



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Profissional em Ensino de Física

## **Fotoluminescência: Um Primeiro Encontro com o Conceito de Fóton**

Adriano Gomes da Silva Júnior

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientadores:  
Carlos Eduardo Aguiar  
Hugo Milward Riani de Luna

Rio de Janeiro  
Maio de 2024

# Fotoluminescência: Um Primeiro Encontro com o Conceito de Fóton

Adriano Gomes da Silva Júnior

Orientadores:

Carlos Eduardo Aguiar  
Hugo Milward Riani de Luna

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Dr. Carlos Eduardo Aguiar (Interno, IF-UFRJ)  
(Presidente)

---

Dr. Carlos Farina de Souza (Interno, IF-UFRJ)

---

Dr. Eduardo Chaves Montenegro (Externo, IF-UFRJ)

---

Dr. Vitor Luiz Bastos de Jesus (Externo, IFRJ)

Rio de Janeiro  
Maio de 2024

## FICHA CATALOGRÁFICA

S586f Silva Jr, Adriano Gomes

Fotoluminescência: Um Primeiro Encontro com o Conceito de Fóton / Adriano Gomes da Silva Júnior. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2024.

viii, 92 f. : il. ; 30 cm.

Orientadores: Carlos Eduardo Aguiar; Hugo Milward Riani de Luna.

Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2024.

Referências Bibliográficas: f. 90-92.

1. Ensino de Física. 2. Conceito de Fóton. 3. Fotoluminescência. I. Aguiar, Carlos Eduardo. II. Luna, Hugo Milward Riani de. III. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. IV. Fotoluminescência: Um Primeiro Encontro com o Conceito de Fóton.

## **Agradecimentos**

Dedico este trabalho primeiramente à minha mãe, que sempre me mostrou o valor da educação, e ao meu pai, que não mediu esforços em garantir que eu tivesse todo o suporte durante o meu desenvolvimento em cada etapa da minha vida.

Agradeço também aos meus orientadores, Carlos e Hugo, que compartilharam seu conhecimento, tempo, experiência e principalmente paciência comigo ao longo deste caminho de aprendizado. Suas orientações foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu crescimento acadêmico.

Aos meus amigos, por compreenderem minha ausência em alguns momentos e por serem sempre um porto seguro de apoio e carinho.

E a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para este trabalho e para o meu desenvolvimento acadêmico, o meu sincero agradecimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

## RESUMO

### **Fotoluminescência: Um Primeiro Encontro com o Conceito de Fóton**

Adriano Gomes da Silva Júnior

Orientadores:

Carlos Eduardo Aguiar

Hugo Milward Riani de Luna

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Embora grande parte dos livros didáticos use o efeito fotoelétrico como o exemplo que levou Einstein, em seu artigo de 1905, ao conceito do quantum de luz (fóton), o fenômeno da fotoluminescência foi a primeira aplicação abordada no trabalho de Einstein. Só em seguida Einstein tratou do efeito fotoelétrico. Neste trabalho apresentamos uma sequência didática para a introdução do conceito de fóton, inspirada no artigo original de Einstein. A abordagem é baseada na fotoluminescência, que, ao contrário do efeito fotoelétrico, é de fácil demonstração experimental em salas de aula e tem um efeito visual muito atraente aos alunos. A sequência didática envolve, também, uma discussão sobre a dualidade onda-partícula e a natureza da luz. As aplicações dessa proposta em sala de aula são descritas e seus resultados discutidos. A dissertação apresenta ainda uma descrição detalhada do artigo de Einstein e do raciocínio que o levou à ideia dos quanta de luz.

Palavras chave: Ensino de Física, Conceito de Fóton, Fotoluminescência.

Rio de Janeiro

Maio de 2024

## ABSTRACT

### **Photoluminescence: A First Encounter With the Photon Concept**

Adriano Gomes da Silva Júnior

Supervisors:

Carlos Eduardo Aguiar

Hugo Milward Riani de Luna

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

Although most textbooks use the photoelectric effect as the example that led Einstein, in his 1905 article, to the concept of light quantum (photon), it was the phenomenon of photoluminescence that was the first application addressed in Einstein's work.. Only afterward did Einstein address the photoelectric effect. In this work, we present a didactic sequence for introducing the photon concept, inspired by Einstein's original article. The approach is based on photoluminescence, which, unlike the photoelectric effect, is easily demonstrated in classroom experiments and has a visually appealing effect on students. The didactic sequence includes a discussion on wave-particle duality and the nature of light. Classroom applications of this proposal are presented and results are discussed. The dissertation also includes a detailed exposition of the reasoning used by Einstein to arrive at the light quanta idea.

Keywords: Physics education, Photon concept, Photoluminescence.

Rio de Janeiro

Maio de 2024

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Ensino do conceito de fóton</b>	<b>6</b>
2.1	O conceito de fóton em livros didáticos . . . . .	7
2.1.1	PSSC . . . . .	7
2.1.2	Física em contextos - M. Pietrocola . . . . .	11
2.2	Alternativas ao ensino tradicional . . . . .	13
2.2.1	Müller e Wiesner: Teaching quantum mechanics on an introductory level . . . . .	13
2.2.2	Raphael Pontes: Ondas, Partículas e Luz . . . . .	16
2.3	Conclusões da revisão dos livros e trabalhos . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Einstein e o fóton: 1905</b>	<b>21</b>
3.1	Um ponto de vista heurístico sobre a emissão e a transformação da luz . . . . .	22
3.1.1	Uma dificuldade da teoria da radiação de corpo negro . . . . .	22
3.1.2	Sobre a determinação de Planck das constantes fundamentais . . . . .	23
3.1.3	A entropia da radiação . . . . .	25
3.1.4	Limite assintótico para a entropia da radiação monocromática . . . . .	26
3.1.5	A entropia de gases do ponto de vista molecular . . . . .	26
3.1.6	Interpretação estatística da entropia da radiação . . . . .	27
3.1.7	Sobre a regra de Stokes . . . . .	28
3.1.8	Sobre a geração de raios catódicos por iluminação de sólidos . . . . .	28
3.1.9	Sobre a ionização de gases pela luz ultravioleta . . . . .	29
3.2	Cálculo termodinâmico da entropia do gás ideal . . . . .	29
3.2.1	A identidade termodinâmica . . . . .	30
3.2.2	Entropia do gás ideal . . . . .	30

<b>4</b>	<b>Fotoluminescência e o conceito de fóton</b>	<b>33</b>
4.1	Material pré-instrução . . . . .	36
4.2	Fotoluminescência: um primeiro encontro com o conceito de fóton . . . . .	37
4.2.1	Luz é onda? . . . . .	37
4.2.2	Luz é partícula? . . . . .	38
4.2.3	Luz é onda e partícula? . . . . .	42
4.2.4	Luz é onda ou partícula? . . . . .	42
4.3	Questionário pós-instrução . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Aplicação em sala de aula</b>	<b>44</b>
5.1	Material pré-instrução . . . . .	44
5.2	Sequência didática . . . . .	45
5.2.1	Primeira aplicação . . . . .	45
5.2.2	Segunda aplicação . . . . .	49
5.2.3	Terceira e quarta aplicações . . . . .	50
5.3	Questionário pós-instrução . . . . .	52
5.3.1	Primeira aplicação . . . . .	52
5.3.2	Segunda a quarta aplicações . . . . .	53
<b>6</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Um primeiro encontro com o fóton (sequência didática)</b>	<b>62</b>
<b>B</b>	<b>Ondas e a cor dos objetos (material pré-instrução)</b>	<b>76</b>
<b>C</b>	<b>A natureza da luz (questionário pós-instrução)</b>	<b>87</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>90</b>

# Capítulo 1

## Introdução

O ano de 1905 ficou conhecido como o “Ano Miraculoso” [1] de Albert Einstein devido à publicação de cinco artigos. Neles, Einstein forneceu evidências para a existência de átomos, estudou o movimento browniano, apresentou a teoria da relatividade especial e propôs uma hipótese revolucionária para o comportamento da luz, a qual será o foco do nosso trabalho.

Em seu primeiro artigo de 1905, intitulado *Um ponto de vista heurístico sobre a produção e transformação da luz* [2], Einstein mostrou que vários fenômenos relacionados à luz, para os quais a física clássica não fornecia explicação, poderiam ser compreendidos ao assumi-la como “um número finito de quanta de energia localizados em pontos no espaço”. Os quanta de luz, posteriormente conhecidos como fótons, revelaram que o comportamento da luz não se enquadra nas definições clássicas de onda ou partícula. Esse comportamento incompreensível no contexto da física clássica é hoje conhecido como *dualidade onda-partícula*.

A dualidade onda-partícula é uma propriedade fundamental da luz, que é pouco abordada no ensino médio. Uma razão para isso pode ser a forma como o tema é apresentado. Os livros no ensino médio, na sua grande maioria, o fazem por intermédio do efeito fotoelétrico [3–5], cuja demonstração em sala de aula é inviável devido aos custos e à complexidade desse experimento. Mesmo uma simples descrição do experimento é complicada, por envolver um circuito elétrico de difícil entendimento. No entanto, é fundamental que

os estudantes adquiram uma compreensão básica da dualidade onda-partícula e de sua relação com outros conceitos fundamentais da física, para que eles tenham uma noção do quanto a física do mundo microscópico é diferente daquela que vivenciamos em nosso cotidiano.

Para contornar essas dificuldades, propomos um caminho alternativo mais simples e acessível para apresentar o conceito de fóton, apoiado na leitura do artigo de Einstein. Essa abordagem baseia-se no primeiro fenômeno ao qual Einstein aplicou sua hipótese do quantum de luz, que não foi o efeito fotoelétrico, mas sim a fotoluminescência. Como veremos, a fotoluminescência pode ser demonstrada em qualquer sala de aula e um de seus principais aspectos, a *regra de Stokes*, é facilmente explicado pela hipótese do fóton.

É interessante notar também que, ao contrário do que frequentemente se lê, o efeito fotoelétrico não foi o principal argumento usado por Einstein para chegar ao conceito de fóton. Em 1905, os dados experimentais sobre esse efeito eram incipientes e pouco reveladores. A informação experimental mais importante usada por Einstein foi a lei de Wien, que descreve a radiação de corpo negro no limite de altas frequências [6, p. 7]. Ele obteve o postulado da energia dos fótons ao mostrar que a radiação de frequência  $\nu$  no regime de Wien comporta-se termodinamicamente como um gás de partículas independentes, todas com energia  $h\nu$ , em que  $h$  é a constante de Planck. Esse postulado lhe permitiu descrever não apenas a radiação de corpo negro a altas frequências, mas também uma série de fenômenos pouco compreendidos naquela época, como a já citada fotoluminescência.

A fotoluminescência começou a ser investigada sistematicamente no século XIX [7], e um dos primeiros estudos relevantes foi realizado pelo físico e químico britânico George G. Stokes. Ele observou que certos materiais, quando expostos à radiação ultravioleta, emitiam luzes em cores visíveis, descobrindo o que veio a ser conhecido como *regra de Stokes*: a frequência da luz emitida é sempre menor que a da luz absorvida [8]. O mesmo ocorre em frequências visíveis.

Embora houvesse uma regra empírica (a regra de Stokes) descrevendo a fotoluminescência, não havia uma teoria que explicasse essa regra. Isso perdurou até o ano de 1905, com a publicação do artigo de Einstein sobre os

fótons. Antes disso, segundo a historiadora Marjorie Malley, o único consenso sobre a natureza da fotoluminescência era que não havia consenso algum [9]. A explicação de Einstein foi muito simples. De acordo com ele, o fenômeno tem início quando um fóton incidente, de energia  $h\nu_1$ , é absorvido por uma molécula do corpo fotoluminescente. Parte da energia ganha pela molécula é perdida em interações com moléculas vizinhas e a energia restante é emitida pela molécula na forma de um novo fóton, de energia  $h\nu_2$ . Pela conservação da energia, Einstein encontrou a relação

$$h\nu_2 \leq h\nu_1, \quad (1.1)$$

a partir da qual obteve a regra de Stokes:  $\nu_2 \leq \nu_1$ . Aliado ao fato de não ser necessário recorrer a um circuito elétrico complicado, como no caso do efeito fotoelétrico, podemos demonstrar a fotoluminescência facilmente em sala de aula e mesmo em casa, com materiais acessíveis. O aspecto visual do experimento também é um fator importante, por ser atrativo para os estudantes.

Nossa proposta neste trabalho consiste em utilizar a fotoluminescência como meio para introduzir o conceito de fóton. Para isso, desenvolvemos uma sequência didática dividida em quatro etapas, a ser aplicada no ensino médio:

1. A luz como onda: a interferência luminosa.
2. A luz como partícula: a fotoluminescência e a hipótese do fóton.
3. Ondas e partículas: a incompatibilidade dos dois conceitos na física clássica.
4. O que é a luz: a dualidade onda-partícula.

Ao longo da sequência didática, utilizamos experimentos específicos para ilustrar os diferentes comportamentos da luz, proporcionando uma abordagem prática. Na primeira etapa, realizamos um experimento de difração da luz por um fio de cabelo, destacando a estranheza de não ser observada a

sombra geométrica desse fio. Ao comparar o resultado com o padrão de interferência em uma cuba de ondas, discutimos como isso sugere que a luz é um fenômeno ondulatório.

Na segunda etapa, estudamos a influência da reflexão e da absorção da luz na definição das cores dos objetos. Nesse contexto, a fotoluminescência é introduzida como um resultado inesperado: um objeto verde (fotoluminescente) não fica preto quando iluminado por luz azul. Uma explicação para esse fenômeno, que não é fornecida pela física clássica, é apresentada com base no conceito de fóton.

Na etapa seguinte, as características das ondas e das partículas são destacadas, enfatizando que nada na física clássica (e no nosso dia a dia) é tanto onda quanto partícula. Por fim, a aula é finalizada com a apresentação da dualidade onda-partícula como um nome para classificar esse comportamento estranho, deixando claro que hoje não temos uma ideia intuitiva sobre o que é a luz.

A sequência é complementada por um material pré-instrução e um questionário pós-instrução. O primeiro faz uma revisão de conceitos, em princípio já conhecidos pelos alunos, relacionados à luz. Nele, são destacadas as características das ondas e a relação dos fenômenos de reflexão e absorção da luz com as cores dos objetos. O questionário pós-instrução tem o objetivo de avaliar, principalmente, a noção sobre a natureza da luz construída pelos alunos durante o processo.

A dissertação possui seis capítulos que justificam e apresentam a proposta, inclusive sua aplicação em sala de aula, além de três apêndices contendo o material instrucional produzido. No capítulo 2, apresentamos exemplos de como o conceito de fóton é introduzido nos ensinos médio e superior, analisando alguns livros didáticos de física, bem como artigos e trabalhos com abordagens alternativas.

O capítulo 3 mostra como o conceito de fóton foi introduzido por Einstein em seu artigo de 1905, ressaltando o estudo termodinâmico da radiação de corpo negro como o caminho para chegar à hipótese dos fótons, e dando destaque ao primeiro fenômeno no qual ele a aplicou: a fotoluminescência. Também é apresentado um outro caminho ao cálculo de Einstein para a

entropia da radiação, partindo-se da identidade termodinâmica.

O capítulo 4 descreve a sequência didática, incluindo o material pré-instrução e o questionário pós-instrução, justificando cada passo tomado e indicando o que esperar dos alunos. O capítulo 5 abrange as aplicações da sequência didática em quatro turmas do ensino médio, com a análise das respostas ao questionário pós-instrução.

No capítulo 6, discutimos desdobramentos da proposta didática para o desenvolvimento futuro do trabalho. A sequência didática, o material pré-instrução e o questionário pós-instrução estão localizados, respectivamente, nos apêndices A, B e C.

Os principais resultados desse trabalho estão descritos no artigo *Fotoluminescência e o ensino do conceito de fóton*, apresentado ao XXV Simpósio Nacional de Ensino de Física [10].

## Capítulo 2

# Ensino do conceito de fóton

O conceito de fóton, inicialmente apresentado por Einstein em seu artigo de 1905, mudou a nossa compreensão da natureza da luz. Nesse trabalho, Einstein propôs a hipótese de que a luz se comporta termodinamicamente como se fosse um gás de partículas, cada uma carregando uma quantidade finita de energia. Um dos fenômenos fundamentais associados a essa hipótese, o efeito fotoelétrico, tornou-se uma peça central nas abordagens tradicionais de ensino do conceito de fóton.

Dentro desse contexto histórico, este capítulo se propõe a examinar de que maneira o conceito de fóton tem sido transmitido nas salas de aula, particularmente para estudantes que terão seu primeiro contato com a física quântica. Analisaremos abordagens pedagógicas adotadas em alguns dos materiais didáticos, artigos e trabalhos de pesquisa relacionados a essa temática. Buscaremos respostas para perguntas cruciais que norteiam nossa investigação:

1. Como é introduzido o aspecto ondulatório da luz?
2. Como é introduzido o aspecto corpuscular da luz?
3. Como é discutida a dualidade onda-partícula?

Começamos examinando o PSSC (*Physical Science Study Committee*), um projeto educacional desenvolvido pelo MIT (Massachusetts Institute of Technology) na década de 1950 [3]. Esse projeto não apenas representa um

marco histórico, mas também serve como referência em muitos estudos contemporâneos sobre o ensino de física.

Na sequência, direcionamos nossa atenção para um livro de Física muito usado no ensino médio, de Maurício Pietrocola e colaboradores [4]. Por fim, exploramos trabalhos de pesquisa que buscam superar as abordagens tradicionais da apresentação do conceito de fóton.

## 2.1 O conceito de fóton em livros didáticos

### 2.1.1 PSSC

O PSSC foi um livro desenvolvido com o objetivo de abordar os tópicos de Física com menor grau de abstração do que os livros da época (1950), enfatizando o papel da experimentação no ensino. O MIT investiu na produção de vídeos e materiais didáticos para uso em sala de aula, os quais ainda servem como referência nas propostas de ensino de física para o ensino médio. O projeto ultrapassou as fronteiras norte-americanas, chegando ao Brasil no ano de 1961, embora tenha sido limitado a algumas escolas.

Para a presente pesquisa, foi analisado o conteúdo dos capítulos 18 e 19 da parte II e 33 da parte IV do livro-texto do PSSC [3].

#### **Como introduz o aspecto ondulatório da luz?**

No capítulo 18, os autores apresentam o fenômeno da interferência por meio de uma cuba de ondas, onde duas fontes pontuais em fase produzem um padrão de interferência (figura 2.1). Em seguida, no capítulo 19, eles demonstram que um padrão semelhante pode ser observado com a luz que atravessa duas fendas, sugerindo que esta possui um comportamento ondulatório (figura 2.2).

Os autores concluem que, embora os fenômenos de reflexão e refração possam ser explicados por meio da teoria corpuscular, a interferência é um fenômeno característico de ondas, atestando a natureza ondulatória da luz.

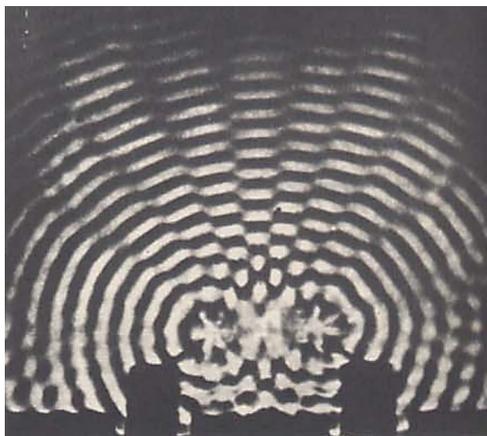


Figura 2.1: Padrão de interferência na cuba de ondas [3].



Figura 2.2: Padrão de interferência de luz vermelha [3].

### **Como introduz o aspecto corpuscular da luz?**

O capítulo 33 do PSSC destaca a necessidade de uma “nova Física”, relacionada à interação da radiação com a matéria. Essa nova Física, essencial para superar as dificuldades impostas pela estrutura atômica descoberta por Rutherford e outros fenômenos de fora do escopo da física clássica, provocou uma revolução no conhecimento sobre a natureza da luz.

Na seção 33-1, os autores discutem “O Caráter Corpuscular da Luz” utilizando uma adaptação do experimento das gotas de óleo de Milikan, conforme ilustrado na figura 2.3. Neste experimento, partículas de metal suspensas no ar são iluminadas por radiação de alta frequência, perdendo elétrons e sendo atraídas por uma placa de menor potencial elétrico.

Para explicar esse fenômeno, os autores discutem a teoria ondulatória da luz, segundo a qual o campo elétrico oscilante da radiação interage com os elétrons das partículas, removendo-os. O tempo de remoção depende da

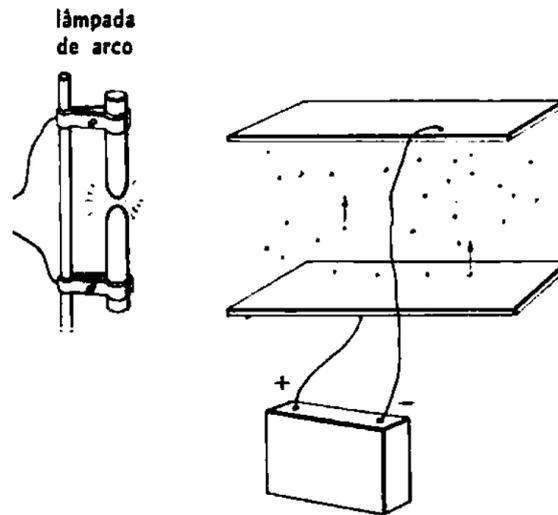


Figura 2.3: As partículas de metal carregadas flutuam entre as placas paralelas sujeitas a uma diferença de potencial. Ao incidir sobre as partículas, a luz arranca-lhes elétrons, fazendo com que as partículas se dirijam para a placa de menor potencial elétrico [3].

intensidade da luz: em luz fraca, espera-se que o processo leve mais tempo, enquanto em luz forte, espera-se que o tempo seja encurtado. Em qualquer dos casos, espera-se que a emissão não seja instantânea.

No entanto, o resultado observado não se adequa ao modelo ondulatório, pois mesmo com luz fraca algumas gotas perdem elétrons imediatamente, conforme ilustra o gráfico (a) na figura 2.4. Para explicar esse comportamento, os autores propõem que um raio de luz é composto “por um conjunto de partículas em movimento rápido” [3], chamadas de fótons. A colisão de um fóton com uma partícula de metal resulta na ejeção de um elétron. Essa interpretação sugere que um modelo corpuscular da luz é capaz de descrever o comportamento observado de forma mais precisa.

### Como discute a dualidade onda-partícula?

Na seção 33-3, “O caráter granular e o fenômeno da interferência”, os autores apresentam a experiência de G. I. Taylor realizada no ano de 1909, colocando à prova as noções acerca do comportamento da luz. Nela, Taylor utilizou uma fonte de luz muito fraca para projetar a sombra de uma agulha sobre

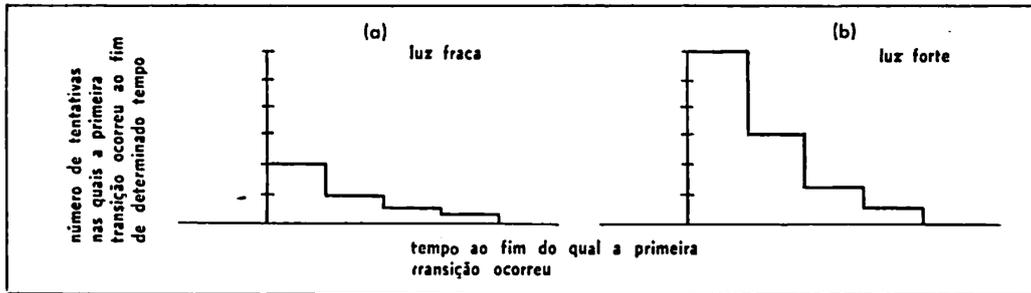


Figura 2.4: Independentemente da intensidade luminosa, os elétrons eram ejetados instantaneamente [3].

uma chapa fotográfica. Após três meses de exposição, ele obteve o mesmo padrão de interferência que poderia ser obtido a partir de uma fonte luminosa intensa.

A figura 2.5 ilustra a experiência “por meio da qual ficou provado que a figura de interferência é formada corretamente mesmo que apenas 1 fóton de cada vez esteja presente no aparelho”<sup>1</sup>. Os autores tecem sua conclusão acerca da natureza dual da luz apenas na seção 33-7, “Fótons e ondas eletromagnéticas”, dizendo que

Quando muitos fótons tomam parte em qualquer processo detectável, o que interessa é o modelo ondulatório apenas. No outro extremo, quando um único fóton tem energia suficiente para ser facilmente observado e, ao mesmo tempo, comprimento de onda tão curto que se torna praticamente impossível obter interferência, então basta o modelo corpuscular. Mas a verdadeira natureza da luz é mais sutil do que isto - apresenta ambos os comportamentos, o ondulatório e o corpuscular. Somos forçados a aceitar essa realidade.

<sup>1</sup>Hoje, sabe-se que Taylor não usou uma fonte de luz de fóton único e nem possuía condições para a produção de uma. No entanto, um experimento análogo (com um interferômetro de Mach-Zehnder) utilizando uma fonte de fóton único em 1986 [11], obteve um resultado semelhante.

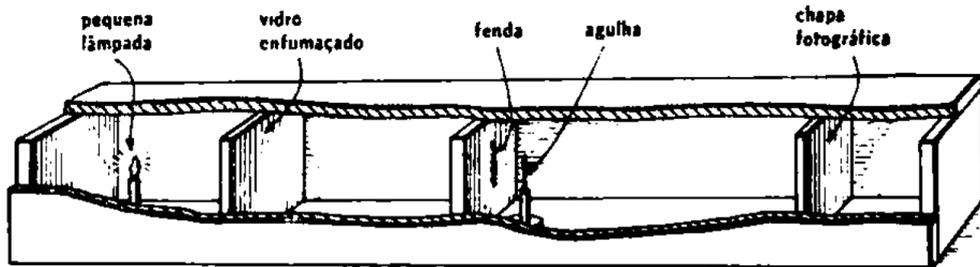


Figura 2.5: Experiência de Taylor para a interferência com luz muito fraca [3].

### 2.1.2 Física em contextos - M. Pietrocola

O livro de Pietrocola et al. [4], voltado para o ensino pré-universitário, dedica os capítulos 6 e 8 em seu terceiro volume para discutir a natureza da luz. Através desses capítulos, é possível acompanhar uma sequência didática que conduz os alunos ao conceito de fóton.

#### Como introduz o aspecto ondulatório da luz?

No capítulo 6 do livro, Pietrocola discute a natureza ondulatória da luz e inicia descrevendo as ondas eletromagnéticas na seção 1, classificando a luz visível como uma delas. Para fundamentar essa classificação, o autor cita os trabalhos de Maxwell e Hertz, que contribuíram para a compreensão da natureza da luz como uma onda eletromagnética. Na seção 2, Pietrocola explora as explicações da teoria ondulatória para fenômenos como absorção, reflexão, refração e dispersão da luz pela matéria. É somente na seção 3, intitulada “Interferência entre ondas”, que o autor discute o fenômeno da interferência da luz, que é explicado exclusivamente pelo modelo ondulatório. Pietrocola compara o padrão obtido na interferência de ondas na água com aquele obtido por Thomas Young, como ilustrado na figura 2.6, constatando o caráter ondulatório da luz.

#### Como introduz o aspecto corpuscular da luz?

No capítulo 8, Pietrocola inicia uma contextualização histórica sobre as discussões acerca da natureza da luz, que remontam ao final do século XVII.

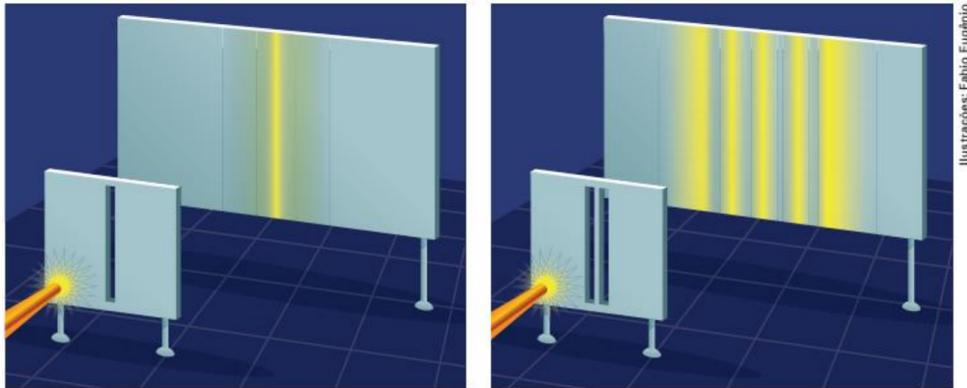


Figura 2.6: Representação do experimento de Young, fora de escala, com fendas simples e duplas (Pietrocola et al. [4]).

Entretanto, é somente na seção 5, chamada “Efeito fotoelétrico”, que o autor aborda a natureza corpuscular da luz. Sua sequência didática segue a linha tradicional adotada por muitos livros de ensino médio e superior, partindo da previsão clássica do fenômeno e chegando à explicação corpuscular da luz de Einstein.

A fim de ilustrar uma possibilidade de demonstração do efeito fotoelétrico, o livro descreve um arranjo experimental que utiliza uma fotocélula. No entanto, um esquema do aparato central, a fotocélula, sequer é apresentado, talvez em reconhecimento da dificuldade para a sua compreensão. Outros livros-texto como o de A. Gaspar [5] descrevem a fotocélula apresentando esquemas como o da figura 2.7.

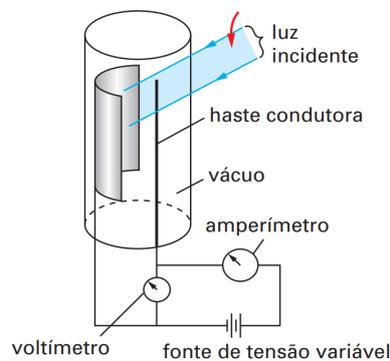


Figura 2.7: Exemplo de esquema para a observação do efeito fotoelétrico [5].

Após descrever as constatações básicas do experimento, Pietrocola apresenta gráficos de resultados como o da energia máxima dos fotoelétrons *versus* frequência da luz (figura 2.8). Em seguida, ele prossegue com a “Interpretação de Einstein: luz como partícula”, na subseção 5.2, apresentando o conceito de fóton e sua aplicação ao efeito fotoelétrico.

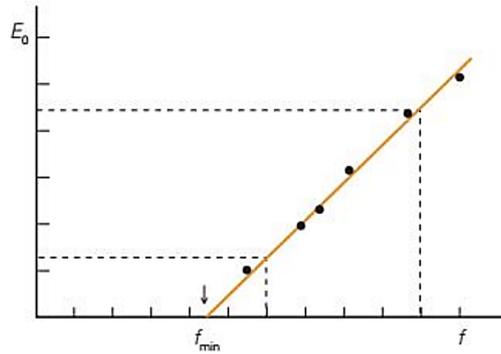


Figura 2.8: Diagrama relacionando a energia máxima do fotoelétron e a frequência da luz [4].

### Como discute a dualidade onda-partícula?

Na seção 6, chamada “O que é a luz, afinal?”, Pietrocola recapitula a longa história de discussões a respeito da natureza da luz e destaca o fato de que “precisamos das duas representações para tratar da natureza da luz”, já que o modelo que a descreve é adaptado à situação em questão, e não a luz que se transforma em uma ou outra representação. Essa condição é chamada dualidade onda-partícula.

## 2.2 Alternativas ao ensino tradicional

### 2.2.1 Müller e Wiesner: Teaching quantum mechanics on an introductory level

Em artigo publicado no *American Journal of Physics*, Müller e Wiesner [12] apresentam uma proposta de curso que enfatiza a abordagem de questões

conceituais da mecânica quântica. Segundo eles, “não apenas físicos deveriam ter o privilégio de entender como o mundo funciona. Cidadãos educados deveriam pelo menos ter a possibilidade de reconhecer a estranheza e a beleza dos fenômenos quânticos.” A proposta foi desenvolvida com base em pesquisas realizadas por eles sobre as concepções dos estudantes alemães e suas dificuldades em entender a mecânica quântica.

O curso proposto é composto por duas partes: uma básica e uma avançada. O curso básico enfatiza o raciocínio qualitativo, e utiliza simulações para explorar conceitos básicos da mecânica quântica, sem necessidade de formalismo. Por outro lado, o curso avançado explora o formalismo da mecânica quântica de forma mais detalhada. Os autores buscam “evitar o uso equivocado de ideias clássicas e ajudar os estudantes a construir um entendimento correto da mecânica quântica”. Por essas razões, se concentram nos “aspectos da mecânica quântica que são radicalmente diferentes em comparação com a mecânica clássica”.

### **Curso básico**

No curso básico, os alunos aprendem sobre fótons e elétrons, com ênfase na dualidade onda-partícula. Em vez de apresentar a dualidade com o efeito fotoelétrico, o curso utiliza simulações, incluindo o interferômetro de Mach-Zehnder e o experimento de fenda dupla. Os autores enfatizam a interpretação probabilística do resultado, que é trabalhada com a introdução da função de onda e a interpretação de Born. As figuras 2.9 e 2.10, tomadas do artigo de Müller e Wiesner, ilustram simulações com o interferômetro de Mach-Zehnder.

O objetivo dos autores é mostrar que o fóton é um objeto estranho, cujas interações com o interferômetro não podem ser explicadas por nenhum modelo da física clássica, ressaltando a “necessidade de explorar o processo de medição na mecânica quântica em mais detalhes”, o que é feito posteriormente, na parte dois.

Na parte dois do curso básico, Müller e Wiesner aplicam os conceitos aprendidos com os fótons para analisar a dualidade dos elétrons em um ex-

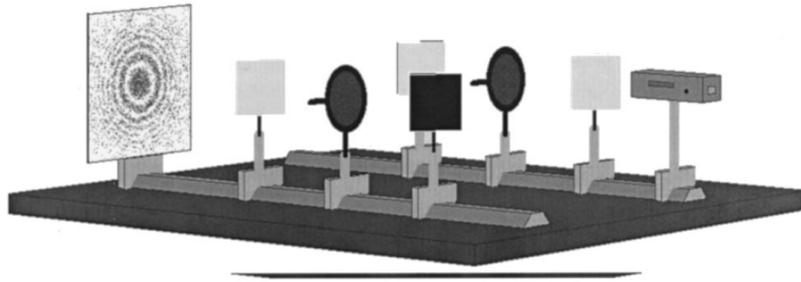


Figura 2.9: Filtros polarizadores paralelos uns aos outros e posicionados nos braços do interferômetro de Mach-Zehnder tornam os caminhos do fóton indistinguíveis, o que produz o padrão de interferência [12].

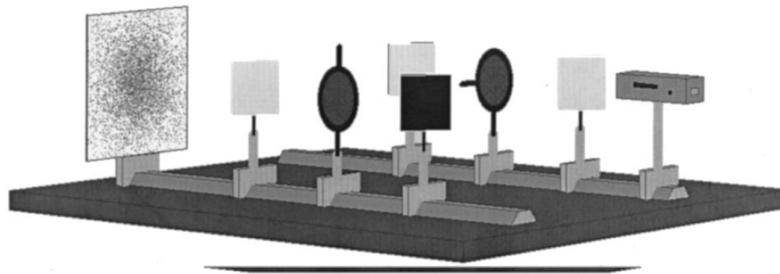


Figura 2.10: Filtros polarizadores perpendiculares uns aos outros e posicionados nos braços do interferômetro de Mach-Zehnder tornam os caminhos do fóton distinguíveis, removendo o padrão de interferência [12].

perimento de fenda dupla. O experimento também é feito em uma simulação, na qual elétrons únicos atravessam o aparato e gradualmente formam o padrão de interferência. Ao posicionar um detector atrás de uma das fendas, o padrão não se forma.

Os autores introduzem o conceito de função de onda para “descrever o estado dos elétrons de forma totalmente qualitativa em analogia com as ondas do som ou na água”. É trabalhada a interpretação de Born, sobre a qual eles afirmam:

Com essa interpretação, a dualidade onda-partícula, a qual é com frequência enfatizada em relatos populares, não é mais um mistério: A função de onda se propaga no espaço como uma onda clássica e exhibe fenômenos típicos de ondas como superposição e interferência. [...] Entretanto, quando um elétron é detectado,

ou seja, quando a medida da posição é feita, ele é sempre localizado em uma certa posição. A distribuição estatística da detecção de eventos pode ser calculada se a função de onda é conhecida. Com a interpretação de Born, o comportamento dual que parecia incompatível é capturado em uma única imagem.

O curso básico é encerrado com a abordagem de tópicos na interpretação da mecânica quântica, como redução de estado, complementaridade e princípio da incerteza.

### **Curso avançado**

No curso avançado, destinado a alunos universitários que terão alguma cadeira de física em seu curso, é feita uma introdução ao formalismo da mecânica quântica. A função de onda é discutida matematicamente, descrevendo estados em que a energia cinética dos elétrons tem um valor definido. É introduzido o conceito de operador, capaz de extrair da função de onda a energia cinética dos elétrons, e a equação do autovalor. Com estes conceitos, Müller e Wiesner discutem a equação de Schrödinger e finalizam o curso com a observação das linhas de espectro de átomos e a quantização da energia no experimento de Franck-Hertz.

### **2.2.2 Raphael Pontes: Ondas, Partículas e Luz**

Raphael Pontes, em sua dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Física na UFRJ [13], apresenta uma alternativa ao ensino do conceito de fóton, visando uma abordagem que seja acessível mesmo a alunos do ensino fundamental. Sua discussão parte da incompatibilidade entre os conceitos de onda e partícula, com base na qual trabalha experimentos com o som e com a luz, estabelecendo analogias entre os mesmos.

#### **Luz: a dualidade onda-partícula**

Antes de abordar a natureza da luz, Pontes faz uma discussão prévia sobre a natureza do som. Essa é realizada com o auxílio de dois experimentos, o

primeiro baseado em um divisor de som e o segundo em um interferômetro sonoro. Com base nos experimentos os estudantes podem concluir que o som é um fenômeno ondulatório e não corpuscular.

No caso da luz, uma sequência semelhante de experimentos é discutida. Assim como Müller e Wiesner, Pontes utiliza simulações computacionais dos experimentos. As figuras 2.11 e 2.12 mostram os simuladores do divisor de luz e do interferômetro de Mach-Zehnder.

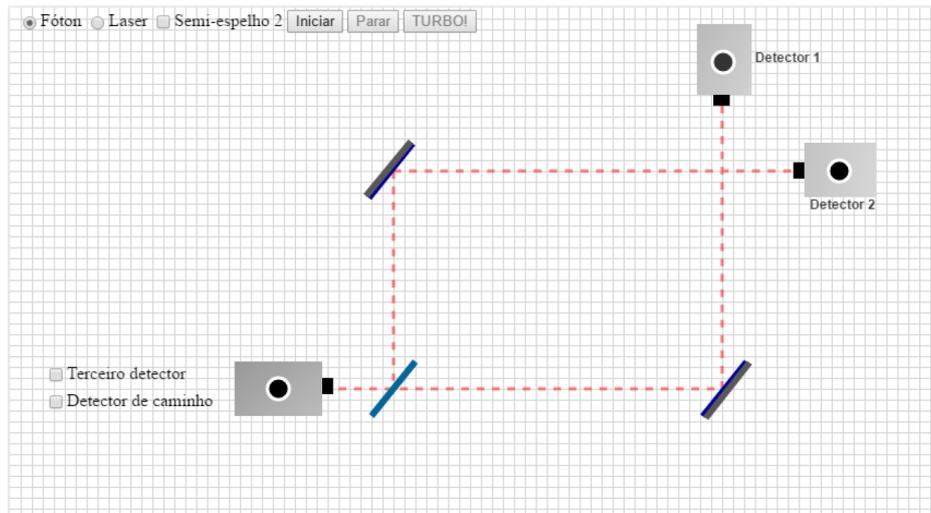


Figura 2.11: Simulação computacional do divisor de luz. A fonte emite luz que atravessa um semi-espelho, podendo ser transmitida ou refletida e, mais a frente, registrada pelos detectores 1 e 2 [13].

O divisor de luz consiste em um semi-espelho que separa a luz em transmitida e refletida, dois detectores e dois espelhos que direcionam as partes refletida e transmitida aos detectores (ver figura 2.11). Se a luz for um fenômeno ondulatório, parte dela será transmitida e parte será refletida, atingindo simultaneamente os detectores. Se a luz for composta por partículas e se a fonte luminosa for muito fraca, capaz de emitir uma partícula por vez, será observada a *anticoincidência* [11]: apenas um detector dispara por vez. Como esse último resultado, chamado de anticoincidência, é encontrado no experimento representado pela simulação, a conclusão é, portanto, que a luz é um conjunto de partículas, chamadas fótons.

Ao posicionar um segundo semi-espelho no ponto de cruzamento entre

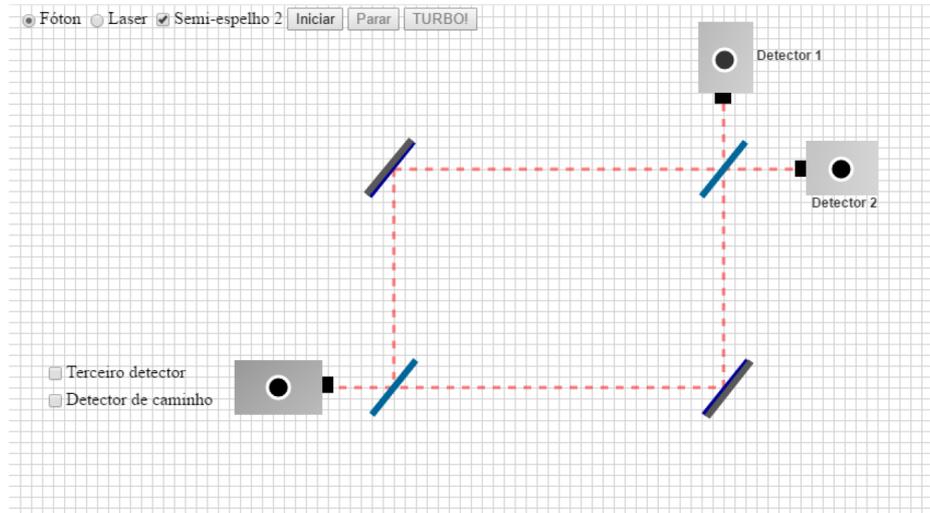


Figura 2.12: Simulação computacional do interferômetro de Mach-Zehnder. A luz em cada braço do interferômetro pode ser transmitida ou refletida pelo semi-espelho posicionado antes dos detectores 1 e 2 [13].

os feixes obtém-se um interferômetro do tipo Mach-Zehnder. Se a luz for um feixe de partículas, espera-se que as probabilidades de que os detectores disparem sejam iguais a 50%. Porém, o resultado é o inesperado: a luz sempre chega ao detector 2. Isso ocorre devido à superposição das ondas que atravessam o segundo semi-espelho, que produz interferência construtiva no caminho para o detector 2 e destrutiva no caminho para o detector 1, como ilustrado na figura 2.13. Portanto, nesse experimento a luz se comporta como onda, não como partícula. Nas palavras de Pontes,

A conclusão que se pode tirar desse comportamento estranho é que a luz não é nem onda nem partícula. Às vezes ela se comporta como onda, outras vezes como partícula, dependendo da situação em que se encontra. Não há nada na física clássica ou em nossa experiência cotidiana que apresente comportamento semelhante; não temos sequer uma palavra para descrever isso. O melhor que pudemos fazer foi inventar a expressão *dualidade onda-partícula*, que no fundo expressa o “estado de confusão” [14] (nas palavras de Richard Feynman) no qual fomos colocados pelos experimentos

com a luz.

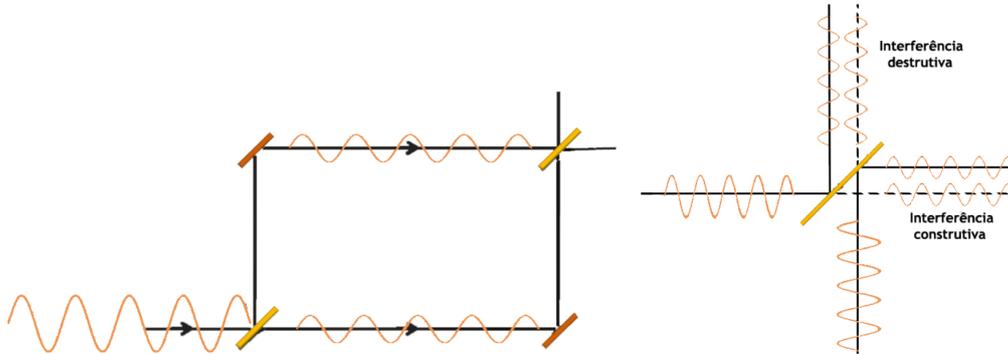


Figura 2.13: À esquerda, os dois caminhos seguidos pelas ondas após separadas pelo primeiro semi-espelho. À direita, a superposição das ondas após o segundo semi-espelho [13].

## 2.3 Conclusões da revisão dos livros e trabalhos

É comum a todas as referências analisadas a discussão da interferência de ondas como o fenômeno que demonstra a natureza ondulatória da luz. No entanto, elas apresentam diferenças no que tange às formas de chegar ao conceito de fóton.

Os livros didáticos o fazem por meio do efeito fotoelétrico, cujo experimento é inviável em sala de aula. As dificuldades na compreensão do aparato experimental também contribuem para inibir a discussão do efeito. Trabalhos recentes tentam evitar as dificuldades associadas ao efeito fotoelétrico discutindo experimentos de anticoincidência simulados em computador. Esses experimentos de fato simplificam o caminho para a natureza dual da luz, mas ainda deixam a desejar por não permitirem demonstrações práticas em sala de aula.

Um caminho não explorado nas salas de aula pode ser encontrado no próprio artigo de Einstein de 1905 [2] sobre os fótons. Um dos fenômenos

aos quais o conceito de fóton foi aplicado no artigo foi a fotoluminescência. Como veremos, a fotoluminescência pode ser facilmente demonstrada com materiais de fácil acesso e seu aspecto conhecido como regra de Stokes tem uma explicação muito simples a partir do quantum de luz, o que a torna uma alternativa atraente aos métodos tradicionais de introdução à ideia de fóton.

O próximo capítulo descreve em detalhes a forma como Einstein chegou ao seu modelo corpuscular da luz e o utilizou para analisar fenômenos envolvendo a emissão e a transformação de radiação para os quais não havia explicação na física clássica.

## Capítulo 3

### Einstein e o fóton: 1905

Em 1905, Albert Einstein publicou o artigo intitulado *Um ponto de vista heurístico sobre a emissão e a transformação da luz* [2]. De todos os trabalhos publicados em seu ano miraculoso – que incluíam aqueles sobre a relatividade especial –, esse foi o único que Einstein chamou de “muito revolucionário” em uma carta dirigida a seu amigo Conrad Habicht [16]. O artigo realmente apresentava uma hipótese revolucionária sobre a natureza da luz:

a energia não está distribuída continuamente em um raio de luz, mas sim em um número finito de quanta de energia localizados em pontos no espaço que se movem sem dividir-se e podem ser absorvidos ou emitidos apenas como unidades completas. [2, p. 2]

Quando Einstein apresentou essa hipótese, a comunidade científica reagiu “com descrença e ceticismo, beirando ao escárnio” [6, p. 864]. Como observado por Millikan, a hipótese de Einstein foi “ousada, para não dizer imprudente” [15, p. 355]. Apesar da recepção inicialmente negativa, os fótons eventualmente tornaram-se parte essencial da física moderna.

Na próxima seção, apresentamos e comentamos o artigo de Einstein. Na apresentação, nós utilizamos uma notação mais atual que a empregada por ele, fazendo as substituições:

$$\frac{R}{N} \rightarrow k \tag{3.1}$$

$$\frac{R}{N}\beta \rightarrow h \tag{3.2}$$

$$L \rightarrow c \tag{3.3}$$

onde  $R$  é a constante universal dos gases,  $N$  é o número de Avogadro,  $k$  é a constante de Boltzmann,  $\beta$  é um dos parâmetros da distribuição de Wien,  $h$  é a constante de Planck e  $L$  e  $c$  representam a velocidade da luz. Cada subseção a seguir corresponde a uma seção do artigo de Einstein.

### 3.1 Um ponto de vista heurístico sobre a emissão e a transformação da luz

Einstein inicia o artigo ressaltando que a teoria ondulatória da luz funcionou bem na representação de fenômenos puramente ópticos (difração, reflexão, refração, dispersão, etc.) “e provavelmente jamais será substituída por outra teoria”. Mas na continuação ele diz que que “ainda é concebível que a teoria da luz que opera com funções espaciais contínuas possa levar a contradições com a experiência quando aplicada a fenômenos de emissão e transformação da luz”. Einstein afirma acreditar que observações associadas com a radiação de corpo negro, a fluorescência, a produção de raios catódicos pela luz ultravioleta e outros fenômenos semelhantes conectados com a emissão ou transformação da luz são mais prontamente compreendidos se supõe-se que a energia luminosa é descontinuamente distribuída no espaço. A seguir, Einstein diz que o artigo apresentará “a linha de pensamento e os fatos” que o levaram a este ponto de vista, “com a esperança de que essa abordagem possa ser útil a alguns investigadores em suas pesquisas”.

#### 3.1.1 Uma dificuldade da teoria da radiação de corpo negro

Na seção 1 do artigo, Einstein descreve o modelo adotado por Planck para o corpo negro, no qual este é composto por um conjunto de osciladores carregados (“elétrons”) cuja energia média, dada pelo teorema da equipartição

na teoria cinética dos gases, é

$$\bar{E} = kT, \quad (3.4)$$

onde  $T$  é a temperatura absoluta. Os osciladores são capazes de emitir e absorver ondas eletromagnéticas de frequências definidas. A condição para o equilíbrio entre os osciladores e a radiação já fora derivada por Planck, que encontrou

$$\bar{E} = \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \rho_\nu, \quad (3.5)$$

em que  $\bar{E}$  é a energia média de um oscilador com frequência natural  $\nu$  e  $\rho_\nu$  é a densidade de energia da radiação com frequência  $\nu$  (mais exatamente a energia por unidade de volume por unidade de frequência).

Reunindo as equações 3.4 e 3.5, Einstein obteve a densidade de energia

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \quad (3.6)$$

que é conhecida como a equação de Rayleigh-Jeans, embora, na verdade, Einstein tenha sido o primeiro a escrevê-la de forma completa [6, p. 872].

Einstein enfatiza que essas relações não apenas falham em descrever os resultados experimentais, mas também mostram que nesse modelo não podemos falar de equilíbrio entre matéria e radiação (que ele curiosamente chama de éter). Quanto maior a frequência dos osciladores, maior será a radiação de energia para o espaço, uma previsão que leva ao que Ehrenfest chamou mais tarde de *catástrofe no ultravioleta* [17]: em equilíbrio, a energia total emitida seria infinita.

### 3.1.2 Sobre a determinação de Planck das constantes fundamentais

Em seguida, Einstein mostra que a teoria de Planck da radiação de corpo negro não é necessária à determinação do número de Avogadro  $N$ , um resultado que o próprio Planck julgava ser um dos principais frutos de sua teoria. Einstein começa apresentando a fórmula de Planck para a densidade

de energia do corpo negro,

$$\rho(\nu, T) = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\beta \nu / T} - 1}, \quad (3.7)$$

onde

$$\begin{aligned} \alpha &= 6,10 \cdot 10^{-56}, \\ \beta &= 4,866 \cdot 10^{-11}, \end{aligned}$$

destacando que essa fórmula “tem se mostrado adequada até agora”.

Uma nota: parece haver um engano no valor de  $\alpha$ . Embora Einstein não especifique as unidades de medida usadas nesses números, o valor de  $\beta$  indica que sua unidade é  $s \cdot K$ . O valor de  $\alpha$ , entretanto, não é consistente com nenhum sistema razoável. O mais próximo parece ser o CGS (centímetro, grama, segundo), que daria a  $\alpha$  a unidade  $g \cdot s^2/cm$ , ainda que isso indique que o expoente  $-56$  está equivocado, deveria ser  $-57$ .

No regime de baixas frequências, a equação 3.7 fica

$$\rho(\nu, T) = \frac{\alpha}{\beta} \nu^2 T. \quad (3.8)$$

Comparando as equações 3.6 e 3.8, encontra-se que

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{8\pi k}{c^3}. \quad (3.9)$$

Como  $k = R/N$ , Einstein obtém que o número de Avogadro é<sup>1</sup>

$$N = \frac{\beta 8\pi R}{\alpha c^3} = 6,17 \cdot 10^{23}. \quad (3.10)$$

A equação 3.10 foi obtida no regime de Rayleigh-Jeans (ou seja, é um resultado clássico) e fornece um valor para a constante de Avogadro muito próximo ao atual. Esse resultado não depende da teoria de Planck ou do valor da constante  $h$ , ao contrário do que Planck parecia crer [18, p. 110].

<sup>1</sup>Esse resultado indica que o erro apontado no valor de  $\alpha$  realmente ocorreu. Se o número escrito por Einstein fosse usado no cálculo, o valor de  $N$  seria  $6,17 \cdot 10^{22}$ .

Einstein observa que quanto maior a frequência, menos aplicáveis são os princípios clássicos utilizados para obter a equação 3.6. No restante do artigo, ele passa a discutir a radiação de altas frequências, para a qual “esses princípios falham completamente”.

### 3.1.3 A entropia da radiação

O caminho seguido por Einstein foi o de estudar a termodinâmica da radiação contida em uma cavidade. Sendo  $V$  o volume da cavidade e  $\varphi(\rho, \nu) d\nu$  a entropia da radiação por unidade de volume para frequências entre  $\nu$  e  $\nu + d\nu$ , a entropia total é dada por

$$\mathcal{S} = V \int_0^\infty \varphi(\rho, \nu) d\nu. \quad (3.11)$$

De maneira análoga, a energia total pode ser escrita em termos da densidade de energia  $\rho$  como

$$\mathcal{E} = V \int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu. \quad (3.12)$$

Einstein supõe que a radiação está em equilíbrio térmico e usa a relação termodinâmica

$$d\mathcal{S} = \frac{1}{T} d\mathcal{E} \quad (3.13)$$

para obter

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = \frac{1}{T}. \quad (3.14)$$

Em seguida, ele nota que conhecendo a função  $\varphi$ , pode-se usar a equação 3.14 para deduzir  $\rho(\nu, T)$ , ou seja, a lei da radiação de corpo negro. Inversamente, dado  $\rho$  podemos obter a função  $\varphi$  através de uma integração, tendo em mente que  $\varphi = 0$  para  $\rho = 0$ .

### 3.1.4 Limite assintótico para a entropia da radiação monocromática

Nesta seção, Einstein aplica os resultados anteriores à lei da radiação de Wien, válida apenas para altas frequências, que tem a forma

$$\rho = \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T}. \quad (3.15)$$

Inserindo a lei de Wien na equação 3.14 e fazendo a integração, obtém-se a expressão

$$\varphi(\rho, \nu) = -\frac{\rho}{\beta\nu} \left[ \ln \left( \frac{\rho}{\alpha\nu^3} \right) - 1 \right]. \quad (3.16)$$

Com isso, se a radiação de frequência entre  $\nu$  e  $\nu + d\nu$  tem energia  $E$  e está contida em um volume  $V$ , sua entropia será

$$S = V\varphi(\rho, \nu)d\nu = -\frac{E}{\beta\nu} \left[ \ln \left( \frac{E}{V\alpha\nu^3 d\nu} \right) - 1 \right], \quad (3.17)$$

de modo que se  $S_0$  é a entropia da radiação no volume  $V_0$  e energia  $E$ , obtemos

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu} \ln \left( \frac{V}{V_0} \right). \quad (3.18)$$

Einstein nota que a equação 3.18 mostra que a entropia da radiação varia com o volume da mesma forma que a entropia de um gás ideal ou de uma solução diluída. Ele interpreta isso nas seções seguintes.

### 3.1.5 A entropia de gases do ponto de vista molecular

A interpretação que Einstein dá à equação 3.18 está baseada no princípio de Boltzmann, segundo o qual a entropia está relacionada à probabilidade de ocorrência de um determinado estado (macroscópico) do sistema. Com esse princípio, ele obtém

$$S - S_0 = k \ln W, \quad (3.19)$$

onde  $W$  é a probabilidade relativa dos estados de volume  $V$  e  $V_0$  e  $k$  é a constante de Boltzmann.

Em seguida, ele considera um sistema de  $n$  partículas em movimento em um volume  $V_0$  (por exemplo, moléculas). Desprezando qualquer interação entre elas, a probabilidade de que todas sejam encontradas em um volume  $V$  (parte do volume  $V_0$ ), é, obviamente,

$$W = \left(\frac{V}{V_0}\right)^n. \quad (3.20)$$

Com o princípio de Boltzmann, ele obtém então

$$S - S_0 = k n \ln \left(\frac{V}{V_0}\right). \quad (3.21)$$

### 3.1.6 Interpretação estatística da entropia da radiação

Lembrando que  $\beta = h/k$ , a equação 3.18 pode ser reescrita na forma

$$S - S_0 = k \ln \left(\frac{V}{V_0}\right)^{E/h\nu}. \quad (3.22)$$

Comparando as equações 3.22 e 3.19, obtém-se que

$$W = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{E/h\nu}. \quad (3.23)$$

A semelhança entre esse resultado e o do gás ideal levou Einstein a concluir que a radiação de frequência  $\nu$  no regime de Wien comporta-se termodinamicamente como se fosse um meio descontínuo composto por um número  $n = E/h\nu$  de quanta de energia, independentes entre si e cada um com energia  $h\nu$ .

Em seguida, ele afirma ser natural investigar se as leis de emissão e transformação da luz podem ser interpretadas ou explicadas a partir dessas unidades de energia. Daí em diante, o artigo ocupa-se dessa questão, utilizando os quanta para analisar fenômenos para os quais a física clássica não dava explicações aceitáveis.

### 3.1.7 Sobre a regra de Stokes

O primeiro fenômeno ao qual Einstein aplicou a teoria dos quanta de luz foi a fotoluminescência, em que a luz de frequência  $\nu_1$  incidente sobre um corpo é transformada em luz de frequência  $\nu_2$ . Einstein interpreta a mudança de frequência da seguinte forma: um quantum de energia  $h\nu_1$  é absorvido por uma molécula do material fotoluminescente que, por sua vez, perde parte dessa energia (por exemplo, em interações com moléculas vizinhas) e emite o restante por meio de outro fóton, com energia  $h\nu_2$ . Pela lei da conservação da energia,

$$h\nu_2 \leq h\nu_1, \quad (3.24)$$

ou seja, a frequência do novo fóton é menor ou, no caso limite, igual à do fóton incidente,

$$\nu_2 \leq \nu_1. \quad (3.25)$$

Ao obter essa relação, Einstein explicou uma lei empírica da fotoluminescência conhecida como regra de Stokes.

### 3.1.8 Sobre a geração de raios catódicos por iluminação de sólidos

O próximo fenômeno analisado por Einstein foi o efeito fotoelétrico, para o qual as tentativas de explicação baseadas na teoria clássica da luz encontravam, nas palavras de Einstein, “dificuldades muito sérias”. Utilizando o quantum de energia, Einstein descreve a ejeção dos elétrons supondo que cada elétron absorve a energia de um único quantum. Parte dessa energia é perdida durante a saída do material fotoelétrico e o restante é transformado em energia cinética do elétron ejetado. Se  $W$  é o trabalho mínimo necessário para extrair o elétron (a função trabalho do material), a energia cinética máxima será

$$h\nu - W. \quad (3.26)$$

A seguir, Einstein escreve que se o material fotoelétrico for carregado a um potencial positivo  $V$  apenas suficiente para impedir a perda de eletricidade,

e rodeado por condutores de potencial zero, então a seguinte relação deve ser válida:

$$eV = h\nu - W. \quad (3.27)$$

Foi por essa fórmula que Einstein recebeu o prêmio Nobel em 1921 [6, p. 885]. É importante notar que em 1905 essa relação linear era uma previsão, só confirmada experimentalmente em 1916 por Millikan [15].

### 3.1.9 Sobre a ionização de gases pela luz ultravioleta

Na última seção do artigo, Einstein aplica o conceito dos quanta de luz à ionização de gases por radiação ultravioleta. Einstein assume que nesse processo, um quantum individual de energia é usado para a ionização de uma única molécula do gás. Daí, segue que a energia do quantum absorvido deve ser maior ou igual à energia necessária para produzir a ionização, ou seja,

$$h\nu \geq E_{ion}, \quad (3.28)$$

onde  $E_{ion}$  é a energia de ionização de uma molécula do gás<sup>2</sup>.

Em seguida, Einstein comenta que esse resultado é consistente com medidas realizadas por P. Lenard e J. Stark.

## 3.2 Cálculo termodinâmico da entropia do gás ideal

Nas seções anteriores, vimos como Einstein interpretou a entropia da radiação comparando-a com a de um gás ideal (seções 3.1.5 e 3.1.6). Não nos é claro por que Einstein seguiu o caminho estatístico e não o da termodinâmica tradicional. Como esse último representa uma alternativa didaticamente interessante, nós o descreveremos a seguir.

---

<sup>2</sup>No artigo, Einstein escreveu  $R\beta\nu \geq J$  (na notação atual,  $Nh\nu \geq J$ ), onde  $J$  é a energia necessária para ionizar um mol do gás e  $N$  é o número de Avogadro.

### 3.2.1 A identidade termodinâmica

De acordo com a primeira lei da Termodinâmica, a variação da energia interna  $\Delta E$  de um sistema é igual à diferença entre o calor transferido para ele,  $Q$ , e o trabalho realizado por ele,  $W$ . Em sua versão diferencial, a primeira lei fica

$$dE = dQ - dW, \quad (3.29)$$

Em um processo reversível,  $dQ = TdS$  e  $dW = PdV$ , onde  $T$ ,  $P$  e  $V$  são a temperatura, a pressão e o volume do sistema. Levando isso à equação 3.29, obtemos

$$dE = TdS - PdV, \quad (3.30)$$

que é a identidade termodinâmica [19]. A equação 3.30 pode ser reescrita na forma

$$dS = \frac{1}{T}dE + \frac{P}{T}dV. \quad (3.31)$$

Considerando a entropia como função de  $E$  e  $V$ , temos que

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial E} \right)_V dE + \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_E dV. \quad (3.32)$$

Comparando as equações 3.31 e 3.32, obtemos

$$\left( \frac{\partial S}{\partial E} \right)_V = \frac{1}{T} \quad (3.33)$$

e

$$\left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_E = \frac{P}{T} \quad (3.34)$$

A equação 3.33 foi usada por Einstein quando deduziu a equação 3.13.

### 3.2.2 Entropia do gás ideal

A equação de estado de um gás ideal de  $n$  moléculas é dada por

$$PV = nkT \quad (3.35)$$

e pode ser reescrita como

$$\frac{P}{T} = \frac{nk}{V}. \quad (3.36)$$

Utilizando as equações 3.34 e 3.36, encontramos

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_E = \frac{nk}{V}. \quad (3.37)$$

Assumindo  $V_0$  como o volume inicial e integrando a equação 3.37 com relação ao volume, mantendo  $E$  fixo, chegamos à variação da entropia do gás ideal,

$$S(V,E) - S(V_0,E) = nk \ln\left(\frac{V}{V_0}\right), \quad (3.38)$$

que é a mesma equação que Einstein obteve com o princípio de Boltzmann, na equação 3.21. A partir deste ponto, as conclusões são semelhantes às discutidas na seção 3.1.6.

### A pressão da radiação

A analogia entre a radiação no regime de Wien e o gás ideal é reforçada pelo cálculo da pressão que essa radiação exerce sobre sua vizinhança. Isso pode ser feito invertendo, num certo sentido, o procedimento anterior. Saindo da entropia encontrada por Einstein (equação 3.22), que pode ser colocada na forma

$$S - S_0 = \frac{E}{h\nu} k \ln\left(\frac{V}{V_0}\right), \quad (3.39)$$

e utilizando a equação 3.34, encontramos

$$\frac{P}{T} = \frac{E}{h\nu} \frac{k}{V}. \quad (3.40)$$

Como  $E/h\nu$  é o número  $n$  de quanta de frequência entre  $\nu$  e  $\nu + d\nu$ , essa relação pode ser escrita como

$$PV = nkT. \quad (3.41)$$

É importante notar que no caso da radiação, o “número de partículas” depende da energia. Mesmo com essa diferença, é notável que a relação característica do gás ideal,  $PV = NRT$ , seja válida para a radiação no regime de Wien. Pedagogicamente, esse pode ser um argumento convincente a favor do fóton, principalmente para estudantes acostumados a associar essa equação de estado com um gás ideal.

## Capítulo 4

# Fotoluminescência e o conceito de fóton

Conforme foi observado no capítulo 2, a introdução ao conceito de fóton é feita, tradicionalmente, através do estudo do efeito fotoelétrico. No entanto, em razão da complexidade e do alto custo do experimento, sua demonstração prática torna-se inviável na maioria dos casos, deixando aos alunos apenas sua descrição. Mesmo isso não é tarefa simples, pois envolve apresentar um circuito elétrico de difícil compreensão para muitos estudantes [21] e até alguns professores [22]. Com o objetivo de evitar essas complicações, apresentamos neste capítulo uma abordagem alternativa para a introdução do conceito de fóton, baseada na leitura do artigo em que Einstein propõe a existência do quantum de luz [2].

Uma descrição detalhada desse artigo foi realizada no capítulo 3, no qual vimos que Einstein mostrou que a radiação de corpo negro de frequência  $\nu$  comporta-se termodinamicamente como se fosse um gás ideal cujas partículas têm, cada uma, energia  $h\nu$ . Supondo que a luz é um conjunto desses quanta de energia, Einstein explicou vários fenômenos envolvendo a emissão e a transformação da radiação eletromagnética. O primeiro fenômeno analisado por ele foi a fotoluminescência, que tomaremos como base para nossa proposta de introdução ao conceito de fóton.

No presente capítulo, as linhas gerais dessa proposta são apresentadas.

Antes, porém, descreveremos um dos principais aspectos da fotoluminescência, a regra de Stokes, e discutiremos como essa regra foi compreendida a partir dos quanta de luz.

Fotoluminescência é o nome dado ao fenômeno da emissão de luz por um material, causada pela absorção da radiação eletromagnética que incide sobre ele. Uma das características mais marcantes da fotoluminescência é a chamada regra de Stokes, segundo a qual a frequência da luz emitida é menor que a da radiação incidente. Essa característica era considerada espantosa, pois de acordo com a teoria ondulatória, a frequência da luz deveria ser mantida em qualquer transformação. A mudança de frequência foi descoberta por G. G. Stokes, que em seu artigo *Sobre a mudança de refrangibilidade da luz* [8], publicado em 1852, descreve a surpresa que teve com o fato:

Desde o tempo de Newton tem-se acreditado que a luz mantém sua refrangibilidade ao passar por qualquer transformação possível. Mesmo assim, a mim pareceu mais provável que a refrangibilidade mudasse do que a teoria ondulatória ser considerada inadequada [8, p. 466].

O termo refrangibilidade utilizado por Stokes corresponde ao desvio da luz de uma dada frequência por um prisma. Menor refrangibilidade significa menor desvio, ou seja, menor frequência.

Stokes analisou diferentes materiais fotoluminescentes, sólidos e líquidos, e sempre obteve uma mesma conclusão: “A refrangibilidade parecia sempre diminuir, produzindo uma cor espectral mais próxima do vermelho do que a luz incidente” [9, p. 173].

Embora a cor dos objetos seja geralmente dada pela parcela da luz incidente que eles refletem, esse não é o caso nos materiais fotoluminescentes. A figura 4.1 mostra esse efeito surpreendente. Quando iluminados por luz ultravioleta, invisível ao olho humano, os minerais da imagem não aparecem negros, e sim com diferentes cores do espectro visível.

Stokes não foi o único a estudar a fotoluminescência. Outros físicos, desde o século XIX, como Edmond Becquerel e David Brewster também o fizeram, embora “o maior evento na história da fotoluminescência tenha sido

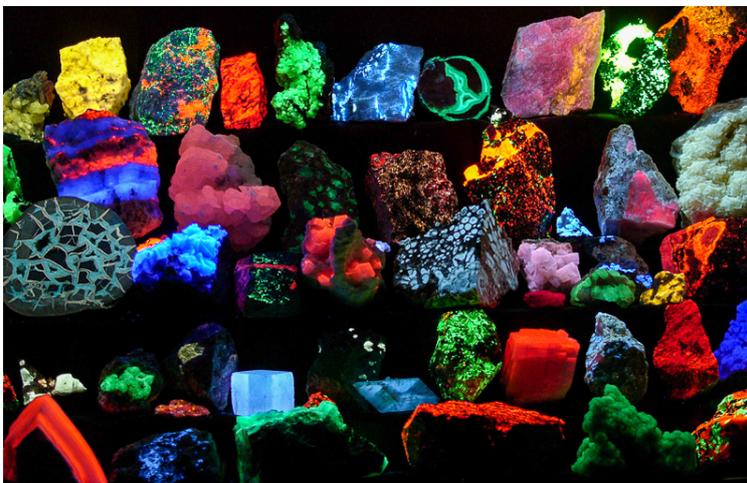


Figura 4.1: Minerais luminescentes iluminados por luz ultravioleta. Foto por Hannes Grobe (Alfred Wegener Institut).

a publicação de Stokes” [7, p. 733]. Segundo Malley,

Modelos mecânicos para explicar [a fluorescência e a fosforescência] foram favorecidos inicialmente. [...] Entre o final da década de 1880 e os anos 1890, quando as teorias mecânicas encontram obstáculos e as teorias químicas e de elétrons estavam apenas começando a surgir, vários cientistas recorreram às teorias do calor para interpretar a fluorescência e a fosforescência [20].

Entretanto, apesar desses esforços, não existia uma explicação largamente aceita para a regra de Stokes. Até a publicação do artigo de Einstein em 1905, o “único consenso sobre a natureza da fotoluminescência era que não havia consenso algum” [9, p. 183].

Na descrição de Einstein para a regra de Stokes, um fóton de energia  $h\nu_1$  é absorvido por uma molécula do corpo luminescente. Parte dessa energia é perdida em interações com moléculas vizinhas, sendo então emitido um novo fóton com energia  $h\nu_2$ . Pela lei da conservação da energia, a energia do fóton emitido não pode ser maior que a energia do fóton incidente,

$$h\nu_2 \leq h\nu_1, \quad (4.1)$$

o que nos leva à regra de Stokes:

$$\nu_2 \leq \nu_1. \quad (4.2)$$

A reprodução do fenômeno da fotoluminescência em sala de aula é simples e acessível, visto que objetos fotoluminescentes são facilmente encontrados, inclusive dentre os materiais dos próprios alunos, como marca-textos e blocos de nota fluorescentes. Ademais, o fenômeno exibe um aspecto visual que desperta o interesse dos alunos. Deixamos de usar a montagem ou a descrição de um circuito elétrico complicado necessário ao efeito fotoelétrico, substituindo-as pela sensação visual proporcionada pela regra de Stokes, simplificando o caminho ao conceito de fóton.

Nosso material instrucional está organizado em três partes, sendo elas um material pré-instrução, a sequência didática e um questionário pós-instrução. É importante ressaltar que a proposta não busca excluir o efeito fotoelétrico, mas sim substituí-lo em um *primeiro encontro* com o conceito de fóton. A seguir, descrevemos brevemente as três partes, tecendo alguns comentários sobre as mudanças adotadas durante o seu desenvolvimento. A versão final e completa desse material pode ser encontrada nos apêndices A, B e C.

## 4.1 Material pré-instrução

Elaboramos um guia que sintetiza os tópicos considerados como pré-requisitos para as aulas sobre a natureza da luz. Esses tópicos são abordados em dois blocos no material pré-instrução, que pode ser usado antes das aulas a critério do professor.

O primeiro bloco conta com um texto que descreve as propriedades ondulatórias como comprimento de onda, frequência, amplitude e velocidade de propagação. Ele é seguido por três perguntas que verificam a assimilação do material pelo leitor.

Na questão 1, os alunos devem identificar algumas características das ondas. Na questão 2, a compreensão da relação entre o comprimento de onda e a frequência é testada de forma visual. A questão 3 faz com que os

estudantes associem a amplitude à energia transportada pela onda, também em caráter visual.

O segundo bloco do material descreve os fenômenos de absorção e reflexão da luz, enfatizando sua influência sobre a determinação das cores dos objetos. O bloco conta com duas questões (4 e 5) que testam a compreensão dos alunos sobre o tema.

Na questão 4, são propostas algumas situações em que um objeto é iluminado por luz de determinada cor. Em cada situação, os alunos devem determinar que cor será observada. A quinta questão verifica se os estudantes foram capazes de entender que a cor de um objeto é dada pela luz que ele reflete.

A aplicação do material pré-instrução pode ser feita nos momentos finais do encontro anterior às aulas sobre o conceito de fóton. A análise das respostas dos alunos deve servir como referência ao professor para a elaboração de sua introdução à sequência didática.

## **4.2 Fotoluminescência: um primeiro encontro com o conceito de fóton**

A sequência didática foi desenvolvida com o objetivo de desafiar a percepção dos alunos sobre a natureza da luz e fazê-los refletir sobre questões fundamentais relacionadas ao assunto, tais como: luz é onda ou partícula? O que é, de fato, a luz?

Para alcançar esse objetivo, foram elaborados experimentos simples que levam os estudantes a questionar suas concepções sobre a luz, planejados para duas aulas com 50 minutos de duração. Ao longo das próximas seções, mostramos como são usados elementos que contrariam as expectativas dos alunos sobre a luz e estimulam seu envolvimento com as aulas.

### **4.2.1 Luz é onda?**

No início da sequência didática, utilizamos um experimento simples chamado “luz e sombras” para ilustrar o comportamento ondulatório da luz. Partimos

da ideia de que um objeto opaco iluminado projeta uma sombra sobre uma superfície e, em seguida, realizamos o experimento com um fio de cabelo iluminado por um ponteiro *laser*. O aluno pode pressupor que será observada a sombra do fio de cabelo, mas terá um resultado surpreendente e inesperado: um padrão que intercala luz e “sombra”, como observado na figura 4.2.

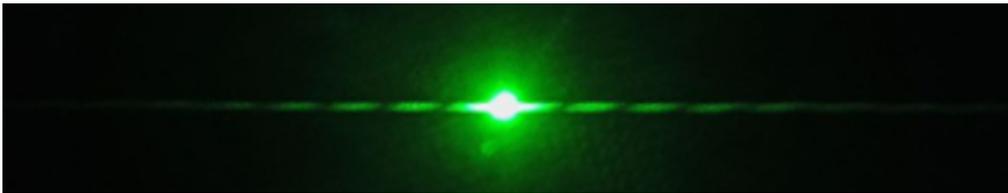


Figura 4.2: Franjas claras e escuras formadas ao iluminar um fio de cabelo com um ponteiro *laser*.

Após o experimento, fazemos uma comparação com um fenômeno que ocorre apenas com ondas: a interferência. Apontamos que as ondas podem se reforçar ou cancelar, dando origem, respectivamente, às interferências *construtiva* e *destrutiva*. A figura 4.3, feita pela fotógrafa Berenice Abbott em 1958 para o PSSC, retrata o experimento de interferência em uma cuba de ondas. O padrão, que intercala zonas com presença e ausência de perturbação ondulatória, se assemelha ao observado no experimento com o fio de cabelo.

Esses experimentos sugerem que a figura produzida com o *laser* e o fio de cabelo só pode ser explicada se a luz for considerada uma onda.

### 4.2.2 Luz é partícula?

Na seção seguinte da sequência didática, apresentamos um experimento simples chamado “luz e cores” envolvendo peças de LEGO nas cores vermelha e azul expostas às luzes branca, vermelha e azul. Com a luz branca, os alunos podem ver as peças com suas respectivas cores. Entretanto, com a luz vermelha, apenas as peças vermelhas são vistas, enquanto as peças azuis “somem”. Com a luz azul, as peças azuis são vistas, enquanto as peças vermelhas somem. Essa observação leva os alunos a perceberem que só podem

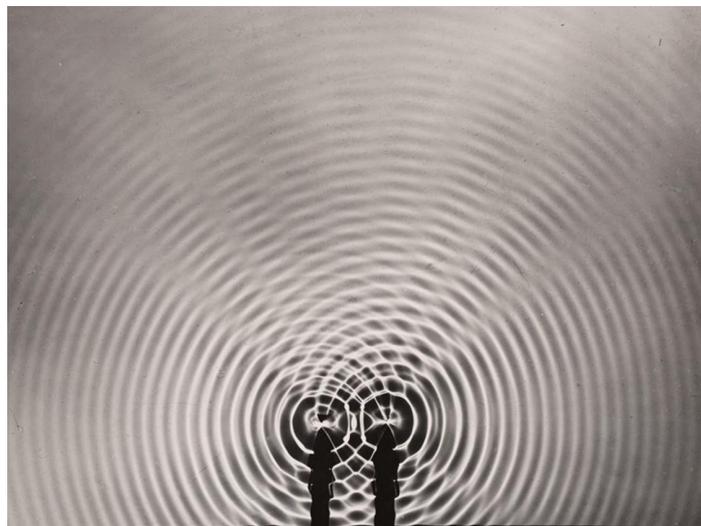


Figura 4.3: Padrão de interferência na cuba de ondas [3].

ver a luz que é refletida pelos objetos. A figura 4.4 ilustra o que é visto nesse experimento.

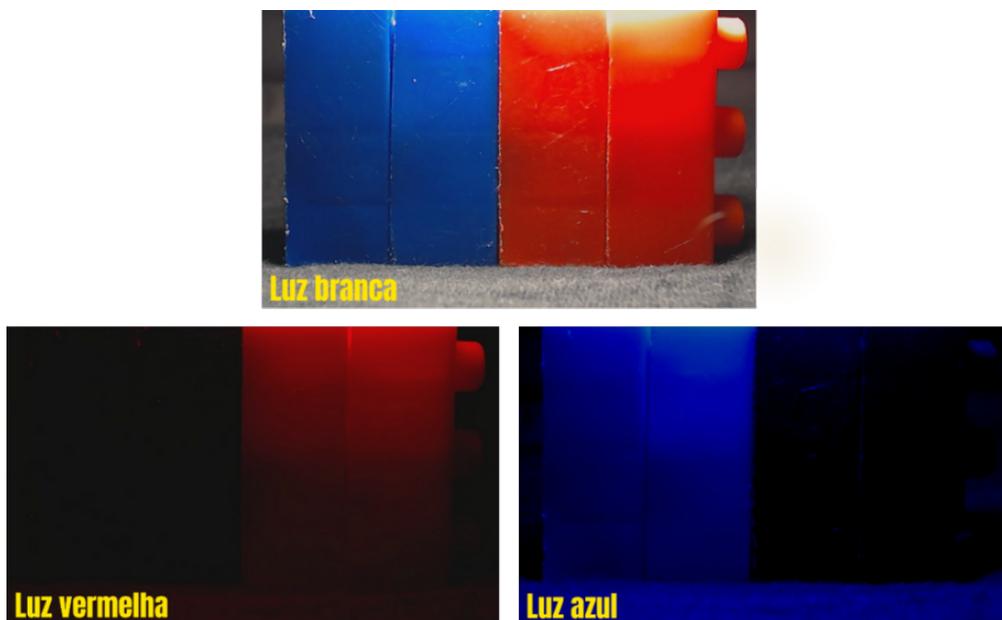


Figura 4.4: Peças de LEGO vermelhas e azuis iluminadas por luzes branca, vermelha e azul.

Em seguida, substituímos as peças vermelhas e azuis por peças verdes e

perguntamos aos alunos: “Qual cor veremos quando ligarmos a luz azul?”. Espera-se que as peças verdes “sumam” tal qual ocorreu com as peças vermelhas na figura 4.4, mas, para a surpresa dos alunos, as peças verdes são vistas na cor verde (são peças fotoluminescentes), como mostrado na figura 4.5. Mais uma vez, a estranheza em um fenômeno que envolve a luz tem nosso foco. Ele é identificado para os alunos como fotoluminescência, e chamamos a atenção para o fato de que a cor verde tem frequência menor que a azul. Acrescentamos, ainda, que esse é um efeito encontrado em muitos materiais e que mudanças de cor ocorrem sempre no sentido de menor frequência, comportamento conhecido como regra de Stokes.



Figura 4.5: Peças de LEGO verdes iluminadas por luz azul.

Apresentamos em seguida a fluorescência em líquidos fotoluminescentes, como o óleo de soja e a água tônica, conforme ilustrado nas figuras 4.6 e 4.7. Comentamos também a respeito da fosforescência, outro tipo de fotoluminescência que também é descrita pela regra de Stokes, mas tem efeitos que perduram mesmo após o fim da incidência de luz.

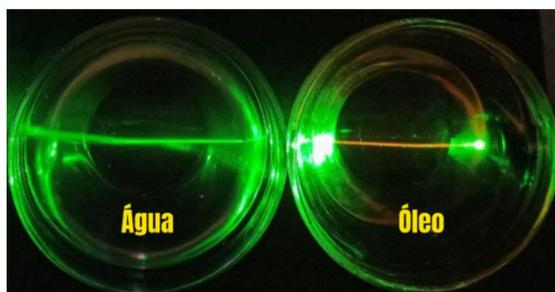


Figura 4.6: Fotoluminescência no óleo de soja.



Figura 4.7: Fotoluminescência na água tônica.

Enfatizamos que até o início do século XX, a fotoluminescência e a regra de Stokes não eram compreendidas pelos físicos. É nesse ponto que introduzimos o conceito de fóton e a hipótese dos quanta de luz de Einstein como uma explicação para a regra de Stokes.

Explicamos que cada fóton pode ser absorvido por uma molécula, que ganha dele energia  $hf_1$  (no material instrucional, adotamos a letra  $f$  no lugar da letra  $\nu$  para representar a frequência). Parte dessa energia,  $Q$ , é perdida em interações com moléculas vizinhas. O restante, em algum momento, será emitido pela molécula na forma de um novo fóton de frequência  $f_2$  e, conseqüentemente, de energia  $hf_2$ . A figura 4.8 ilustra o processo.

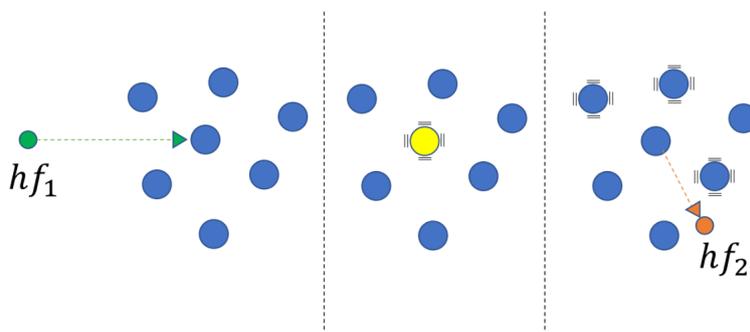


Figura 4.8: Um fóton de energia  $hf_1$  é absorvido por com uma molécula. A molécula perde parte da energia através de interações com moléculas vizinhas e emite o restante na forma de um novo fóton, com energia  $hf_2$ .

O conceito de fóton não é o fim da discussão, uma vez que chegamos a um dilema: o experimento com o laser e o fio de cabelo só pode ser explicado quando a luz é considerada uma onda, enquanto os experimentos com mate-

riais fotoluminescentes podem ser justificados quando ela é considerada um conjunto de partículas, não como uma onda. A pergunta que encerra essa discussão inicial é: poderia a luz ser tanto onda quanto partícula?

### 4.2.3 Luz é onda e partícula?

Para responder a última pergunta, é importante explicar o que caracteriza ondas e partículas clássicas em nosso cotidiano.

#### O que caracteriza uma onda?

Ondas transmitem energia a múltiplos pontos do espaço simultaneamente e, por isso, são consideradas extensas. Elas podem chegar a um mesmo local tendo seguido vários caminhos diferentes. Quando duas ondas se encontram, podem somar seus efeitos ou se *cancelar*, sofrendo interferência.

#### O que caracteriza uma partícula?

Partículas transmitem energia a um único ponto no espaço em um dado instante e, por isso, são consideradas localizadas. Para atingir um local, elas seguem um único caminho. Quando duas partículas se encontram, nunca ocorre cancelamento, pois as partículas não sofrem interferência.

### 4.2.4 Luz é onda ou partícula?

As caracterizações de ondas e partículas dadas acima estão sistematizadas na tabela 4.1.

Onda	Partícula
É extensa.	É localizada.
Pode chegar a um local seguindo mais de um caminho.	Para chegar a um local, segue um único caminho.
No encontro com outra, pode ser cancelada.	No encontro com outra, nunca é cancelada.

Tabela 4.1: Resumo das características de ondas e de partículas [13].

Observando a tabela 4.1, levamos os alunos à conclusão de que as características de ondas e partículas são excludentes, ou seja, o que é onda não pode ser partícula e vice-versa. Então, a luz não pode ser onda *e* partícula, além de não poder ser definida como uma *ou* outra.

Portanto, nossa conclusão é que não há uma caracterização para a luz no contexto da física clássica. A depender do experimento realizado, ela pode se comportar como onda ou como partícula, ainda que não seja nenhuma delas. Nada em nosso cotidiano se comporta dessa maneira. Esse comportamento é chamado dualidade onda-partícula. É importante frisar em sala de aula que a dualidade não é uma explicação para o comportamento da luz, mas apenas um nome para essa característica.

### 4.3 Questionário pós-instrução

O segundo questionário tem como objetivo verificar o que os alunos absorveram das aulas e ter um vislumbre do impacto que a estranheza no comportamento da luz causou em seus pensamentos a respeito da Física.

Nas duas primeiras questões, o aluno deve ser capaz de descrever ondas e partículas, além de citar exemplos para as mesmas. Na terceira questão, gostaríamos que ele indicasse as diferenças entre ondas e partículas, além de apontar alguma semelhança, caso exista. Na quarta, o aluno indicará qual acredita ser a natureza da luz e na quinta explicará o que o levou à sua resposta. Por fim, a última questão busca fazer o aluno pensar a respeito da aplicação dos conceitos clássicos de onda e partícula no mundo microscópico.

# Capítulo 5

## Aplicação em sala de aula

Neste capítulo, discutimos os principais resultados e avanços decorrentes da implementação da sequência didática em quatro diferentes contextos, abrangendo turmas dos segundo e terceiro anos do ensino médio, em duas escolas privadas, A e B, localizadas no Rio de Janeiro. A composição dos estudantes da primeira à quarta aplicação foi:

- 1<sup>a</sup>) 19 alunos do terceiro ano na escola A, em 2021;
- 2<sup>a</sup>) 12 alunos do terceiro ano na escola B, em 2021;
- 3<sup>a</sup>) 36 alunos do segundo ano na escola A, em 2021;
- 4<sup>a</sup>) 33 alunos do segundo ano na escola A, em 2022.

Embora haja ocorrido poucas alterações entre as aplicações, elas foram essenciais para aprimorar o material instrucional.

### 5.1 Material pré-instrução

Foi aplicado um formulário virtual exclusivamente às turmas do terceiro ano. Nessas duas aplicações, não havia um material de revisão e sim um compilado de questões similares às atuais. Na versão atual, textos foram incluídos, com o objetivo de servir como revisão prévia para o questionário.

A análise das respostas dos alunos das turmas do terceiro ano revelou uma boa compreensão sobre as propriedades das ondas, como amplitude, comprimento de onda e frequência. Eles também foram capazes de prever corretamente as cores dos objetos iluminados por lâmpadas de diferentes cores.

Nas turmas do segundo ano, o questionário foi substituído por uma breve discussão de dez minutos sobre os temas relativos a ondas e cores previamente abordados ao longo do ano letivo. Os alunos demonstraram facilidade na compreensão dos conceitos necessários para lidar com a sequência didática, respondendo corretamente à última questão do questionário feita, nesse caso, na própria aula.

## 5.2 Sequência didática

A seguir, faremos uma descrição das quatro aplicações realizadas descritas no início da seção. Todas, com exceção da quarta aplicação, ocorreram em duas aulas, com 50 minutos cada. As aplicações em destaque são a primeira e a segunda, visto que a maior evolução no material instrucional ocorreu entre as duas.

### 5.2.1 Primeira aplicação

A primeira aplicação foi feita em duas aulas com duração de 50 minutos cada. O primeiro encontro teve início com um experimento de difração da luz de um ponteiro *laser* por um CD. Uma vez que o CD possui uma superfície refletora, os alunos acreditaram que o feixe de luz seria refletido tal qual num espelho plano. No entanto, ficaram surpresos ao perceber o estranho padrão de luz formado durante o experimento, que alternava zonas sucessivas com e sem iluminação.

Embora fosse uma turma do terceiro ano do ensino médio, os estudantes apresentaram dificuldades em associar a observação desse padrão a um fenômeno ondulatório. Foi notável, inclusive, o desvio da atenção de alguns que preferiam entender o que havia de especial na superfície do CD do que por

que a luz refletida na parede formava aquele padrão. Todavia, ao mostrar o padrão de interferência na cuba de ondas (figura 4.3) e indicar que as regiões com perturbação equivalem às regiões claras e que as regiões sem perturbação equivalem às regiões escuras, eles perceberam a semelhança com o que haviam presenciado. Uma vez que a interferência é um fenômeno exclusivo das ondas, eles concluíram que a luz é um fenômeno ondulatório.

Em seguida, avançamos para a discussão das cores dos objetos, com o experimento descrito na seção 2 do material instrucional. Utilizamos uma lâmpada *smart* para mudar as cores da luz incidente sobre peças de LEGO vermelhas e azuis. As previsões dos alunos para as cores das peças foram corretas e estavam de acordo com suas respostas ao questionário pré-instrução. Entretanto, foi necessário abordar uma dificuldade apresentada pela turma quanto à reflexão e à absorção da luz e sua influência na cor do objeto, destacando que esta é determinada pelas frequências refletidas, sendo o preto a ausência de cor devido à absorção da luz.

Na etapa seguinte do experimento com as peças de LEGO foi mostrada a peça verde sob a luz branca e foi perguntado como ela seria vista sob a luz azul. A maioria estava convencida de que a peça ficaria preta e ficaram espantados ao vê-la verde. Ao perguntar o que havia acontecido, foi surpreendente que alguns dos estudantes tenham feito de imediato a associação do fenômeno observado com a fluorescência e o “efeito neon”<sup>1</sup>.

Na aula seguinte, a fim de explicar o fenômeno da fotoluminescência, fizemos uso da discussão usual encontrada em artigos como os de Valeur e Berberan-Santos [7], O’Hara, Peter e Engelson [23] e Atvars e Martinelli [24], que passa pelo diagrama de Jablonski (ilustrado na figura 5.1). O diagrama é uma representação gráfica que nos ajuda a visualizar as transições eletrônicas e os processos de emissão de luz que ocorrem quando átomos ou moléculas são excitados.

No século XIX, Stokes diferenciava fluorescência e fosforescência através da duração da emissão após o fim da excitação: a fluorescência desaparece

---

<sup>1</sup>O termo “efeito neon” foi usado pelos alunos para fazer referência a elementos dos meios artísticos que imitam o brilho característico das luzes de neon, destacando tintas fluorescentes com o nome “tintas neon”.

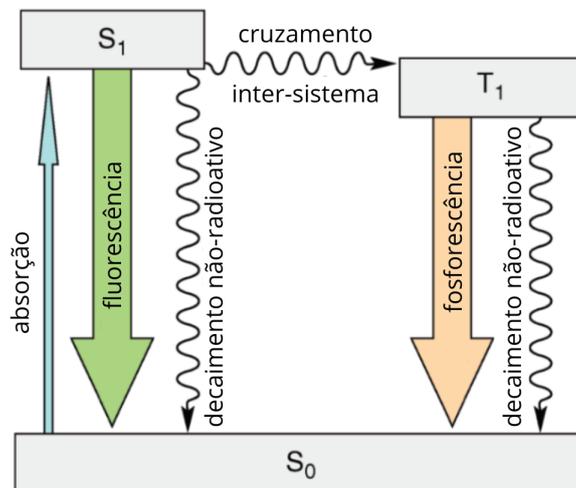


Figura 5.1: Esquema simplificado, traduzido para o português, do diagrama de Perrin-Jablonski mostrando a diferença entre fluorescência e fosforescência. A absorção de um fóton por uma molécula pode levar à formação de um estado excitado pertencente à banda de níveis de energia  $S_1$ , que pode decair ao estado fundamental com a emissão de um fóton por fluorescência ou passar para a banda  $T_1$ , cujos estados têm vida muito mais longa que os de  $S_1$ , e só então decair ao estado fundamental com a emissão de um fóton por fosforescência [7].

junto com o fim da excitação, enquanto a fosforescência perdura mesmo após o fim dela [7]. Atualmente, sabemos que essa não é uma distinção precisa, uma vez que “existem fluorescências duradouras e fosforescências rápidas cujas durações são comparáveis” [7].

O diagrama de Jablonski simplificado representado na figura 5.1 mostra a diferença entre fluorescência e fosforescência. A absorção do material fotoluminescente produz um estado excitado pertencente à banda de níveis de energia  $S_1$ . A molécula pode retornar ao estado fundamental através de dois processos que produzem, respectivamente, a fluorescência e a fosforescência.

No primeiro processo, a molécula em estado excitado perde parte de sua energia por meio de interações com moléculas vizinhas, o que chamamos de conversão interna. Em seguida, a molécula emite a energia restante na

forma de um fóton, com energia sempre menor que a do fóton incidente  $e$ , em consequência, com frequência também menor.

No segundo processo, há um atraso na emissão da luz, que pode levar entre minutos e horas. Um estado fundamental pode ter um ou dois elétrons por nível de energia. Se dois elétrons estiverem no mesmo nível, eles devem ter spins magnéticos opostos. Na fosforescência, o elétron excitado muda seu spin por um processo chamado cruzamento inter-sistema, criando um estado tripleto pertencente à banda de níveis de energia  $T_1$ , em que o elétron que permaneceu no estado fundamental e aquele que passou para um estado excitado têm o mesmo spin. Para retornar ao estado fundamental, seria necessária outra mudança no spin do elétron e uma mudança de nível de energia. Isso dificulta o retorno ao estado fundamental, fazendo com que a duração do fenômeno aumente [23].

A compreensão do diagrama de Jablonski se mostrou bastante complicada para os alunos, uma vez que tem como pré-requisito o conhecimento dos níveis de energia. Nessa aplicação, esse acabou sendo um elemento dificultador tal qual o circuito do efeito fotoelétrico, gerando muitas dúvidas não correlatas com o objetivo principal: o conceito de fóton.

Apesar dos contratempos, chegamos ao ponto alto da aula: a discussão sobre a natureza da luz. Os alunos tiveram um tempo de 10 minutos para escrever sobre a natureza da luz, justificando qualquer afirmação. Ao fim do tempo, foi pedido que eles se posicionassem e discutissem entre si, argumentando a favor ou contra as naturezas ondulatória e corpuscular. Discutiremos os resultados na próxima seção.

Após a coleta das respostas dos alunos ao final da aplicação, concluímos que o experimento da difração com o CD e a explicação da fotoluminescência através do diagrama de Jablonski precisavam ser modificados, com a finalidade de simplificar o caminho até o fóton e minimizar quaisquer elementos que pudessem desviar a atenção dos estudantes. Essas alterações foram implementadas na segunda aplicação.

O experimento inicial foi substituído pela difração da luz de um ponteiro *laser* por um fio de cabelo. Já o diagrama de Jablonski foi eliminado, uma vez que Einstein explicou a regra de Stokes em seu artigo sem recorrer aos níveis

de energia que, inclusive, ainda não haviam sido propostos por Bohr [25].

### 5.2.2 Segunda aplicação

Conforme comentado na seção 5.2.1, foram feitas alterações na sequência didática em função das dificuldades dos alunos na primeira aplicação, o que resultou na sequência didática apresentada no apêndice A. Houve uma melhora notável nas respostas dos alunos após as mudanças, conforme discutiremos a seguir.

O primeiro experimento, feito com o laser e o fio de cabelo, causou espanto. Um dos alunos, inclusive, foi capaz de reconhecer o padrão de luz e sombra como um padrão de interferência. Ao mostrar que se tratava de um fenômeno exclusivo das ondas, os alunos se convenceram de que a luz era uma onda, tal qual na aplicação anterior.

O ponto alto da aula veio no segundo experimento, com os blocos LEGO. Assim como na primeira aplicação, alguns deles logo fizeram a associação correta com a fluorescência, o que indica que este é um fenômeno com o qual os estudantes estão familiarizados, talvez por participações em festas que usam substâncias luminescentes na decoração e acessórios, como as “pulseiras neon”.

Quase não houve reação, por parte dos estudantes, à regra de Stokes para a fotoluminescência, mas a apresentação da teoria de Einstein como aquela capaz de explicá-la lhes chamou a atenção. Suas dúvidas tomaram forma quando lhes foi dito que a regra de Stokes poderia ser entendida se a luz fosse considerada um conjunto de partículas. Foi então perguntado: “Como o experimento com o fio de cabelo é explicado se a luz for uma onda e a fluorescência é explicada se a luz for um conjunto de partículas, então o que é a luz?”.

A princípio, eles não souberam responder. Depois de discutirmos as características de ondas e partículas, suas opiniões foram tomando forma. Foi interessante ver que muitos ainda pensavam que a luz precisava ser vista como uma onda, justificando sua posição com a ideia de que a luz atinge múltiplos pontos no espaço ao mesmo tempo. Não houve posicionamento

direcionado para a luz como partícula, mas era nítida a confusão em uma pequena parcela da turma que não sabia se a luz poderia ser definida como uma das duas. Na aula seguinte, tendo em mãos as respostas dos alunos ao questionário, finalizamos a discussão da natureza da luz destacando que ela não é nem onda nem partícula, mas *se comporta como* uma ou outra a depender do experimento. Na falta de uma definição intuitiva para esse comportamento estranho na física clássica, o chamamos de dualidade onda-partícula.

### 5.2.3 Terceira e quarta aplicações

As duas últimas aplicações ocorreram em duas turmas do segundo ano do ensino médio, em circunstâncias diferentes. A terceira aplicação ocorreu em aula, da mesma maneira que foi feita como a primeira turma, do terceiro ano do ensino médio. As reações foram similares, de forma que boa parte dos alunos saiu da aula ainda sem uma conclusão quanto à natureza da luz, chegando a uma posição apenas nas respostas ao questionário pós-instrução.

A quarta aplicação foi feita pelos próprios alunos em uma feira pedagógica, apresentada aos visitantes da escola. Toda a sala foi ambientada para a explicação da fotoluminescência, sendo escurecida, enfeitada com tintas fluorescentes e iluminada por lâmpadas de luz negra. Divididos em grupos, os alunos realizaram os experimentos e discutiram com os ouvintes a natureza da luz em cada um deles.

Os alunos tiveram acesso ao material instrucional e puderam, eles próprios, fazer adaptações. O grupo responsável pelo experimento apresentado na subseção 4.2.1, “a luz é onda?”, acrescentou a representação do eclipse solar para ilustrar a formação da sombra da Lua sobre a Terra (ver figura 5.2), fazendo um paralelo, em seguida, com o experimento do laser com o fio de cabelo.

O grupo seguinte incluiu, ainda no mesmo tema, um modelo de ondas de torção preso ao teto para demonstrar o fenômeno da interferência, conforme pode ser visto na figura 5.3. Para explicar o padrão formado com o laser e o fio de cabelo, apresentado pelo grupo anterior, mostraram um vídeo da interferência em uma cuba de ondas, gravado no Laboratório do Instituto de



Figura 5.2: Dois alunos do segundo ano da escola A apresentando os fenômenos do eclipse e da difração pelo o fio de cabelo, em uma feira pedagógica.

Física da UFRJ.



Figura 5.3: Duas alunas do segundo ano da escola A apresentando o fenômeno da interferência e relacionando-o à figura obtida com o laser e o fio de cabelo em uma feira pedagógica.

Os grupos subsequentes mantiveram os demais itens da sequência didática inalterados, sendo o experimento envolvendo as peças de LEGO o mais

popular, devido à surpreendente aparição do bloco verde sob a luz azul. Considerando que se tratava de um evento escolar, não foi viável obter o depoimento dos visitantes em relação ao projeto, porém, suas reações nas fases finais indicaram que a natureza dual da luz lhes pareceu, no mínimo, peculiar. A dramatização de uma investigação criminal envolvendo a detecção de resíduos de sangue por fluorescência também fez parte da apresentação. Devido ao maior envolvimento dos alunos com o tema na quarta aplicação do que nas demais, percebemos que suas respostas ao questionário pós-instrução foram ligeiramente amadurecidas, o que será discutido na próxima seção.

## 5.3 Questionário pós-instrução

Nesta seção, apresentaremos uma análise das principais respostas dos alunos de cada aplicação, dando ênfase à questão fundamental: o que é a luz?

### 5.3.1 Primeira aplicação

Diferentemente do questionário apresentado no apêndice C, na primeira aplicação foi feita apenas uma pergunta ao fim da aula: “O que é a luz: onda, partícula, ambas ou nenhuma das duas?”. Os alunos tiveram dez minutos para responder de forma escrita. Dos 19 alunos, 14 estavam presentes no dia da aula e puderam respondê-la.

Pudemos distinguir os alunos em dois grupos, considerando suas respostas. O primeiro grupo é composto pelos que acreditam que a luz é uma onda, utilizando como justificativa os fenômenos ondulatórios que a luz pode sofrer.

A luz é uma onda que se propaga, sofre reflexão, difração e interferência. Um exemplo disso é o CD onde as luzes são difratadas e refletidas pelo objeto.

O segundo grupo é formado pelos que atingiram, total ou parcialmente, a visão da natureza dualística da luz. Dentro desse grupo, todos reconheceram que o comportamento da luz é situacional, ainda que alguns tenham afirmado que a luz seria, de fato, onda ou partícula a depender da situação.

A luz pode ser definida de forma variada como onda e partícula, algo que interage com a matéria, podendo assim ser tanto uma onda quanto uma partícula.

Vale destacar, ainda, que uma pequena parcela dos alunos demonstrou dúvida acerca da natureza da luz, antes vista como onda eletromagnética, tentando conciliar seu conhecimento antigo com a recém descoberta da existência dos fótons. Uma das respostas pode ser lida a seguir.

Creio que a luz seja uma onda eletromagnética, visto a similaridade que ela tem com outras ondas desse tipo. Entretanto ela se difere na questão dos fótons, o que gera certa dúvida acerca da natureza da luz. Visto que fótons são “pacotes de energia”, eles poderiam ser carregados por uma onda eletromagnética.

Nenhum dos 14 alunos afirmou que a luz era apenas um conjunto de partículas, o que nos leva a acreditar que a luz estava fortemente ancorada à teoria ondulatória. Uma razão para isso poder ser a associação da luz a uma maior quantidade de fenômenos ondulatórios do que quânticos. O único fenômeno associado ao fóton levado para esta aula foi a fotoluminescência, sendo mencionado o efeito fotoelétrico apenas na aula seguinte à aplicação da sequência didática.

Levando em conta as dificuldades atribuídas principalmente ao diagrama de Jablonski, ainda que apenas 5 dos 14 respondentes tenham se aproximado da natureza peculiar da luz, minha percepção pessoal da turma após suas respostas e o encontro seguinte à aplicação é que eles sentiram a estranheza passada pelo quanta de luz e, portanto, se aproximaram do nosso objetivo com a sequência didática.

### 5.3.2 Segunda a quarta aplicações

Na segunda e na terceira aplicação, fizemos uso de uma versão com poucas diferenças em relação à versão final aplicada na quarta vez. Por isso analisamos as respostas dos alunos das três últimas turmas, totalizando 44 respostas dos 77 alunos.

Nas três primeiras questões, buscamos analisar o que os alunos tiraram de proveito da aula quanto às características das ondas e das partículas e se puderam chegar à conclusão de que são conceitos excludentes. Para todas as turmas foi disponibilizado o material instrucional, de forma que os alunos puderam consultá-lo. Ainda assim, houve aqueles que fizeram pesquisas em sites de busca, o que foi perceptível pelas respostas genéricas fornecidas. Mesmo que fossem corretas, tais respostas fugiram das características que destacamos no material instrucional e, por isso, não serão levadas em conta na análise. Daremos foco às respostas que estiveram de acordo com o material e àquelas que, embora erradas, não tenham sido buscadas fora do material instrucional.

Levando em consideração os alunos que fizeram a leitura do material instrucional e participaram ativamente, obtivemos respostas satisfatórias às perguntas sobre o que caracteriza as ondas e as partículas, dando ênfase à localidade, à trajetória e à possibilidade de sofrer interferência. A seguir, vemos alguns exemplos de respostas nesse sentido.

Partículas são caracterizadas pelo transporte de energia a um único ponto do espaço em um instante de tempo. Imagine que você está em uma sala com duas portas, lançando partículas para alguém que esteja ao lado de fora. As diferentes partículas podem chegar ao mesmo local, cada uma seguindo um único caminho. Após se encontrarem, as partículas nunca se cancelam.

Ondas são caracterizadas pelo transporte de energia a múltiplos pontos do espaço ao mesmo tempo. Imagine que você esteja em uma sala com duas portas, falando com alguém que esteja ao lado de fora. Como o som é uma onda, ele se divide, chegando ao mesmo lugar após seguir caminhos diferentes.

Os alunos que desviaram dessas características descreveram partículas como objetos pequenos com relação a outros, tendo massa bem definida. Já as ondas foram definidas por eles como perturbações no espaço. Conforme comentado anteriormente, embora corretas, estas características fogem daquelas que destacamos para evidenciar a oposição entre os dois conceitos.

A terceira questão pedia que os alunos destacassem as diferenças entre ondas e partículas e citassem, caso houvesse, alguma semelhança. Nessa pergunta, poucas respostas obtidas em sites de busca foram notadas, o que indica que aqueles que utilizaram esse recurso nas questões 1 e 2 não obtiveram respostas satisfatórias e recorreram ao material instrucional. Neste caso, separaremos as respostas em dois grupos, sendo o primeiro o daqueles que compreenderam que os conceitos de onda e partícula são excludentes e o daqueles que disseram existir semelhança entre ondas e partículas.

Uma das respostas que caracteriza o primeiro grupo, embora mais detalhada que as demais, pode ser observada abaixo. Nela, o aluno destaca as principais características descritas nas questões 1 e 2, acerca da localização, da trajetória e do fenômeno da interferência.

Partícula: é localizada, para chegar a um local, segue um único caminho e em um encontro nunca se cancelam. Onda: é extensa, para chegar a um local, segue mais de um caminho e em um encontro podem se cancelar. Não há semelhanças.

O segundo grupo parece ter reunido o que aprendeu durante a aula e a leitura do material instrucional com as pesquisas em outras fontes, citando elementos da dualidade da matéria, conforme observado em uma das respostas a seguir.

Diferenças: partículas ocupam uma posição no espaço e ondas são perturbações no espaço, as ondas quando se encontram podem ser canceladas e as partículas nunca são canceladas quando há encontro, onda é extensa e partícula é localizada. Semelhança: Toda partícula tem uma onda associada a ela e toda onda tem uma partícula associada a ela.

Houve também uma minoria que apenas citou diferenças triviais, como possuir massa ou não. A maior parcela dos alunos parece ter entendido, até esse ponto, que ondas e partículas são conceitos distintos. Vale destacar uma das respostas em que o aluno vai além de afirmar que há ou não semelhanças.

Analisando os experimentos feitos em sala de aula se conclui que as ondas e partículas são bem diferentes entre si, enquanto a onda tem flexibilidade nos caminhos para chegar a um lugar, a partícula só consegue percorrer um único caminho para chegar até seu objetivo, além disso, caso as partículas se esbarrem, elas não se cancelam, o que não ocorre com as ondas. Por elas serem distintas, não podemos definir algo como onda e partícula ao mesmo tempo, porém há algumas coisas que dependendo do momento podem se comportar como onda ou como partícula em outro.

A quarta e a quinta questão tiveram o objetivo de verificar a opinião dos alunos quanto à natureza da luz. Nestas questões, nenhum dos alunos afirmou que a luz é apenas onda ou apenas partícula. As respostas se dividiram entre os itens (C) “às vezes é onda e às vezes é partícula” e (D) “não é nem onda e nem partícula”.

Tivemos justificativas muito interessantes para ambos os itens, de forma que vale a pena destacar mais de uma para cada. Dentre os alunos que optaram pelo item (C), houve aqueles com um pensamento comumente encontrado de que a luz é uma onda durante a propagação e partícula na interação com a matéria.

A luz possui comportamento duplo, podendo ser interpretada como onda em determinadas situações e se comportar como partícula em casos específicos. Quando a luz se propaga no espaço, ela se comporta como onda, mas quando a luz incide sobre uma superfície, passa a se comportar como partícula.

Também houve os que citaram os fenômenos em que ela se comporta como uma ou como outra.

Às vezes é uma e às vezes é outra. Em uns experimentos a luz pode sofrer difração e interferência, fenômeno característico da onda, e em outros experimentos como o experimento da fluorescência, ela pode ser partícula.

A maioria dos alunos deste grupo utilizou o termo “é” no lugar de “se comporta como” em suas justificativas, o que nos leva a crer que a impossibilidade de que algo seja onda e partícula não foi completamente compreendida por eles. Por outro lado, a forma como o item (C) foi escrito também pode tê-los induzido ao erro, levando-os a acreditar que a luz pode *ser*, de fato, uma *ou* outra, mas nunca uma *e* outra. Uma das respostas que me faz pensar que este seja o caso é a seguinte.

A luz se comporta as vezes como onda, as vezes como partícula, nunca podendo ser as duas ao mesmo tempo, pois onda e partícula possuem manifestações distintas.

Os alunos que optaram pelo item (D) demonstraram ter entendido que não sabemos definir o que é a luz no contexto da física clássica, afinal, ela não se comporta como nada que conhecemos do “universo macroscópico”. Algumas das suas respostas podem ser lidas abaixo.

A luz não tem uma definição em si, pois age como se fosse as duas e isso causa uma incógnita sobre sua origem.

Não há uma definição exata para a luz devido a dois fatores:

- 1: O fato de que ondas e partículas possuem muitas diferenças, o que tira a ideia de que a luz é uma junção de ambas.
- 2: Dependendo da circunstância, a luz ora se comporta como uma onda, ora se comporta como partícula, o que elimina a teoria de que a luz é nenhum dos dois. Tal paradoxo também pode ser chamado de Dualidade Onda-Partícula.

A sexta questão tinha o objetivo de verificar se os alunos seriam capazes de perceber que os conceitos de onda e partícula que se adéquam aos fenômenos clássicos não são compatíveis com o “mundo microscópico”. Embora a maioria dos estudantes tenha tido dificuldades em responder, três dos alunos deram respostas surpreendentes, uma delas destacada a seguir.

No mundo microscópico, muitos conceitos utilizados para definir o mundo macroscópico em que vivemos tornam-se limitados. Um exemplo disso é a própria luz, que não pode ser definida como onda ou partícula, por se comportar das duas formas em situações diferentes, coisa que não ocorre em observações no mundo macroscópico. Utilizamos estes conceitos para conseguir uma definição próxima ao que já conhecemos no mundo em que vivemos.

As respostas dos alunos nas três últimas aplicações, em comparação com a primeira, demonstram uma grande evolução no nível de compreensão do conceito de fóton e do estado de confusão deixado pela dualidade da luz. Acredito que alguns ajustes ainda sejam necessários, principalmente na questão 6 do questionário pós-instrução. Por isso, este trabalho continuará em constante evolução a cada aplicação feita.

# Capítulo 6

## Considerações finais

O conceito de fóton é um dos temas centrais da física moderna, que costuma ser introduzido através do efeito fotoelétrico. Entretanto, a descrição de um circuito elétrico complicado aliado a um novo conteúdo desvia do estudante o foco no que realmente lhe interessa: o comportamento estranho da luz. Formas de contornar esse problema são encontradas na literatura, propondo, por exemplo, o uso de simulações computacionais com interferômetros. Essas alternativas não levam à sala de aula um experimento prático, além de depender da disponibilidade de acesso a recursos computacionais.

A leitura do artigo de Einstein de 1905 sobre os fótons [2] pode oferecer outra alternativa pedagógica para a introdução do fóton. Nele, Einstein descreve o comportamento termodinâmico da luz como sendo similar ao de um gás de partículas, cada uma com uma quantidade de energia finita  $h\nu$ . Apesar da publicação ser conhecida como o “artigo do efeito fotoelétrico”, esse não foi o primeiro fenômeno ao qual Einstein aplicou sua hipótese. A primeira aplicação foi feita à fotoluminescência. Em especial, Einstein explicou um de seus aspectos mais marcantes: a regra de Stokes.

A fotoluminescência pode ser um instrumento de grande utilidade em reflexões acerca da natureza da luz. A regra de Stokes não apenas possui uma demonstração experimental simples e atraente, como é explicada com facilidade no artigo de Einstein.

Nesse sentido, propusemos uma sequência didática que coloca a fotolu-

minescência como protagonista de um primeiro encontro com o conceito de fóton. Nosso enfoque foi a produção de um material instrucional rico em experimentos visuais de fácil acesso e baixo custo, capazes de estimular questionamentos nos alunos acerca de suas concepções sobre a luz.

A sequência didática foi aplicada em turmas dos 2º e 3º anos do ensino médio de escolas particulares do Rio de Janeiro. A aplicação de uma versão preliminar da sequência didática foi essencial para identificar algumas dificuldades dos alunos, que procuramos superar na versão apresentada nesta dissertação. Em particular, passamos a utilizar a difração da luz de um laser por um fio de cabelo para evidenciar seu caráter ondulatório. Além disso, optamos por uma abordagem simplificada da fotoluminescência, evitando o uso do diagrama de Jablonski, que havia gerado dificuldades na primeira aplicação.

Com as modificações implementadas, observamos um avanço significativo na compreensão dos alunos sobre a natureza dual da luz nas aplicações subsequentes. As respostas ao questionário pós-instrução sugerem que muitos alunos conseguiram perceber que a luz pode se comportar tanto como onda quanto como partícula, dependendo do contexto experimental.

Ao analisar as respostas dos alunos, constatamos que a sequência didática foi eficaz em introduzir o conceito de fóton e promover uma reflexão sobre a natureza da luz. No entanto, ainda há espaço para aperfeiçoamento. Uma possível melhoria seria incluir mais exemplos que explorem a dualidade em outros fenômenos quânticos, como as simulações de experimentos de anti-coincidência [13].

Uma continuação natural deste trabalho é a discussão dos níveis de energia de átomos e moléculas usando a própria fotoluminescência em conjunto com sua explicação em termos de um diagrama de Jablonski simplificado. Outra continuação possível é a discussão do efeito fotoelétrico, que surge agora numa posição mais favorável, uma vez que o conceito de fóton já foi apresentado.

Finalmente, pode ser relevante comentar o uso que demos à história neste trabalho. O ensino de física tem mantido uma longa e proveitosa relação com a história da física, com interações que costumam ocorrer de duas formas.

Na primeira, a inclusão de uma perspectiva histórica e cultural permite apresentar a Física em “um curso humanista que poderia ser útil e interessante a estudantes com diferentes habilidades, origens e planos de carreira” [26, p. iii]. A segunda forma busca compreender melhor as noções intuitivas que os estudantes apresentam antes da instrução, identificando semelhanças entre essas concepções e as ideias que filósofos e cientistas sustentaram no passado [27].

Desenvolvemos nossa proposta didática seguindo uma terceira via. Muitas vezes, podemos encontrar caminhos pedagógicos mais simples para a apresentação de conceitos físicos através de um olhar atento aos trabalhos originais dos cientistas. Um exemplo disso é o conceito de fóton, cuja discussão em termos da fotoluminescência tem considerável valor didático e é apresentada pelo próprio Einstein em seu artigo de 1905. Esses achados pedagógicos parecem ser surpreendentes mesmo para historiadores e professores de física. Nas palavras de um historiador famoso, E. J. Dijksterhuis, “o pioneiro nunca atinge a clareza de exposição que [...] é finalmente alcançada por sucessores educados na nova maneira de pensar” [28, p. 465]. Embora isso possa ser verdade em linhas gerais, esperamos ter mostrado nesta dissertação que existem exceções à regra e que vale a pena procurar por elas.

## Apêndice A

### Um primeiro encontro com o fóton (sequência didática)

A sequência didática intitulada *Um primeiro encontro com o fóton* apresenta um conjunto de experimentos simples, apropriados para o ensino médio, que desafiam a concepção dos alunos sobre a natureza da luz. Nesses experimentos, observações cotidianas como sombras e cores de objetos são confrontadas com a difração, que sugere que a luz é uma onda, e com a fotoluminescência (fluorescência), que aponta para um comportamento corpuscular. Essa dualidade onda-partícula é discutida como um aspecto essencial do mundo microscópico, sem análogos macroscópicos nem explicação pela física clássica.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Profissional em Ensino de Física

## Um Primeiro Encontro com o Fóton

Adriano Gomes da Silva Júnior  
Carlos Eduardo Aguiar  
Hugo Milward Riani de Luna

Material instrucional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Rio de Janeiro  
Maio de 2024

# Sumário

<b>1 Luz é onda?</b>	<b>1</b>
1.1 Luz e sombras . . . . .	1
1.2 A interferência . . . . .	2
1.3 O aspecto ondulatório da luz . . . . .	4
<b>2 Luz é partícula?</b>	<b>4</b>
2.1 Luz e cores . . . . .	4
2.2 A fotoluminescência (fluorescência) . . . . .	5
2.3 O aspecto corpuscular da luz . . . . .	7
<b>3 O que é a luz?</b>	<b>8</b>
3.1 O que caracteriza uma onda? . . . . .	8
3.2 O que caracteriza uma partícula? . . . . .	9
<b>4 Luz é onda ou partícula?</b>	<b>11</b>

# Um primeiro encontro com o fóton

Adriano Gomes da Silva Júnior  
Carlos Eduardo Aguiar  
Hugo Milward Riani de Luna

## 1 Luz é onda?

### 1.1 Luz e sombras

Um objeto opaco iluminado projeta uma sombra sobre uma superfície (ver figura 1).

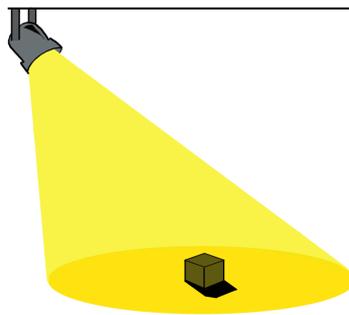


Figura 1: Formação da sombra de um objeto opaco iluminado.

E se iluminarmos um objeto pequeno, como um fio de cabelo, com um ponteiro *laser*, conforme a figura 2? É natural que também esperemos a formação de uma sombra.

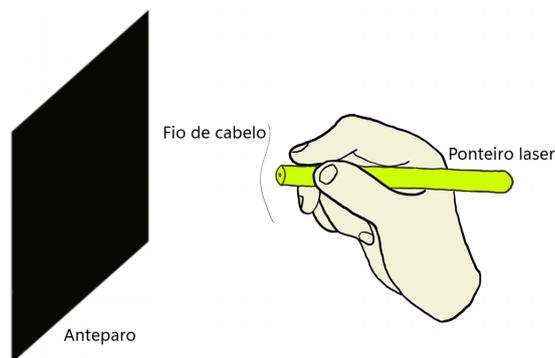


Figura 2: Esquema do experimento para a produção da sombra de um fio de cabelo.

A figura 3 mostra que a luz emitida pelo *laser*, sem a presença do fio de cabelo, atinge um único local no anteparo. Já com o fio de cabelo, ao contrário do que esperávamos, vemos múltiplas “sombras” intercaladas com luz, como está mostrado na figura 4.



Figura 3: A luz emitida pelo laser, sem o fio de cabelo, atinge apenas um local no anteparo.

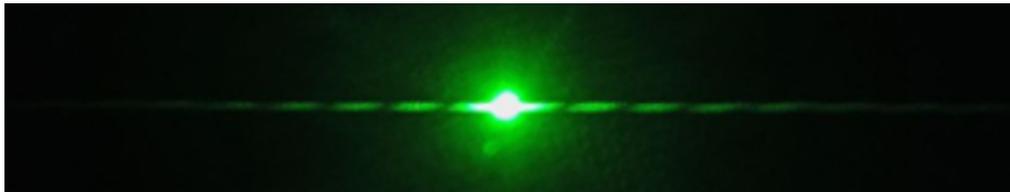


Figura 4: Padrão de claro e escuro formado ao colocarmos o fio de cabelo na frente do feixe de luz.

## 1.2 A interferência

Quando duas ondas se encontram, elas podem sofrer o que chamamos de *superposição*, em que seus efeitos são somados. O resultado disso é o *reforço* ou o *cancelamento* da onda, que podem ser vistos nas figuras 5 e 6.

Ambas as situações descritas anteriormente são chamadas de *interferência*, sendo *construtiva* no reforço e *destrutiva* no cancelamento da onda. Na figura 7, duas fontes geram perturbações que se propagam na superfície da água, as quais se cancelam em determinadas regiões. Vemos, assim, a formação de um padrão que intercala regiões com e sem ondulações, ou seja, um padrão de interferência.

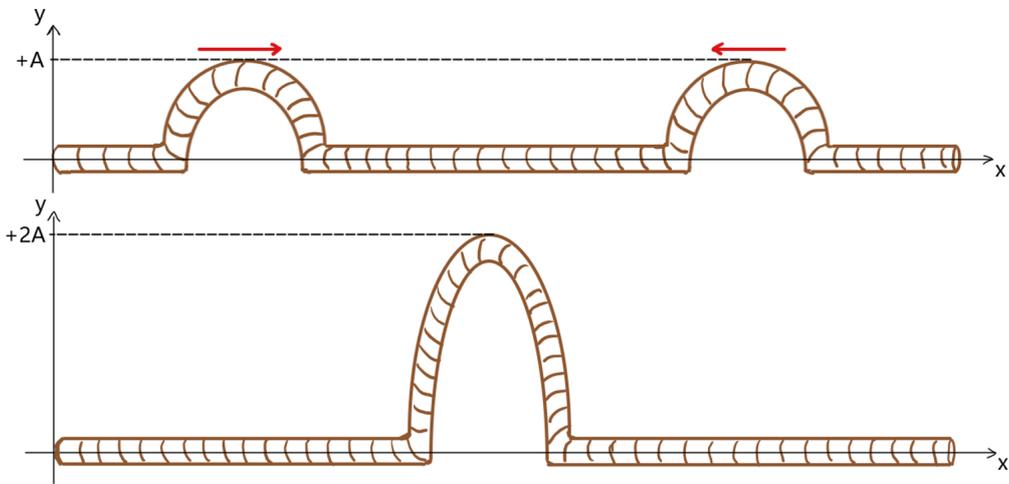


Figura 5: Perturbações numa corda se reforçando.

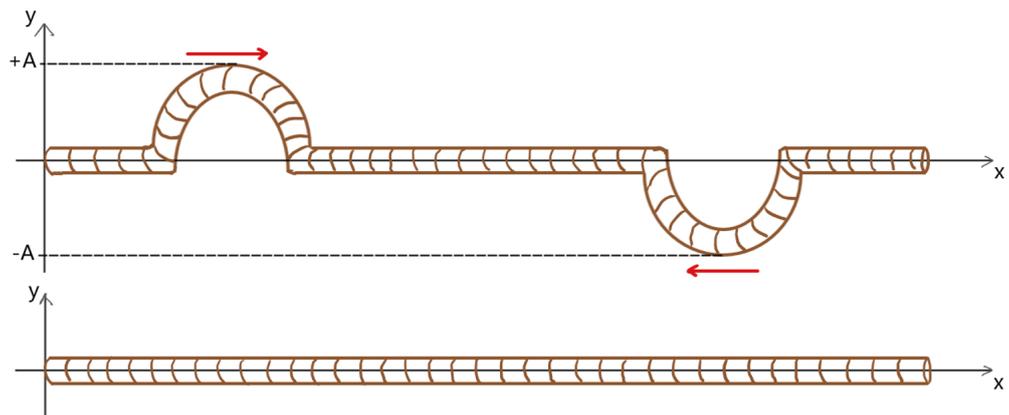


Figura 6: Perturbações numa corda se cancelando.

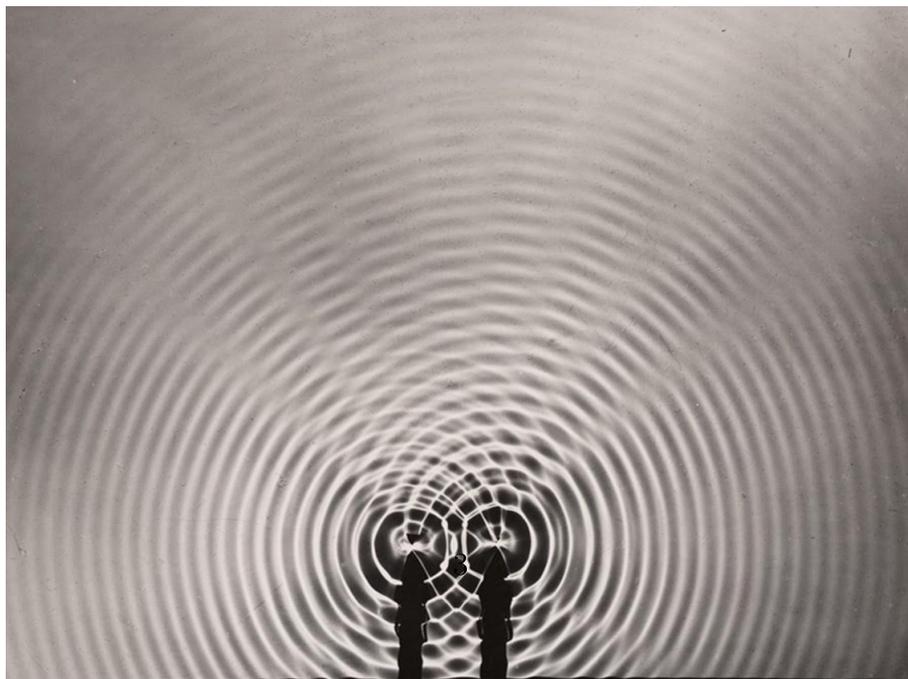


Figura 7: Perturbação e zero perturbação intercaladas na cuba de ondas.

### 1.3 O aspecto ondulatório da luz

Os padrões obtidos no experimento com o fio de cabelo e na cuba de ondas são similares. As regiões claras no anteparo são análogas às regiões com perturbação na água, enquanto as regiões escuras se equiparam às regiões sem perturbação. Constatamos, assim, que a luz sofreu interferência, fenômeno que só pode ser explicado se a considerarmos como onda.

## 2 Luz é partícula?

### 2.1 Luz e cores

Quando a luz atinge uma superfície opaca, duas coisas podem ocorrer: ela pode sofrer reflexão, retornando ao meio de origem ou pode sofrer absorção, sendo convertida em energia térmica. A intensidade da reflexão ou absorção geralmente depende da frequência da luz. A cor de uma superfície é dada pela luz que ela reflete.

A figura 8 mostra peças de LEGO nas cores vermelha e azul sendo iluminadas por luz branca. Os blocos vermelhos apresentam essa cor porque frequências maiores, como verde e azul, são preferencialmente absorvidas, enquanto as menores, na faixa do vermelho, são refletidas. Da mesma forma, os blocos da esquerda são azuis porque absorvem as frequências mais baixas, como verde e vermelho, e refletem preferencialmente as mais altas, na região do azul.

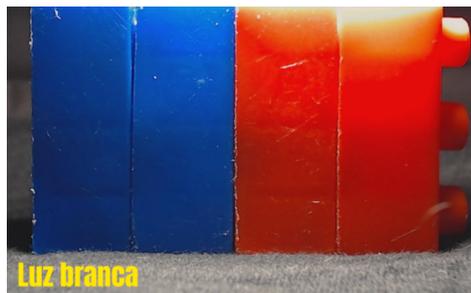


Figura 8: Luz branca iluminando peças de LEGO vermelhas e azuis.

Utilizando uma lâmpada vermelha, na figura 9, podemos observar que as peças de LEGO vermelhas, conforme explicação prévia, refletiram a luz. Já as peças azuis a absorveram, ficando pretas. Com a luz azul, na figura 10, vemos que as peças vermelhas ficaram pretas.



Figura 9: Luz vermelha iluminando peças de LEGO vermelhas e azuis.



Figura 10: Luz azul iluminando peças de LEGO vermelhas e azuis.

Iluminando agora peças de LEGO verdes com luz azul, esperamos que elas se apresentem pretas. No entanto, surpreendentemente, vemos que as peças continuam verdes, como mostrado na figura 11.

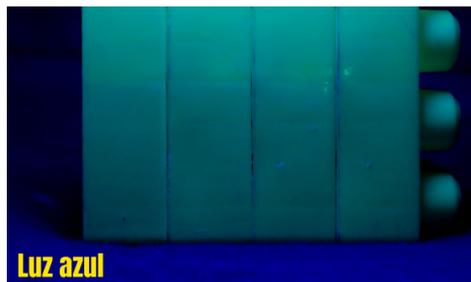


Figura 11: Luz azul iluminando as peças de LEGO verdes.

## 2.2 A fotoluminescência (fluorescência)

O comportamento apresentado pelas peças verdes é chamado fotoluminescência e ocorre com alguns materiais que, ao serem iluminados, emitem luz de cor diferente da incidente. Em meados do século XIX, George Stokes

(1819-1903) descobriu que, como regra, a frequência da luz emitida é sempre menor ou igual à da luz incidente. Entretanto, até o início do século XX, não havia nenhuma teoria que explicasse a fotoluminescência e a regra de Stokes.

As peças de LEGO da figura 11 fornecem um exemplo da regra de Stokes. Iluminadas por luz azul elas brilham na cor verde, que tem frequência menor que a azul. Outros materiais podem ser fotoluminescentes. As figuras 12 e 13 mostram a fotoluminescência no óleo de soja e na água tônica. Na primeira foto vemos como luz verde é espalhada pela água (que não é fotoluminescente) sem mudança de cor e torna-se amarela ao ser espalhada pelo óleo. Na segunda foto, a luz incidente é violeta e torna-se azul ao ser espalhada pela água tônica. Em ambos os casos a luz espalhada tem frequência menor que a incidente.

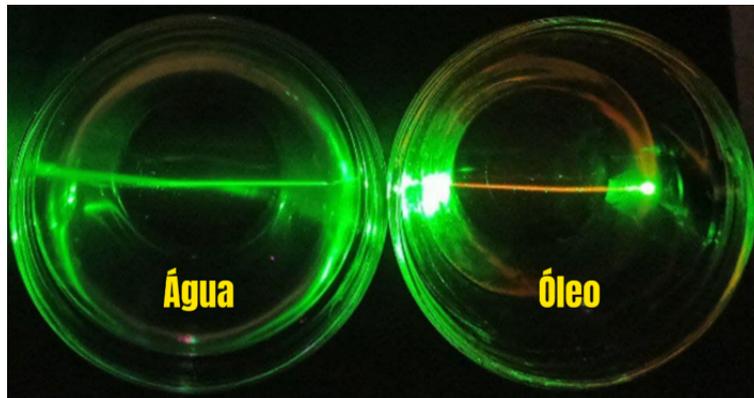


Figura 12: Fotoluminescência no óleo de soja.

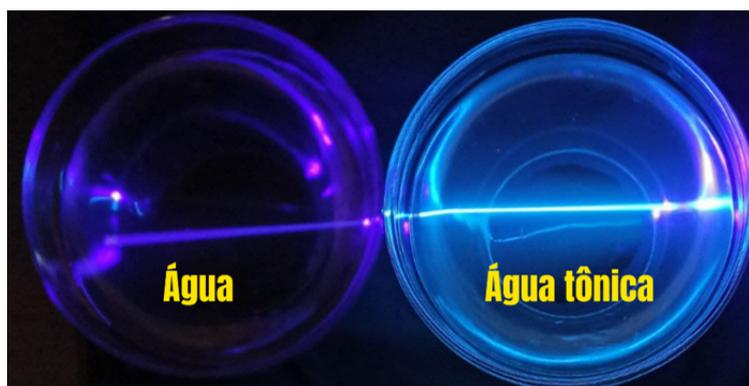


Figura 13: Fotoluminescência na água tônica.

A fotoluminescência pode aparecer em duas formas: fluorescência e fosforescência. A fluorescência cessa no momento em que a radiação deixa de

incidir sobre o material, como nos exemplos anteriores. Já a fosforescência tem maior duração e pode ser observada em tomadas e interruptores antigos, como ilustrado na figura 14.



Figura 14: Fosforescência em tomadas antigas.

### 2.3 O aspecto corpuscular da luz

O modelo ondulatório da luz não explica a regra de Stokes, mas Einstein a elucidou de forma simples, utilizando o conceito de fóton. Ele propôs que um feixe luminoso é composto por partículas, que ele chamou de quanta de luz e que mais tarde vieram a ser conhecidas como fótons. Cada fóton teria energia  $E$  igual ao produto entre uma constante universal  $h$  e a frequência  $f$  da radiação.

$$E = hf. \quad (1)$$

A constante em questão é chamada de constante de Planck e seu valor é aproximadamente  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ . Aplicando o conceito de fóton à regra de Stokes, Einstein supôs que a interação entre a radiação e o material fluorescente se dá por absorção e emissão de fótons.

Segundo Einstein, cada fóton pode ser absorvido por uma molécula, que ganha dele energia  $hf_1$ , onde  $f_1$  é a frequência da luz incidente. Parte dessa energia,  $Q$ , é perdida por colisões dessa molécula com suas vizinhas. O restante da energia será emitido pela molécula, em algum momento, na forma de um novo fóton, correspondente à luz de frequência  $f_2$  e, conseqüentemente, de energia  $hf_2$ . Esse processo está ilustrado na figura 15.

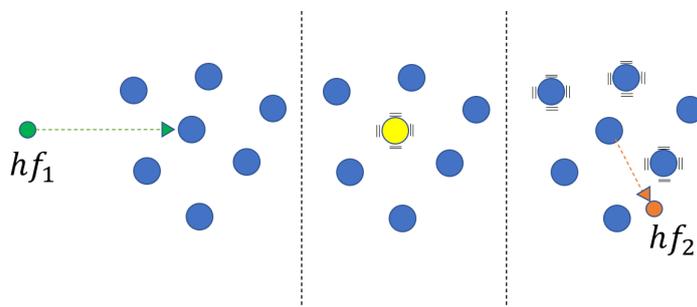


Figura 15: A explicação de Einstein para a fotoluminescência. Um fóton de energia  $hf_1$  é absorvido por uma molécula do corpo fotoluminescente. A molécula perde parte da energia através de interações com moléculas vizinhas e emite o restante na forma de um novo fóton, com energia  $hf_2$ . As pequenas linhas junto às moléculas indicam que estas estão excitadas.

Portanto, pela conservação da energia,

$$hf_2 = hf_1 - Q. \quad (2)$$

Como  $Q > 0$ , já que a molécula excitada só perde energia, chegamos à regra de Stokes, ou seja,  $f_2 > f_1$ .

Anteriormente, vimos que a luz pode sofrer interferência, fenômeno exclusivo das ondas. Agora, observamos um fenômeno que só pode ser explicado se considerarmos a luz como sendo composta por partículas, os fótons. Isso significa que a luz pode ser considerada tanto onda quanto partícula?

### 3 O que é a luz?

#### 3.1 O que caracteriza uma onda?

Ondas são caracterizadas pelo transporte de energia a múltiplos pontos do espaço ao mesmo tempo, como ilustrado na figura 16. Por isso, dizemos que elas são *extensas*.



Figura 16: Ondas podem chegar a mais de um ponto no mesmo instante.

Ao se deparar com dois possíveis caminhos diferentes, *as ondas podem passar por ambos ao mesmo tempo*, conforme ilustra a figura 17. Suponha que você esteja em uma sala com duas portas, falando com alguém que esteja ao lado de fora. Como o som é uma onda, ele se divide ao passar pelas duas portas, *podendo chegar ao mesmo lugar após seguir caminhos diferentes*. Após se encontrarem, conforme já vimos na seção 1.2, *as ondas podem se cancelar*.

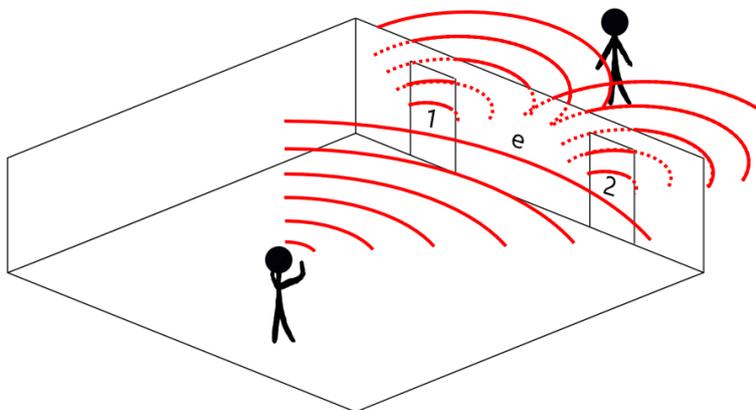


Figura 17: Ondas podem atingir um mesmo local tendo seguido simultaneamente caminhos diferentes. No encontro, elas podem se cancelar.

### 3.2 O que caracteriza uma partícula?

Partículas são caracterizadas pelo transporte de energia a um único ponto do espaço em um instante, como ilustrado na figura 18. Por isso, dizemos que elas são *localizadas*.

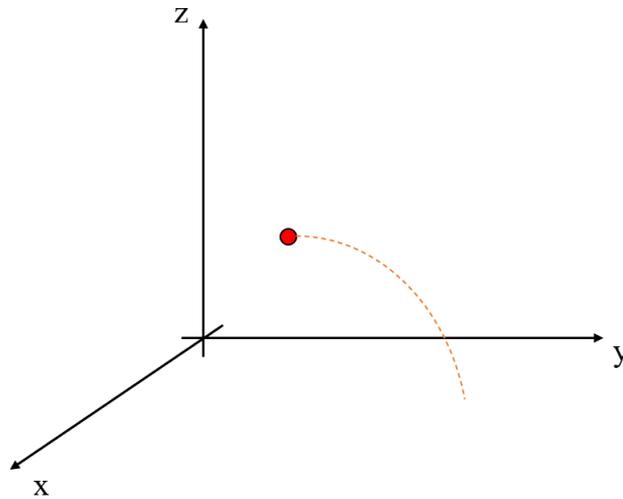


Figura 18: Partículas atingem apenas um ponto em um instante.

Ao se deparar com dois caminhos diferentes, *as partículas podem passar por um ou por outro em um intervalo de tempo*, como mostra a figura 19. Suponha que você esteja novamente em uma sala com duas portas, lançando partículas para alguém que esteja ao lado de fora. As diferentes partículas podem chegar ao mesmo local, mas *cada uma delas segue um único caminho*. Após se encontrarem, *as partículas nunca se cancelam*.

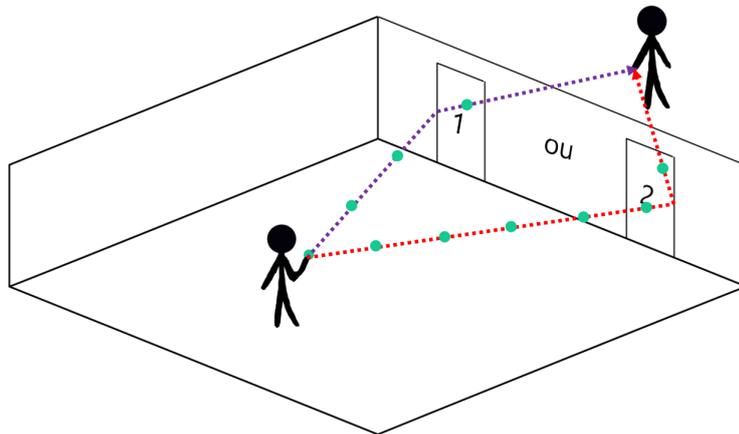


Figura 19: Partículas podem chegar a um local tendo seguido um único caminho. No encontro, elas nunca se cancelam.

## 4 Luz é onda ou partícula?

A tabela a seguir sintetiza as características de ondas e partículas.

Onda	Partícula
É extensa.	É localizada.
Pode chegar a um local seguindo mais de um caminho.	Para chegar a um local, segue um único caminho.
No encontro com outra, pode ser cancelada.	No encontro com outra, nunca é cancelada.

Tabela 1: Resumo das características de ondas e de partículas.

A tabela 1 deixa clara a incoerência entre as características de partículas e de ondas, o que nos leva a crer que o que é uma não pode ser a outra. Sendo assim, a luz não pode ser onda e partícula. Por outro lado, vimos que o experimento com o fio de cabelo só é compreendido supondo que a luz é uma onda, e o experimento com os blocos fluorescentes só é entendido supondo que ela é um conjunto de partículas. A única conclusão que parece possível é a de que a luz não é nem onda nem partícula. Ela é diferente de tudo o que encontramos no nosso dia-a-dia. Conceitos derivados da vivência cotidiana, como onda e partícula, não são capazes de descrever completamente o que é a luz. Tudo que podemos dizer é que em determinadas situações a luz comporta-se como onda e em outras como partícula. Na falta de uma definição intuitiva dentro da física clássica para essa estranha característica, podemos apenas dar um nome a ela, que é *dualidade onda-partícula*.

## Apêndice B

### Ondas e a cor dos objetos (material pré-instrução)

Os textos em *Ondas e a cor dos objetos* têm por objetivo recapitular (muito resumidamente) conteúdos essenciais à discussão sobre fotoluminescência e a natureza da luz, apresentada na sequência didática *Um primeiro encontro com o fóton*. Em princípio, supomos que esses conteúdos já foram apresentados mais detalhadamente aos alunos em etapas anteriores de seus estudos de Física. Entretanto, se não for o caso, uma adaptação deve ser feita pelo professor. Em seguida aos textos vêm questões que visam avaliar como os alunos compreendem atualmente esses temas, permitindo ao professor preparar adequadamente a aplicação da sequência didática.

## Ondas e a cor dos objetos

Leia os textos abaixo e responda ao que se pede.

Nome: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

### As propriedades das ondas

Ao tocar a superfície da água, observamos a formação de ondulações que se propagam de forma circular ao longo de sua superfície (ver figura 1). Chamamos de onda a propagação dessas ondulações, que transportam a energia transferida pelo toque na água.



Figura 1: Perturbação na superfície da água.

Ao aumentar a intensidade da perturbação, elevamos a energia transferida à água, o que pode ser notado através da elevação das cristas da onda propagada, como ilustrado na figura 1. Portanto, a quantidade de energia carregada pela onda está associada à altura das cristas em relação ao nível original da água. Essa altura ganha o nome de amplitude, sendo uma das propriedades que caracterizam as ondas.

Chamamos de comprimento de onda a distância entre duas cristas consecutivas (ver figura 2). O intervalo de tempo entre a passagem de uma crista e a próxima é o período. A razão entre a quantidade de cristas que passa

por um ponto e o tempo dessa passagem é a frequência da onda. É fácil ver que há uma relação entre a frequência  $f$  e o período  $T$  da onda, dada por  $f = 1/T$ .

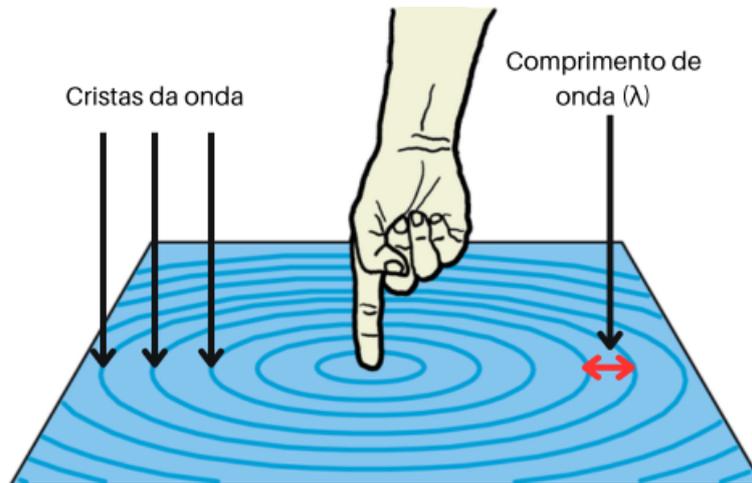


Figura 2: Cristas e comprimento de onda.

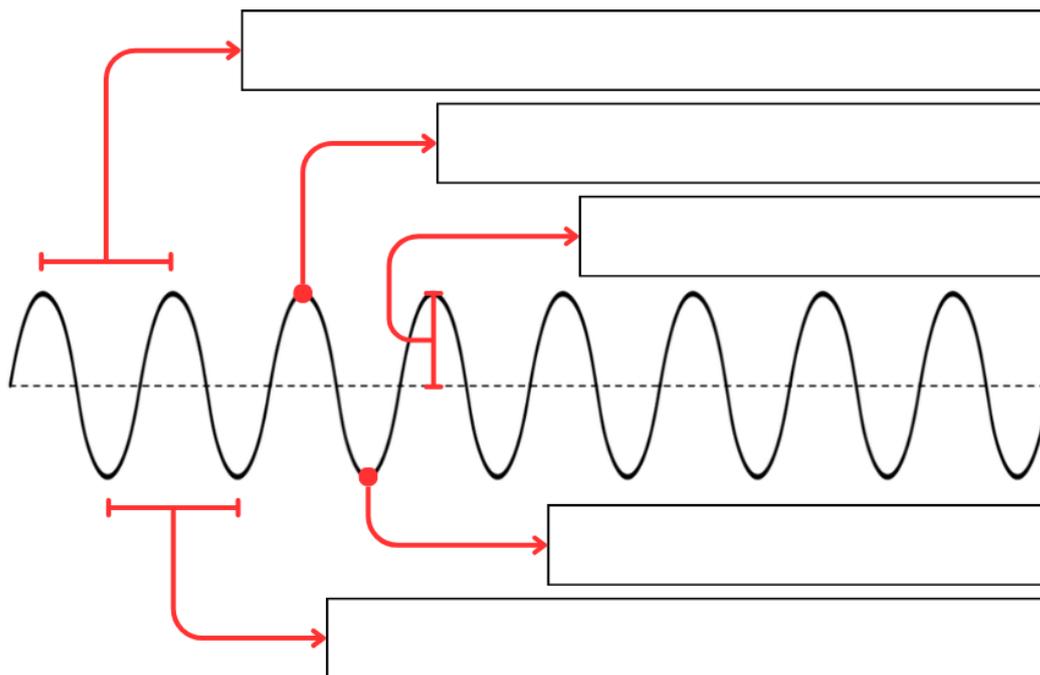
A velocidade  $v$  de propagação de uma onda é dada por  $v = \lambda/T$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $T$  o período. Como  $T = 1/f$ , a velocidade também é dada por  $v = \lambda f$ . Daí, obtemos uma importante relação entre o comprimento de onda e a frequência:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Essa equação mostra a relação de proporção inversa entre o comprimento de onda e a frequência de uma onda que se propaga em um mesmo meio, considerando fixa sua velocidade de propagação. Em outras palavras, quanto maior for a frequência, menor será o comprimento de onda e vice-versa.

Utilizando o texto anterior e qualquer informação que você tenha sobre ondas, responda às questões 1 a 3.

1. A seguir, temos uma onda que se propaga em uma corda. Preencha as caixas abaixo com os nomes dos elementos indicados.



2. As figuras a seguir representam ondas se propagando em cordas. Considere que todas possuem a mesma velocidade de propagação e que estejam na mesma escala.

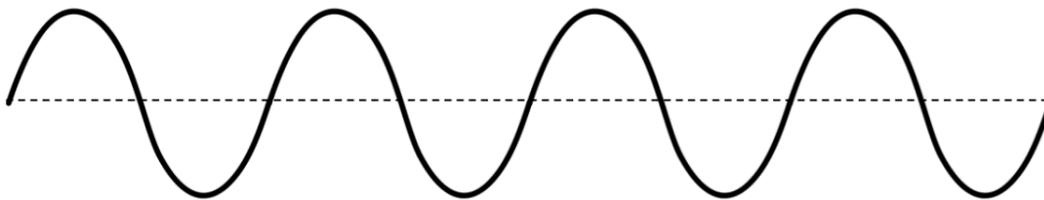


Figura 3

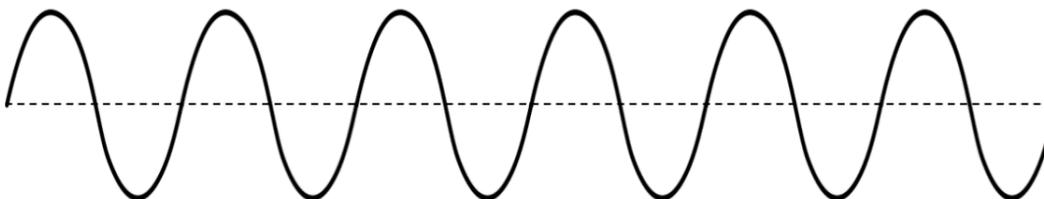


Figura 4

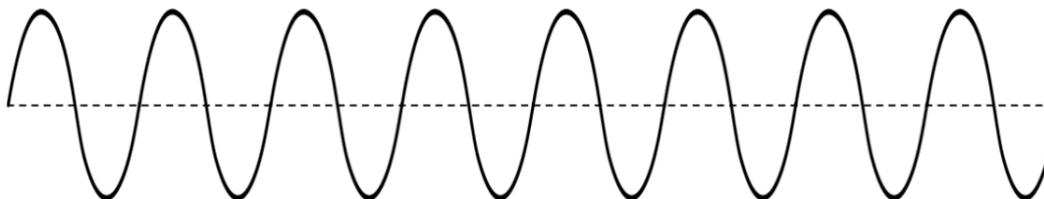


Figura 5

- a) Qual delas possui a maior frequência?

- (A) Figura 3
- (B) Figura 4
- (C) Figura 5

- b) Qual delas possui o maior comprimento de onda?

- (A) Figura 3
- (B) Figura 4
- (C) Figura 5

3. As figuras a seguir representam ondas se propagando em cordas. Considere que todas possuem a mesma velocidade de propagação e que estejam na mesma escala.

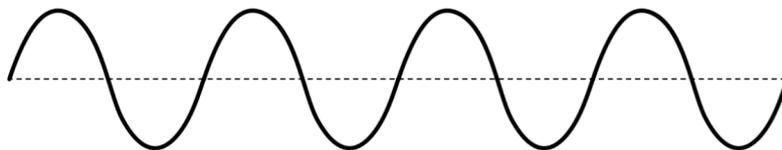


Figura 6

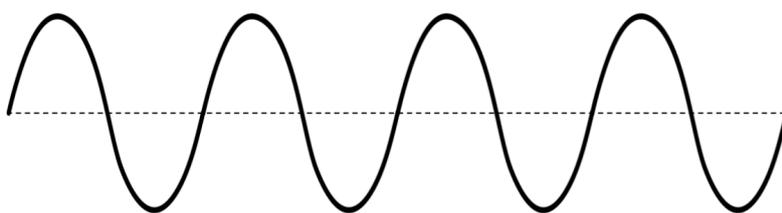


Figura 7

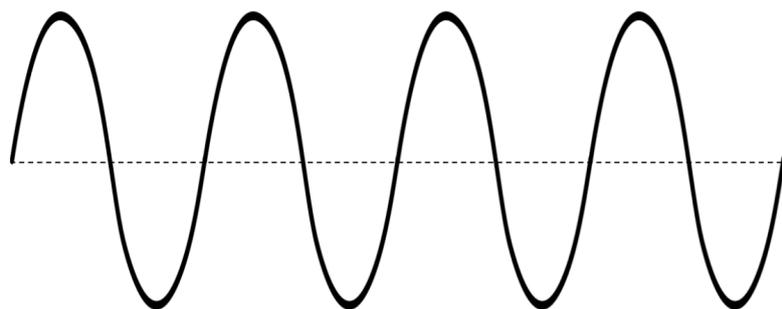


Figura 8

- a) Qual delas possui a menor amplitude?

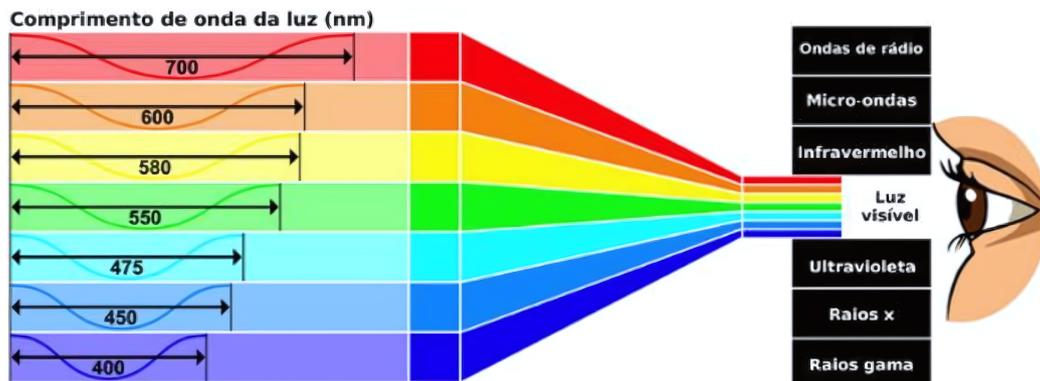
- (A) Figura 6
- (B) Figura 7
- (C) Figura 8

- b) Qual delas transporta a maior energia?

- (A) Figura 6
- (B) Figura 7
- (C) Figura 8

## As cores dos objetos

O espectro da luz visível é subdividido de acordo com as cores, que vão do vermelho (comprimento de onda maior / frequência menor) ao violeta (comprimento de onda menor / frequência maior), conforme a figura abaixo. A luz branca natural é a composição de todas as cores desse espectro.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/espectro-eletromagnetico.htm>

Figura 9: Espectro visível.

Conseguimos ver os objetos (sem luz própria) porque a luz que os atinge é refletida para os nossos olhos. Sem luz, é impossível que os enxerguemos e o mesmo vale para as suas cores: nossa percepção muda de acordo com a cor da luz que os ilumina. Por exemplo, vemos um objeto vermelho sob a luz branca porque ele reflete, preferencialmente, a faixa do espectro no entorno do vermelho e absorve o restante.

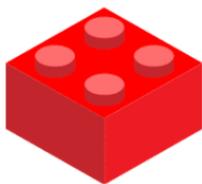
Utilize o texto anterior para responder às questões 4 e 5.

4. Um objeto de cor vermelha é posicionado em uma sala completamente escura. Indique a cor observada nas seguintes situações:

Luz branca

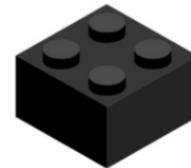


Percepção:

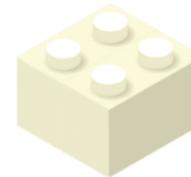


Peça vermelha

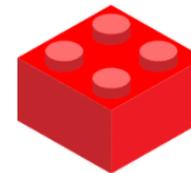
(A)



(B)



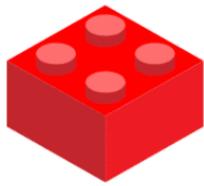
(C)



(D)



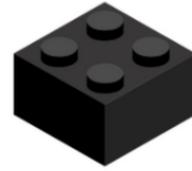
Luz vermelha



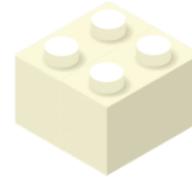
Peça vermelha

Percepção:

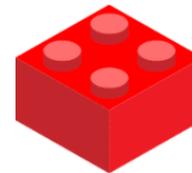
(A)



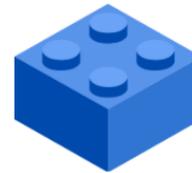
(B)



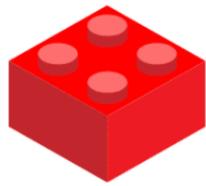
(C)



(D)



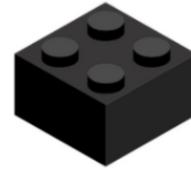
Luz azul



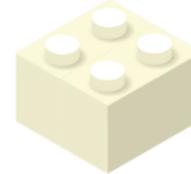
Peça vermelha

Percepção:

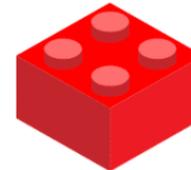
(A)



(B)



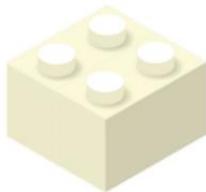
(C)



(D)



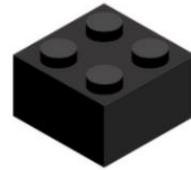
Luz vermelha



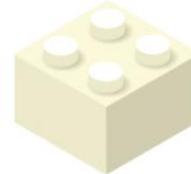
Peça branca

Percepção:

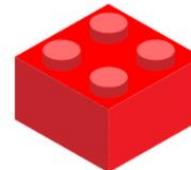
(A)



(B)



(C)



(D)



5. A cor de um objeto iluminado é dada:

- (A) pela luz que ele reflete.
- (B) pela luz que ele absorve.

## Apêndice C

### A natureza da luz (questionário pós-instrução)

O questionário *A natureza da luz*, a ser aplicado após a sequência didática, avalia a compreensão dos alunos sobre partículas, ondas e sua relação com a natureza da luz.

## Questionário "A Natureza da Luz"

Com base no que você aprendeu nas aulas, responda as questões a seguir.

Nome: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

1. O que você entende por partícula? Dê exemplos.
2. O que você entende por onda? Dê exemplos.
3. Que diferenças você identifica entre partículas e ondas? Existe alguma semelhança? Se sim, qual(is)?
4. Tendo em vista os experimentos do fio de cabelo e da fotoluminescência, o que você diria sobre a natureza da luz?
  - (A) É onda.
  - (B) É partícula.
  - (C) Às vezes é onda e às vezes é partícula.
  - (D) Não é nem onda e nem partícula.

5. Comente os motivos para sua resposta à questão anterior.
  
6. Usamos os conceitos clássicos de ondas e partículas para caracterizar fenômenos do mundo macroscópico, como uma perturbação na água (onda) ou um objeto se deslocando (partícula). Você acha que esses conceitos também podem ser usados para caracterizar sistemas do mundo microscópico, como moléculas absorvendo ou emitindo energia? Comente sobre a sua opinião.

# Referências Bibliográficas

- [1] J. Stachel, *Einstein's miraculous year: five papers that changed the face of physics*, Princeton University Press (1998).
- [2] A. Einstein, *Concerning an heuristic point of view toward the emission and transformation of light*, *Annalen der Physik*, 33(5), p. 132-148 (1905).
- [3] Physical Science Study Committee, *Physics*, ed. 1, Heath And Company (1960).
- [4] M. Pietrocola et al, *Física em Contextos*, ed. 1, São Paulo, Editora do Brasil (2016).
- [5] A. Gaspar, *Compreendendo a Física*, ed. 2. São Paulo, Editora Ática (2013).
- [6] A. Pais, *Einstein and the quantum theory*, *Reviews of Modern Physics*, 51(4), p. 863-911 (1979).
- [7] B. Valeur, M. N. Berberan-Santos, *A brief history of fluorescence and phosphorescence before the emergence of quantum theory*, *Journal of Chemical Education*, 88(6), p. 731-738 (2011).
- [8] G. G. Stokes, *On the change of refrangibility of light*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 142, p. 463-562 (1852).
- [9] M. Malley, *A heated controversy on cold light*, *Archive for History of Exact Sciences*, 42(2), p. 173-186 (1991).
- [10] A. G. Silva Jr, H. M. R. Luna, C. E. Aguiar, *Fotoluminescência e o ensino do conceito de fóton*, *Anais do XXV Simpósio Nacional de Ensino de Física*, Rio de Janeiro (2023).

- 
- [11] P. Grangier, G. Roger, A. Aspect, *Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beamsplitter*, Europhysics Letters, 1(4), p. 173-179 (1986).
- [12] R. Müller, H. Wiesner, *Teaching quantum mechanics on an introductory level*, American Journal of Physics, 70(3), p. 200-209 (2002).
- [13] R. G. Pontes, *Ondas, partículas e luz: Uma abordagem fenomenológica*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física), Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro (2019).
- [14] R. P. Feynman, *QED: The strange theory of light and matter*, Princeton University Press (1985).
- [15] R. A. Millikan, *A direct photoelectric determination of planck's "h"*, Physical Review, 7(3), p. 355-388 (1916).
- [16] Carta de Einstein a Conrad Habicht, maio de 1905, The Collected Papers of Albert Einstein 5, doc. 27, Princeton University Press, p. 31 (1993).
- [17] P. Ehrenfest, *Welche züge der lichtquantenhypothese spielen in der theorie der wärmestrahlung eine wesentliche rolle?*, Annalen der Physik, 341(11), p. 91-118 (1911).
- [18] T. S. Kuhn, *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity*, Oxford University Press (1978).
- [19] D. V. Schroeder, *An Introduction to Thermal Physics*, Addison Wesley (2000).
- [20] M. Malley, *Thermodynamics and Cold Light*, Annals of Science, 51, p. 203-224 (1994).
- [21] S. B. McKagan, W. Handley, K. K. Perkins, C. E. Wieman, *A research-based curriculum for teaching the photoelectric effect*, American Journal of Physics, 77(1), p. 87-94 (2009).
- [22] J. Rudnick, D. S. Tannhauser, *Concerning a widespread error in the description of the photoelectric effect*, American Journal of Physics, 44(8), p. 796-798 (1976).
- [23] P. B. O'Hara, W. St. Peter, C. Engelson, *Turning on the light: lessons from luminescence*, Journal of Chemical Education, 82(1), p. 49-52 (2005)

- [24] T. D. Z. Atvars, C. Martelli, *Espectroscopia de luminescência*, Revista Chemkeys, setembro de 2018, <http://dx.doi.org/10.20396/chemkeys.v0i2.9613>.
- [25] N. Bohr, *On the constitution of atoms and molecules*, Philosophical Magazine, 26(151), p. 1-24 (1913).
- [26] F.J. Rutherford, G. Holton e F.G. Watson, *Project Physics*, Saunders College Publishing (1981).
- [27] M. McCloskey, *Intuitive physics*, Scientific American, v. 248, p. 122-130 (1983)
- [28] E. J. Dijksterhuis, *The mechanization of the world picture: Pythagoras to Newton*, Oxford University Press (1961)