
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA
Quinta lista de Métodos Matemáticos 1 — 8 de Maio de 2012
Deve ser entregue toda dia 11/05 (sexta-feira) antes da aula.

Prof. João Torres

Questão 1: As oscilações de um corpo ligado a uma mola são governadas pela equação:

$$m\ddot{y} + \lambda\dot{y} + ky = F_0 \sin(\omega t)$$

- a) Encontre a solução da equação homogênea associada nos três casos:
i) $\lambda^2 - 4mk > 0$, caso super-amortecido. ii) $\lambda^2 - 4mk < 0$, caso subamortecido. iii) $\lambda^2 - 4mk = 0$, amortecimento crítico.
b) Encontre a solução geral da equação inhomogênea.
c) Discuta os vários casos limites e o significado físico da solução.

Questão 2: Ache uma solução particular para a seguinte equação, denominada equação de Cauchy-Euler:

$$x^2 \ddot{y} - 2y = x$$

Sugestão: Use a transformação de variável $x = \exp \lambda$.

Questão 3: Encontre a solução geral da equação:

$$\ddot{y} + \tan(x)\dot{y} - 6(\cot^2(x))y = 0$$

em qualquer intervalo no qual $\tan x$ e $\cot x$ sejam definidas, sabendo que uma solução é $y_1(x) = 1/\sin^2 x$.

Questão 4: Sabendo-se que $y_1(x) = x^2$ é solução da equação diferencial abaixo, encontre a solução geral:

$$x^2 \ddot{y} + x^3 \dot{y} - 2(1 + x^2)y = 0.$$

Questão 5: Usando o método da variação das constantes mostre que a solução geral da equação

$$\ddot{y} + \omega^2 y = f(t)$$

pode ser expressa como

$$x(t) = A \cos(t) + B \sin(t) + \frac{1}{\omega} \int_0^t \sin[\omega(t - \tau)] f(\tau) d\tau$$