



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Física

Terceira lista de Métodos Matemáticos da Física Teórica II — 01 de Abril de 2017

Prof. João Torres de Mello Neto

1ª Questão:

Uma corda de violino é puxada até ficar na forma de um triângulo com o ponto máximo a um quarto do tamanho da corda, como mostrado na figura. A corda então é solta em repouso.

- Encontre o deslocamento da corda como função do tempo.
- Esboce o gráfico (até o termo $n=10$) para $t = L/10v$, $L/5v$, $L/2v$, onde v é a velocidade da onda na corda.
- Todos os harmônicos são excitados?

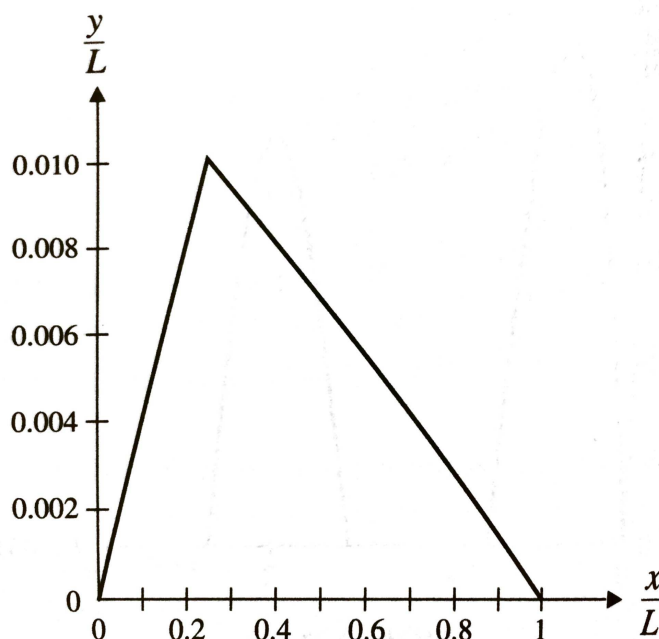


Figura 1: Condição inicial da corda de violino do prob. 1

2ª Questão:

Calcule o movimento de uma corda de comprimento $L = \pi/2$ e velocidade da onda $v = 1$ se as condições iniciais são $y(x, 0) = 0$ e $y'(x, 0) = x \cos x$.

3ª Questão:

Uma caixa retangular medindo $a \times b \times c$ está com todas as suas paredes na temperatura T_1 exceto a parede em $z = c$, que é mantida à temperatura T_2 . Quando a caixa atinge o equilíbrio térmico, a função temperatura $T(x, y, z)$ satisfaz à equação do calor

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T$$

com a derivada temporal na esquerda igual a zero. Utilizando os métodos discutidos em sala de aula (especialmente o problema do cubo aterrado exceto em uma das faces mantida a um potencial V) encontre a temperatura T na caixa na forma

$$T(x, y, z) = T_1 + \tau(x, y, z)$$

onde τ é expresso como uma série de Fourier

$$\tau(x, y, z) = \sum_{n,m} a_{mn} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} f(z)$$

Encontre a função $f(z)$ e os coeficientes a_{mn} .

4ª Questão:

Resolva o sistema de Sturm-Liouville

$$\begin{aligned} y'' + \lambda y &= 0 \\ y(0) &= 0 \\ hy(L) + y'(L) &= 0 \end{aligned}$$

onde h e L são constantes positivas.