
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA
Primeira lista de Métodos Matemáticos 1 - 7 de Março de 2012
Deve ser entregue toda dia 21/03 antes da aula.

Prof. João Torres

Problemas do livro texto:

Cap1: 2, 4, 6.

Questão 1: Inverta a seguinte matriz:

$$\mathbb{A}_{3,3} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Questão 2: Mostre que os vetores $\vec{u} = (15, 12, 16)$, $\vec{v} = (-20, 9, 12)$ e $\vec{w} = (0, -4, 3)$ são mutuamente ortogonais e formam um tripuleto de mão-direita. Determine a matriz de transformação $\mathbb{A}$ que transforma o sistema (x, y, z) original para um sistema com x' na direção de $\vec{u}$, y' na direção de $\vec{v}$ e z' na direção de $\vec{w}$. Aplique a transformação para encontrar as componentes dos vetores $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (3, 2, 1)$ e $\vec{s} = (-2, 1, -2)$ no sistema linha. Discuta o resultado para o vetor $\vec{c}$. (Dica: Lembre que a matriz de transformação de um sistema para o outro foi dada em sala: $A_{ij} = \cos \theta_{ij}$, que pode ser expressa como o produto escalar dos vetores unitários novos e antigos: $A_{ij} = \hat{x}_i \cdot \hat{x}_j$).

Questão 3: Resolva esse problema sem utilizar coordenadas cartesianas. Em coordenadas polares, escreva as componentes dos vetores de posição dos dois pontos num plano: P_1 , com coordenadas r_1 e θ_1 e P_2 , com coordenadas r_2 e θ_2 . (Ou seja, escreva cada vetor na forma $\vec{v} = v_r \hat{r} + v_\theta \hat{\theta}$.) Quais são as coordenadas r_3 e θ_3 do pornto P_3 cujo vetor posição é

$$\vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 \quad ?$$

(Dica: Comece desenhando os vetores de posição.)

Questão 4: Calcule a integral

$$\oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l}$$

onde C é um círculo unitário no plano $x - y$ e centrado na origem e

$$\vec{u} = xy^2\hat{x} + yx^2\hat{y}$$

Questão 5: Calcule a integral

$$\int_S \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

onde S é uma esfera de raio 2 centrada na origem e

$$\vec{v} = x^3\hat{x} + 3yz^2\hat{y} + 3y^2z\hat{z}.$$

Questão 6: Mostre que o produto escalar é invariante com relação à mudança de base sob uma transformação ortogonal.

Boa lista.