
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA

Sétima lista de Métodos Matemáticos 1 — 16 de Maio de 2012
Deve ser entregue toda dia 25/05 (quarta-feira) antes da aula.

Prof. João Torres

Questão 1: Refaça com cuidado os exemplos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 da seção 3.5 do Butkov (método de Frobenius).

Questão 2: Resolva a equação diferencial abaixo pelo método de Frobenius:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + (x^2 - 1/16)y = 0$$

Questão 3: Resolva a equação hipergeométrica pelo método de Frobenius e escreva os três primeiros termos para cada uma das soluções.

$$(x^2 - x) \frac{d^2 y}{dx^2} + \left(2x - \frac{1}{2}\right) \frac{dy}{dx} + \frac{1}{4}y = 0$$

Questão 4: Encontre a série de Fourier no intervalo $(0, T)$ para a seguinte onda triangular:

$$f(t) = \begin{cases} 2at/T & (0 \leq t \leq T/2), \\ 2a(1 - t/T) & (T/2 \leq t \leq T) \end{cases}$$

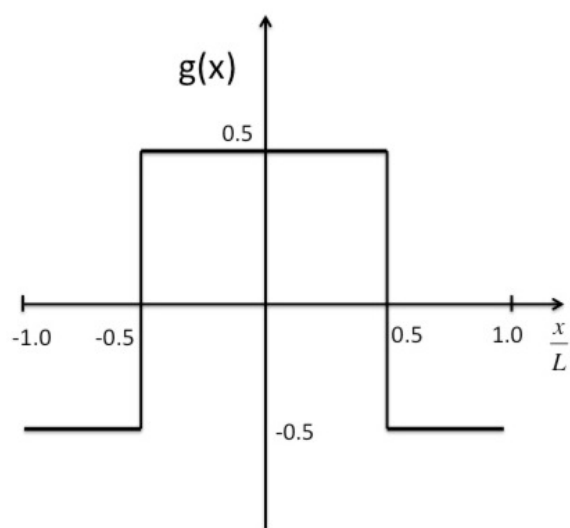
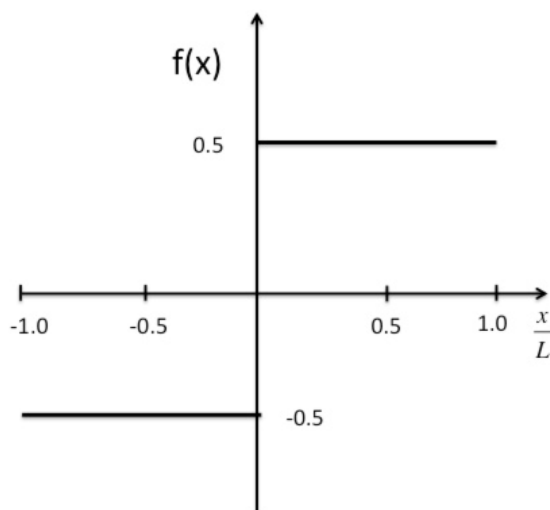
Questão 5: Demonstre o teorema de Parseval para a série complexa de Fourier:

$$\frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} |f(x)|^2 dx = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

Questão 6:

a) Encontre a série de Fourier para a função $f(x)$ descrita abaixo e ilustrada no lado esquerdo da figura:

$$f(x) = \begin{cases} -1/2 & (-L \leq x \leq 0), \\ +1/2 & (0 \leq x \leq +L) \end{cases}$$



b) A seguir, encontre a série de Fourier para a função $g(x)$ descrita abaixo e ilustrada no lado direito da figura:

$$g(x) = \begin{cases} -1/2 & (-L \leq x \leq -0.5L \text{ e } +0.5L \leq x \leq L), \\ +1/2 & (-0.5L \leq x \leq +0.5L) \end{cases}$$

c) Mostre que se na expressão do item **a** $x/L \rightarrow x/L + 1/2$ se obtém a resposta do item **b**. Interprete esse fato.

Questão 7:

Uma série de Fourier pode ser utilizada para calcular certas séries de funções de inteiros. Para ilustrar o método, calcule a série de Fourier para $f(x) = x^2$ no intervalo $-\pi$ a $+\pi$. Faça $x = 0$ e então calcule:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots$$

Que soma é obtida quando se faz $x = \pi$? Por último, use o Teorema de Parseval para deduzir

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$$

Boa lista! Capriche!