < T$ e zero fora desse intervalo.