



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Profissional em Ensino de Física

**A segunda lei da Mecânica em livros didáticos  
Uma proposta de material instrucional inspirada em  
Gottfried Wilhelm Leibniz e Johann Bernoulli**

Roberta Trigueiro Campos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientadores:  
Penha Maria Cardozo Dias  
Mariana Faria Brito Francisquini

Rio de Janeiro  
Maio de 2023

**A segunda lei da Mecânica em livros didáticos  
Uma proposta de material instrucional inspirada em  
Gottfried Wilhelm Leibniz e Johann Bernoulli**

Roberta Trigueiro Campos

Orientadores:

Penha Maria Cardozo Dias  
Mariana Faria Brito Francisquini

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Presidente, Dra. Penha Maria Cardozo Dias (interna, IF/UFRJ)

---

Dra. Mariana Faria Brito Francisquini (externa, IFRJ)

---

Dra. Marta Feijó Barroso (interna, IF/UFRJ)

---

Dr. Victor Augusto Giraldo (externo, IM/UFRJ)

---

Dr. Roberto Affonso Pimentel Junior (externo, IF/UFRJ)

Rio de Janeiro  
Maio de 2023

## FICHA CATALOGRÁFICA

C198 Campos, Roberta Trigueiro

A segunda lei da Mecânica em livros didáticos (Uma proposta de material instrucional inspirada em Gottfried Wilhelm Leibniz e Johann Bernoulli) / Roberta Trigueiro Campos. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2023.

ix, 116 f. : il. ; 30 cm.

Orientadores: Penha Maria Cardozo Dias; Mariana Faria Brito Francisquini.

Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2023.

Referências Bibliográficas: f. 117-118.

1. Ensino de Física. 2. Ensino da Segunda Lei da Mecânica. 3. As leis do equilíbrio. I. Cardozo Dias, Penha Maria. II. Francisquini, Mariana Faria Brito. III. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. IV. A segunda lei da Mecânica em livros didáticos (Uma proposta de material instrucional inspirada em Gottfried Wilhelm Leibniz e Johann Bernoulli).

## Agradecimentos

Ao meu marido Anderson e ao meu filho Lucas Matheus por terem me apoiado durante todo o percurso jamais me deixando esmorecer e por terem entendido meus momentos de ausência devido à dedicação aos estudos.

À minha mãe que sempre foi um exemplo de profissional da educação e que me incentivou em todos os momentos.

As minhas orientadoras Penha e Mariana por terem se disponibilizado a me ajudar durante toda a caminhada. Obrigada pela paciência, pelo incentivo, por cada sugestão e correções feitas neste trabalho. Obrigada por tudo que me ensinaram e pela oportunidade de aprender a cada dia um pouco mais.

A todos os professores com os quais me deparei durante este processo, que me fizeram por diversas vezes repensar o processo de aprendizagem e que contribuíram para o meu aprimoramento em Física.

Aos meus colegas de mestrado por todas as trocas e discussões levantadas durante as aulas. Em especial a Tatiana Campos que foi um presente que este mestrado me deu, pois juntas conseguimos superar cada obstáculo sempre dando força uma a outra para seguir em frente.

À Polícia Militar do Estado do Rio de Janeiro pela disponibilidade para cursar o mestrado e autorização para a aplicação do trabalho em sala de aula.

Aos alunos do Colégio da Polícia Militar do Estado do Rio de Janeiro por terem contribuído de forma efetiva para o sucesso deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

### **A segunda lei da Mecânica em livros didáticos Uma proposta de material instrucional inspirada em Gottfried Wilhelm Leibniz e Johann Bernoulli**

Roberta Trigueiro Campos

Orientadores:

Penha Maria Cardozo Dias  
Mariana Faria Brito Francisquini

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Nesta dissertação é proposto um material instrucional voltado ao ensino da Segunda Lei da Mecânica, que possa fornecer mais subsídios para seu ensino no Ensino Médio. Esse material é baseado em uma análise de uma colisão elástica, feita por Johann Bernoulli e Wilhelm Gottfried Leibniz; esses autores entenderam movimento como uma sucessão de estados de repouso. Bernoulli estabelece leis do equilíbrio, então, a forma funcional da Segunda Lei (no caso unidimensional) segue-se naturalmente da quebra de equilíbrio. Na tentativa de compreender como a Segunda Lei é apresentada aos alunos, foram analisados alguns livros didáticos; na análise foram observados três aspectos: A forma como a Segunda Lei é apresentada no livro, os exercícios e ilustrações.

Palavras chave: Ensino de Física, Ensino da Segunda Lei da Mecânica, As leis do equilíbrio.

Rio de Janeiro  
Maio de 2023

## ABSTRACT

### **The second law of mechanics in teaching manuals Proposal of a teaching material inspired in Gottfried Wilhelm Leibniz and Johann Bernoulli**

Roberta Trigueiro Campos

Supervisors:

Penha Maria Cardozo Dias  
Mariana Faria Brito Francisquini

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

This dissertation proposes a teaching material that can be helpful in introducing the second law of mechanics to High School students. The material is based on the analysis of an elastic collision made by Johann Bernoulli and Wilhelm Gottfried Leibniz; these authors understood motion as a succession of states of rest. Bernoulli establishes equilibrium laws; then the functional form of the second law (in the one-dimensional case) naturally follows, when equilibrium ceases. In an attempt to understand how the law is presented to Brazilian students in High School and in introductory physics courses, some books are analyzed. Three aspects are taken in consideration: how the law is introduced, exercises and illustrations.

Keywords: Physics teaching, Teaching of the second law of mechanics, The laws of equilibrium.

Rio de Janeiro  
Maio de 2023

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>O significado da Segunda Lei da Mecânica segundo a descrição leibniziana da colisão</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>A Segunda Lei da Mecânica nos livros didáticos</b>	<b>11</b>
3.1	Critérios para avaliação de livros didáticos . . . . .	12
3.1.1	Apresentação da Segunda Lei . . . . .	12
3.1.2	Ilustrações . . . . .	13
3.1.3	Exercícios . . . . .	16
3.2	Análise de livros do Ensino Médio . . . . .	20
3.2.1	Livro I . . . . .	21
3.2.2	Livro II . . . . .	25
3.2.3	Livro III . . . . .	29
3.2.4	Livro IV . . . . .	35
3.3	Análise de livros do Ensino Superior . . . . .	40
3.3.1	Livro V . . . . .	40
3.3.2	Livro VI . . . . .	45
3.4	Comentário comparativo geral entre os livros . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Proposta de ensino da Segunda Lei da Mecânica</b>	<b>53</b>
4.1	Aula 1 . . . . .	54
4.2	Aula 2 . . . . .	55
4.3	Aula 3 . . . . .	58
4.3.1	Descrição do movimento segundo Bernoulli . . . . .	58
<b>5</b>	<b>Aplicação em sala de aula</b>	<b>65</b>
5.1	AULA 1 – QUESTÃO 6 . . . . .	66
5.2	AULA 1 – QUESTÃO 8 . . . . .	67
5.3	AULA 2 – QUESTÃO 2 . . . . .	68
5.4	AULA 2 – QUESTÃO 3 . . . . .	69

5.5	AULA 2 – QUESTÃO 4 . . . . .	70
5.6	AULA 3 – QUESTÃO 1 . . . . .	71
5.7	AULA 3 – QUESTÕES 2 E 3 . . . . .	72
5.8	AULA 3 – QUESTÃO 9 . . . . .	73
5.9	Desempenho dos alunos . . . . .	74
5.9.1	Condição de equilíbrio: A1-Q6, A1-Q8, A2-Q4 . . . . .	75
5.9.2	Relação entre a quantidade de movimento e movimentos retilíneos, uniforme e não-uniforme . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Comentários finais</b>	<b>78</b>
<b>A</b>	<b>Aulas</b>	<b>80</b>
A.1	Parte do professor . . . . .	80
A.2	Parte do aluno . . . . .	97
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>116</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Esta dissertação propõe um material instrucional para o ensino da Segunda Lei da Mecânica. Uma análise da colisão elástica, feita por Johann Bernoulli, em 1727, serviu de inspiração para a elaboração do material.

Em seu *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, Isaac Newton enunciou o famoso Axioma II (*Princípios*, p.416):

Lei 2. Uma mudança de movimento é proporcional à força motiva impressa e acontece ao longo da linha reta [sobre] a qual a força é impressa.

O significado do Axioma e de seus termos ainda eram debatidos em meados do século seguinte. Em 1744, em seu *Traité de Mécanique*, Jean Le Rond D'Alembert argumentava contra a ideia de uma equação de movimento e contra o conceito de força; para ele, uma equação da forma “causa = efeito” é um axioma (p.xi) “vago e obscuro” e a força na expressão  $F = ma$  não é uma entidade separada, mas um nome para  $ma$  (p.25). Além disso, como está no *Princípios*, o Axioma parece ser introduzido por Newton como uma definição e não como uma equação, como observado por Isaac Bernard Cohen (1970, p.158):

Eu diria que o procedimento de Newton ao produzir assim uma forma da Segunda Lei a partir da Def. VIII, antes do enunciado formal da Lei II entre os Axiomas, não apenas mostra como ele antecipou os Axiomas ou Leis do Movimento nas Definições anteriores. Demonstra, igualmente, que qualquer forma da Segunda Lei é basicamente uma espécie de Definição.

As críticas de D’Alembert levantam questões que dizem respeito aos fundamentos das categorias da Mecânica: Por que as leis deveriam ser expressas por equações (que conectam uma causa a seu efeito, segundo D’Alembert)? Por que uma equação da forma  $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$ ? Afinal, a Lei da Inércia, se assumida, no máximo afirma que aquilo que muda a velocidade de um corpo é uma função da aceleração, mas não especifica qual seja essa função; por que não  $F \propto \sqrt[3]{a^2}$ ? Qual é o significado dos termos da Lei?

Dificuldades em precisar o significado da Segunda Lei parecem persistir nos dias atuais. Os seguintes pontos descrevem experiência pessoal em sala de aula. Os alunos entendem que ‘força’ é uma propriedade de corpos, e não concebem como um corpo inanimado pode exercer força sobre outro, desconsiderando a ideia de interação entre eles; conseqüentemente, os alunos usam mecanicamente sistemas de blocos, memorizando as forças em cada situação, sem realmente entender a física envolvida. Além disso, apresentam dificuldades na compreensão da composição vetorial, tanto geométrica quanto algebricamente. Livros didáticos nem sempre contribuem para resolver essas dificuldades. Como depoimento pessoal: introduzi por muitas vezes a Segunda Lei apenas como uma fórmula matemática, pois os livros que utilizava como material de apoio não se aprofundavam no significado da Lei; esse problema perdurou por anos, pois faltava um material que me auxiliasse em uma nova abordagem.

Esse foi o ponto de fundo que me motivou a escolher o tema. Por este motivo, escolhemos analisar como os livros didáticos mais difundidos no Rio de Janeiro introduzem a Segunda Lei e em que medida eles ajudam a sanar o problema.

Uma crítica mais precisa, em consonância com essa experiência didática, foi feita por Arnold Arons (p.65): <sup>1</sup>

É lamentável que muitos livros didáticos, em seus esforços para serem “simples”, “fáceis” ou “concisos”, evitem uma definição operacional cuidadosa e omitam completamente a discussão de quais aspectos da segunda lei envolvem definição arbitrária e quais aspectos refletem um tipo específico de

---

<sup>1</sup>Tradução pela autora.

ordem na natureza. Tais apresentações deixam os alunos com fórmulas:

$$\vec{F}_{resultante} = m\vec{a}$$

ou

$$(F_{resultante})_x = ma_x; \quad (F_{resultante})_y = ma_y$$

mas com nenhuma compreensão do conteúdo e significado da segunda lei.

É importante que os alunos percebam que a expressão algébrica não é auto-suficiente e que deve ser complementada por um texto razoavelmente extenso, fazendo um relato [do que foi introduzido como sendo] definição arbitrária e apelo a experimentos, em linhas comparáveis às ilustradas nas seções anteriores [do livro do Arons]. Sem esse relato, as fórmulas são estéreis e ininteligíveis.

Ignorar esses aspectos lógicos e conceituais das leis do movimento, a fim de fazer as coisas parecerem “mais fáceis” ou alcançar uma cobertura mais extensa, mostra pouco mais do que desprezo pelas mentes dos alunos. A maioria dos alunos pode entender essas ideias se lhe for dado tempo, oportunidade, experiência concreta e um retorno [à ideia] após [encontrá-la em] novo contexto. Pouquíssimos alunos podem absorver ou entender essas ideias, quando submetidos ao ritmo e brevidade predominantes na maioria de nossos textos e cursos, seja no ensino médio, seja em cursos de física de nível universitário, baseados ou em cálculo ou em álgebra.

Arons reconhece duas sequências de ensino, a de Ernst Mach e a de Newton. Na sequência de Mach (p.58):

[...] a massa inercial é definida primeiro. Isso é feito, invocando o experimento do carro-de-reação,<sup>2</sup> aceitando como lei da natureza a observação empírica que a razão das acelerações (e, portanto, das mudanças de velocidade) [de] dois corpos é uma propriedade fixa dos corpos e definindo a razão das massas como a razão inversa das acelerações. A força resultante que atua sobre um corpo é, então, definida como o produto  $ma$  para esse corpo.

Na sequência de Newton (p.64):

---

<sup>2</sup>A expressão carro-de-reação é a usada por Arons.

[...], isto é, começando com força e aceleração ao invés do experimento do carro-de-reação de Mach. Este, porém, ainda não é todo o conteúdo da segunda lei. Restam as questões de superposição de forças e massas e, novamente, deve-se apelar à experiência para verificação de conjecturas, por mais plausível que essas possam ser.

O material instrucional aqui proposto não se compromete com essas sequências. Afinal, do ponto de vista histórico, os conceitos de massa, aceleração e força foram, inicialmente, elaborados em um contexto filosófico não “machiano”. Em vez disso, o material é inspirado pelo contexto leibniziano e pelo tratamento da colisão elástica feito por Bernoulli, em seu “Discours sur les Loix de la Communication du Mouvement”.

No Capítulo 2 é mostrado o tratamento da colisão elástica feito por Bernoulli. A análise de Bernoulli revela as seguintes “ferramentas de pensamento”, que trazem um significado à Segunda Lei: (1) movimento é entendido como uma sucessão de estados de repouso; (2) a quantidade de movimento ou momento linear aparece automaticamente nas condições de repouso; (3) a forma funcional da Segunda Lei aparece como uma sequência natural, pois o resultado da quebra de repouso é a variação da quantidade de movimento; seguindo Gottfried Wilhelm Leibniz, essa variação é igualada à “força morta”, isto é, a força que impede o movimento. O conceito de força não é discutido na dissertação, de forma profunda, mas introduzido por meio de exemplos, apenas, para ilustrar a ideia de interação em uma variedade de situações.

No Capítulo 3 é feita uma discussão de como a Segunda Lei é introduzida em livros didáticos. Foram selecionados quatro livros direcionados ao Ensino Médio, dois ao Ensino Superior. Para realizar a pesquisa, foram estabelecidos alguns critérios gerais, isto é, perguntas a serem respondidas na análise: (1) o modo como a Segunda Lei é apresentada, em particular se sua forma funcional é justificada e se a História da Física é usada para trazer suporte racional à Lei; (2) as ilustrações; (3) os exercícios apresentados no livro. Dentro de cada um destes aspectos, foram estabelecidos critérios específicos.

No Capítulo 4 são apresentados os fundamentos da proposta de ensino. Foram elaboradas três aulas, com várias questões a serem respondidas pelos alunos. Na primeira e na segunda, os alunos devem-se familiarizar com

as duas leis do equilíbrio usadas por Bernoulli; a quantidade de movimento aparece ao colocar juntas as duas leis. Na terceira, é analisado o que acontece com a quantidade de movimento, quando o repouso for quebrado. As questões visam objetivos, os quais são também discutidos. As aulas propriamente ditas estão no Apêndice.

O material foi aplicado em um colégio da rede pública estadual e a análise do resultado da aplicação está no Capítulo 5. Foi discutido o desempenho dos alunos em questões que envolvem conceitos chave e que fossem correlatas.

O material instrucional, intitulado “Proposta de Ensino da Segunda Lei da Mecânica”, é apresentado separadamente da tese, em um encarte.

Finalmente, por que História da Física? Uma das propriedades da História, que a tornam útil ao ensino de Física, é a de revelar raciocínios e “ferramentas do pensamento”, o que esclarece significados e justifica leis e conceitos. Raciocínios elaborados para introduzir pela primeira vez uma ideia, conceito, etc., têm uma força explanatória imensa, pois mostram dificuldades e como foram superadas. Já foi dito (P. M. Cardozo Dias, 2001, p. 227):

[...] o problema é o de tornar inteligível as leis da Física, entender seu significado [...]; é o de tornar “menos mágicos” conceitos tão pouco intuitivos e naturais, como, por exemplo, as Leis de Newton. [...]. A História da descoberta de um conceito mostra não somente como o conceito foi criado, mas, sobretudo, seu porquê; a História mostra as questões para cujas soluções o conceito foi introduzido, revela o que o conceito faz na teoria, sua função e seu significado. A História revive os elementos do pensar de uma época, revelando, pois, os ingredientes com que o pensamento poderia ter contado na época em que determinada conquista foi feita. Ela desvenda a lógica da construção conceitual; nesse esforço, ela revela, também, os “buracos lógicos” que o conceito preenche, revivendo o próprio ato intelectual da criação científica.

Cabe ressaltar que a dissertação não é em História da Física e, portanto, não comporta um relato da História da Mecânica e da Segunda Lei, em particular.

## Capítulo 2

# O significado da Segunda Lei da Mecânica segundo a descrição leibniziana da colisão

Como discutido na Introdução, o Axioma II não propõe uma equação, como comumente apresentado nos livros atuais de Física, e deve ser entendido como uma relação causa-efeito, especificando o efeito de uma força. A sistematização de Newton não teve aceitação, na Europa continental, em um primeiro momento. Os cartesianos tiveram dificuldade em aceitar o conceito de força, para eles algo similar às qualidades ocultas. As críticas de D'Alembert, anteriormente citadas, são pertinentes e foram influentes.

O conceito de força recebeu um fundamento filosófico por Leibniz. Ele reconheceu quatro tipos de forças: primitiva ativa, primitiva passiva, derivada ativa e derivada passiva. As primitivas são forças metafísicas e não esclarecem fenômenos específicos. As derivadas são “acidentes”, “modos”, “limitações” das primitivas; uma expressão mais moderna seria “concretizações” das forças primitivas.

A força primitiva ativa seria a “essência”, a força primitiva passiva descreveria uma “impenetrabilidade” e seria mais bem associada à massa. As forças que descrevem entidades físicas atuais seriam as forças derivadas. As forças derivadas ativas seriam a “força viva” e a “força morta”. A “força

viva” é  $mv^2$  e é definida em uma situação em que movimento já está instalado. A “força morta” é a força que mantém o equilíbrio; assim sendo, em termos modernos, é a expressão  $-m\vec{a}$  que equilibra a força aplicada ( $\vec{F}$ ), na equação  $\vec{F} - m\vec{a} = 0$ . A força derivada passiva está relacionada a uma resistência ao movimento e é mais bem caracterizada como a propriedade de “inércia”.

René Descartes havia proposto que Deus criou o mundo com uma quantidade de movimento ( $mv$ ), a qual não pode ser alterada, por ser um ato divino. Leibniz, no entanto, reconhece que a quantidade conservada não é a mesma grandeza assumida por Descartes, mas a “força viva”. A crítica a Descartes é fundamentada no fato que a “força” cartesiana não depende da distância percorrida, o que leva a uma contradição com o teorema de Galileu da queda livre. Leibniz propõe a seguinte situação: um corpo de massa  $m_A = 1$  cai de uma altura  $h_A = 4$  e um corpo de massa  $m_B = 4$  cai de uma altura  $h_B = 1$ ; pelo teorema de Galileu, o corpo  $A$  adquire uma velocidade  $v_A = 2$  e o corpo  $B$  adquire uma velocidade  $v_B = 1$ . Para Descartes as “forças” seriam, respectivamente,  $1 \times v_A = v_A$  e  $4 \times v_B = 4v_B$ ; como a “força” cartesiana depende apenas do valor da velocidade e não como esse valor foi adquirido, é possível supor que seja  $m_A v_A = m_B v_B$  ou  $v_A = 4v_B$ ; mas deveria ser  $v_A = 2v_B$ , se essas velocidades resultassem das quedas no experimento descrito acima. Conclui Leibniz que a “força” deve ser medida pela altura da queda.

Como comentado anteriormente, a força morta está associada ao equilíbrio. A Estática já era desenvolvida desde a Antiguidade Grega. O equilíbrio de dois corpos era descrito por dois princípios equivalentes — o Princípio da Alavanca e o Princípio das Velocidades Virtuais:

$$\text{princípio da alavanca:} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad ; \quad (2.1)$$

$$\text{princípio das velocidades virtuais:} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1} \quad . \quad (2.2)$$

onde  $l_1$  e  $l_2$  são os braços da alavanca;  $F_1$  e  $F_2$  são pesos colocados nas extremidades dos braços;  $\Delta v_1$  e  $\Delta v_2$  são velocidades virtuais ou velocidades

que seriam atingidas em um tempo  $\Delta t \ll 1$ , se a alavanca começasse a se mover. É fácil ver que os princípios são equivalentes. Usando a notação da figura 2.1, suponha que a alavanca gire de um ângulo infinitesimal  $\Delta\phi$ . Os arcos movidos são  $\Delta s_1 = l_1\Delta\phi$  e  $\Delta s_2 = l_2\Delta\phi$ . Segue-se:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \equiv \frac{l_2 \times \Delta\phi}{l_1 \times \Delta\phi} = \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} \equiv \frac{\Delta v_2 \times \Delta t}{\Delta v_1 \times \Delta t} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}.$$

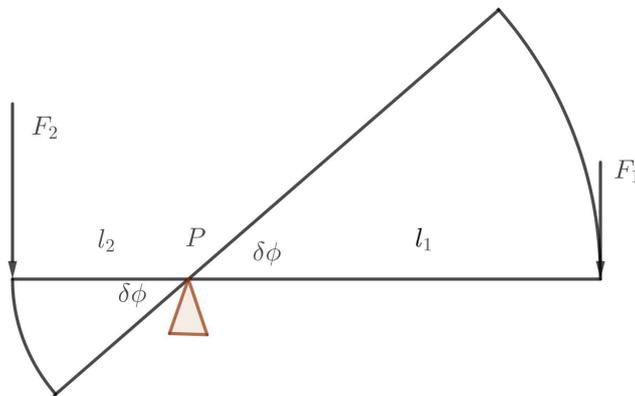


Figura 2.1: A alavanca.  $l_1$  e  $l_2$  são os braços, em cujas extremidades estão as massas  $m_1$  e  $m_2$ .

Johann Bernoulli foi influenciado por Leibniz, em seu livro *Discours sur les Loix de la Communication du Mouvement*. Equilíbrio era entendido como uma sucessão de movimentos virtuais que se cancelavam, em um processo de quebra e retorno ao equilíbrio, intermitentemente. Assim, no caso da alavanca, em cada instante, ela tende a girar de um ângulo, devido ao peso na extremidade de um braço, mas esse movimento é simultaneamente anulado pelo peso na outra extremidade, o qual tende a girar a alavanca de um mesmo ângulo, em sentido oposto. Da mesma forma, um livro sobre uma mesa move para baixo, porém esse movimento é anulado pela “força morta” da mesa sobre ele, que o empurra para cima. Movimento, por sua vez, era entendido como uma sucessão de estados instantâneos de equilíbrio.

Bernoulli usa essas ideias para explicar uma colisão elástica. Ele e Leibniz

só consideravam colisões elásticas, pois o mundo é contínuo e uma colisão inelástica é um processo descontínuo. Bernoulli considera um sistema de duas massas ligadas por uma mola, o que representa uma colisão elástica (figura 2.2).

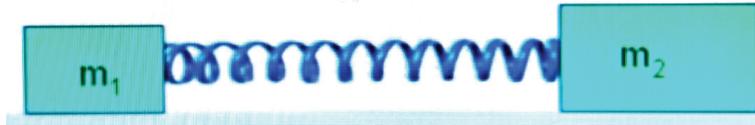


Figura 2.2: A colisão elástica de duas massas é descrita pelo acoplamento das massas por uma mola.

As massas na figura movem-se sobre a linha horizontal, como se a mola fosse uma alavanca sempre em equilíbrio. Em um instante fixo, as massas e a mola podem ser consideradas em repouso; aplicando o princípio das velocidades virtuais:

$$\frac{m_1 \Delta v_1}{m_2 \Delta v_2} = 1.$$

Bernoulli escreve isso em termos das acelerações:

$$\frac{m_1 \frac{\Delta v_1}{\Delta t}}{m_2 \frac{\Delta v_2}{\Delta t}} = 1.$$

Portanto a quantidade  $m \frac{\Delta v}{\Delta t}$  tem valores iguais em ambos os corpos, quando em equilíbrio. Ela é a medida da “força morta” que mantém cada massa em repouso instantâneo:

$$\text{medida da força morta} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta (mv)}{\Delta t}$$

Esse raciocínio pode ser entendido como uma dedução das leis de movimento. Mas ainda não está completo. De acordo com Leibniz, existem princípios metafísicos que Deus impôs, como a lei da continuidade, a lei da ação e reação e a lei da igualdade entre causa e efeito. Considerando o princípio que causas são iguais a seus efeitos, a argumentação anterior pode ser completada e posta em forma de um silogismo:

do conceito de força morta:	causa = medida pela força morta atuando em $\Delta t$ = (força morta) $\times \Delta t$
da lei da alavanca:	efeito = $\Delta (mv)$
hipótese metafísica:	causa = efeito
equação do movimento:	(força morta) $\times \Delta t = \Delta (mv)$

Nessa dedução, a quantidade de movimento aparece naturalmente, como uma condição de equilíbrio e não precisa ser introduzida artificialmente como definição. Além disso, que movimento seja descrito por sua variação no tempo, segue-se como consequência do fato de movimento ser uma sucessão temporal de estados de equilíbrio.

Até aqui foram brevemente descritas bases históricas, filosóficas e matemáticas para melhor compreender a Segunda Lei. No capítulo seguinte, será mostrado como livros didáticos a introduzem e em que pilares se apoiam na sua apresentação. O pensamento de Bernoulli tratado neste capítulo será a base de elaboração do material instrucional (Capítulo 4).

## Capítulo 3

# A Segunda Lei da Mecânica nos livros didáticos

O livro didático possui papel importante na educação básica e principalmente no ensino das Ciências. Mesmo havendo diversas metodologias que podem ser utilizadas na explanação de determinado conteúdo, como a utilização da internet, o manuseio de equipamentos e experimentos, o fato é que o livro é, ainda, o principal apoio pedagógico, tanto para o professor quanto para o aluno. Portanto, é de suma importância a forma como os conteúdos são apresentados nos livros didáticos. Nesta dissertação, busca-se compreender como elementos relacionados ao processo de construção da Segunda Lei da Mecânica são apresentados em um conjunto de livros selecionados. Foram escolhidos quatro livros direcionados ao Ensino Médio: (Livro I) Nicolau Gilberto Ferraro, Paulo Antonio de Toledo Soares e Ronaldo Fogo; (Livro II) Alberto Gaspar; (Livro III) Alberto Guimarães e Marcelo Fonte Boa e (Livro IV) Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga. E dois, ao Ensino Superior: (Livro V) Pierre Lucie e (Livro VI) Moysés Nussenzeig, cujos critérios de seleção serão apresentados posteriormente neste capítulo, assim como os critérios que serão utilizados em suas análises.

## 3.1 Critérios para avaliação de livros didáticos

São considerados três aspectos para análise: (1) a forma como a Segunda Lei é apresentada; (2) as ilustrações; (3) os exercícios propostos. Dentro de cada um destes aspectos, ainda são estabelecidos critérios específicos. Pode-se compreender os critérios como perguntas a serem respondidas na análise do livro didático. A seguir, esses critérios são explicados à luz da literatura, bem como será feita a tomada de dados.

### 3.1.1 Apresentação da Segunda Lei

Foram estabelecidos os critérios listados abaixo para análise dos livros. Em algumas obras, além desses critérios, também foram considerados outros elementos, como por exemplo citação da Primeira Lei, o conceito de força, conceito de quantidade de movimento, etc. Os critérios introduzidos nesta dissertação são:

- Critério 1. O livro tem preocupação em justificar a forma funcional da lei ou apenas a apresenta como mero fato empírico?
- Critério 2. Se a resposta for afirmativa, qual a natureza do argumento invocado? Nesta dissertação, procura-se a racionalidade da Lei na História. Posto de modo sintético, o que será explicado no Capítulo 4, a análise de textos dos autores primários revela as “ferramentas do pensamento” invocadas para justificar conceitos e leis.
- Critério 3. O modo como o livro justifica a Segunda Lei tem ou não similaridade com o método de Bernoulli e Leibniz (Capítulo 2)? Em outras palavras, é perguntado: (1) movimento acelerado aparece como quebra de equilíbrio (violação da Primeira Lei)? (2) o raciocínio envolve quantidade de movimento e sua conservação?

### 3.1.2 Ilustrações

Ilustrações/figuras são representações encontradas comumente nos livros didáticos de muitas disciplinas. Este tipo de representação revela características não tangíveis aos alunos, auxiliando no processo de construção do conhecimento.

Nesta dissertação, as ilustrações constantes nos livros didáticos são entendidas não como meros artifícios estéticos, mas como parte não verbal do texto, uma vez que o uso das ilustrações reduz o esforço cognitivo dos alunos, como no caso das disciplinas científicas. Portanto os diferentes tipos de ilustrações buscam fomentar a aprendizagem do educando, no sentido de serem consideradas poderosas ferramentas para promover explicações dos fenômenos da ciência natural (David Treagust e Yang Liu, 2013, p.287). A importância da ilustração está no fato de decodificar alguns fenômenos, o que auxilia a construção de modelos mentais acerca de conteúdos abstratos, facilitando a sua compreensão. Portanto, a figura deve fazer parte do texto no qual está inserida, para que possa haver uma conexão entre a figura e o contexto e que, desta forma, possa ser lembrada pelo educando com maior facilidade.

São muitos os trabalhos preocupados em avaliar e categorizar as ilustrações contidas em livros didáticos (M. G. G. Joaquim, 2017; C. F. Silva, 2008; W. S. Cassiano, 2002; S. J. Santana, 2018; A. Medeiros e C. Medeiros, 2001; G. Gouvêa e C. I. C. Oliveira, 2010). A análise nesta dissertação, contudo, segue o trabalho de Treagust e Liu; portanto, ilustrações e diagramas serão avaliados de acordo com a classificação desses autores.

Treagust e Liu categorizam as ilustrações em três tipos: (1) ícones; (2) esquemas; (3) tabelas e gráficos. Segundo eles, as figuras aparecem de formas diferentes nos livros didáticos, o que depende da idade e do nível instrucional do aluno e do conteúdo a ser abordado. Assim, cada tipo possui uma característica e estimula habilidades processuais diferentes, como detalhado a seguir.

## Ícones

Um ícone é uma “representação correta de objetos concretos, nos quais as relações espaciais na figura são isomórficas em relação ao objeto referente” (Liu e Treagust, p.289). Ícones (Figura 3.1) são como fotos ou desenhos que representam objetos reais. Eles auxiliam na aprendizagem, tendo em vista que mostram com detalhes os objetos referenciados; principalmente nas séries iniciais do Ensino Médio, em que o grau de abstração dos alunos ainda é reduzido, servem como suporte para a interpretação de conteúdos abstratos.

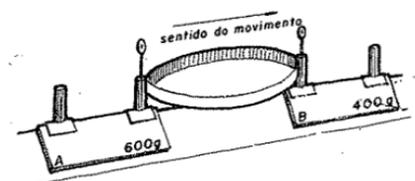


Figura XIII-1

Figura 3.1: Exemplos de ícones. À esquerda, ícone usado por Máximo e Alvarenga (p.155). À direita, ícone usado por Lucie (p.287).

## Esquemas

Neste tipo de diagrama é necessário que o aluno tenha conhecimento prévio de determinado conteúdo e que ele seja capaz de decodificar uma estrutura abstrata. Os esquemas (Figura 3.2) são abstrações de entidades do mundo real, não representando as características físicas apresentadas na informação de origem (Treagust e Liu, p.289).

## Tabelas e gráficos

Este tipo de categoria é descrito pelos autores como sendo um conjunto de dados quantitativos e de significados numéricos, baseados na interpretação de variáveis independentes (Treagust e Liu, p.289). Seguindo Mariana Francisquini (2019, p.108), devido à natureza dos livros de Física, há uma necessidade de modificar a categoria, de modo a acomodar tabelas, gráficos e

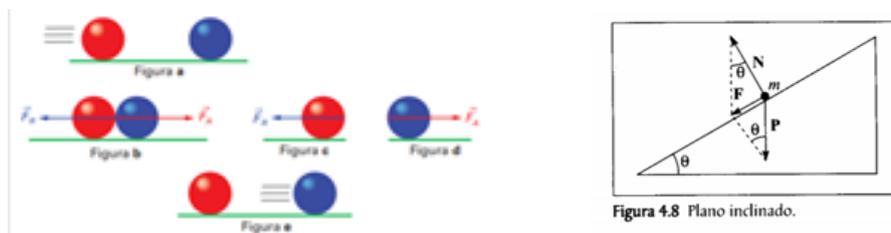


Figura 3.2: Exemplos de esquema. À esquerda, esquema usado por Gaspar (p.114). À direita, esquema usado por Nussenzveig (p.73).

representações vetoriais, classificando-a como “representações matemáticas” (Figura 3.3). Cabe ressaltar que esta categoria é a que mais exige intelectualmente do aluno, pois, de acordo com Treagust e Liu (p.289), “a dificuldade de aprender com tabelas e gráficos reside em que os alunos devem interpretar como ciência e/ou o conhecimento científico e a composição gráfica se relacionam”.

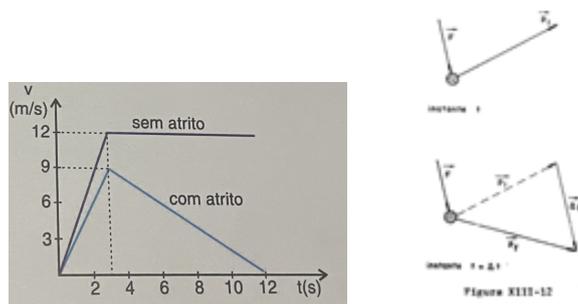


Figura 3.3: Exemplos de gráfico e de representação matemática. À esquerda, gráfico usado por Guimarães e Fonte Boa (p.155). À direita, representação matemática usada por Lucie (p.310)

### Tomada de dados

O número de ilustrações (icônicas, esquemáticas e representações matemáticas) contidas nos capítulos referentes à Segunda Lei é contabilizado, a fim de fornecer um dado percentual da maneira como as figuras estão distribuídas no texto. Em sequência, essa distribuição será comentada.

### **3.1.3 Exercícios**

No ensino da Física, os professores dedicam boa parte da carga horária à resolução de problemas e exercícios. No entanto, o bom desempenho em resolver exercícios não traduz a aprendizagem por parte do aluno (Lilian McDermott, 1993; L. O. Q. Pedduzzi, 1997), pois o discente pode estar fazendo uma reprodução mecânica através da memorização das soluções, principalmente nas atividades que somente visam a aplicação de fórmulas.

Nesta dissertação, a análise dos exercícios segue a metodologia apresentada por T. B. Nascimento, Eduardo Terrazan, L. Clement e V. Immich, com pequenas modificações. Esses autores classificam os exercícios em categorias excludentes: (1) aplicação numérica; (2) memorização conceitual; (3) tomada de decisão; (4) situações-problema; (5) problemas abertos. É perceptível que os autores fazem uma gradação conceitual entre as categorias, correspondendo ao desenvolvimento das habilidades fomentadas, ou seja, a primeira categoria desenvolve uma habilidade mais primitiva, enquanto a última visa desenvolver habilidades mais complexas e mais abrangentes.

Cabe ressaltar, seguindo Francisquini, que, no processo de ensino-aprendizagem, os alunos devem, em alguma medida, se envolver com exercícios de todas essas categorias. Por exemplo, embora os exercícios de aplicação numérica estimulem o desenvolvimento de uma habilidade mais primitiva, isto não significa que este tipo de exercício deva ser abolido; ao contrário, eles podem estar presentes, mas não devem constituir a maior parte dos exercícios de final de capítulo. Ainda seguindo Francisquini (p.118), deve haver presença da pluralidade de todos esses recursos avaliativos em sala de aula e nos livros didáticos.

#### **Exercícios de Aplicação Numérica**

Neste tipo de exercício, os alunos são levados a acomodar em equações ou fórmulas as informações numéricas fornecidas no enunciado. É importante ressaltar que não é exigido que o aluno compreenda o conteúdo abordado. Nas palavras de Arons (1997, p.8):

Uma investigação do que acontece na manipulação de fórmulas revela o que Piaget caracterizaria como sendo uma resposta essencialmente “operacional concreta”. Em muitas instâncias, os alunos não estão raciocinando, nem aritmética e nem algebricamente, estão simplesmente rearranjando os símbolos, como se fossem objetos concretos, em padrões que se tornaram familiares. Obter a resposta correta à pergunta inicial não necessariamente indica a compreensão do raciocínio aritmético correspondente.

### **Exercícios de Memorização Conceitual**

Este tipo de exercício requer a transcrição ou a reprodução de trechos, conceitos e leis. Cabe ressaltar que, neste tipo de atividade, a dificuldade enfrentada por alguns alunos está na interpretação e no reconhecimento das informações de que deverão dispor. Outro elemento importante, à semelhança dos exercícios de aplicação numérica, está no fato de que este tipo de resolução também não está associado à compreensão do conceito por parte do aluno. Segundo Arons, os alunos devem ser encorajados a articular ideias com suas próprias palavras, em vez de receberem uma correção explícita de determinado conceito, uma vez que esse conceito ainda não faz parte da experiência concreta individual do aluno; em suas palavras (Arons, p.3-4), “o domínio [da utilização] de definições operacionais [...] ainda é muito pouco da habilidade de usar os conceitos em contextos mais extensos”.

### **Exercícios de Tomada de Decisão**

Ao contrário dos dois tipos de exercícios apresentados anteriormente, os exercícios de tomada de decisão requerem para sua resolução a análise e a interpretação gráfica ou de esquemas, como tabelas e diagramas. Sendo assim, exigem a investigação prévia das informações, antes de se chegar à resposta final. A representação gráfica permite aos alunos revisitar um conceito/conteúdo a partir de um ponto de vista diferente, relacionando informações anteriormente adquiridas em novos contextos. Novamente, de acordo com Arons (p.9-10):

Um poderoso meio de ajudar os alunos a dominar um modo de raciocínio é permitir que eles vejam o mesmo raciocínio a partir de mais de uma perspectiva. [...]. Uma perspectiva alternativa muito útil é a da representação gráfica. [...] Os estudantes não devem ser confrontados com vários gráficos de uma só vez [...]. Eles devem ser levados a construir as representações em exercícios feitos em casa, quando as situações aparecerem na sequência normal do trabalho na disciplina.

### **Exercícios sobre Situações-problema**

A resolução desses exercícios necessita a investigação e interpretação dos conteúdos, bem como o domínio de conceitos e/ou aplicação de fórmulas. É importante ressaltar que, ao contrário dos exercícios de aplicação numérica, as equações ou fórmulas não são aplicadas de maneira acrítica; neste tipo de prática, o aluno é levado a raciocinar sobre a situação em apreço. Seria desejável que esse tipo de problema fosse apresentado aos alunos em oportunidades distintas, essenciais para a sua assimilação efetiva. Combinando as perspectivas de Arons (p.9-10) com a de McDermott (1993), em cada encontro os alunos devem interpretar as representações com suas próprias palavras, sendo capazes de utilizá-las em novos contextos.

### **Problemas Abertos**

Esse tipo de problema refere-se a situações abrangentes que não possuem um roteiro pré estabelecido e não possuem sequer uma resposta correta. Não foram encontrados problemas deste tipo em nenhuma das obras analisadas nesta dissertação e, por isso, esse tipo não é considerado para avaliação.

### **Tomada de dados**

Os dados tomados sobre os exercícios serão apresentados de forma percentual para uma melhor assimilação por parte do leitor. Ao final será exposto um gráfico a fim de explicitar as informações obtidas acerca das categorias presentes em cada obra.

Os exercícios apresentam palavras-chave que possibilitam o reconhecimento das categorias definidas anteriormente. Esses comandos aparecem nas diferentes obras para determinar o tipo de exercício que será explanado, podendo aparecer de forma direta, ou seja o comando propriamente dito, ou de forma indireta, dando a entender a palavra-chave referente a tal abordagem. A seguir são apresentados os comandos em cada uma das categorias e alguns exemplos presentes nas diferentes obras analisadas.

1. Exemplos de aplicação numérica: comandos “Calcule/Qual”

- (Lucie, p.350) A massa de um Volkswagen é  $6 \times 10^2$  kg. **Qual** é a força exercida, quando o carro tem aceleração de  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ?
- (Gaspar, p.116) **Qual** a massa do corpo que, sob a ação de uma força resultante de módulo 60 N, adquire aceleração de módulo  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ?
- (Ferraro et al., p.104) Um corpo com massa de 2 kg movimenta-se num plano horizontal em trajetória retilínea. No instante  $t_0 = 0$ , sua velocidade é  $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  e, no instante  $t_1 = 10$  s, é  $v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . **Calcule** a intensidade da força resultante, suposta constante, que atua no corpo, durante o intervalo de tempo considerado.

2. Exemplos de tomada de decisão: comandos relativos a figuras/tabelas e/ou gráficos

- (Guimarães e Fonte Boa, p.154) Uma esfera de massa 200 kg é submetida às forças indicadas na **figura**. Qual é a aceleração que ele adquire?
- (Gaspar, p.116) Um corpo de massa 2 kg está sob a ação de duas forças  $-F_1$ , de módulo 3 N, e  $F_2$ , de módulo 4 N, perpendiculares entre si, como indica a **figura** abaixo. Determine a aceleração adquirida pelo corpo.
- (Alvarenga e Máximo, p.154) Na **tabela** deste exercício,  $F$  representa a força que atua em um certo corpo e  $a$  é a aceleração

adquirida pelo corpo sob a ação desta força. Reproduza a **tabela** em seu caderno e complete-a.

3. Exemplos de memorização conceitual: comando “Defina/conceitue/enuncie”

Não há exercícios de memorização conceitual em nenhuma das obras analisadas, portanto não foi possível exemplificar esse tipo de exercício a partir dos livros analisados. Por este motivo, apresentamos alguns enunciados que poderiam ser interpretados como pertencentes a esta categoria:

- **Enuncie** a segunda lei de Newton.
- **Transcreva** a segunda lei de acordo com as palavras de Newton.

4. Exemplos de situações-problema: sem comando padrão

- (Ferraro et al., p.104) João e Maria empurram juntos, na direção horizontal e no mesmo sentido, uma caixa de massa  $m = 100$  kg. A força exercida por Maria na caixa é de 35 N. A aceleração imprimida à caixa é de  $1 \frac{m}{s^2}$ . Desprezando o atrito entre o fundo da caixa e o chão, pode-se dizer que a força exercida por João na caixa, em newtons, é: [...]
- (Guimarães e Fonte Boa, p.156) Um bloco de massa 2,0 kg é arrastado até o momento em que sua velocidade atinge  $10 \frac{m}{s}$ . Se a força de atrito entre o bloco e a superfície é igual a 8,0 N, quanto tempo decorre desde o momento que ele não é mais arrastado até parar? Qual a distância que ele percorre até parar?
- (Lucie, p.351) Será que todos os corpos caem com a mesma aceleração na superfície da Lua?

## 3.2 Análise de livros do Ensino Médio

Nesta seção são analisados quatro livros, três deles por serem os mais usados por professores do Ensino Médio, no Rio de Janeiro e um quarto livro, por ser o utilizado na escola onde o material instrucional foi aplicado. Os livros

são apresentados em ordem alfabética do sobrenome do primeiro autor. O Livro I é de Nicolau Gilberto Ferraro, Paulo Antonio de Toledo Soares e Ronaldo Fogo. O Livro II é de Alberto Gaspar. O Livro III é de Luiz Alberto Guimarães e Marcelo Fonte Boa. O Livro IV é de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga (edição de 2006).

### **3.2.1 Livro I**

O Livro I é o de Nicolau Gilberto Ferraro, Paulo Antonio de Toledo Soares e Ronaldo Fogo. É o livro adotado na escola onde foi aplicado o material instrucional.

#### **Apresentação da Segunda Lei**

A Segunda Lei é apresentada no Capítulo 7, “Os princípios da Dinâmica”, mas antes de abordá-la, o livro introduz alguns conceitos iniciais. Ele começa definindo o conceito de dinâmica e traz um breve histórico, em que afirma que Galileu foi o responsável em incorporar o método experimental na Física e que iniciou o estudo científico dos corpos em movimento. Sobre o método experimental, o livro afirma (p.98):

Atualmente, o método experimental tem caráter apenas histórico. Na verdade, o método utilizado na formulação de leis e teorias que explicam muitos fenômenos que ocorrem no Universo é variável, não seguindo etapas previamente estabelecidas, como sugere o método experimental.

Para os autores, o método experimental consistia na análise dos fenômenos, na mensuração das grandezas relacionadas a determinado fenômeno e, por fim, definir as leis que os governam. Em seguida, é introduzido o conceito de força, sendo relacionado de forma intuitiva, segundo os autores, a empurrões e puxões. Os autores mencionam que uma das teorias sobre os corpos em movimento que persistiu por séculos foi a de Aristóteles (p.98): “[...] um corpo só estaria em movimento se fosse constantemente impelido por um agente (isto é, uma força)”. Para Galileu, se não houvesse forças agindo sobre um corpo, ele permaneceria em repouso ou em movimento retilíneo

uniforme. O livro conclui que mesmo sem a ação de forças um corpo pode estar em movimento. Exemplifica que, quando um corpo é lançado sobre um plano horizontal, ele vai percorrer uma certa distância e se fosse possível eliminar todo o atrito e resistência do ar, o corpo percorreria uma distância indefinida com velocidade constante. Dessa forma, conclui que, na ausência de forças, os corpos têm a propensão de perdurar em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, propriedade conhecida como inércia.

O livro apresenta dois exemplos para, a partir deles, definir o conceito de massa inercial. O primeiro é o de um ônibus que está parado e, em seguida, acelera. E mostra, através de ilustração, o desequilíbrio gerado pelo ônibus ao começar a mover, pois os corpos estavam na tendência de se manter em repouso em relação ao solo. Apresenta uma outra figura onde, esse mesmo ônibus que passou a andar em movimento retilíneo uniforme, passou a frear, ilustrando mais uma vez o desequilíbrio gerado pelo ônibus nos passageiros, pois eles tinham um tendência em continuar se movendo com velocidade constante em relação ao solo. No segundo exemplo, é ilustrado um carro que seguia em um movimento retilíneo uniforme, mas que, ao se deparar com uma curva, está propenso a seguir o movimento pela tangente à curva. Portanto, relaciona diretamente a massa do corpo com a sua tendência de permanecer em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, ou seja, à “inércia” (p.99): “[...] a massa é uma constante característica do corpo e com ela se mede a sua inércia”.

É introduzido um tópico (p.99), “Princípio de inércia: primeira lei de Newton”, em que é informado que as Leis de Newton foram fundamentadas através dos trabalhos de Galileu e Johannes Kepler e, a seguir, define a Primeira Lei. O livro afirma que o conceito de força é uma consequência da Primeira Lei (p.99): “Força é a causa que produz num corpo variação de velocidade e, portanto, aceleração”. É definido referencial inercial como sendo o sistema em que a Primeira Lei é válida, pois, para esse sistema, o corpo está livre de forças ou a resultante das forças que atuam sobre ele é nula.

Para apresentar a Segunda Lei, o livro considera um sistema de forças que age sobre um ponto material de massa  $m$ , a força resultante sendo  $F$  e

conclui (p.102):

A resultante  $F$  das forças aplicadas a um ponto material de massa  $m$  produz uma aceleração  $a$  tal que:

$$F = ma$$

isto é,  $F$  e  $a$  têm a mesma direção, o mesmo sentido e intensidades proporcionais.

Os autores finalizam, abordando as situações quando o movimento é acelerado e quando é retardado, através de duas ilustrações que apresentam uma bolinha e em cada bolinha são desenhadas as setas para demonstrar a forma vetorial da força, velocidade e aceleração, concluindo que a aceleração terá o mesmo sentido e mesma direção da força.

## Ilustrações

Cerca de 75% das ilustrações são ícones, utilizados para introduzir o conceito de inércia; os outros 25% são esquemas para introduzir a Segunda Lei.

Dentre os ícones, estão as fotos de Galileu e de Newton. Há figuras elucidativas para representar o movimento e a aplicação da força para que ocorra o movimento. Possui imagens para explicitar o exemplo do ônibus que ilustra o desequilíbrio dos passageiros e uma outra sobre o exemplo do carro que está prestes a fazer uma curva.

Os esquemas abordados servem para representar o caráter vetorial da força, velocidade e da aceleração que atua sobre um corpo, que é representado por uma bolinha.

O autor ainda utiliza de quadros para alertar sobre as definições, conceitos e curiosidades.

Id	I	E	RM	Comentário
Fig.7a			x	Bolinha com vetores associados a ela
Fig.7b			x	Vetores na bolinha estão orientados diferentemente

Tabela 3.1: Ilustrações no Livro I. Id: Identificação no livro; I: Ícone; E: Esquema; RM: Representação Matemática

## Exercícios

São apresentados 14 exercícios sobre a Segunda Lei.

- Exercícios de tomada de decisão. Cerca de 21% das questões requerem a análise de esquemas para a sua resolução. Cabe ressaltar que não possui questões com gráficos.
- Exercícios de aplicação numérica. Apresenta cerca de 21% das questões para aplicação de fórmulas ou equação.
- Exercícios de situação-problema. Cerca de 50% das questões exigem interpretação e análise de dados para aplicar na fórmula ou equação.
- Exercícios de memorização conceitual. Cerca de 7% das questões pedem a transcrição e/ou reprodução de conceitos e informações fornecidas.

## Comentários

O livro apresenta as três leis da Mecânica em um único capítulo. Gasta cerca de 20% do capítulo para apresentar a Segunda Lei, em comparação com a Primeira Lei. Embora o livro forneça alguns subsídios à Segunda Lei, como a definição de inércia, o caráter vetorial da força (mesmo sem defini-la) e alguns fatos da História, a lei é abordada de forma resumida, sem apresentar as ideias e pensamentos que a justificaram e não é fidedigno à Historiografia. Não elabora a relação entre as duas leis, apenas diz que, se a resultante das forças for  $F$ , então resulta no “Princípio da Dinâmica”.

O livro menciona Galileu, Newton e Aristóteles, apenas como nomes que criaram as leis e propriedades, de maneira anedótica. Discutir, ainda que sumariamente, os argumentos em que esses autores se basearam ajudaria a clarificar conceitos e auxiliaria na compreensão e aprendizado do educando. Afirma que Galileu foi o introdutor do método experimental, o que não é aceito por importantes historiadores (Bernard Cohen, 1960). Não considera a quantidade de movimento para introduzir a Segunda Lei. Na verdade, apenas se utiliza de definições e conceitos auxiliares para apresentá-la e reduz

a Segunda Lei a uma mera aplicação de fórmula, sem evidenciar seu real significado.

O caráter vetorial surge através de uma ilustração de uma bolinha e o desenho dos vetores força, aceleração e velocidade informa que ambas terão o mesmo sentido e direção. Não apresenta uma justificativa sólida da relação entre os três elementos independentes, força, massa e aceleração.

### **3.2.2 Livro II**

O Livro II é o de A. Gaspar.

#### **Apresentação da Segunda Lei**

O livro aborda no Capítulo 8 as (chamadas) três leis de Newton, mas antes conceitua força e a relaciona com movimento, associando à ideia de puxar ou empurrar algo. Ressalta que (p.109) “o conceito de força, em Física, se define por meio de expressões matemáticas provenientes de leis físicas que estabelecem seu caráter vetorial”. Em seguida, afirma que foi Newton quem, no século XVII, estabeleceu as leis que descrevem os movimentos através da interação das forças com os corpos.

Há uma nota contando, brevemente, a vida de Newton, desde seu nascimento até suas principais contribuições, como o Cálculo Infinitesimal, a natureza composta da luz branca e a Lei da Gravitação Universal; menciona sua morte em 1727. Destaca, também, a publicação do seu principal livro “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural”, salientando que a obra contém as três leis do movimento e a Lei da Gravitação Universal. O livro ainda faz referência a sua nomeação como presidente da Royal Society, no mesmo ano em que publicou mais uma obra, que havia sido escrita há mais de trinta anos, que versa sobre a luz.

A seguir, o autor, define a Primeira Lei e explica o que vem a ser “experiências de pensamento”, pois, segundo ele, na época de Galileu (p.110) “não havia a possibilidade de observar experimentalmente o movimento de um móvel na ausência de forças”. Portanto ele utilizava “experiências de pensamento” para estabelecer conceitos como a Primeira Lei (p.111):

A partir de argumentos como esses, Galileu conclui que um corpo em movimento tende a se manter indefinidamente em movimento com velocidade constante. A velocidade só irá se alterar, se alguma força for exercida sobre o corpo. Do mesmo modo, se o corpo estiver em repouso, permanecerá em repouso, a menos que alguma força seja exercida sobre ele.

O título da seção que versa sobre a Segunda Lei é (p.112) “Força, massa e aceleração: a segunda lei de Newton”. Inicia a seção lembrando que a Primeira Lei é aplicada, quando a força resultante for igual a zero e que a Segunda Lei responde à pergunta do que acontece, quando a resultante das forças que atuam sobre um corpo é diferente de zero. Ressalta que, na Primeira Lei, se considera que o corpo esteja em movimento uniforme ou em repouso e, caso contrário, haverá aceleração. Então diz que Newton define que a aceleração tem mesma direção e sentido da força resultante.

O livro apresenta quatro esquemas, para discutir o módulo da aceleração. Todos eles contêm um plano horizontal e, sobre ele, um bloco, com maior massa a cada esquema; o vetor força resultante tem o mesmo comprimento em cada esquema para identificar que está sendo aplicada sempre a mesma força em cada caso. Portanto, como as ilustrações iniciam com um bloco pequeno o vetor aceleração é representado grande e, conforme o bloco vai aumentando seu tamanho, o vetor aceleração vai diminuindo, demonstrando desta forma que o “valor da inércia” de um corpo é dada pela relação entre a força resultante e a aceleração, concluindo, matematicamente, que a resultante das forças é igual ao valor da inércia do corpo multiplicado pela aceleração que ele adquire (p.113): “valor da inércia do bloco está diretamente relacionado à sua massa”; considerando que a massa seja representada por  $m$ , define matematicamente a segunda lei de Newton:

$$\vec{F}_R = m\vec{a}.$$

A Primeira Lei é considerada uma consequência da Segunda, pois um móvel, em movimento retilíneo uniforme ou em repouso, não possui aceleração, logo a resultante das forças é igual a zero. Mas ele destaca que a primeira lei também tem a sua importância ao considerar que (p.113):

[...] isso não significa que a primeira lei seja desnecessária. Ela é essencial, pois garante a validade das leis de Newton para a situação em estudo, ou seja, a segunda lei só é válida quando a primeira for válida.

O livro faz menção ao caráter vetorial da força resultante e da aceleração, destacando que ambas possuem mesma direção e sentido. Ele considera o exemplo de um lançamento de projétil oblíquo, no qual uma ilustração representa um projétil e os vetores representam o peso, a gravidade e a velocidade em diferentes momentos; a velocidade não tem a direção e sentido da força resultante e da aceleração, pois depende do tipo do movimento que o corpo descreve, mas tal consideração será abordada somente no próximo capítulo.

Na seção seguinte, apresenta a Terceira Lei e traz um quadro para salientar que as leis de Newton são válidas somente em referenciais inerciais. E, finalizando, discute a unidade de medida da força no Sistema Internacional.

## **Ilustrações**

O livro contém algumas ilustrações, entre elas ícones para ilustrar uma ponte e as forças nos cabos, retrato de Newton para contar sua história, esquemas abstratos para descrever experimentos de pensamento. Elabora uma tabela com os módulos de algumas forças: atração gravitacional do Sol sobre a Terra e da Terra sobre a Lua; empuxo das turbinas de um Boeing 747; força média exercida pelos freios de um carro e a força de aceleração exercida pelo motor de um carro.

Na seção que versa sobre a Segunda Lei, 83% das ilustrações corresponde a ícones de experimentos de bloco sobre um plano horizontal e 17% se refere ao esquema para representar o lançamento oblíquo do projétil.

O livro apresenta duas atividades práticas ilustradas por ícones. Uma delas refere-se a um carrinho de brinquedo que se move ao ser amarrado a um ventilador a pilha. A outra é um experimento no qual é colocada uma carta sobre um copo e sobre ela uma moeda; então, um palito é preso a uma caixa de fósforo e, ao ser envergado e solto atinge a carta e a moeda cai dentro do copo.

Id	I	E	RM	Comentário
Fig.1		x		Bloco sobre um plano horizontal com representação de vetores
Fig.2		x		Quatro esquemas de bloco sobre um plano horizontal com representação de vetores
Fig.3			x	Partícula em lançamento oblíquo com os vetores que atuam sobre ela em diferentes instantes

Tabela 3.2: Ilustrações no Livro II. Id: Identificação no livro; I: Ícone; E: Esquema; RM: Representação Matemática

### Exercícios

São apresentados 8 exercícios resolvidos e 10 exercícios propostos, além de duas atividades práticas. Os exercícios referentes à Segunda Lei, correspondem a 75%.

- Exercícios de tomada de decisão. Cerca de 13% das questões necessitam interpretação através da utilização de diagramas, tabelas ou gráficos.
- Exercícios de aplicação numérica. Cerca de 33% das questões exigem somente a aplicação de fórmula.
- Exercícios de situação-problema. Cerca de 33% das questões requer interpretação, bem como a utilização de conceitos e fórmulas para serem resolvidas.
- Exercícios de memorização conceitual. Cerca de 20% das questões necessitam de transcrição total ou parcial de conceitos e/ou informações.

### Comentários

O livro faz algumas considerações sobre a História. O autor recorre a experimentos de pensamento para justificar a Segunda Lei. Afirma que Newton considerou que, quando o corpo não está em repouso ou em movimento uniforme, ele possui aceleração e que essa terá a mesma direção e sentido da força resultante, como se fosse uma interpretação óbvia para alunos do Ensino Médio. Usando das ilustrações de blocos sobre um plano horizontal, relaciona a força resultante, massa e a aceleração do bloco.

O livro ressalta que a Primeira Lei é consequência da Segunda, mas observa que ainda assim a Primeira não é desnecessária, pois afirma que a Segunda Lei só será válida, quando a Primeira o for, o que pode causar uma certa confusão ao leitor; afinal, ela é ou não uma consequência? A Primeira é uma escolha de simetria do Universo e muito rica para ser abordada apenas como um resultado de uma outra lei.

O livro traz uma nota sobre referenciais inerciais, destacando que as Leis de Newton só são válidas, quando considerados os referenciais inerciais, caso contrário elas não terão validade; no entanto, tal explicação é muito abstrata no nível do primeiro ano do Ensino Médio, considerando que os referenciais não inerciais só serão abordados ao final do terceiro ano.

O autor ainda faz uma outra abordagem sobre a direção e o sentido da velocidade de um corpo em um lançamento oblíquo. No entanto, esse tema só será abordado em capítulo posterior; não há necessidade de tal abordagem, pois o conceito de força peso só será apresentado no Capítulo 9, dificultando a compreensão da ilustração apresentada. Que o vetor velocidade é tangente à trajetória também ainda não foi explicado, ou seja, o livro traz um assunto para o qual o leitor não tem ferramentas para entender, apenas para informar que será estudado posteriormente.

A atividade prática sobre inércia, que é a experiência do copo, pode assumir um efeito contrário, pois em vez de esclarecer o conceito pode confundir, tendo em vista que tal exemplo envolve a ideia de força de atrito, assunto que ainda não foi apresentado ao leitor. Desta forma, deve-se ter cuidado ao selecionar uma atividade prática, analisar se o aluno possui informações e conceitos suficientes para desenvolvê-la.

### **3.2.3 Livro III**

O Livro III é o de A. Guimarães e M. Fonte Boa.

#### **Apresentação da Segunda Lei**

O livro faz uma preparação para introduzir a Segunda Lei: ela se inicia no Capítulo 5, abordando o conceito de forças; no Capítulo 6 discorre sobre

forças na sua forma vetorial; no Capítulo 7 discute o equilíbrio dos corpos; no Capítulo 8 considera as forças mais comuns da Mecânica; no Capítulo 9 — “A evolução das ideias” — é feita uma abordagem histórica acerca da Física na Grécia Antiga, na Idade Média e no século XVII (nesta última discorre sobre Galileu e Newton). Finalmente, no Capítulo 10 discute a Primeira e a Segunda leis.

Na seção III, pergunta (p.149): “O que ocorrerá com a velocidade de um corpo quando sobre ele atuar uma força não equilibrada (ou seja, quando a força resultante for diferente de zero)?” O autor faz menção à Primeira Lei, segundo a qual, se a força resultante for igual a zero, o corpo mantém uma velocidade constante em módulo e direção. Respondendo à pergunta, conclui que, quando a resultante não for nula, haverá uma alteração na velocidade do corpo. Portanto, a mudança na velocidade de um corpo poderá ocorrer de duas formas: uma alteração na força que está sendo aplicada ou alterando sua direção.

O livro ilustra quatro exemplos com bolinhas para representar como a velocidade e a direção das bolinhas são afetadas pela aplicação de uma força. No primeiro exemplo, não há a ação de forças, portanto a ilustração mostra que as bolinhas estão separadas por uma mesma distância. No segundo exemplo, há aplicação de uma força na direção e sentido do movimento e, portanto, o espaço entre as bolinhas aumenta, para clarificar a ideia da velocidade aumentando. No terceiro exemplo, a força atua em sentido contrário, logo o espaço é representado diminuindo, de forma a ilustrar a diminuição da velocidade com o decorrer do tempo. No quarto exemplo, é utilizada uma força agindo perpendicularmente ao movimento da bolinha, dessa forma alterando sua direção; o autor informa que, posteriormente, serão abordados casos onde há a alteração na direção do corpo, que neste momento será feita a análise dos casos em que há apenas mudanças nas velocidades.

Ao final, o livro apresenta outros dois modelos para demonstrar a variação da velocidade. Em um, um carrinho, sobre uma mesa plana e horizontal, está preso por um fio que passa por uma roldana e é atado a uma pedra, que está fora da mesa na vertical, indicando com vetores as forças que atuam no carrinho, definindo que nesta situação a velocidade aumenta. No outro, é

representado um bloco sobre um plano horizontal, no qual há atrito, sinalizando com vetores as forças que atuam no bloco e concluindo que, nesse caso, a velocidade diminui. Uma nota é colocada, nesse primeiro momento, para dizer que a variação da velocidade é medida por sua aceleração e informa que abordará como Newton relacionou força resultante com a aceleração na próxima seção.

Na seção IV, que versa sobre a Segunda Lei, o livro afirma (p.150): “Newton estabeleceu uma relação entre força resultante que atua sobre um corpo e a aceleração que ele adquire”. Em seguida, introduz um experimento de um carrinho sobre uma mesa, praticamente sem atrito, preso a uma pedra através de uma corda. Afirma que a alteração da velocidade pode ser percebida pelo barulho das rodas do carrinho ou utilizando o recurso de uma foto feita com um estroboscópio, sendo, pois, possível verificar a aceleração adquirida pelo carrinho. No decorrer da seção, faz algumas modificações no experimento, como, por exemplo, trocar a pedra por algo mais pesado. Conclui que, após a análise do experimento, é possível afirmar que a aceleração adquirida por um corpo é diretamente proporcional à sua massa.

Em seguida, sugere uma nova experiência, com base na anterior, para que o aluno possa pensar a seguinte questão (p.151): “se trocarmos o carrinho por outro mais pesado, esse terá a mesma aceleração do primeiro, para a mesma força aplicada?” O livro considera dois carrinhos idênticos, um sobre o outro, para que haja o dobro da massa em relação ao primeiro experimento. E, a partir daí, medir o tempo gasto pelo carrinho para percorrer a mesa, tanto no primeiro experimento, quanto no segundo e, assim, comparar os tempos e concluir que as acelerações são diferentes, ou seja, o primeiro conjunto acelera mais do que o segundo. O texto afirma que com medições precisas é possível concluir que (p.152): “para uma mesma força aplicada, a aceleração adquirida por um corpo é inversamente proporcional à sua massa”. Após essa análise, é introduzido o conceito de massa como sendo uma característica do corpo e que mede a “quantidade de inércia”, entendida como “capacidade de resistir às mudanças na velocidade”. Finalmente, o enunciado matemático da Segunda Lei:

$$a = \frac{R}{m} \text{ ou, na forma mais usual, } R = m \times a, \text{ que é o enunciado matemático}$$

da 2ª lei de Newton.

O livro apresenta uma observação para destacar a relação da Segunda Lei com a Primeira, partindo da ideia de que, na Segunda Lei, quando a resultante das forças for nula, não haverá aceleração no corpo, logo ele estará com velocidade constante e enuncia a Lei da Inércia. O autor destaca, mais uma vez, a relação existente entre força e aceleração e a proporcionalidade entre massa e a aceleração.

### **Ilustrações**

O livro é bastante ilustrativo, traz uma caricatura de um cientista, como se este estivesse conversando com o leitor. Apresenta ícones, como carrinhos e pedras, de forma a representar objetos reais; esquemas, como vetores que atuam nos objetos, além de aparatos experimentais, balões de diálogos, a fim de levantar hipóteses, e desenhos de pontos de exclamação, para destacar as conclusões feitas pelo autor. Um gráfico aparece uma única vez em um exercício. As ilustrações estão listadas na tabela 3.5

### **Exercícios**

- Exercícios de tomada de decisão. Cerca de 38% das questões requer a análise de esquemas para a sua resolução.
- Exercícios de aplicação numérica. Cerca de 6% dos exercícios requer apenas a aplicação de fórmulas.
- Exercícios de situação-problema. Cerca de 25% das questões exige a interpretação e análise de dados para substituir na fórmula ou equação. Cabe ressaltar que 50% deles já são resolvidos, servindo para auxiliar na compreensão.
- Exercícios de memorização conceitual. Cerca de 32% das questões requer transcrição e/ou reprodução de conceitos e informações fornecidas.

Id	I	E	RM	Comentário
Fig.1	x			Lâmpada presa ao teto com representação dos vetores que atuam sobre ela
Fig.2	x			Carro com representação dos vetores que atuam sobre ele
Fig.3	x			Pessoa
Fig.4	x			Bloco de notas segurado por dois dedos com um ponto de exclamação
Fig.5			x	Quatro representações vetoriais em esferas, em diferentes situações
Fig.6	x			Carrinho sobre uma mesa. Ligado a ele, está uma extremidade de um fio que passa por uma roldana; na outra extremidade do fio, pende uma pedra
Fig.7	x			Caixa com a representação dos vetores que atuam sobre ela
Fig.8				Bloco de notas segurado por dois dedos com um ponto de exclamação
Fig.9	x			Pessoa
Fig.10	x			Carrinho sobre uma mesa. Ligado a ele, está uma extremidade de um fio que passa por uma roldana; na outra extremidade do fio, pende uma pedra
Fig.11	x			Bloco de notas e uma mão com uma caneta, representando anotações a serem feitas
Fig.12	x			Um carrinho em diferentes instantes de tempo
Fig.13	x			Pessoa
Fig.14	x			Bloco de notas segurado por dois dedos com um ponto de exclamação
Fig.15	x			Pessoa
Fig.16	x			Bloco de notas segurado por dois dedos com um ponto de exclamação
Fig.17	x			Pessoa
Fig.18	x			Dois carrinhos , um sobre o outro, em cima de uma mesa. Ligado ao de baixo, está uma extremidade de um fio que passa por uma roldana; na outra extremidade do fio, pende uma pedra
Fig.19	x			Bloco de notas e uma mão com uma caneta, representando anotações a serem feitas
Fig.20	x			Bloco de notas segurado por dois dedos com um ponto de exclamação
Fig.21	x			Bloco de notas segurado por dois dedos com um ponto de exclamação
Fig.22	x			Pessoa
Fig.23	x			Pessoa
Fig.24	x			Pessoa

Tabela 3.3: Ilustrações no Livro III. Id: Identificação; I: Ícone; E: Esquema; RM: Representação Matemática. Como, no livro, as figuras não estão enumeradas, elas estão listadas na ordem em que aparecem no texto; as figuras analisadas estão entre as páginas 148 e 152.

## Comentários

Há um intento em justificar a forma funcional da Segunda Lei, em vez de apenas enunciá-la. A História entra anedoticamente, considera apenas que Newton formulou a Segunda Lei matematicamente e conseguiu estabelecer, a partir daí, a relação entre força resultante e aceleração. No entanto, como já mencionado várias vezes, Newton não usa  $\vec{F} = m\vec{a}$  para resolver problemas, mas sim como uma definição que associa a causa a sua consequência. O livro ainda aborda a Primeira Lei como uma consequência da Segunda, porém, a Primeira é muito mais rica, pois parte da ideia de simetria, como já dito.

É perceptível a tentativa de explicação dada à força, à massa e à aceleração, e à forma como elas se relacionam. Contudo, não é realçado o caráter vetorial da Segunda Lei, somente a proporcionalidade existente entre seus elementos.

Cabe ressaltar que, no capítulo 9 — “A evolução das ideias” — que antecede a exposição da Primeira e Segunda leis, é feita uma abordagem histórica das principais concepções sobre o conceito de movimento e suas causas, considerando as ideias desenvolvidas por Aristóteles, Filopono, Jean Buridan, Nicole Oresme, Galileu e Newton. Nesse capítulo, o livro também trata a Primeira Lei e define de forma qualitativa a Segunda Lei e a compara com o pensamento dos medievais acerca da relação existente entre força, movimento e velocidade. Na tradição helênica, que influenciou o pensamento medieval, força era proporcional à velocidade. Ele afirma que Newton modificou esse pensamento e que Galileu também considerava essa proporcionalidade para o corpo em repouso ou em movimento circular uniforme e que Newton definiu para o retilíneo. A História não pode ser escrita com tamanha linearidade. Galileu, de fato, considerou a aplicação da lei da inércia na superfície da Terra, mas, por outro lado, sabia muito bem descrever um movimento uniforme e um uniformemente acelerado. O autor ainda considera que Newton usou a expressão  $F = ma$  para discutir órbitas, fato este que não ocorreu.

O livro não invoca a ideia de quantidade de movimento e sua conservação, apenas considera que a força serve para produzir mudanças na velocidade de um corpo.

### 3.2.4 Livro IV

O Livro IV é o de A. Máximo e B. Alvarenga.

#### **Apresentação da Segunda Lei**

No capítulo 4 são introduzidas, conjuntamente, a Primeira e a Terceira leis e observa que estão relacionadas ao equilíbrio dos corpos. Introduz o conceito de força de atrito. O livro faz um breve histórico da vida de Newton e menciona que, baseado em suas análises e de outros cientistas, formulou os três princípios da Mecânica; apresenta um tópico especial que aborda sua infância, sua adolescência, o período das grandes ideias e a publicação de suas obras; menciona a polêmica sobre a natureza da luz, envolvendo seu livro “Teoria da luz e das cores”, Robert Hooke e Christiaan Huygens e a influência de Edmond Halley na publicação da obra “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural” e, por fim, suas atividades políticas.

Antes do capítulo 5, existe um apêndice sobre o momento de uma força, equilíbrio do corpo rígido e alavanca. Depois, inicia o capítulo 5, sobre a Segunda Lei, recordando que, na Primeira Lei, a resultante das forças é nula, logo não há aceleração. Então, levanta um questionamento: “[...] que tipo de movimento teria o corpo, se a resultante das forças que nele atuam fosse diferente de zero?”

O livro ilustra uma experiência idealizada. A primeira ilustração mostra um bloco colocado sobre uma mesa horizontal, conectado por um fio que passa por uma roldana a um outro bloco, que está fora da mesa, pendendo verticalmente; na ilustração estão representados os vetores força e aceleração, ambos na mesma direção e sentidos. A segunda ilustração é feita de modo a sugerir que o bloco que estava sobre a mesa se moveu, o que é indicado por setas e sombras do bloco em momentos anteriores, bem como o bloco na vertical está em uma posição mais baixa. Esboço de quatro relógios indicam quatro posições dos blocos separadas por intervalos de tempo iguais; a ilustração mostra que as posições entre dois instantes consecutivos são representadas por segmentos que se tornam maiores, ou seja, a velocidade está aumentando. E, desta forma, demonstra que a força reproduz um movimento

acelerado no corpo. Complementando que um corpo que está sob a ação de uma “força única” (p.151) está sujeito a uma aceleração, sendo abordado posteriormente o conceito de resultante.

Em seguida, discorre sobre a relação entre a força e a aceleração, informando que tal verificação é observável ao modificar a força aplicada, ou seja, se a força for dobrada, a aceleração também será dobrada (p.152): “a força  $F$  que atua em um corpo é diretamente proporcional à aceleração  $a$  que ela produz no corpo, isto é,  $F \propto a$ ”. Um gráfico  $F \times a$  é apresentado, onde os dados, segundo os autores, foram obtidos a partir do experimento, sendo destacado o caráter linear dele.

Para introduzir o conceito de massa, os autores partem da proporcionalidade existente entre a força e a aceleração, onde o quociente  $m = \frac{F}{a}$  é constante e é a inclinação da reta do gráfico; por ser constante, representa uma característica do corpo, a massa.

De  $\frac{F}{m} = a$  segue-se que quanto maior for a massa de um corpo, menor vai ser a aceleração produzida por uma determinada força, sendo assim, maior será sua “inércia”, ou seja, o corpo de “maior massa apresenta maior ‘dificuldade’ em ter sua velocidade modificada”. A fim de clarear a ideia explicitada, é abordado o exemplo de um caminhão, pois, para conseguir uma maior velocidade, ele levará mais tempo, devido a ter maior massa e conseqüentemente maior inércia, bem como na frenagem, se o caminhão estiver cheio seria mais difícil pará-lo do que se estivesse vazio, devido a sua inércia. Conclui (p.153): “quanto maior for a massa de um corpo, maior será a sua inércia, isto é, a massa de um corpo é uma medida de inércia deste corpo”.

Antes de formular a Segunda Lei, os autores ainda apresentam o caráter vetorial da força e da aceleração a partir das relações descritas anteriormente. O livro argumenta que (p.153) “experimentalmente podemos verificar” que a aceleração e a força adquirem a mesma direção e sentido, sendo possível atribuir à relação acima um caráter vetorial:

$$\vec{F} = m\vec{a};$$

além disso, continua o argumento, para que a expressão acima seja válida,

faz-se necessário que a massa seja uma grandeza escalar e que possua valor sempre positivo, para que, desta forma, o seu produto resulte na direção e sentido de  $\vec{F}$ .

Até este momento, era considerado apenas uma força atuando sobre o corpo. Mas para definir a Segunda Lei é adotado, agora, um sistema de forças e que, como visto em um capítulo anterior, esse sistema pode ser substituído por uma única força, chamada  $\vec{R}$ , que é a força resultante;  $\vec{R}$  terá a mesma direção e sentido de  $\vec{a}$  e, portanto:

$$\vec{R} = m\vec{a},$$

sendo, assim, definida a Segunda Lei em “sua forma mais geral” (p.153):

Segunda lei de Newton:

$$\vec{R} = m\vec{a} \quad \text{ou} \quad \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

A aceleração que um corpo adquire é diretamente proporcional à resultante das forças que atuam nele e tem mesma direção e mesmo sentido desta resultante.

O livro ainda destaca, em um quadro, alguns aspectos que o autor julga importante sobre a lei (p.154):

A 2ª lei de Newton é uma das leis básicas da Mecânica, sendo utilizada na análise dos movimentos que observamos próximos à superfície da Terra e também no estudo dos movimentos dos corpos celestes. O próprio Newton a aplicou ao desenvolver seus estudos dos movimentos dos planetas e o grande sucesso alcançado constitui uma das primeiras confirmações desta lei. Você terá oportunidade de ver realçado o papel da 2ª lei de Newton durante todo o restante do curso, não só no estudo da Mecânica, mas também nos outros ramos da física.

Ao final da discussão, são apresentados seis exercícios para a fixação do tema. Em seguida, discute unidades de medida de massa e força. Mesmo já tendo sido abordados os conceitos de massa e peso, eles são discutidos em

nova seção para uma explicação mais detalhada desses conceitos. Também discorre sobre exemplos de aplicações da Segunda Lei, salientando que, se forem dadas a massa e a aceleração de um corpo, é possível descobrir a resultante das forças que atuam sobre o corpo; bem como, verificando as forças que agem sobre ele, é possível determinar sua resultante e, conseqüentemente, a sua aceleração e, a partir dela, determinar a velocidade e a posição deste corpo a qualquer momento, isto é, determinar o movimento que o corpo descreve. Por fim, discorre, sem justificativa formal, a queda de corpos, considerando a resistência do ar.

### **Ilustrações**

O livro apresenta algumas ilustrações a fim de facilitar a compreensão de informações que são abstratas para o aluno. Apresenta ícones para ilustrar o experimento do bloco que desliza sobre a mesa. Recorre a gráficos para exemplificar a relação existente entre força e aceleração; no segundo gráfico, o autor ainda coloca ícone de blocos de diferentes massas para clarificar a relação da inclinação de cada reta no gráfico com a massa de cada corpo. Apresenta dois esquemas, um para demonstrar que um fio preso a uma bola ao exercer uma força (ou seja, puxar) sua aceleração terá a mesma direção e sentido desta força. E no segundo esquema, apresenta um sistema de forças que atua sobre uma bolinha em diversas direções, demonstrando que a aceleração terá a mesma direção e sentido que a resultante destas forças.

Os autores utilizam quadros para chamar a atenção sobre as definições, conceitos e curiosidades. Cerca de 67% dos exercícios possuem ilustrações entre ícones, esquemas e tabelas.

### **Exercícios**

São apresentados 6 exercícios, imediatamente após a introdução da Segunda Lei e mais 5 atividades de aplicação da lei.

- Exercícios de tomada de decisão. Cerca de 18% das questões requer a análise de esquemas para a sua resolução;

Id	I	E	RM	Comentário
Fig.5-1	x			Figura à esquerda. Bloco sobre uma mesa, acoplado a outro bloco que pende verticalmente por um fio que passa por uma roldana
Fig.5-1		x		Figura à direita. Mesmo esquema da figura da esquerda, no entanto, representando instantes posteriores, indicados por esquemas de relógios
Fig.5-2			x	Gráfico
Fig.5-3			x	Gráfico
Fig.5-4			x	Vetores em uma única direção, atuando sobre uma bolinha
Fig.5-5			x	Vetores em várias direções, atuando sobre uma bolinha

Tabela 3.4: Ilustrações no Livro IV. Id: Identificação no livro; I: Ícone; E: Esquema; RM: Representação Matemática.

- Exercícios de aplicação numérica. Não possui exercícios que requerem apenas a aplicação de fórmulas.
- Exercícios de situação-problema. Cerca de 64% questões exigem a interpretação e análise de dados para aplicar na fórmula ou equação. Cabe ressaltar que 100% dos exercícios sobre as aplicações da Segunda Lei está nesta categoria.
- Exercícios de memorização conceitual. Cerca de 18% das questões requerem transcrição e/ou reprodução de conceitos e informações fornecidas.

### Comentários

O livro traz um capítulo em separado para abordar a Segunda Lei e tem preocupação em justificá-la. No entanto, apesar de apresentar um conteúdo histórico, a História é usada para apresentar conceitos e não para fundamentá-los.

O livro considera a Segunda Lei como uma consequência da Primeira. Quanto ao aspecto histórico, o livro diz que Newton a aplicou em seus estudos sobre os movimentos planetários e que foi a partir desse estudo que se confirmou a veracidade da lei. Porém, isso não é corroborado pela História;

como dito várias vezes, a Segunda Lei é uma definição e não foi aplicada diretamente para resolução do movimento dos planetas; Newton usou um tratamento geométrico para deduzir a dinâmica dos planetas (Rojans Rodrigues e Cardozo Dias, 2022).

Para justificar a Segunda Lei, não foi utilizado o conceito de quantidade de movimento, mas usa um processo em que ícones são parte dos argumentos. O livro inicia o estudo, apresentando a aceleração e a força de forma vetorial em uma ilustração de um experimento idealizado e caracteriza pela figura um movimento acelerado; assim analisa o caso de uma única força e conclui que, se essa força não for nula, o corpo adquire aceleração, utilizando o ícone dos relógios e sombra do bloco para indicar um movimento tal que, em intervalo de tempos iguais, o bloco percorre diferentes distâncias. No entanto, não necessariamente, um aluno em nível inicial vai entender que o bloco estará em movimento acelerado, simplesmente olhando para a sombra. O livro tem cuidado em apresentar a relação entre massa, força e aceleração em exemplos e gráficos para auxiliar a compreensão. Após a conclusão de que  $\vec{F} = m\vec{a}$ , considera que o mesmo ocorre em um sistema de forças, pois se a resultante não for nula este corpo possuirá aceleração.

### 3.3 Análise de livros do Ensino Superior

Nesta seção são analisados dois livros escolhidos por ser, um deles, um clássico dos anos 1970 e o outro, por ser referência nos cursos de Física Básica do Instituto de Física da UFRJ. O primeiro (Livro V), *Física com Martins e eu*, de Pierre Lucie e o segundo (Livro VI) de Moysés Nussenzveig.

#### 3.3.1 Livro V

O Livro V é o de Pierre Lucie. Tem um formato erudito, apresentando diálogos, como fez Galileu, entre dois personagens, um professor e um aluno, chamado Martins. O livro tem caricaturas, feitas por Henfil (Henrique Filho), famoso caricaturista brasileiro.

## Apresentação da Segunda Lei

A abordagem da Segunda Lei começa relembrando um experimento para introduzir a Primeira Lei, realizado no capítulo X do livro. O experimento consiste em dois carrinhos que deslizam sobre um colchão de ar por cima de uma calha e utiliza, durante todos os procedimentos, o laboratório como um referencial inercial.

Em um primeiro momento, é feita a análise da interação entre os dois carrinhos, em uma situação em que o carrinho  $A$  está em movimento uniforme e o carrinho  $B$  está em repouso e colidem. O autor salienta que, quando os carrinhos estão isolados, eles estão em repouso ou em movimento uniforme. Durante a colisão, suas velocidades variam e, após a colisão, eles voltam a ter movimentos uniformes; com marcações obtidas pela utilização de um estroboscópio, constrói um gráfico  $v \times t$  para estudar o que acontece no momento da interação; conclui que a razão entre as acelerações é 1, 5.

O experimento é, então, modificado. Os carrinhos são ligados por um fio de nylon e é colocada uma mola entre eles; em seguida, o fio é queimado. Então, é construído um novo gráfico  $v \times t$ , destacando que a razão entre as acelerações é, novamente, 1, 5.

Em um terceiro experimento, no instante inicial, um carrinho está fixo, enquanto o outro é com a mola tensionado, o que produz um “efeito lagarta”. Com o auxílio do estroboscópio, constrói um gráfico  $v \times t$  para obter a razão entre as acelerações, novamente 1, 5.

Em um diálogo presente no capítulo X do livro, é destacada a relação de simetria entre os carrinhos, se fossem “mecanicamente iguais” e conclui que (p.142):

Durante a interação entre duas partículas isoladas, algo se conserva constante: a razão entre as acelerações que caracterizam precisamente a existência da interação.

introduzindo, assim, o conceito de “massa inercial”.

No capítulo XIII do livro, em uma narrativa na forma de diálogo, o autor faz uso dessas experiências e de seus respectivos gráficos, partindo da Pri-

meira Lei para introduzir a Segunda Lei. Analisa a variação da quantidade de movimento de uma partícula em referenciais inerciais. Caracteriza a interação, após uma discussão sobre o referencial a ser utilizado, como sendo a transferência de quantidade de movimento de uma partícula para a outra. E levanta um questionamento (p.296): “[...] [U]ma interação é realmente caracterizada pela transferência de momentum [quantidade de movimento] somente?” Para responder a esse questionamento, o autor escolhe diferentes intervalos de tempo nos gráficos para concluir que o que importa é a taxa de transferência de momentum. Para justificar a escolha desses intervalos de tempo, faz uma relação com a deformidade da mola e, assim, introduz a ideia de força. Cabe ressaltar que, nesse momento, ele relembra que as forças que deformam eram chamadas de forças estáticas, mas que era óbvio que os carrinhos não estavam em equilíbrio, concluindo (p.297): “[...] havendo somente uma, duas, ou três [forças ...], cuja resultante não seja nula, não há equilíbrio. A partícula acelera”.

O autor generaliza a ideia com uma nova experiência, onde em vez de molas, utilizou ímãs de mesmo polo frente a frente, e diz em um diálogo entre os dois personagens (p.298):

Carrinho não vê molas. Ele sente que o seu momentum varia com determinada rapidez. Ele diz: Há uma força agindo.

Em seguida, faz um trocadilho (p.299):

Arquimedes dizia: “Dê-me uma alavanca e um ponto de apoio e eu suspenderei o mundo”. Você pode dizer: “Dê-me um gráfico [ $p \times t$ ] e eu lhe direi se há forças”.

Finalmente, o autor define a Segunda Lei como sendo sobre forças que produzem as transferências de momentum, medidas em referenciais inerciais, no decorrer das interações e define força média como:

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

e para forças instantâneas, define:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

A Primeira Lei caracteriza referenciais inerciais (p.300):

[...] a Primeira Lei de Newton, ao definir os referenciais inerciais, afirma que nesses referenciais o momentum [quantidade de movimento] de uma partícula isolada é constante.

e é relacionada à Segunda, pois (p.300): “Se nesses referenciais o momentum de uma partícula não for constante, então a partícula interage com outra (ou outras [...])”. Ele ainda chama a atenção de que mais importante do que enunciar a Segunda Lei é compreender o que a precede; desta forma, o livro a enuncia partindo de que  $p = mv$  e portanto:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

## Ilustrações

O livro apresenta ícones para representar os experimentos e, também, traz gráficos referentes ao comportamento dos carrinhos, durante a execução do experimento. Cabe ressaltar que o autor já vinha abordando a construção de gráficos no volume I, por isso eles foram expostos de forma mais complexa no volume II, onde está a discussão da Segunda Lei. Ele, também, traz caricaturas de dois personagens, como se fosse um professor e um aluno de forma a enriquecer e dinamizar o diálogo da narrativa.

## Exercícios

Ao final do capítulo, são propostos 48 exercícios sobre a Segunda e a Terceira leis e o Princípio da Superposição, misturando os conteúdos ministrados no decorrer do capítulo. O levantamento a seguir leva em consideração os exercícios que focam principalmente sobre a Segunda Lei e quantidade de movimento (conteúdo que foi utilizado para introduzir o enunciado da Segunda Lei), correspondendo a 70% dos exercícios do capítulo.

Id	I	E	RM	Comentário
Fig.1	x			Diálogo entre “pessoas”, como em uma história em quadrinhos
Fig.2		x		Dois carrinhos acoplados por uma mola sobre uma calha de ar (Fig. XIII-1)
Fig.3	x			Pessoas
Fig.4			x	Gráfico (Fig. XIII-2)
Fig.5	x			Pessoa
Fig.6			x	Gráfico (Fig. XIII-3)
Fig.7			x	Gráfico (Fig. XIII-4)
Fig.8			x	Gráfico (Fig. XIII-5)
Fig.9	x			Pessoa
Fig.10	x			Pessoa
Fig.11			x	Gráfico (Fig. XIII-6)
Fig.12	x			Pessoa
Fig.13	x			Pessoa
Fig.14	x			Pessoa
Fig.15	x			Dois carrinhos com ímãs de igual polaridade frente a frente sobre uma calha de ar (Fig. XIII-7)
Fig.16	x			Pessoa
Fig.17	x			Pessoa
Fig.18	x			Pessoa

Tabela 3.5: Ilustrações no Livro VI. Id: Identificação; I: Ícone; E: Esquema; RM: Representação Matemática. A maioria dos ícones são “pessoas”, ou seja, uma bola com rosto, braços e pernas, para simular o método socrático, com perguntas e respostas. Como nem todas as figuras estão numeradas, elas estão listadas na ordem em que aparecem no texto; nos casos em que possuem numeração, essa é indicada nos comentários. .

- Exercícios de tomada de decisão. Apresenta cerca de 29% das questões que requer uma análise gráfica ou de esquemas para a sua resolução;
- Exercícios de aplicação numérica. Possui cerca de 12% das questões para aplicação de fórmulas ou equação.
- Exercícios de situação-problema. Traz cerca de 44% das questões que exigem a interpretação e análise de dados para aplicar na fórmula ou equação.
- Exercícios de memorização conceitual. Apresenta cerca de 15% das questões para a transcrição e/ou reprodução de conceitos e informações fornecidas.

## **Comentários**

O livro foi elaborado a fim de atender aos alunos da década de 1970 e que possuíam outro tipo de formação, mas ainda assim é o livro que mais se aproximou da proposta de ensino da Segunda Lei proposto nesta dissertação (Capítulo 4). É perceptível a preocupação que o autor tem em justificar a Segunda Lei, não trazendo apenas fórmulas e definições, mas trazendo conceitos e experimentos para embasar os argumentos que levam até ela. O livro não traz o uso da História como apoio metodológico, mas a abordagem tem similaridades à de Bernoulli e Leibniz (Capítulo 2), pois parte da ideia de variação da quantidade de movimento para introduzir o resultado de uma interação entre duas massas; mas não elabora a ideia de movimento como uma sucessão de estados de repouso.

O livro usa um sistema complicado para o Ensino Médio, por exemplo, utiliza os gráficos. Mesmo que já tenha trabalhado com eles no volume I, historicamente a Segunda Lei nunca foi proposta assim, não se utilizava gráficos e nem Newton pensou dessa forma. Embora o livro cite Arquimedes, o faz apenas, como anedota e não com intuito de análise histórica.

### **3.3.2 Livro VI**

O Livro VI é o de Moysés Nussenzveig.

#### **Apresentação da Segunda Lei**

No início do capítulo que aborda a Segunda Lei, o autor introduz o conceito de força, afirmando (p.64):

Nossa ideia intuitiva de forças está relacionada com o esforço muscular, e sabemos que, exercendo ‘forças’ deste tipo, somos capazes de colocar objetos em movimento ou, mais geralmente, alterar seu estado de movimento.

O autor faz menção à História, informando que, inicialmente, se pensava em situações de equilíbrio, ou seja, na estática de um corpo e como as forças agiam sobre ele. Partindo deste princípio, irá expor um método preliminar para mensurar o efeito de uma força. Assim, apresenta alguns tipos de forças

através de experimentos idealizados para demonstrar como elas agem em determinadas situações de equilíbrio. O primeiro experimento consiste em uma mola presa horizontalmente em um ponto fixo em uma extremidade e, na outra, uma partícula,  $P$ , na qual é aplicada uma força. É apresentada uma ilustração de uma régua para graduar arbitrariamente a escala da força. O segundo exemplo é bem parecido com o primeiro, no entanto, agora são duas molas paralelas presas à partícula  $P$ , indicando uma força dupla, definindo múltiplos da força. No terceiro, a partícula  $P$  está no centro e sobre ela atuam cinco molas paralelas resultando em uma única força para a direita, três molas em diagonal para cima e para a esquerda resultando em uma força e quatro molas em diagonal para baixo e para a esquerda, também resultando em uma única força. O autor destaca o caráter vetorial da força; afinal, quando essas forças são aplicadas em diferentes direções e sentidos produzem efeitos distintos, portanto a partícula  $P$  estará em equilíbrio, se a soma vetorial for nula. E no quarto experimento, uma “balança de mola”, considera uma mola presa verticalmente por uma extremidade e, na outra extremidade, a partícula (com massa)  $P$ ; apresenta o efeito gravitacional que atua sobre a partícula e relaciona, através da representação de uma régua, que a graduação da força  $F$  é igual e contrária à força que a mola faz para retornar a seu estado natural ( $-F$ ); o autor salienta que a força  $F$  é a força peso e que não é necessário que haja contato para que ela exista. No quinto experimento, a partícula  $P$  é colocada, sobre uma mesa; no caso, a força  $-F$  é uma força de normal à superfície e é caracterizada por ser originada no contato.

No tópico “Lei da Inércia” (p.66) é introduzida a Primeira Lei a partir de uma abordagem histórica. Em um primeiro momento, menciona o pensamento de Aristóteles, no qual, para que um corpo entre em movimento ou se mantenha em movimento é necessário que sobre ele sempre atue uma força; e, conseqüentemente, se essa força for nula, o corpo estará em repouso. Em seguida, apresenta um diálogo no livro de Galileu, “Diálogos Sobre os Principais Sistemas do Mundo”, entre Salviati (avatar de Galileu) e Simplicio (um aristotélico). E conclui, após esse diálogo, que foi a primeira formulação da Lei da Inércia. O autor faz uma comparação entre o pensa-

mento de Aristóteles com o de Galileu e destaca que a situação construída por Galileu, no diálogo, para chegar à Lei da Inércia, seria muito difícil de ser realizada na prática; dessa forma, a Lei da Inércia só pode ser verificada aproximadamente.

O livro começa a abordar a Segunda Lei, dizendo (p.68) que é uma das “implicações da 1ª lei”, pois ao variar a velocidade de um corpo, seja em módulo ou direção, em relação a um determinado referencial inercial, essa alteração estará relacionada à ação de forças. E levanta hipóteses sobre a relação da força com a aceleração. O autor inicia essa associação, remetendo ao exemplo da queda livre, discutido em um capítulo anterior do livro, em que argumenta que a aceleração é constante e a força é devida à atração gravitacional. O autor também já havia discutido que a atração gravitacional é uma força e sugere (p.65) que pode ser medida pelo deslocamento de uma mola e, a partir desse exemplo, ele relaciona a aceleração à força, dependendo de um coeficiente de proporcionalidade ( $k$ ):  $a = kF$ . Para definir esse coeficiente ele parte da seguinte ideia (p.69):

Sabemos que a mesma força (medida em termos da distensão de uma mola), quando aplicada a corpos diferentes, produz, em geral, acelerações diferentes. Logo, o coeficiente  $k$  mede uma propriedade do corpo, que caracteriza sua resposta à força aplicada.

São apresentados três exemplos. No primeiro, um disco é preso a uma das extremidades de uma mola; puxando o conjunto, de modo a distender a mola, um gráfico  $v \times t$  mostraria uma aceleração  $a$ . No segundo, prendendo o disco a duas molas iguais e iguais à do primeiro exemplo, colocadas uma acima da outra, paralelamente, um gráfico  $v \times t$  mostraria que a aceleração é  $2a$  e a força aplicada é  $2F$ . No terceiro, o autor reproduz um sistema parecido com o do primeiro exemplo, no entanto sobre o disco  $D$  é colocado mais um disco igual,  $D$ ; o gráfico  $v \times t$  mostraria que a aceleração é reduzida à metade. Portanto, após analisar esses exemplos, conclui que esse coeficiente é uma propriedade inversamente proporcional à “inércia” do corpo. Em seguida, verifica que essa proporção está para  $\frac{1}{m}$ , ou seja, o “coeficiente de inércia” anteriormente chamado de  $k$  é, portanto, à quantidade de matéria do corpo

( $m$ ) que é considerada a “massa inercial” da partícula.

Experiências deste tipo nos permitem inferir assim a 2ª Lei de Newton,

$$F = ma;$$

O livro apresenta o subtítulo “Discussão da 2ª Lei” (p.70). A abordagem feita pelo autor considera a Primeira Lei como sendo um caso particular da Segunda ao considerar que, se a força resultante sobre uma partícula for nula, ou a partícula permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. O autor faz o importante comentário que, se se considera a Segunda Lei apenas como uma definição de forças, retira-se o conteúdo físico da situação, pois “as forças que atuam sobre uma partícula resultam de sua interação com outras partículas e veremos que são dadas por Leis de Forças, que definem  $F$  em termos da situação onde a partícula se encontra” (p.70). Portanto, a Segunda Lei só passa a ter sua essência ao ser proferida em termos de leis de forças. Outra discussão apresentada é acerca das aplicações da lei, destacando que ela não será válida no campo relativístico, mas vale para velocidades pequenas em relação à da luz. Também há restrições à lei no domínio quântico, pois o conceito de força nem sempre terá utilidade.

Apenas nesse trecho do livro, o autor introduz o caráter vetorial da força na Segunda Lei e menciona o “Princípio da Superposição”; elucida que as forças que atuam sobre uma partícula poderão ser substituídas pela resultante e analisadas como se não houvessem outras partículas.

O autor menciona que a equação apresentada para a Segunda Lei não foi assim formulada por Newton. Segundo o autor, Newton inicialmente definiu a quantidade de movimento, também chamada de “momento linear”,  $p = mv$  (p.72):

A quantidade de movimento é a medida do mesmo, que se origina conjuntamente da velocidade e da massa.

Ao fazer a derivação de ambos os lados, como a massa é constante:  $\frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} = ma$ , onde  $\frac{dp}{dt} = F$ . o que condiz com a Segunda Lei (p.72):

A variação do momento é proporcional à força impressa, e tem direção da força.

A força é, então, definida como sendo “a taxa de variação temporal do momento”. E destaca que, por mais que ambas as definições da Segunda Lei —  $F = ma$  e  $F = \frac{dp}{dt}$  — sejam equivalentes, a que parte do conceito de momento linear possui uma maior importância, devido ao fato de que  $\frac{dp}{dt} = F$  permanece válida na Mecânica Relativística, na qual a massa varia com a velocidade.

## Ilustrações

O livro apresenta ícones para representar os experimentos e também apresenta gráficos  $v \times t$ , que são ilustrativos e qualitativos, para representar o comportamento da aceleração nas diferentes situações.

Id	I	E	RM	Comentário
Fig.4.6		x		Três esquemas de corpos acoplados por molas
Fig.4.7			x	Representação de vetores
Fig.4.8		x		Plano inclinado
Fig.4.9			x	Representação do vetor resultante no plano inclinado
Fig.4.10		x		Representação de um movimento circular

Tabela 3.6: Ilustrações no Livro VI. Id: Identificação no livro; I: Ícone; E: Esquema; RM: Representação Matemática.

## Exercícios

Tendo em vista que este livro é destinado a alunos do ensino superior, não cabe análise sobre os tipos de exercícios apresentados, pois vão além de exercícios para o Ensino Médio.

## Comentários

É explícita a preocupação em justificar a Segunda Lei, não trazendo apenas fórmulas e definições, mas trazendo conceitos e experimentos ilustrativos, de pensamento para embasar os argumentos que levam até ela.

O autor, ao introduzir o conceito de força, induz a uma interpretação de “esforço muscular”, fazendo com que ela perca seu sentido de interação e possa ser interpretada como uma propriedade dos corpos. Por exemplo:

Se uma pessoa levanta uma caixa com mais facilidade do que outra pessoa levanta a mesma caixa, pode parecer que o peso da caixa seja associado ao esforço da pessoa e não à força gravitacional sobre ela.

O autor recorre à História para justificar a Primeira Lei, utilizando o diálogo entre Salviati e Simplicio; embora o autor não comente, cabe mencionar que Galileu entende uma superfície inercial como uma superfície de igual afastamento do centro da Terra, introduzindo uma inércia circular (Cardozo Dias, 2020).

Para definir a Segunda Lei, o autor parte da relação entre força, massa e aceleração, sem recorrer à História para justificar sua forma funcional. Embora, em outras passagens faça questionamentos acerca desta lei, chamando atenção para a relação entre o enunciado da lei e sua expressão matemática, trazendo um sentido completo entre o que a lei enuncia e as grandezas que ela envolve; ele vê a lei como uma relação entre três entidades independentes diferentes,  $F$ ,  $m$  e  $a$ .

O autor menciona que Newton definiu a Segunda Lei a partir do Axioma II, o qual envolve o conceito de quantidade de movimento (momento linear), mas não justifica por que o momento deve aparecer, como no método de Bernoulli e Leibniz e como no livro de Lucie. Mas do ponto de vista historiográfico, é preciso lembrar, novamente, o argumento de que o Axioma II no livro de Newton não é uma lei de movimento, mas uma definição da causalidade entre força e movimento.

O livro comenta que a Primeira Lei é uma implicação da Segunda, se as condições de movimento linear uniforme ou repouso não forem cumpridas. Isso já foi criticado nesta dissertação, mas o autor acrescenta um ponto, a saber, que a Primeira Lei define referenciais inerciais.

### **3.4 Comentário comparativo geral entre os livros**

A Segunda Lei é notoriamente um conteúdo em que os alunos apresentam grande dificuldade de compreensão. Na perspectiva que adotamos neste tra-

balho, acreditamos que a abordagem seguida por livros didáticos e muitas vezes adotada por professores, com o intuito de simplificar o conteúdo, acaba não fornecendo subsídios necessários ao entendimento do tema. Como um aluno poderia entender o significado da Segunda Lei sem argumentos racionais para a forma em que é apresentada? As figuras auxiliam na compreensão do tema ou assumem outro papel? Os exercícios traduzem a compreensão acerca do tema por parte dos alunos ou reforçam a concepção de exercícios mecanizados? Na tentativa de compreender o porquê de os alunos terem dificuldades em entender a Segunda Lei, analisamos alguns livros didáticos sob as seguintes perspectivas: a forma como a Segunda Lei é apresentada pelo autor, como seus exercícios e ilustrações contribuem para a aprendizagem e de que modo tais aspectos contribuem para a compreensão da Segunda Lei.

Na perspectiva da forma funcional da Segunda Lei, dos seis livros analisados apenas um não parece se preocupar com sua justificativa. No entanto, quase todos os livros que se propõem a justificá-la acabam incorrendo nas mesmas controvérsias: colocam a Primeira Lei como consequência da Segunda e, ao mesmo tempo, como condição de validade da Segunda; apresentam os grandes nomes da Ciência de maneira anedótica e apresentam os fatos históricos de maneira enciclopédica e linear. A exceção a este tipo de abordagem é a seguida por Lucie em seu livro em que, apesar de não trazer fatos ou dados históricos, se utiliza de um raciocínio análogo ao de Bernoulli, à semelhança de como objetivamos fazer neste trabalho. A quantidade de movimento — que aparece tão naturalmente no raciocínio de Bernoulli — nem sempre é citada na justificativa da Lei. Os dois livros do Ensino Superior exploram esse conceito. Porém, em um caso aparece artificialmente e, no outro, o conceito é introduzido por meio de gráficos difíceis ao nível de instrução do Ensino Médio e do Ensino Superior de massa.

Em relação ao segundo aspecto pesquisado, é notória a grande presença (cerca de 70%) de ilustrações do tipo “ícone” nos Livros I, II, III e IV denotando fotos de cientistas e fotos de aparatos experimentais, além de objetos do cotidiano. Tal presença talvez se traduza em uma perspectiva epistemológica realista da Ciência e na necessidade de imbuir esta visão aos alunos de diferentes maneiras. Os Livros V e VI possuem a presença de menos ícones

e mais “esquemas” e “representações matemáticas”. Esta discrepância entre os livros também pode ser interpretada de acordo com os públicos-alvo a que cada um é destinado — os quatro primeiros ao Ensino Médio e os dois últimos ao Ensino Superior, em que é exigido um grau maior de abstração e maturidade intelectual por parte dos alunos.

O último aspecto pesquisado por nós (exercícios)<sup>1</sup> mostra uma grande variedade de abordagens quanto aos meios de se avaliar a compreensão dos alunos. O primeiro aspecto “tomada de decisão” tem presença variando entre 13% (Livro II) e 38% (Livro III) dos livros analisados. O quesito “aplicação numérica” aparece com uma frequência entre 0% (Livro IV) e 33% (Livro II). As “situações-problema” compõem os exercícios dos livros na faixa dos 25% (Livro III) a 64% (Livro IV), enquanto os exercícios de “memorização conceitual” correspondem à faixa de 7% (Livro I) a 32% (Livro III) da totalidade dos exercícios dos livros. É importante ressaltar que cada tipo de exercício tem uma dificuldade associada a si e idealmente se espera que os livros consigam conciliar cada aspecto ao longo de seus conteúdos.

Na tentativa de fornecer mais subsídios para a aprendizagem, além da utilização dos livros didáticos, é proposto um material instrucional voltado ao ensino da Segunda Lei da Mecânica baseado em uma dedução da análise de uma colisão elástica feita por Bernoulli (Capítulo 2). Obviamente, esse material não pretende resolver todos os problemas de ensino da Segunda Lei; para começar, só envolve movimento em uma só dimensão. Mas certamente o tratamento de Bernoulli correlaciona a variação da quantidade de movimento à mudança da velocidade de modo simples, usando o que poderia ser considerado uma experiência de pensamento, portanto usando raciocínios mais gerais e naturais (como repouso de uma gangorra e “congelamento” de um movimento), sem reduzir a lei a medidas feitas em experimentos com carrinhos, cujas condições precisariam ser discutidas, as quais nem sempre se realizam; nem foi a Segunda Lei estabelecida historicamente por argumentos envolvendo experimentos e medidas. No capítulo seguinte introduzimos nossa proposta de ensino para a Segunda Lei.

---

<sup>1</sup>O livro VI foi excluído desta análise.

## Capítulo 4

# Proposta de ensino da Segunda Lei da Mecânica

Princípios mais gerais que justificam a Segunda Lei da Mecânica aparecem de modo natural na análise da colisão elástica feita por Bernoulli (Capítulo 2). As “ferramentas do pensamento” reveladas por Bernoulli são:

1. Movimento é entendido como um processo sucessivo de destruição e criação de repouso.
2. O uso de infinitesimais. Movimento e repouso são entendidos como processos virtuais, infinitesimais.
3. Embora não tivesse sido discutido por Bernoulli, no contexto desse problema, a conservação da quantidade de movimento ( $mv$ ) é imediatamente associada a um estado de repouso ou de movimento uniforme.
4. A quantidade de movimento é nula, quando o corpo está em repouso e não nula, quando em movimento. No movimento não uniforme, a quantidade de movimento adquire valores diferentes em instantes diferentes.

O material instrucional proposto nesta dissertação (Apêndice A) consiste em um método para ensinar a Segunda Lei, inspirado na análise de Bernoulli, a qual ressalta as “ferramentas” acima.

O material é dividido em três aulas. Na aula 1, é introduzido o Princípio da Alavanca, que descreve o equilíbrio de uma alavanca. Na aula 2, o equilíbrio da alavanca é descrito pelo Princípio das Velocidades Virtuais. Na aula 3, é analisado o que acontece quando repouso for quebrado. Cada aula contém, separadamente, a parte do estudante e a parte do professor.

## 4.1 Aula 1

Nesta aula, o estudante é apresentado à lei que descreve o equilíbrio de uma alavanca (Princípio da Alavanca). Com referência à Figura 2.1, essa lei é:<sup>1</sup>

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2}{l_1}. \quad (4.1)$$

### Atividade

O estudante responde a um questionário, fazendo simulações na plataforma interativa PhET:

[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/balancing-act](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/balancing-act)

O estudante deve responder a oito questões:

- Da questão 1 à questão 4, o estudante faz simulações, colocando objetos diferentes ou iguais em posições diferentes ou iguais, de um lado e outro do fulcro de uma gangorra, verificando em quais condições a gangorra permanece parada na posição horizontal.
- Na questão 3, é observado que somente a massa não é fator decisivo para o equilíbrio da gangorra. Em seguida, na questão 4, é observado que somente a posição do objeto na gangorra não é fator decisivo para o equilíbrio da gangorra.
- A questão 5 enfatiza o significado de “equilíbrio da gangorra”. A ideia é associar equilíbrio ao fato da gangorra permanecer horizontal.

---

<sup>1</sup>O sistema da alavanca introduz o conceito de massa associado ao peso dos objetos nas extremidades. Nesse momento pode haver uma confusão entre massa e peso, mas isso pode ser elaborado, quando o conceito de força for exemplificado, na Aula 3.

- Na questão 6, o estudante, deve preencher uma tabela com as informações das questões de 1 a 5, identificando para quais valores dos produtos  $m_1l_1$  e  $m_2l_2$  a gangorra está em equilíbrio.
- A questão 7 reforça a questão 6. O estudante escolhe “pacotes mistério” na plataforma, em que a massa não é fornecida.
  - Na primeira parte da questão, cada pacote é colocado em uma mesma posição em lados opostos do fulcro da gangorra. O estudante deve concluir qual pacote possui maior massa.
  - Na outra parte da questão, mudando a posição dos mesmos pacotes em cima da gangorra, o estudante investiga a posição de cada um deles sobre a gangorra para que ela fique em equilíbrio. O estudante desenha essa situação, anota as posições e responde à seguinte questão: quantas vezes a massa de um pacote é maior que a do outro?
- Na questão 8, o estudante deve ser capaz de fornecer a relação entre as posições e as massas nas situações de equilíbrio,

## 4.2 Aula 2

Nesta aula, o estudante é apresentado a outra forma de descrever o equilíbrio da alavanca, o Princípio das Velocidades Virtuais. Com referência à Figura 2.1, o Princípio é:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}. \quad (4.2)$$

$\Delta v_1$  e  $\Delta v_2$  referem-se às velocidades que seriam adquiridas, caso a alavanca começasse a se mover;  $v_1$  e  $v_2$  são chamadas “velocidades virtuais”, pois se referem a uma situação hipotética. O Princípio refere-se a movimentos infinitesimais, portanto as atividades propostas devem concretizar as seguintes ideias:

- O estudante deve ser levado ao entendimento do que seja “ângulo pequeno”. O ângulo vai ser definido como “pequeno”, quando o arco

descrito pela extremidade do braço da alavanca coincide com uma reta.

- $\Delta v_1$  e  $\Delta v_2$  referem-se às velocidades que seriam adquiridas — caso a alavanca começasse a se mover — ao fim de um tempo  $\tau$ , durante o qual o arco de círculo descrito pela extremidade do braço da alavanca confunde-se com uma linha reta.<sup>2</sup>
- O Princípio é obtido por uma demonstração geométrica trivial, a qual se segue da figura formada pela alavanca, quando se move em ângulos pequenos (Figura 2.1).
- A variação da quantidade de movimento ou do momentum linear aparece naturalmente, como a aquilo que seria “criado” ( $m\Delta v$ ), caso a alavanca se movesse em um ângulo pequeno.

## Atividades

O estudante responde a quatro questões:

- Na questão 1, é solicitado ao estudante que desenhe a posição dos braços de uma gangorra, em três momentos diferentes do seu movimento, a partir da posição de equilíbrio. Depois disso, o aluno deve ser capaz de nomear a curva desenhada pelos braços, se uma circunferência, uma parábola, uma reta ou outra.
- Na questão 2, é solicitado ao aluno que faça vários desenhos dos braços das gangorras para ângulos cada vez menores. A partir de uma foto ampliada dos desenhos, o aluno deve identificar entre algumas opções a curva que é mais próxima de seu desenho.
- Utilizando a Figura 4.1 o professor auxilia o aluno a escrever a proporcionalidade existente na semelhança dos triângulos:

$$\frac{PB}{PB'} = \frac{PA}{PA'} = \frac{AB}{AB'} \quad (4.3)$$

---

<sup>2</sup>A velocidade média é, também, a velocidade final ao término de  $\tau$ , adquirida a partir do repouso ( $\Delta v = v - 0$ ), pois uma reta suporta uma velocidade única (Lei da Inércia).

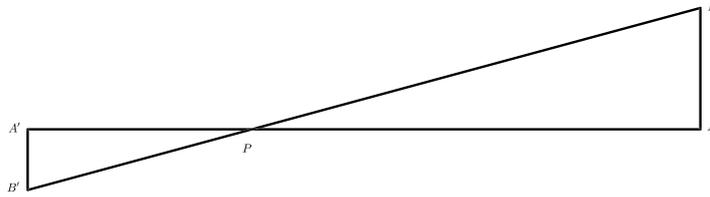


Figura 4.1: O movimento de uma gangorra por um ângulo infinitesimal descreve dois triângulos semelhantes.

Como os segmentos  $AB$  e  $A'B'$  são retilíneos, podem ser percorridos com velocidade uniforme, no tempo  $\tau$ :  $AB = (\Delta v_1)\tau$  e  $A'B' = (\Delta v_2)\tau$ . O resultado

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$$

é o Princípio das Velocidades Virtuais.

- Na questão 3, é requerido que o aluno escreva uma relação matemática que una o Princípio da Alavanca ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ), visto na primeira aula, e o Princípio das Velocidades Virtuais ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$ ). O estudante deve escrever:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

- Na questão 4, é proposta uma situação, na qual duas crianças estão em uma gangorra em equilíbrio. São dadas três opções,  $m_1\Delta v_1 = m_2\Delta v_2$ ,  $m_1\Delta v_1 > m_2\Delta v_2$  e  $m_1\Delta v_1 < m_2\Delta v_2$ . O aluno deve indicar qual delas descreve o equilíbrio da gangorra.

### Definição de quantidade de movimento ou momento linear

A quantidade  $\Delta p = \Delta(mv)$  é chamada *quantidade de movimento* ou *momento linear*.

## 4.3 Aula 3

Nesta aula, é investigado o que acontece, quando um corpo varia sua velocidade. No caso do movimento de duas massas acopladas por uma mola, a análise de Bernoulli (Capítulo 2) implica:

- O movimento é pensado como uma sucessão de estados de repouso.
- Quando em repouso, as quantidades de movimento das massas são iguais (Aula 2).
- Quando o equilíbrio é quebrado, as quantidades de movimento de cada massa continuam iguais entre si (pois instantaneamente estão em repouso), porém com valores diferentes dos que têm em instantes diferentes.
- Portanto, considerando cada massa separadamente seu movimento é descrito pela a variação da quantidade de movimento ou momento linear, no tempo.

### 4.3.1 Descrição do movimento segundo Bernoulli

Uma animação da colisão proposta por Bernoulli encontra-se em:

<https://makeagif.com/i/50VYxc>

ou em

[https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB\\_y\\_gi4](https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB_y_gi4)

O experimento é encontrado em

<https://www.youtube.com/watch?v=CjJVBvDNxcEt=0s>

filmado de longe entre os instantes 34 segundos e 50 segundos e filmado de perto entre os instantes 1 minuto e 32 segundos e 1 minuto e 50 segundos. Como mostram a animação e o filme, as massas se movem ao longo da linha horizontal, que está ao longo da mola.

A Figura 4.2 apresenta quatro “fotos” do movimento, tomadas em instantes diferentes. Em cada “foto” o movimento está congelado, de modo que

a “alavanca” formada pela linha horizontal (ou pela mola e as massas) está em repouso.

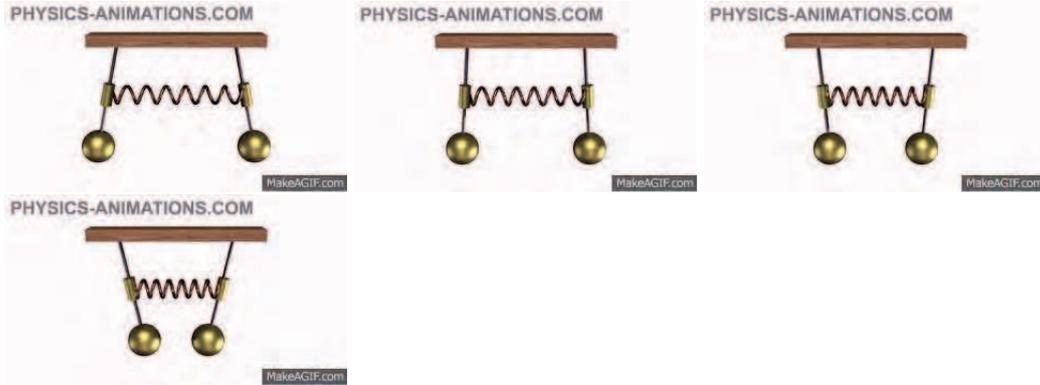


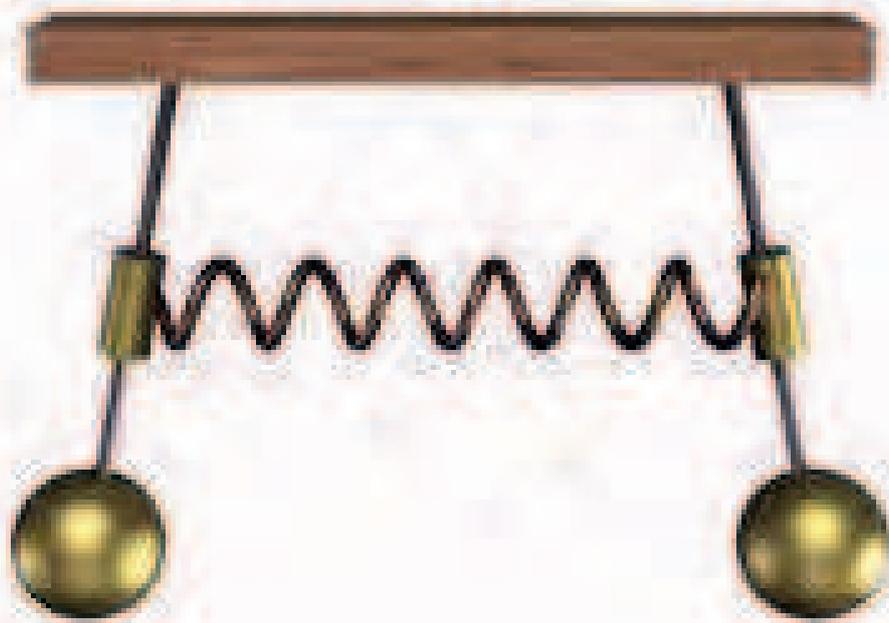
Figura 4.2: A partir do alto à esquerda, o movimento foi congelado nos instantes  $t = 0$  (relaxamento máximo),  $\dots, t_i, \dots, t_j, \dots, T$  (compressão máxima).

Segundo Bernoulli, movimento consiste em uma sucessão de estados de congelamento, seguidos por seu descongelamento, de modo que:

Instante	Quantidade de movimento adquirida (no instante), se as massas começam a mover naquele instante
$t = t_0$	$[\Delta(m_1 v_1)]_{t_0} = [\Delta(m_2 v_2)]_{t_0}$ ou $\Delta p_1(t_0) = \Delta p_2(t_0)$
$t = t_1$	$[\Delta(m_1 v_1)]_{t_1} = [\Delta(m_2 v_2)]_{t_1}$ ou $\Delta p_1(t_1) = \Delta p_2(t_1)$
$t = t_2$	$[\Delta(m_1 v_1)]_{t_2} = [\Delta(m_2 v_2)]_{t_2}$ ou $\Delta p_1(t_2) = \Delta p_2(t_2)$
$\dots$	$\dots$
$t = t_n$	$[\Delta(m_1 v_1)]_{t_n} = [\Delta(m_2 v_2)]_{t_n}$ ou $\Delta p_1(t_n) = \Delta p_2(t_n)$
$\dots$	$\dots$
$t = T$	$[\Delta(m_1 v_1)]_{t_T} = [\Delta(m_2 v_2)]_{t_T}$ ou $\Delta p_1(t_T) = \Delta p_2(t_T)$

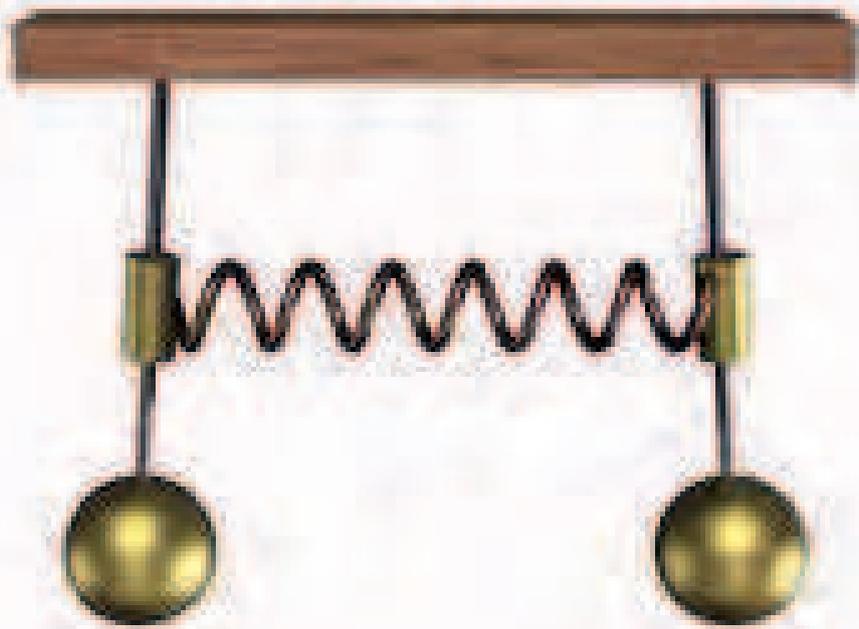
Essa concepção de movimento é ilustrada pela animação:

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



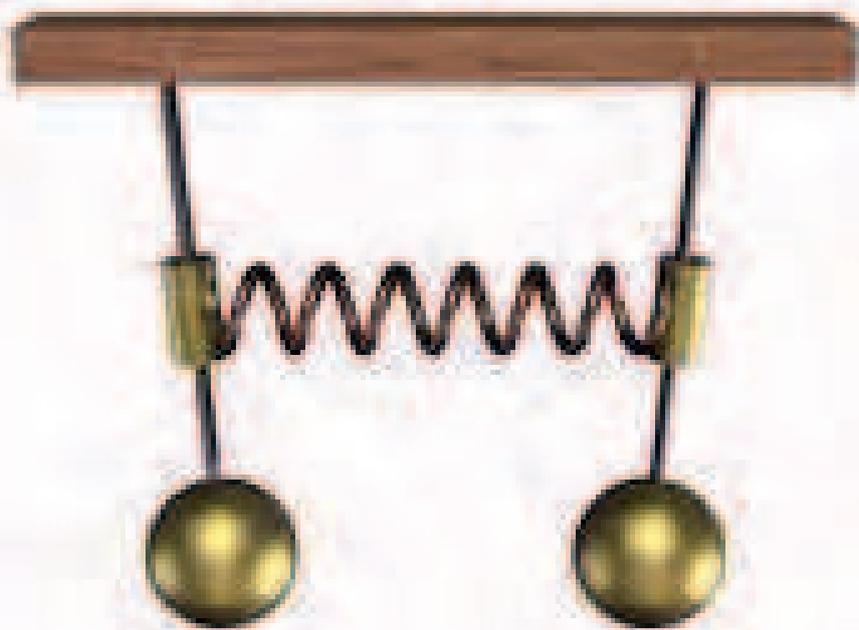
MakeAGIF.com

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



MakeAGIF.com

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



MakeAGIF.com

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



MakeAGIF.com

## Atividades

O estudante responde a nove questões.

- Na questão 1 o estudante deve assinalar para cada uma das fotos (os instantes congelados) se  $m_1\Delta v_1 = m_2\Delta v_2$  ou se  $m_1\Delta v_1 \neq m_2\Delta v_2$ .
- Na questão 2, o estudante deve assinalar se a quantidade  $mv$  varia ou não no tempo no movimento retilíneo uniforme.
- Na questão 3, o estudante deve assinalar se a quantidade  $mv$  varia ou não no tempo, no movimento retilíneo não uniforme.
- Nas questões 4, 5, 6, 7 e 8, são dados exemplos de vários sistemas físicos para que, a partir da resposta dos alunos, o professor possa ilustrar vários tipos de interação e força.
- Na questão 9, é perguntado se o aluno acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo. Espera-se que o aluno faça uma associação entre a pergunta 3 e as situações descritas nas perguntas 4, 5, 6, 7 e 8, para que seja possível introduzir um conceito geral de força.

É bom enfatizar que há duas grandezas distintas, força e quantidade de movimento ou momento linear. A causa da variação da quantidade de movimento é resultado da atuação de uma força.

## Capítulo 5

### Aplicação em sala de aula

O material foi aplicado em uma escola da rede pública estadual. O ingresso discente é por meio de concurso público, o qual é realizado anualmente; são oferecidos cursos que preparam os alunos para o concurso. Esse fato contribui para um corpo discente mais preparado do que habitualmente se vê em escolas públicas estaduais.

A turma é composta por 28 alunos, mas somente 21 participaram das atividades. Por coincidência, o número de alunos presentes nas três aulas foi sempre igual a 17, embora nem sempre tenham comparecido os mesmos alunos.

Neste capítulo, é apresentada uma análise das respostas dos alunos a questões selecionadas dos questionários. Essas são as questões que focam nos conceitos-chave, que são os conceitos de equilíbrio, condições de equilíbrio e corpos em equilíbrio em instantes diferentes de um movimento. São consideradas questões correlatas e questões sequenciais (questões cujas respostas interferem diretamente na questão seguinte):

- Questionário da aula 1 — questão 6
- Questionário da aula 1 — questão 8
- Questionário da aula 2 — questões 2, 3 e 4
- Questionário da aula 3 — questão 1

- Questionário da aula 3 — questões 2 e 3
- Questionário da aula 3 — questão 9

Para cada questão, são apresentados: O enunciado; a quantidade de alunos respondentes; o que era esperado das respostas dos alunos; a quantidade de alunos que responderam de maneira correta, errada ou insuficiente (resposta vaga que depende de uma interpretação por parte de quem a lê para ser considerada certa ou errada) com exemplos de cada uma destas respostas. Tabelas mostram o número de respostas certas, erradas ou insuficientes.

## 5.1 AULA 1 – QUESTÃO 6

*Dada a tabela contendo valores das massas e posições para cada um dos experimentos feitos a partir do PhET, pergunta-se: “qual a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio?”*

Dos 17 alunos presentes, 2 alunos erraram a questão, pois só levaram em conta o parâmetro peso/massa, negligenciando as posições dos objetos. Enquanto 2 alunos não verbalizaram corretamente o produto massa  $\times$  posição em suas respostas, sendo, então, consideradas insuficientes. Os resultados estão na Tabela 5.1.

- Respostas erradas
  - Aluno 4: *“O mesmo peso dos dois lados”*
  - Aluno 8: *“Massas iguais ou quando estiverem em posições nas quais fazem ficar em equilíbrio”*
- Respostas insuficientes
  - Aluno 5: *“A condição necessária para que a balança fique em equilíbrio é a massa e a posição do objeto, que resulta no peso que ele irá exercer na gangorra”*
  - Aluno 6: *“Quando o peso e a posição são as mesmas ou o peso maior mais perto da base e outro peso menor mais perto da ponta”*

ALUNO	C	E	I
1	x		
2	x		
3	x		
4		x	
5			x
6			x
7	x		
8		x	
9	x		
10	x		
11	x		
12	x		
13	x		
14	x		
15	x		
16	x		
17	x		
18			faltou
19			faltou
20			faltou
21			faltou

Tabela 5.1: A1-Q6: Condição de equilíbrio. C=certo, E=erro, I=insuficiente

## 5.2 AULA 1 – QUESTÃO 8

*Descreva, com suas palavras, a relação entre a posição, a massa dos objetos e o equilíbrio da gangorra*

Espera-se que os alunos respondam, com suas próprias palavras, que  $m_1l_1 = m_2l_2$ . Esta questão é uma retomada do mesmo conceito abordado na questão anterior, porém com uma formulação matemática mais elaborada.

Não houve respostas erradas; dos 17 alunos respondentes apenas 5 apresentaram respostas insuficientes. Os resultados estão na Tabela 5.2.

- Respostas insuficientes
  - Aluno 5: “A relação entre eles é que para a gangorra fique igualada, precisam ter o mesmo peso, que é obtido pela multiplicação do peso e da posição”. Observa-se que o aluno 5 respondeu de modo insuficiente à questão 6. No entanto, nesta questão, sua resposta foi mais completa, embora ainda insuficiente, por utilizar o mesmo termo (peso) com significados diferentes, tornando sua resposta ambígua/de difícil interpretação. No primeiro caso, “peso” é utilizado como uma forma de proporção (tal qual “pesos” em

- uma média ponderada); no segundo, é utilizado no sentido físico tal como no produto de uma massa pela aceleração da gravidade.
- Os alunos 12, 15 e 17 citam o produto da massa pela posição, sem apresentar o formalismo matemático, o que já era esperado por ser uma dificuldade neste ano de escolaridade (1º ano do Ensino Médio).
  - Aluno 7: “A posição e a massa devem estar na mesma posição para o equilíbrio, caso não seja a gangorra ficará mais para um lado”. Este aluno acertou à questão anterior, no entanto apresenta dificuldade com o algebrismo e na forma de se expressar verbalmente.

ALUNO	C	E	I	
1	x			
2	x			
3				em branco
4	x			corrige o erro na Q6
5			x	
6	x			corrige o erro na Q6
7			x	
8	x			corrige o erro na Q6
9	x			
10	x			
11	x			
12			x	
13	x			
14	x			
15			x	
16	x			
17			x	
18				faltou
19				faltou
20				faltou
21				faltou

Tabela 5.2: A1-Q8: Matematização da condição de equilíbrio. C=certo, E=erro, I=insuficiente

## 5.3 AULA 2 – QUESTÃO 2

*Desenhe agora a posição da gangorra, no papel milimetrado, para ângulos cada vez menores. Utilizando a figura que você traçou acima, tire uma foto da extremidade do braço e amplie. Marque a opção que mais se parece com o seu desenho.*

Esta questão introduz a ideia de que uma reta e uma curva coincidem, quando os arcos são infinitesimais.

Cabe ressaltar que mais da metade dos alunos conseguiu compreender a ideia, por meio, apenas, da representação gráfica que eles produziram. Não houve respostas insuficientes, pois esta é uma questão de múltipla escolha, havendo, apenas, respostas corretas e incorretas. Dos 17 alunos, 7 erraram a questão. Os alunos 4 e 6 assinalaram incorretamente a alternativa *b* e os alunos 2, 8, 14, 18 e 19 assinalaram incorretamente a alternativa *d*; essas alternativas possuem representações semelhantes de um arco de circunferência, o que deixa claro que o aluno não compreendeu, graficamente, que, para arcos infinitesimais, a circunferência coincide com uma reta. Os resultados estão na Tabela 5.3.

ALUNO	C	E	I	
1				faltou
2		x		
3	x			
4		x		
5				faltou
6		x		
7	x			
8		x		
9	x			
10	x			
11	x			
12	x			
13	x			
14		x		
15	x			
16	x			
17	x			
18		x		
19		x		
20				faltou
21				faltou

Tabela 5.3: A2-Q2: Retas e arcos coincidem para arcos infinitesimais. C=certo, E=erro, I=insuficiente

## 5.4 AULA 2 – QUESTÃO 3

*Escreva uma relação matemática que una o princípio da alavanca ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ), visto na primeira aula, e a relação que você acabou de aprender ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$ ).*

Esta é uma questão puramente algébrica. Cerca de 70% dos alunos res-

pondentes chegaram à relação desejada. Consideram-se corretas as respostas em que o aluno tenha escrito a velocidade, ao invés de sua variação; esse foi o caso da resposta de 4 alunos, um terço da totalidade de alunos que respondeu corretamente. As duas respostas insuficientes não relacionam as quantidades de movimento de um sistema em equilíbrio. Os alunos que erraram não conseguiram chegar à relação, mesmo que de forma parcial, entre massa e variação da quantidade de movimento; esses alunos apenas fizeram transcrições de dados do enunciado. Os resultados estão na Tabela 5.4.

- Respostas erradas

- Aluno 4: “Sempre vai multiplicar os iguais 1° ex.:  $l_1 m_1 = l_2 m_2$ . 2° ex.:  $l_1 \Delta v_1 = l_2 \Delta v_2$ ”
- Aluno 6: “ $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1} \rightarrow$  regra de 3.  $\frac{l_1}{l_2} = \frac{v_1}{\Delta v_2} \rightarrow$  multiplica um pelo outro, denominador por denominador e numerador por numerador”
- Aluno 17: “ $\frac{m^2}{m^2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$ ”

- Respostas insuficientes

- Aluno 2: “ $\frac{d_1}{l_2} = \frac{m_1 \Delta v_1}{m_2 \Delta v_2}$  ou  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}$ ”
- Aluno 14: “ $\frac{d_1}{l_2} = \frac{m_1 \Delta v_1}{m_2 \Delta v_2}$ ”

## 5.5 AULA 2 – QUESTÃO 4

*Pedrinho, de massa  $m_1$  e Maria, de massa  $m_2$ , impedem o movimento um do outro, enquanto a gangorra está parada (ou seja, em equilíbrio). Marque abaixo qual opção expressa o fato de a gangorra estar em equilíbrio.*

Esta é uma questão para a fixação do conteúdo, de múltipla escolha. Espera-se que o aluno entenda que, em equilíbrio,  $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$ . Apenas o aluno 17 respondeu de forma incorreta à questão. Os resultados estão na Tabela 5.5.

ALUNO	C	E	I	
1				faltou
2			x	
3	x			$v$ em vez de $\Delta v$
4		x		
5				faltou
6		x		
7	x			$v$ em vez de $\Delta v$
8	x			
9	x			
10	x			
11	x			
12	x			$v$ em vez de $\Delta v$
13	x			
14			x	
15	x			$v$ em vez de $\Delta v$
16	x			
17		x		
18	x			
19	x			
20				faltou
21				faltou

Tabela 5.4: A2-Q3: O Princípio das Velocidades Virtuais. C=certo, E=erro, I=insuficiente

ALUNO	C	E	I	
1				faltou
2	x			
3	x			
4	x			
5				faltou
6	x			
7	x			
8	x			
9	x			
10	x			
11	x			
12	x			
13	x			
14	x			
15	x			
16	x			
17		x		
18	x			
19	x			
20				faltou
21				faltou

Tabela 5.5: A2-Q4: A quantidade de movimento. C=certo, E=erro, I=insuficiente

## 5.6 AULA 3 – QUESTÃO 1

*O que você diria sobre a relação das quantidades de movimento das massas em cada uma das fotos (os instantes congelados) mostradas? Explique seu raciocínio.*

A primeira parte da questão é de múltipla escolha e versa sobre a conservação da quantidade de movimento.

Os alunos que apresentaram justificativa correta fizeram analogia com o caso da gangorra. Os alunos que apresentaram justificativa insuficiente utilizaram um único argumento, o qual consiste em dizer que “os movimentos das massas são iguais”. Os resultados estão na Tabela 5.6.

- Exemplos de justificativas corretas
  - Aluno 3: *“Vai ser igual pelo equilíbrio com massas em suas extremidades”*
  - Aluno 4: *“Olhando para as imagens e pensando em uma linha no meio dos pesos, elas formam um equilíbrio, pois, estão sempre na mesma distância do meio”*. Esta resposta tem uma precisão que indica aprofundamento do conteúdo.
  - Aluno 9: *“Pois a velocidade que se juntam e se separam, junto com a massa faz com que elas fiquem em equilíbrio, ou seja, são iguais”*
  - Aluno 10: *“Em qualquer momento tem o mesmo produto”*
  - Aluno 16: *“Pois está em equilíbrio, tendo a mesma velocidade e massa dos dois lados”*
- Justificativas insuficientes
  - Aluno 1: *“O movimento de ambos os objetos são iguais”*
  - Aluno 11: *“As duas bolas realizam o mesmo movimento”*
  - Aluno 20: *“O movimento de ambos os objetos são iguais”*
  - Aluno 21: *“ A ‘a’ está correta, pois a massa e a velocidade são iguais porque eles realizam o mesmo movimento”*

## 5.7 AULA 3 – QUESTÕES 2 E 3

*Q2: Qual das seguintes relações expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo uniforme ou em repouso? (a)  $mv$*

ALUNO	C	E	I	
1	x			justificativa insuficiente
2	x			justificativa insuficiente
3	x			
4	x			
5	x			
6	x			
7				faltou
8				faltou
9	x			
10	x			
11	x			justificativa insuficiente
12				faltou
13	x			justificativa insuficiente
14	x			
15	x			
16	x			
17	x			justificativa insuficiente
18	x			
19				faltou
20	x			justificativa insuficiente
21	x			justificativa insuficiente

Tabela 5.6: A3-Q1: Equilíbrio do sistema na situação congelada. C=certo, E=erro, I=insuficiente

*tem o mesmo valor em qualquer instante; (b)  $mv$  tem valores diferentes em instantes diferentes.*

*Q3: Qual das seguintes relações abaixo expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo NÃO uniforme? (a)  $\frac{\Delta(mv)}{\Delta t} \neq 0$ ; (b)  $\frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = 0$*

As duas questões foram investigadas juntas, pois abordam o mesmo conceito: Que as massas têm a mesma quantidade de movimento, mas que essa quantidade varia com o tempo.

O esperado é que o aluno que acerte uma acerte a outra ou erre ambas juntamente. Mesmo assim, 2 alunos acertaram a Q2 e, no entanto, erraram a Q3. Os resultados estão na Tabela 5.7.

## 5.8 AULA 3 – QUESTÃO 9

*Após esses experimentos, você acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo?*

ALUNO	Q2	Q3	
1	acertou	acertou	
2	acertou	acertou	
3	acertou	acertou	
4	acertou	acertou	
5	acertou	acertou	
6	acertou	acertou	
7			faltou
8			faltou
9	acertou	acertou	
10	acertou	errou	
11	acertou	acertou	
12			faltou
13	acertou	acertou	
14	acertou	acertou	
15	acertou	acertou	
16	acertou	acertou	
17	acertou	acertou	
18	acertou	errou	
19			faltou
20	acertou	acertou	
21	acertou	acertou	

Tabela 5.7: A3-Q2-Q3: Variação da quantidade de movimento no tempo.

Dos 17 alunos respondentes, 13 reconheceram a ação de um agente externo, “força”. O aluno que respondeu errado particularizou o conceito, referindo-se, apenas, à atração. Os resultados estão na Tabela 5.8.

- Resposta errada
  - Aluno 17: “*Sim, a atração*”
- Respostas insuficientes
  - Os alunos 3, 18 e 21 responderam de forma insuficiente, colocando apenas ‘SIM’ como resposta, embora tivessem sido solicitados, verbalmente, que justificassem sua resposta.

## 5.9 Desempenho dos alunos

A mera consideração de erros e acertos dos alunos não permite uma avaliação de aprendizagem, mas é possível avaliar o desempenho discente nas atividades propostas. Assume-se, para isso, que o bom desempenho dos alunos nas questões que envolvem conceitos-chave indicam alguma assimilação do conceito. Por isso, foram analisadas as respostas dos alunos às seguintes questões sequenciais: Questões 6 e 8 da aula 1 e questão 4 da aula 2, por

ALUNO	C	E	I	
1	x			
2	x			
3			x	
4	x			
5	x			
6	x			
7				faltou
8				faltou
9	x			
10	x			
11	x			
12				faltou
13	x			
14	x			
15	x			
16	x			
17		x		
18			x	
19				faltou
20	x			
21			x	

Tabela 5.8: A3-Q9: Existência de “algo” responsável pela variação da quantidade de movimento. C=certo, E=erro, I=insuficiente

englobarem o conceito de condição de equilíbrio de um corpo; questões 1, 2 e 3 da aula 3 que versam, todas, sobre a quantidade de movimento em movimentos retilíneos, uniforme e não-uniforme.

### 5.9.1 Condição de equilíbrio: A1-Q6, A1-Q8, A2-Q4

As questões 6 e 8 da Aula 1 (A1-Q6 e A1-Q8) versam sobre o conceito de equilíbrio na gangorra e a questão 4 da Aula 2 (A2-Q2) revisita este conceito, matematizando-o. Essas questões têm uma gradação de dificuldade, a saber: A1-Q6 é a questão mais fácil; A1-Q8 é uma questão de dificuldade intermediária e A2-Q4 é a questão mais difícil. Idealmente, se o aluno assimilou os conceitos, espera-se que acerte todas as questões, da mais fácil à mais difícil.

De um total dos 15 alunos que compareceram a todas as aulas, 7 responderam corretamente às três questões analisadas, os alunos 2, 3, 9, 10, 11, 13, 16. No entanto, sabe-se, pela prática, que nem sempre é possível que o aluno acerte todas as questões, como é o caso dos alunos 4, 5, 6, 8 e 17 (Tabela 5.9); por esse motivo, decidiu-se interpretar esse resultado.

Existe coerência em um aluno acertar as questões mais fáceis e errar as mais difíceis (aluno 17). Este fato pode mostrar exatamente em que etapa o

ALUNO	AULA 1-QUESTÃO 6	AULA 1-QUESTÃO 8	AULA 2-QUESTÃO 4
4	errou	acertou	acertou
5	insuficiente	insuficiente	faltou
6	insuficiente	acertou	acertou
8	errou	acertou	acertou
17	acertou	insuficiente	errou

Tabela 5.9: Desempenho nas questões A1-Q6, A1-Q8, A2-Q4.

aluno passou a não compreender a situação proposta, tornando necessário o retorno ao conceito-chave.

Há coerência, também, no caso de o aluno errar a questão mais fácil e acertar outras questões mais difíceis (alunos 4, 6 e 8). A interpretação para este fato é que o aluno tenha sido levado a raciocinar sobre a situação em consideração e tenha conseguido corrigir o erro conceitual demonstrado na primeira questão. Para testar e esclarecer esta hipótese, seria interessante o retorno à questão inicial para verificar como o aluno a responderia após ter respondido corretamente o que acontece em situações mais complexas.

Por último, também há coerência no caso (menos desejado) de o aluno não ter aprendido o conceito-chave e, infelizmente, responder às questões de maneira insatisfatória ou errônea (aluno 5). Neste caso, o trabalho a ser desenvolvido com o aluno pressupõe um acompanhamento mais detalhado e gradual até que o conceito-chave possa ser discutido em situações distintas.

### 5.9.2 Relação entre a quantidade de movimento e movimentos retilíneos, uniforme e não-uniforme

As três primeiras questões da aula 3 relacionam a quantidade de movimento com um movimento retilíneo não uniforme. Assim como na discussão anterior, vai ser analisada a gradação na dificuldade entre elas. Utilizando um caso concreto como referência (o das massas acopladas por uma mola), a A3-Q1 versa sobre a relação entre repouso e quantidade de movimento em instantes pausados de um movimento retilíneo não uniforme. A questão seguinte pode ser pensada como uma generalização da Q1. Na terceira questão, por sua vez, a situação é apresentada por meio de uma expressão matemática que exige um grau de abstração maior por parte do aluno: O aluno deve

reconhecer a variação da quantidade de movimento com o tempo em um movimento retilíneo não uniforme e relacionar com a resposta dada na questão anterior.

Como no caso do conceito anterior, espera-se que os alunos acertem todas as questões. Do total dos 15 alunos que participaram das três aulas, apenas 2 não acertaram a totalidade destas três questões (Tabela 5.10): Os Alunos 10 e 18 acertaram a Q1 e a Q2, mas erraram a Q3.

ALUNO	AULA 3-QUESTÃO 1	AULA 3-QUESTÃO 2	AULA 3-QUESTÃO 3
10	acertou	acertou	errou
18	acertou	acertou	errou

Tabela 5.10: Desempenho nas questões A3-Q1, A3-Q2, A3-Q3.

Assim como na análise anterior, entende-se que o erro se deu na complexidade da matematização do conceito, sugerindo o retorno à situação em momentos posteriores.

# Capítulo 6

## Comentários finais

Esta dissertação traz duas contribuições para o ensino da Segunda Lei da Mecânica. Uma delas é a análise de livros didáticos e a outra é a elaboração e aplicação do material instrucional.

O estudo dos livros didáticos, feito no Capítulo 3, destaca os pontos das abordagens desenvolvidas nesses livros. O livro do Lucie sobressai por tentar justificar a Lei, mas o faz dentro de uma postura instrumentalista, como a “sequência de Mach”,<sup>1</sup> usando um experimento com carrinhos acoplados por uma mola (“experiência da minhoca”, Lucie, p.287). Além disso, já foi observado por Arons, quanto ao ensino da Segunda Lei, em geral, e, em particular, quanto ao uso da “sequência de Mach” (p.65) :<sup>2</sup>

Na maioria dos textos que adotam a sequência de Mach [basicamente, experimento com carrinhos], a apresentação é feita de forma tão enigmática e tão abstrata que se torna quase sem sentido para a maioria dos alunos, embora o desenvolvimento conceitual seja sólido e não circular. As questões de superposição raramente são explicitadas ou recebem qualquer tipo de reconhecimento. O texto verbal, as qualificações e interpretações que acompanham a segunda lei são totalmente omitidos. Quanto mais “elementar” é o livro didático, provavelmente mais enigmática e menos inteligível será a apresentação.

---

<sup>1</sup>O instrumentalismo é uma corrente filosófica, a qual tem sido criticada por muitos filósofos com o argumento que “experimentos são carregados de teoria”.

<sup>2</sup>Tradução pela autora.

A partir da citação do Arons fica claro que apresentar experimentos aos alunos, mas sem fazê-los pensar no que realmente está acontecendo e quais conceitos físicos estão envolvidos, não torna a aprendizagem mais fácil, pois, ainda sim, continua sendo enigmático. Portanto esta dissertação se propõe dar subsídios para fazer o aluno pensar sobre os conceitos acerca da Segunda Lei, ao contrário do que foi percebido na análise dos livros. A História da Física pode ser um ótimo acessório ao ensino, na medida em que sirva de instrumento para tornar a Física menos enigmática; a História da Física mostra como foram estabelecidos os conceitos e métodos da Física, revelando seus significados. Pelo menos para uma corrente de historiadores, a História da Física é uma História do Pensamento e é aí que se encontra sua eficiência para o ensino.

# Apêndice A

## Aulas

### A.1 Parte do professor



Nome da escola \_\_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_

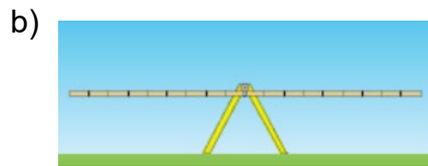
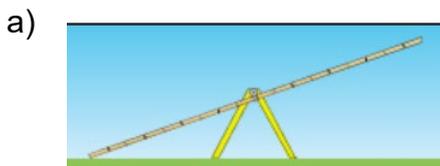
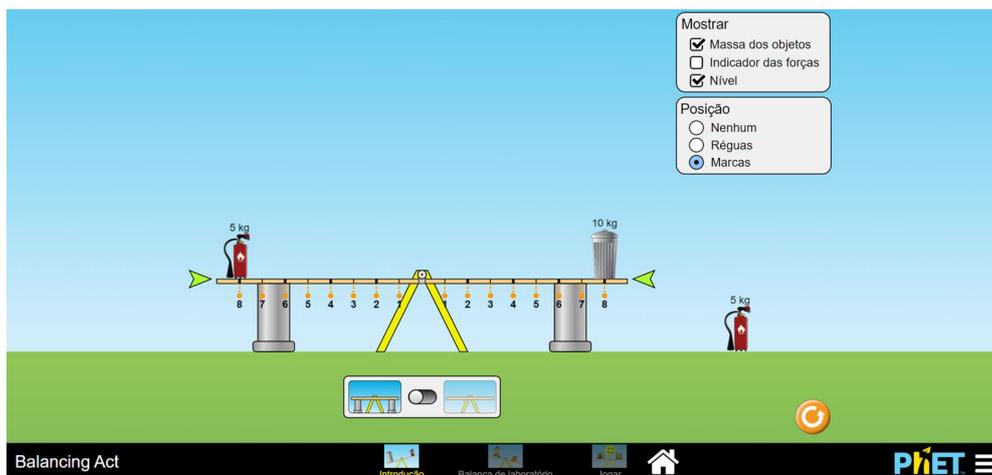
## Aula 1: Leis de equilíbrio

O material instrucional do aluno é composto por oito questões. No material do professor será apresentada a resposta de cada questão e qual o objetivo a ser atingido em cada uma das questões.

### Questão 1

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 do lado esquerdo e colocarmos a lata de lixo na posição 8 do lado direito (figura abaixo)



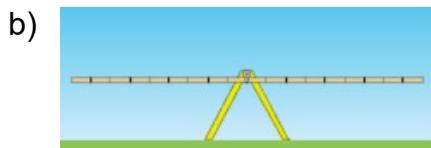
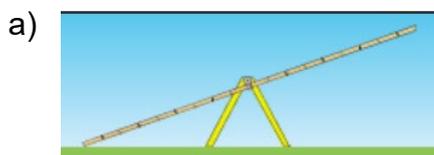
Resposta e objetivo da questão.

Letra C. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que dois objetos de massas diferentes colocados sobre a gangorra, de lados opostos do fulcro e a distâncias iguais dele fazem a gangorra inclinar para o lado do objeto de maior massa.

## Questão 2

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 e o outro extintor na posição 8 em lados opostos (figura abaixo)



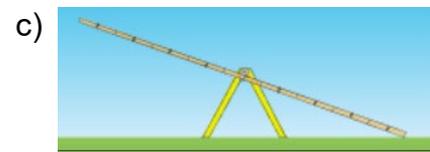
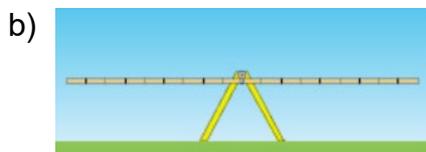
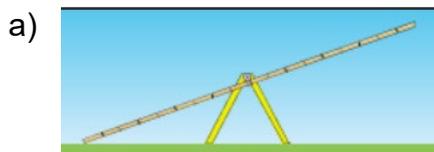
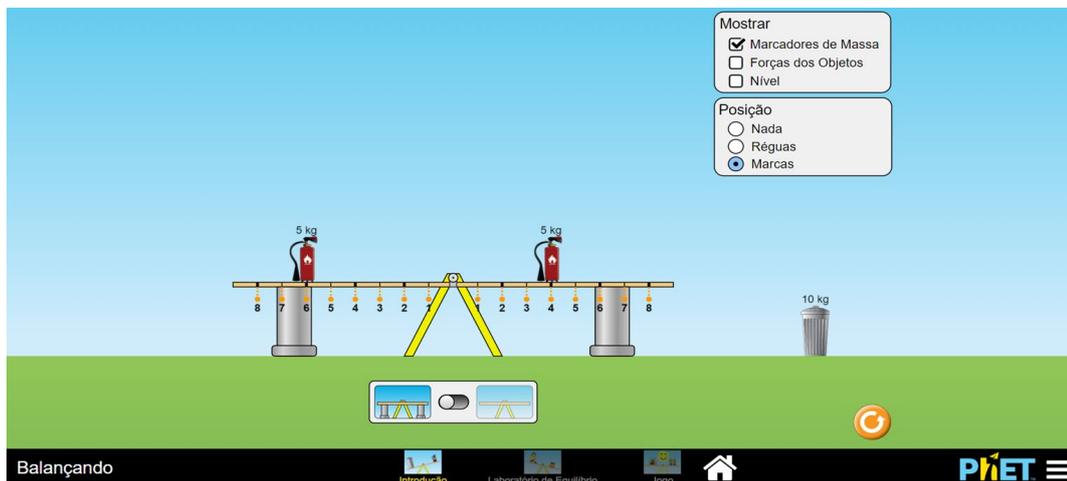
Resposta e objetivo da questão.

Letra B. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que dois objetos de massas iguais colocados sobre a gangorra, de lados opostos do fulcro e a distâncias iguais dele fazem a gangorra inclinar para o lado do objeto de maior massa, equilibra a gangorra.

### Questão 3

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- Colocarmos um extintor na posição 6 do lado esquerdo e o outro extintor na posição 4 do lado direito (figura abaixo)



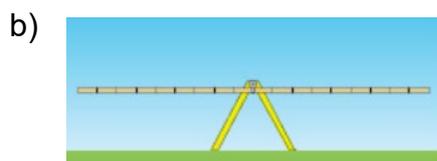
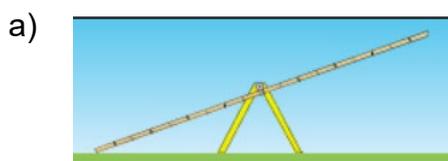
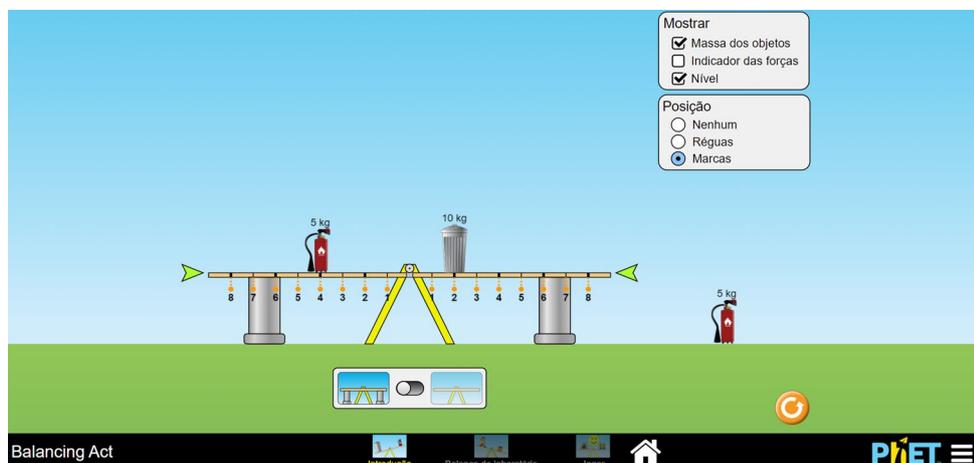
Resposta e objetivo da questão.

Letra A. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que quando os objetos possuem massas iguais, mas estão colocados a distâncias diferentes do fulcro, a balança inclina para o lado da massa mais distante do fulcro.

#### Questão 4

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- posicionarmos um extintor na posição 4 do lado esquerdo e a lata de lixo na posição 2 do lado direito



Resposta e objetivo da questão.

Letra B. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que quando dois objetos que possuem massas diferentes são colocados a distâncias diferentes do fulcro, a balança fica em equilíbrio se os produtos das massas pelas respectivas distâncias forem iguais.

Acesse o link trazido neste roteiro e verifique cada uma das respostas dadas às questões 1, 2, 3 e 4. Assinale nas opções abaixo as questões que você acertou.

- QUESTÃO 1. ( )  
QUESTÃO 2. ( )  
QUESTÃO 3. ( )  
QUESTÃO 4. ( )  
NENHUMA ( )

O propósito desta verificação é avaliar quais questões tiveram um maior índice de erros e acertos.

## Parte II do questionário

### Questão 5

O que significa dizer que “os braços da gangorra estão no mesmo nível”?

Resposta e objetivo da questão.

Espera-se que o aluno instintivamente responda que a balança está em equilíbrio.

### Questão 6

Na situação do exercício 3, nós observamos que somente a massa não é fator decisivo para o equilíbrio da balança. Em seguida, no exercício 4, observamos que somente a posição não é fator decisivo para o equilíbrio da balança.

Preencha a tabela abaixo com os dados das quatro primeiras situações. Com os dados preenchidos na tabela, identifique a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio.

Questão	Objeto da esquerda da balança			Objeto da direita da balança			A balança está em equilíbrio? (marque a opção)	
	Massa 1	Posição 1	Produto 1 (massa x posição)	Massa 2	Posição 2	Produto 2 (massa x posição)		
1							Sim	Não
2							Sim	Não
3							Sim	Não
4							Sim	Não

Qual a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio?

Resposta e objetivo da questão.

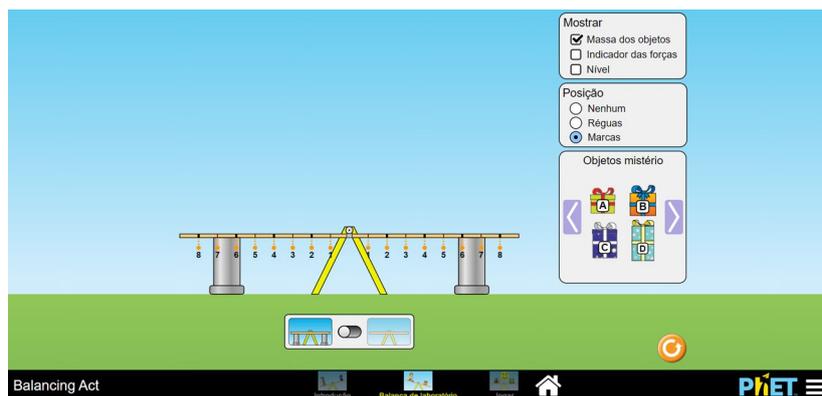
A condição necessária para que a balança fique em equilíbrio é que o produto das massas pelas posições sejam iguais. O propósito da questão é avaliar se o aluno ao preencher a tabela consegue identificar a igualdade entre os produtos nas situações em que a gangorra está em equilíbrio.

## Questão 7

Agora selecione a opção “balança de laboratório” (círculo vermelho na figura abaixo).



Observe que um novo menu se abrirá abaixo dos menus à direita da tela. Neste terceiro menu clique na seta roxa lateral até aparecerem os “objetos mistério”.



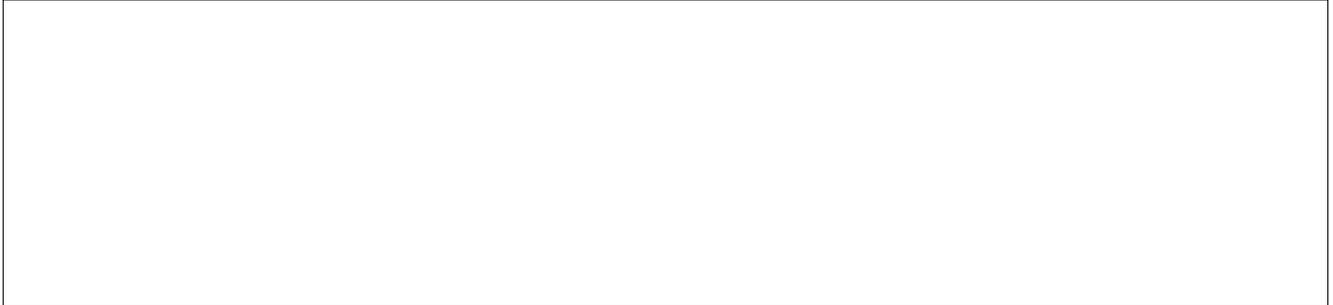
Escolha dois pacotes “mistério” e coloque cada um deles em uma mesma posição em lados opostos. Remova as colunas de concreto e conclua qual pacote tem a maior massa. Por que você acha isso?

Resposta e objetivo da questão.

O propósito da questão é que mesmo sem saber os valores das massas o aluno compreenda que a gangorra irá tombar para o lado do objeto mais massivo pois ambos estão a distâncias iguais do fulcro.

### Questão 7 – continuação

Mudando a posição dos pacotes em cima da balança, encontre a posição de cada um deles para que a balança fique em equilíbrio e desenhe esta situação utilizando o local abaixo. Não esqueça de anotar o valor das posições dos pacotes no seu desenho.



Quantas vezes a massa de um pacote é maior que a do outro?

Resposta e objetivo da questão.

O aluno terá que observar os valores numéricos das posições dos objetos na questão anterior e estabelecer uma proporção entre eles como na tabela da questão 5.

### Questão 8

Descreva, com suas palavras, a relação entre a posição, a massa dos objetos e o equilíbrio da gangorra

Resposta e objetivo da questão.

Espera-se que os alunos descrevam com suas próprias palavras que  $m_1 l_1 = m_2 l_2$ .



Nome da escola \_\_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_

## Aula 2: O movimento da gangorra para ângulos muito pequenos

### Roteiro instrucional

A turma deverá ser separada em grupos de até 3 (três) alunos. Cada grupo receberá uma folha de papel milimetrado, régua e compasso e é necessário que pelo menos um dos integrantes do grupo tenha um celular que tire foto para ser usado na atividade. Na folha de papel milimetrado há o desenho esquemático de uma gangorra em equilíbrio, na qual o triângulo representa o fulcro/ponto fixo da gangorra e a linha reta, seus braços. Antes de responder às perguntas abaixo, **desenhe a posição dos braços da gangorra em três momentos diferentes do seu movimento.**

### Questão 1

Qual curva melhor descreve o movimento das extremidades dos braços? Marque a opção abaixo:

- a) Circunferência      b) Parábola      c) Reta      d) Outra

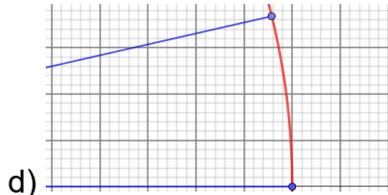
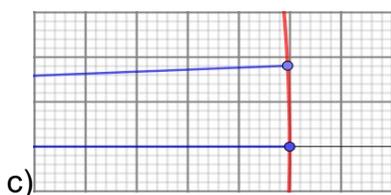
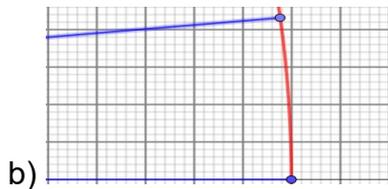
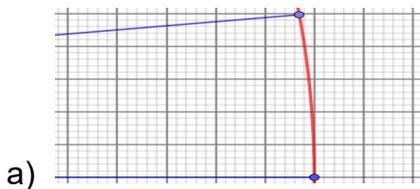
Resposta e objetivo da questão:

Letra A. A questão tem como objetivo avaliar se o aluno compreende que as extremidades dos braços descrevem arcos de circunferências com centros no fulcro.

### Questão 2

Desenhe agora a posição da gangorra, no papel milimetrado, para ângulos cada vez menores.

Utilizando a figura que você traçou acima, tire uma foto da extremidade do braço e amplie. Marque a opção que mais se parece com o seu desenho.



**Para observar:**

Existe um valor do ângulo para o qual não é possível distinguir o círculo de uma reta. Observe na Figura 1 abaixo:

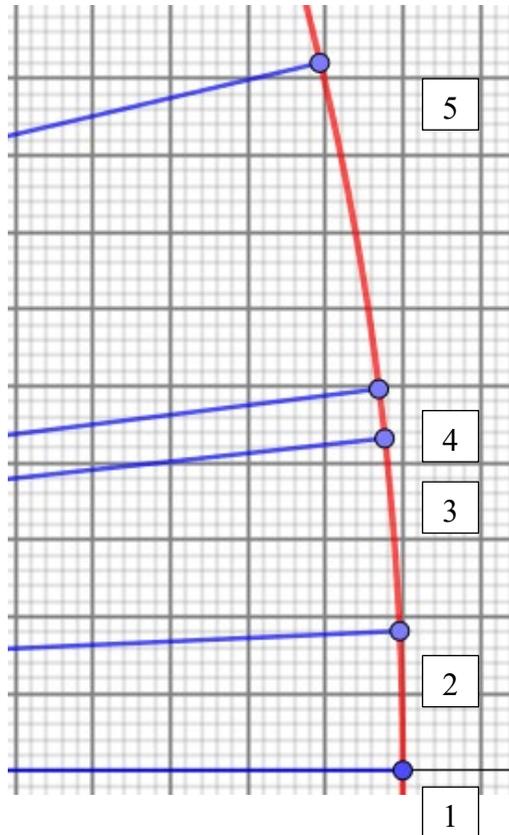


Figura 1 - Círculo revelando pequenos segmentos de reta quando consideramos ângulos muito pequenos

Repare na figura acima que entre as posições 1 e 5 da extremidade da gangorra (linha vermelha) o segmento circular fica muito evidente. Esta característica vai ficando menos evidente à medida que giramos a gangorra de **ângulos pequenos**: repare a linha vermelha entre as posições 1 e 2 ou entre as posições 3 e 4, em que os braços da gangorra (linha azul) parecem estar paralelos.

Esta característica se manifesta de outras formas em aplicativos muito utilizados por você. Repare que no aplicativo *Paint*, ao ampliarmos um círculo, revelam-se diversos segmentos de reta.



Figura 2 - Segmentos de reta revelados na composição de um círculo quando utilizados **ângulos pequenos**.

### Continuação:

Para ângulos muito pequenos – aqueles ângulos em que não conseguimos distinguir um arco de uma reta – o movimento da gangorra descreve a Figura 3 abaixo:

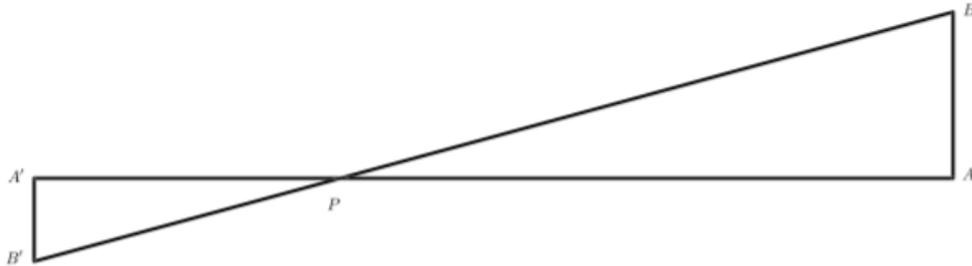


Figura 3 - *Frame* de um instante de tempo do movimento da gangorra quando o ângulo é muito pequeno.

Na figura acima é possível identificar dois triângulos semelhantes:

$$\Delta PAB \sim \Delta PA'B'$$

então

$$\frac{PA}{PA'} = \frac{AB}{A'B'}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{AB}{A'B'}$$

Quando a alavanca se move, a ponta  $A$  do braço da alavanca adquire, durante o tempo em que a ponta percorre  $\overline{AB}$ , a velocidade  $v_B$ , de modo que sua velocidade variou de  $\Delta v_{AB} = v_B - 0$ . Por ser um segmento retilíneo,  $\overline{AB}$  pode ser percorrido com uma velocidade única (Lei da Inércia).

Então, o segmento  $AB$  pode ser percorrido com  $\Delta v_{AB}$ , em um certo tempo  $\tau$ , o qual é muito pequeno, pois o arco ainda coincide com  $\overline{AB}$ . Como  $v = \Delta S / \Delta t$ , podemos escrever  $AB = \Delta v_{AB} \cdot \tau$ . O mesmo acontece com o outro braço da balança. Logo:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{\Delta v_{AB} \times \tau}{\Delta v_{A'B'} \times \tau} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta v_{A'B'}}$$

Trocando a notação  $AB$  pelo índice 1 e  $A'B'$  pelo índice 2, temos:

$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}}$$

## As duas leis do equilíbrio

### Questão 3

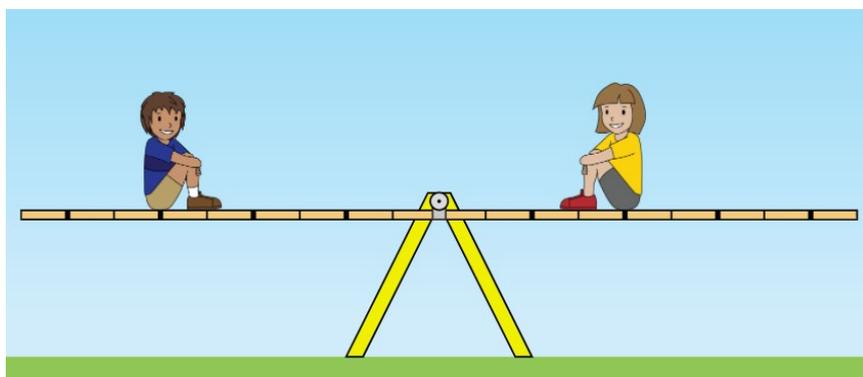
Escreva uma relação matemática que una o princípio da alavanca ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ), visto na primeira aula, e a relação que você acabou de aprender ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$ ).

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno obtenha a relação  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$ .

### Questão 4

Pedrinho, de massa  $m_1$ , e Maria, de massa  $m_2$ , impedem o movimento um do outro, enquanto a gangorra está parada (ou seja, em equilíbrio). Marque abaixo qual opção expressa o fato de a gangorra estar em equilíbrio:



a)  $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$

b)  $m_1 \Delta v_1 > m_2 \Delta v_2$

c)  $m_1 \Delta v_1 < m_2 \Delta v_2$

Resposta e objetivo da questão:

Letra A. Espera-se que o aluno entenda que, em equilíbrio,  $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$ .

#### Para entender:

O produto da massa pela velocidade ( $mv$ ) recebe o nome de momento linear ou quantidade de movimento.



Nome da escola \_\_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_

### Aula 3: Rompendo com a lei da Inércia (acelerando massas)

#### Roteiro instrucional

O movimento de duas massas presas a uma mola imita uma colisão entre elas, em que as massas, ora se aproximam, ora se afastam e assim sucessivamente. Veja a Figura 4 abaixo:



Figura 1 - Momento da oscilação de duas massas acopladas por uma mola

Esse movimento é ilustrado na animação no link:

<https://makeagif.com/i/5OVYxc>

ou em:

[https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB\\_y\\_gi4](https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB_y_gi4)

A configuração das massas na animação e na Figura 4 diferem apenas pelo fato de que na animação as massas não estarem apoiadas no chão. As massas comportam-se da mesma maneira nas duas configurações.

Esta animação é materializada em um experimento que pode ser acessado no link:

<https://www.youtube.com/watch?v=CjJVBvDNxcEt=0s>

O vídeo mostra, inicialmente, três experimentos filmados de longe. No primeiro deles, o professor empurra as duas massas acopladas pela mola para o mesmo lado; no segundo, afasta as duas massas acopladas pela mola e as solta ao mesmo tempo; no terceiro, segura uma das massas, afasta a outra e, depois, as solta para observar o movimento de ambas as massas conectadas pela mola.

Em seguida, apresenta os mesmos experimentos filmados de perto. Além disso, apresenta um último experimento ao final.

Os momentos de maior interesse ao nosso estudo são:

- (1) Demonstração filmada de longe do instante 0:34 até o instante 0:50;
- (2) Demonstração filmada de perto do instante 1:32 até o instante 1:50.

Veja como a Figura 5 comporta diferentes momentos do movimento das massas. As massas estão pausadas (equilíbrio) em cada um desses instantes.

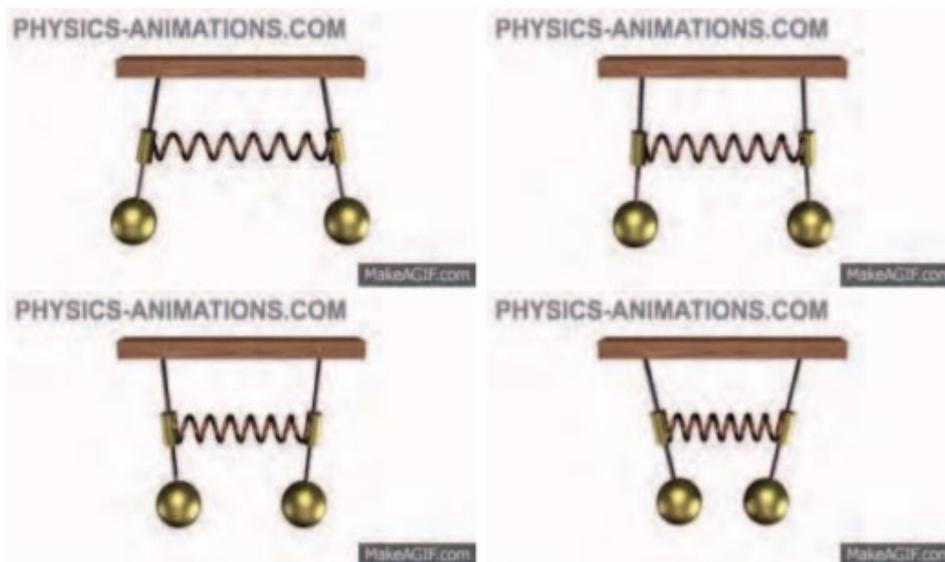


Figura 2 - Momentos diferentes da oscilação de massas acopladas por uma mola

A professora apresentará estas imagens em forma de slide.  
Note que em cada slide é como se o movimento estivesse pausado.

### Analogia com uma gangorra:

Note que na sucessão de slides mostrada pela professora a mola e as massas se movem horizontalmente. Em cada instante pausado a mola se comporta como uma gangorra em equilíbrio com massas em suas extremidades.

### Questão 1

O que você diria sobre a relação das quantidades de movimento das massas em cada uma das fotos (os instantes congelados) mostradas? Marque a opção abaixo:

a)  $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$

b)  $m_1 \Delta v_1 \neq m_2 \Delta v_2$

Resposta e objetivo da questão:

Letra A. Espera-se que o aluno compreenda que em cada instante pausado a gangorra formada pela mola está em repouso com as massas colocadas em suas extremidades.

Lembrando o que você respondeu na questão 1, responda às duas questões a seguir, nas quais  $v$  é a velocidade;  $a$  é a aceleração;  $t$  é o instante de tempo e  $s$  é a distância.

### Questão 2

Qual das seguintes relações expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo uniforme ou em repouso?

- a)  $mv$  tem o mesmo valor em qualquer instante.
- b)  $mv$  tem valores diferentes em instantes diferentes.

Resposta e objetivo da questão:

Letra A. Começar a introdução da ideia que a força, nas questões seguintes, causa variação de  $mv$  no tempo, o que corresponde a uma quebra de equilíbrio.

### Questão 3

Qual das seguintes relações abaixo expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo **NÃO** uniforme?

- a)  $\frac{\Delta mv}{\Delta t} \neq 0$
- b)  $\frac{\Delta mv}{\Delta t} = 0$

Nas questões 4, 5, 6, 7 e 8 são dados exemplos de vários sistemas físicos para que a partir da resposta dos alunos o professor possa introduzir o conceito de força.

### Questão 4

No caso da gangorra estudada na primeira aula, o que você acha que causou o movimento da gangorra gerando uma quantidade de movimento?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é o peso.

Você vai receber os seguintes materiais para responder as questões que seguem: mola, ímã, clips e dinamômetro.

### Questão 5

Vamos analisar o caso da mola. Pegue a mola e a comprima ou a espiche. O que você fez sobre a mola para espichar ou comprimir?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é a “força”, embora, talvez esta palavra seja pra ele um sinônimo de esforço muscular.

### Questão 6

Se você quiser manter a mola com certo comprimento, quando você a está comprimindo ou espichando, você sente algo na sua mão?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno ainda responda que é a “força”, no mesmo sentido acima.

### Questão 7

Vamos pegar um ímã e aproximá-lo de alguns clips de papel. O que vai ocorrer?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é uma “força”, porém a questão introduz a ideia que nem toda força é de contato e que há forças de naturezas diferentes.

### Questão 8

Vamos pegar uma mola de balança vertical com o peso na ponta. O que vai ocorrer com o ponteiro?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é o peso. Deve-se ressaltar para o aluno que é a ação entre a massa e a mola que causa a distensão na mola.

## Questão 9

Após esses experimentos você acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno conecte a pergunta 3 com as situações descritas nas perguntas 4, 5, 6, 7 e 8.

O professor deve introduzir o conceito de força. Deve enfatizar que a força é externa ao corpo e que possui várias origens depende do sistema físico em consideração. Focar nos exemplos das questões 4, 5, 6, 7 e 8.

## A.2 Parte do aluno



Nome da escola \_\_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_

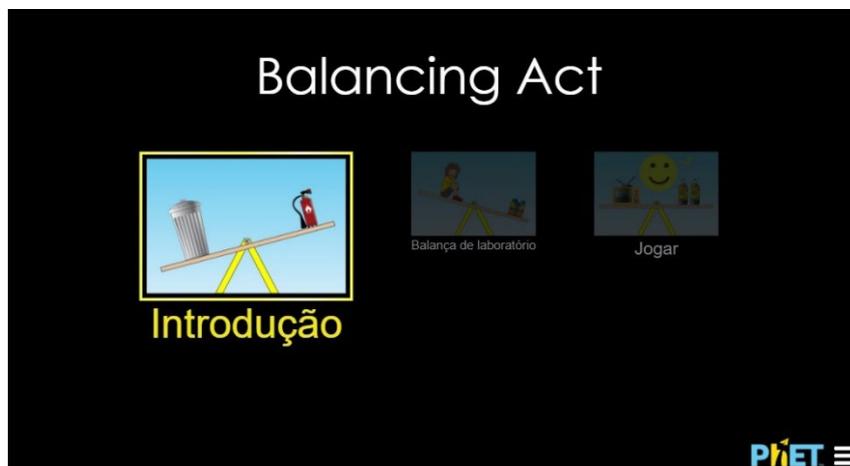
## Aula 1: O equilíbrio de uma gangorra

### Roteiro instrucional

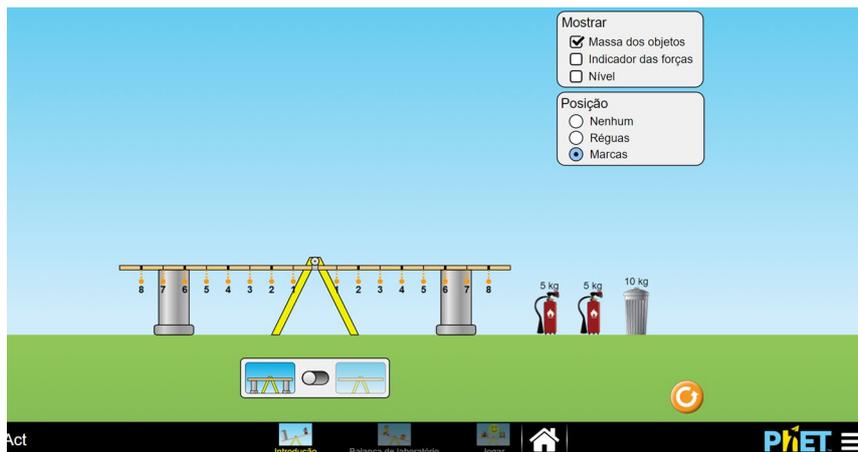
No computador, entre no link abaixo:

[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/balancing-act](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/balancing-act)

Ao clicar, você será direcionado para o seguinte ambiente virtual:



Iniciaremos clicando na opção “Introdução”, a qual nos guiará ao seguinte ambiente virtual:



**Fique atento à explicação da professora sobre o funcionamento do ambiente virtual e qualquer dúvida sobre como acessá-lo em casa, faça perguntas.**

No ambiente encontramos três objetos (dois extintores de incêndio e uma lixeira) que podem ser dispostos de qualquer maneira na balança. A balança consiste em um ponto de apoio (cavelete

amarelo) e uma tábua com suas extremidades inicialmente em repouso em cima de duas colunas de concreto. As colunas de concreto servem para que os objetos sejam dispostos à vontade na balança sem que ela tombe para qualquer lado antes de desejarmos saber o que irá acontecer.

**Menus à direita:** você pode escolher mostrar na tela a massa do objeto, a força que atua em cada objeto e o nível da balança. Para isto, basta clicar nos marcadores que deseja mostrar.

Além disso, onde aparece o menu “posição” você pode escolher mostrar marcações simétricas na balança ou colocar uma régua para delimitar as posições na balança de maneira mais eficiente. Recomendamos selecionar “massa dos objetos” no menu de cima e “marcas” no menu de baixo.

**Como proceder no ambiente virtual:** para mover os objetos é necessário clicar em cima deles e arrastá-los até o ponto onde deseja fixá-los. Para verificar o que acontece com a gangorra é necessário clicar no botão posicionado entre a imagem de duas gangorras - uma com colunas de apoio e a outra sem.

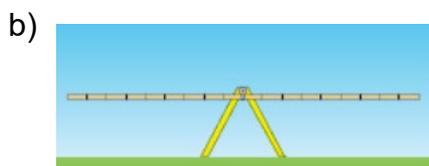
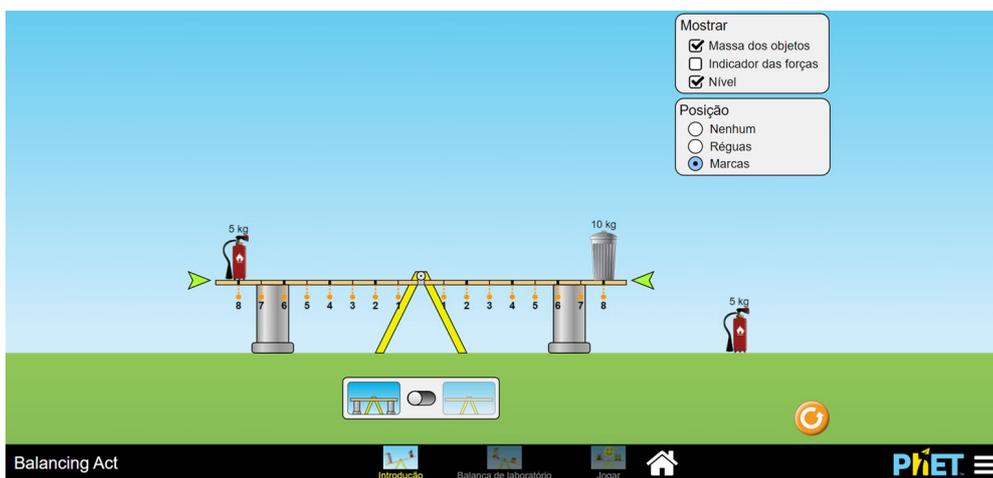
**Recomeçar:** para realizar uma nova experimentação basta acionar o botão de cor laranja.

Após familiarizar-se com o ambiente virtual, você irá responder um questionário. Este questionário é composto de 8 (oito) questões simples sobre as situações exploradas no PhET. Esperamos que você **não use** o computador na hora de fornecer sua resposta às 4(quatro) primeiras questões e explique seu raciocínio sempre que solicitado.

### Questão 1

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 do lado esquerdo e colocarmos a lata de lixo na posição 8 do lado direito (figura abaixo)



Explique seu raciocínio.

---

---

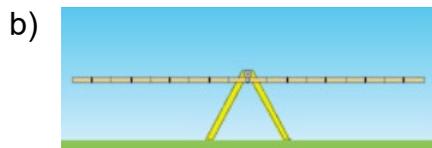
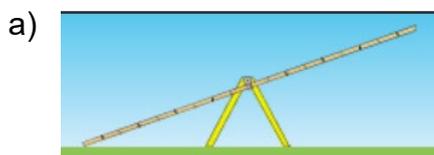
---

---

## Questão 2

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 e o outro extintor na posição 8 em lados opostos (figura abaixo)



Explique seu raciocínio.

---

---

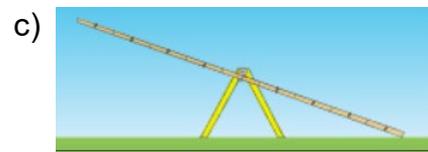
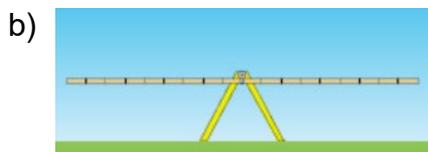
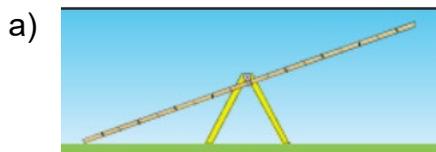
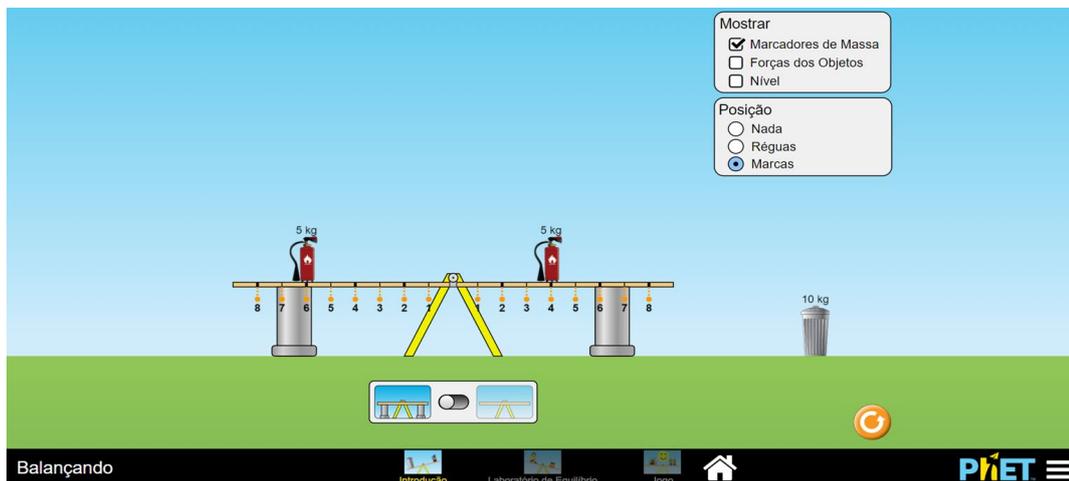
---

---

### Questão 3

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- Colocarmos um extintor na posição 6 do lado esquerdo e o outro extintor na posição 4 do lado direito (figura abaixo)



Explique seu raciocínio.

---

---

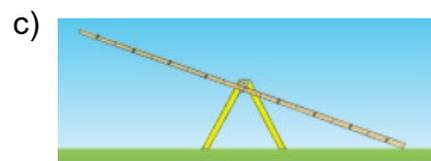
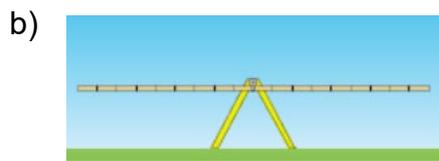
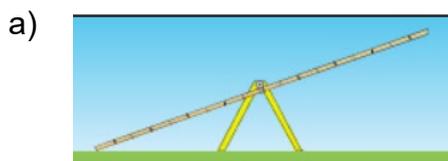
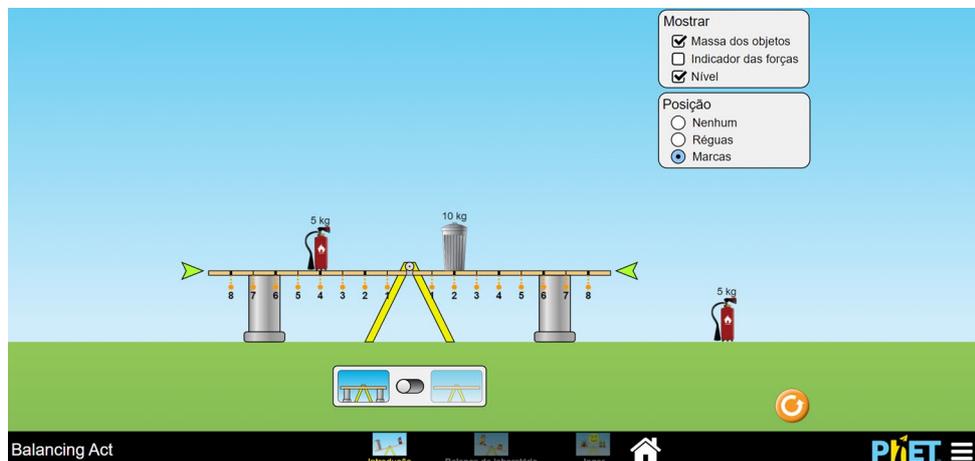
---

---

### Questão 4

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- posicionarmos um extintor na posição 4 do lado esquerdo e a lata de lixo na posição 2 do lado direito



Explique seu raciocínio.

---

---

---

Acesse o link trazido neste roteiro e verifique cada uma das respostas dadas às questões 1, 2, 3 e 4. Assinale abaixo as questões que você acertou.

- QUESTÃO 1. ( )
- QUESTÃO 2. ( )
- QUESTÃO 3. ( )
- QUESTÃO 4. ( )
- NENHUMA ( )

## Parte II do questionário

### Questão 5

O que significa dizer que “os braços da gangorra estão no mesmo nível”?

---

---

---

### Questão 6

Na situação do exercício 3, nós observamos que somente a massa não é fator decisivo para o equilíbrio da balança. Em seguida, no exercício 4, observamos que somente a posição não é fator decisivo para o equilíbrio da balança.

Preencha a tabela abaixo com os dados das quatro primeiras situações. Com os dados preenchidos na tabela, identifique a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio.

Questão	Objeto da esquerda da gangorra			Objeto da direita da gangorra			A gangorra está em equilíbrio? (marque a opção)	
	Massa 1	Posição 1	Produto 1 (massa x posição)	Massa 2	Posição 2	Produto 2 (massa x posição)		
1							Sim	Não
2							Sim	Não
3							Sim	Não
4							Sim	Não

Qual a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio?

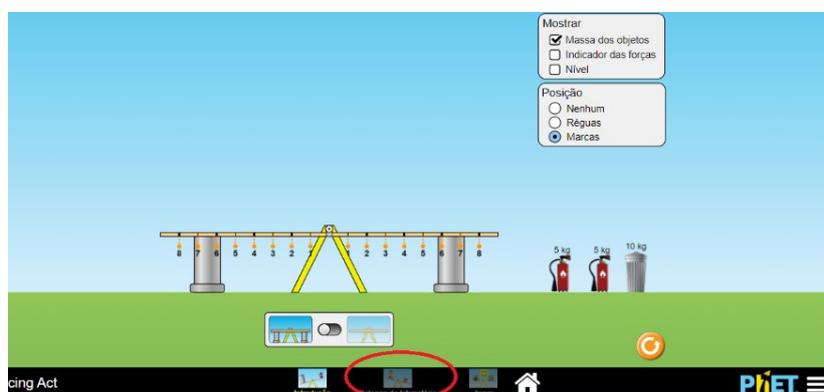
---

---

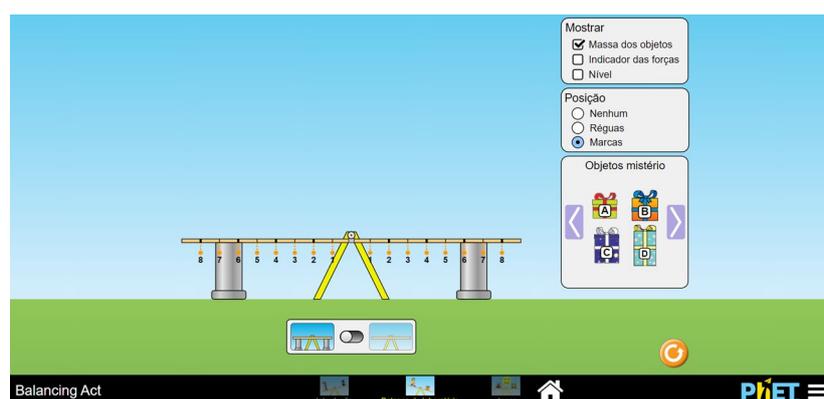
---

## Questão 7

Agora selecione a opção “balança de laboratório” (círculo vermelho na figura abaixo).



Observe que um novo menu se abrirá abaixo dos menus à direita da tela. Neste terceiro menu clique na seta roxa lateral até aparecerem os “objetos mistério”.



Escolha dois pacotes “mistério” e coloque cada um deles em uma mesma posição em lados opostos. Remova as colunas de concreto e conclua qual pacote tem a maior massa. Por que você acha isso?

---

---

---

### Questão 7 – continuação

Mudando a posição dos pacotes em cima da balança, encontre a posição de cada um deles para que a balança fique em equilíbrio e desenhe esta situação utilizando o local abaixo. Não esqueça de anotar o valor das posições dos pacotes no seu desenho.

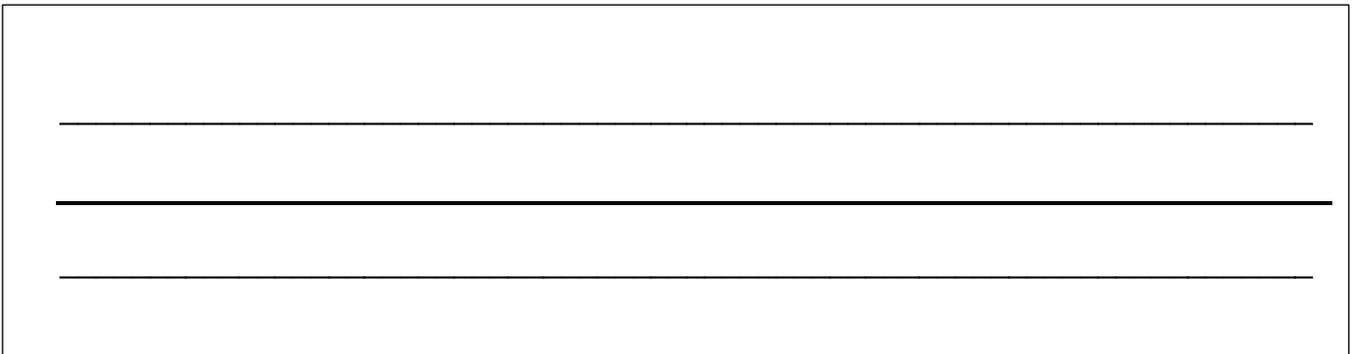


Quantas vezes a massa de um pacote é maior que a do outro?



### Questão 8

Descreva, com suas palavras, a relação entre a posição, a massa dos objetos e o equilíbrio da gangorra





Nome da escola \_\_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_

## Aula 2: O movimento da gangorra para ângulos muito pequenos

### Roteiro instrucional

A turma deverá ser separada em grupos de até 3 (três) alunos. Cada grupo receberá uma folha de papel milimetrado, régua e compasso e é necessário que pelo menos um dos integrantes do grupo tenha um celular que tire foto para ser usado na atividade. Na folha de papel milimetrado há o desenho esquemático de uma gangorra em equilíbrio, na qual o triângulo representa o fulcro/ponto fixo da gangorra e a linha reta, seus braços. Antes de responder às perguntas abaixo, **desenhe a posição dos braços da gangorra em três momentos diferentes do seu movimento.**

### Questão 1

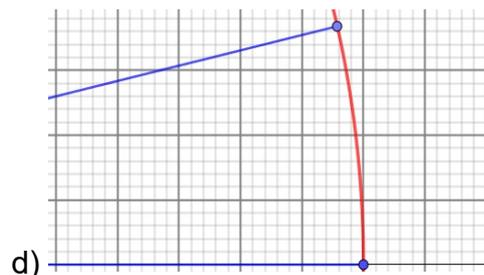
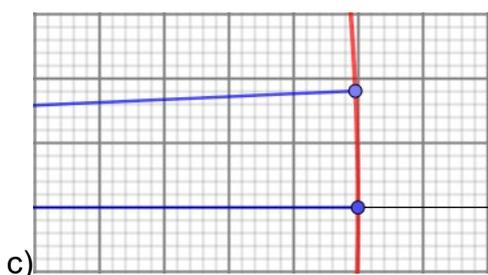
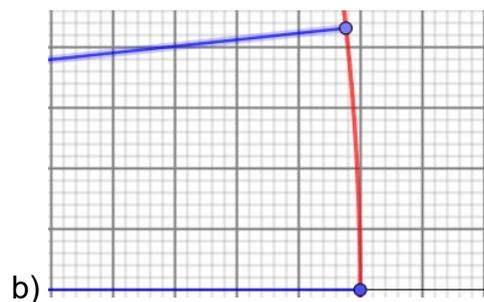
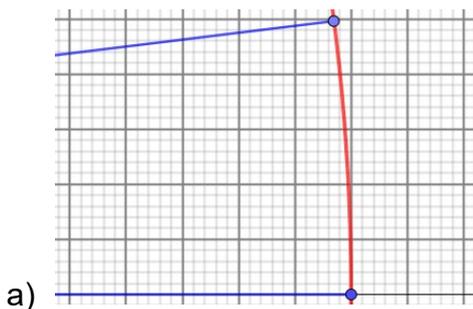
Qual curva melhor descreve o movimento das extremidades dos braços? Marque a opção abaixo:

- a) Circunferência      b) Parábola      c) Reta      d) Outra

### Questão 2

Desenhe agora a posição da gangorra, no papel milimetrado, para ângulos cada vez menores.

Utilizando a figura que você traçou acima, tire uma foto da extremidade do braço e amplie. Marque a opção que mais se parece com o seu desenho.



**Para observar:**

Existe um valor do ângulo para o qual não é possível distinguir o círculo de uma reta. Observe na Figura 1 abaixo:

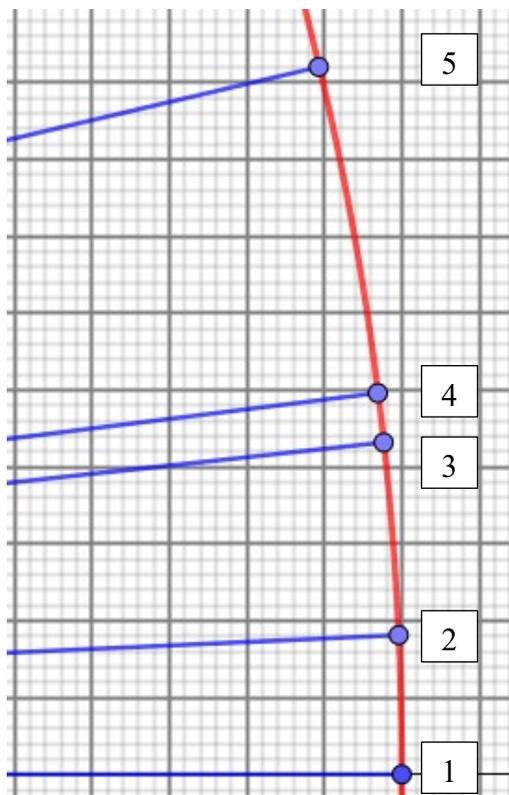


Figura 1 - Círculo revelando pequenos segmentos de reta quando consideramos ângulos muito pequenos

Repare na figura acima que entre as posições 1 e 5 da extremidade da gangorra (linha vermelha) o segmento circular fica muito evidente. Esta característica vai ficando menos evidente à medida que giramos a gangorra de **ângulos pequenos**: repare a linha vermelha entre as posições 1 e 2 ou entre as posições 3 e 4, em que os braços da gangorra (linha azul) parecem estar paralelos.

Esta característica se manifesta de outras formas em aplicativos muito utilizados por você. Repare que no aplicativo *Paint*, ao ampliarmos um círculo, revelam-se diversos segmentos de reta.



Figura 2 - Segmentos de reta revelados na composição de um círculo quando utilizados **ângulos pequenos**.

### Continuação:

Para ângulos muito pequenos – aqueles ângulos em que não conseguimos distinguir um arco de uma reta – o movimento da gangorra descreve a Figura 3 abaixo:

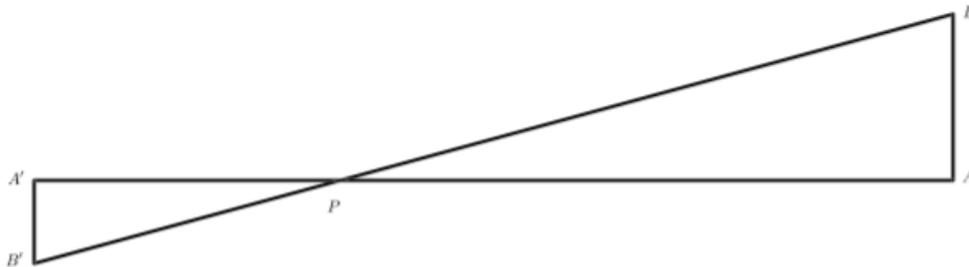


Figura 3 - *Frame* de um instante de tempo do movimento da gangorra quando o ângulo é muito pequeno.

Na figura acima é possível identificar dois triângulos semelhantes:

$$\Delta PAB \sim \Delta PA'B'$$

então

$$\frac{PA}{PA'} = \frac{AB}{A'B'}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{AB}{A'B'}$$

Quando a alavanca se move, a ponta  $A$  do braço da alavanca adquire, durante o tempo em que a ponta percorre  $\overline{AB}$ , a velocidade  $v_B$ , de modo que sua velocidade variou de  $\Delta v_{AB} = v_B - 0$ . Por ser um segmento retilíneo,  $\overline{AB}$  pode ser percorrido com uma velocidade única (Lei da Inércia).

Então, o segmento  $AB$  pode ser percorrido com  $\Delta v_{AB}$ , em um certo tempo  $\tau$ , o qual é muito pequeno, pois o arco ainda coincide com  $\overline{AB}$ . Como  $v = \Delta S / \Delta t$ , podemos escrever  $AB = \Delta v_{AB} \cdot \tau$ . O mesmo acontece com o outro braço da balança. Logo:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{\Delta v_{AB} \times \tau}{\Delta v_{A'B'} \times \tau} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta v_{A'B'}}$$

Trocando a notação  $AB$  pelo índice 1 e  $A'B'$  pelo índice 2, temos:

$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}}$$

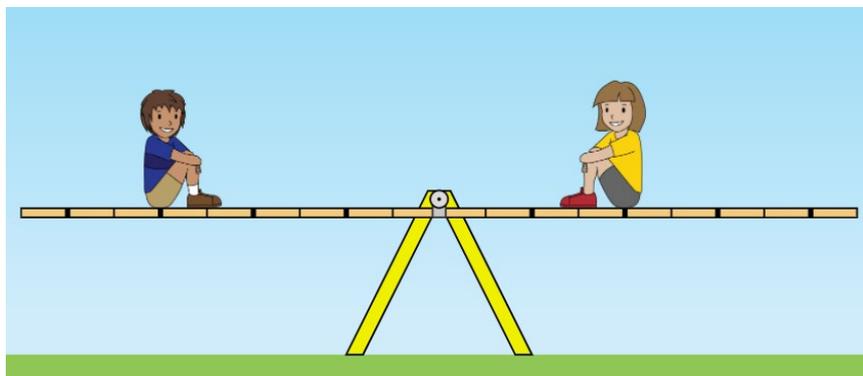
## As duas leis do equilíbrio

### Questão 3

Escreva uma relação matemática que una o princípio da alavanca ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ), visto na primeira aula, e a relação que você acabou de aprender ( $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$ ).

### Questão 4

Pedrinho, de massa  $m_1$ , e Maria, de massa  $m_2$ , impedem o movimento um do outro, enquanto a gangorra está parada (ou seja, em equilíbrio). Marque abaixo qual opção expressa o fato de a gangorra estar em equilíbrio:



a)  $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$

b)  $m_1 \Delta v_1 > m_2 \Delta v_2$

c)  $m_1 \Delta v_1 < m_2 \Delta v_2$

#### Para entender:

O produto da massa pela velocidade ( $mv$ ) recebe o nome de momento linear ou quantidade de movimento.



Nome da escola \_\_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_

### Aula 3: Rompendo com a lei da Inércia (acelerando massas)

#### Roteiro instrucional

O movimento de duas massas presas a uma mola imita uma colisão entre elas, em que as massas, ora se aproximam, ora se afastam e assim sucessivamente. Veja a Figura 4 abaixo:

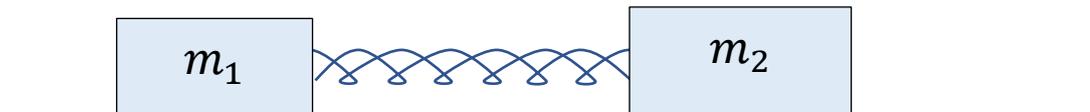


Figura 1 - Momento da oscilação de duas massas acopladas por uma mola

Esse movimento é ilustrado na animação no link:

<https://makeagif.com/i/5OVYxc>

ou em:

[https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB\\_y\\_gi4](https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB_y_gi4)

A configuração das massas na animação e na Figura 4 diferem apenas pelo fato de que na animação as massas não estarem apoiadas no chão. As massas comportam-se da mesma maneira nas duas configurações.

Esta animação é materializada em um experimento que pode ser acessado no link:

<https://www.youtube.com/watch?v=CjJVBvDNxcEt=0s>

O vídeo mostra, inicialmente, três experimentos filmados de longe. No primeiro deles, o professor empurra as duas massas acopladas pela mola para o mesmo lado; no segundo, afasta as duas massas acopladas pela mola e as solta ao mesmo tempo; no terceiro, segura uma das massas, afasta a outra e, depois, as solta para observar o movimento de ambas as massas conectadas pela mola.

Em seguida, apresenta os mesmos experimentos filmados de perto. Além disso, apresenta um último experimento ao final.

Os momentos de maior interesse ao nosso estudo são:

- (1) Demonstração filmada de longe do instante 0:34 até o instante 0:50;
- (2) Demonstração filmada de perto do instante 1:32 até o instante 1:50.

Veja como a Figura 5 comporta diferentes momentos do movimento das massas. As massas estão pausadas (equilíbrio) em cada um desses instantes.

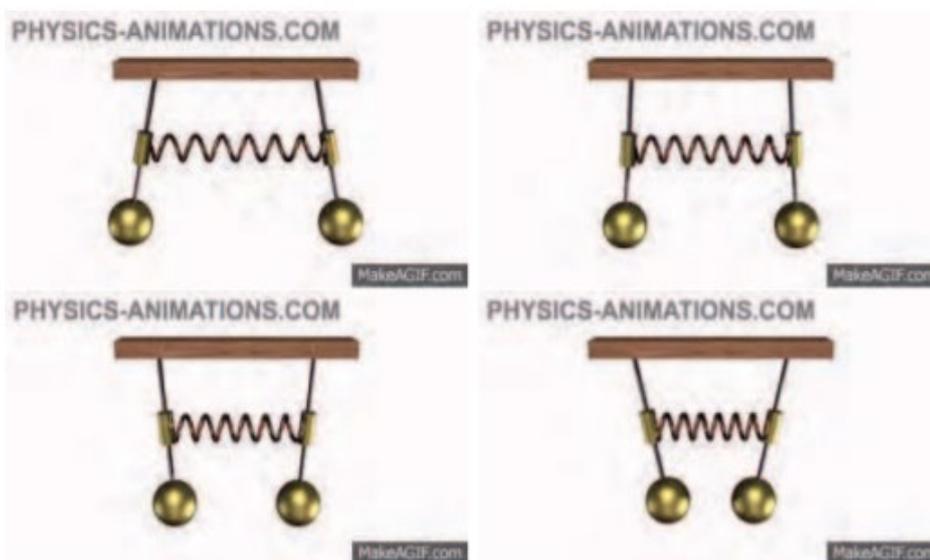


Figura 2 - Momentos diferentes da oscilação de massas acopladas por uma mola

A professora apresentará estas imagens em forma de slide.  
Note que em cada slide é como se o movimento estivesse pausado.

### Analogia com uma gangorra:

Note que na sucessão de slides mostrada pela professora a mola e as massas se movem horizontalmente. Em cada instante pausado a mola se comporta como uma gangorra em equilíbrio com massas em suas extremidades.

### Questão 1

O que você diria sobre a relação das quantidades de movimento das massas em cada uma das fotos mostradas? Marque a opção abaixo:

a)  $m_1\Delta v_1 = m_2\Delta v_2$

b)  $m_1\Delta v_1 \neq m_2\Delta v_2$

Explique seu raciocínio

---

---

---

---

Lembrando o que você respondeu na questão 1, responda às duas questões a seguir, nas quais  $v$  é a velocidade;  $a$  é a aceleração;  $t$  é o instante de tempo e  $s$  é a distância.

### Questão 2

Qual das seguintes relações expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo uniforme ou em repouso?

- a)  $mv$  tem o mesmo valor em qualquer instante.
- b)  $mv$  tem valores diferentes em instantes diferentes.

### Questão 3

Qual das seguintes relações abaixo expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo **NÃO** uniforme?

- a)  $\frac{\Delta mv}{\Delta t} \neq 0$
- b)  $\frac{\Delta mv}{\Delta t} = 0$

### Questão 4

No caso da gangorra estudada na primeira aula, o que você acha que causou o movimento da gangorra gerando uma quantidade de movimento?

Você vai receber os seguintes materiais para responder as questões que seguem: mola, ímã, clips e dinamômetro.

### Questão 5

Vamos analisar o caso da mola. Pegue a mola e a comprima ou a espiche. O que você fez sobre a mola para espichar ou comprimir?

---

---

### Questão 6

Se você quiser manter a mola com certo comprimento, quando você a está comprimindo ou espichando, você sente algo na sua mão?

---

---

### Questão 7

Vamos pegar um ímã e aproximá-lo de alguns clips de papel. O que vai ocorrer?

---

---

### Questão 8

Vamos pegar uma mola de balança vertical com o peso na ponta. O que vai ocorrer com o ponteiro?

---

---

### Questão 9

Após esses experimentos você acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo?

---

---

# Referências Bibliográficas

- [1] D'Alembert, J. (1796). *Traité de Mécanique*, (Chez Fuchs, Paris); segunda edição, 1744
- [2] Arons, A. (1997). *Teaching Introductory Physics*, 2 vols., (John Wiley & Sons, Toronto); v.1
- [3] Bernoulli, Johann (1727). Discours sur les Loix de la Communication du Mouvement. Republicado em: *Opera Omnia*, 4 vols., (Bousquet, Paris, 1742); vol.3, p. 1-107
- [4] Cardozo Dias, P.M. (2020). *As Categorias Mecanicistas do Pensamento em Física*, (CEDERJ, Rio de Janeiro)
- [5] Cardozo Dias, P. M. (2001). A (Im)Pertinência da História ao Aprendizado da Física (Um Estudo de Caso). *Revista Brasileira de Ensino de Física* **23**, 226-235
- [6] Cassiano, W. S. (2002). *Análise de imagens em livros didáticos da Física*. Dissertação, Mestrado em Educação, Universidade de Brasília
- [7] Cohen, I. Bernard (1960). *The Birth of a New Physics*, Heineman. Edição revisada, publicada por Norton (1985), Pelican Books (1987), Pinguin Books (1992)
- [8] Cohen, I. Bernard (1970). Newton's Second Law and the Concept of Force in the *Principia*. In: Pelter, R. (editor) *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton (1666-1966)*, (The M.I.T. Press, 1970); p. 143-185
- [9] Máximo, A., Alvarenga B. (2006). *Física*, (Scipione, São Paulo)
- [10] McDermott, L. (1993). How we teach and how students learn – A mismatch?. *American Journal of Physics* **61**, 295

- [11] Francisquini, Mariana F. B. (2019). *O Ensino de Física no Brasil na Reforma Capanema por meio dos seus livros didáticos: uma análise didático-histórica*. Tese de Doutorado, Programa de Ensino de Matemática, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT/UFRJ)
- [12] Gaspar, A. (2006) *Física – Ensino Médio*, (Ática, São Paulo)
- [13] Guimarães, L. A., Fonte Boa, M. (2006). *Física – Mecânica: Ensino Médio*, (Harbra, São Paulo)
- [14] Gouvêa, G., Oliveira, C. I. C. (2010). Memória e representação: imagens nos livros didáticos de física. *Ciências e cognição* **15**, 69-83
- [15] Joaquim, M. G. G (2017). *Imagens na comunicação do conhecimento em livros didáticos de química e física: uma análise à luz da semiótica peirceana*. Dissertação, Mestrado em Ensino das Ciências, Instituição de Ensino, USP
- [16] Lucie, P. (1970). *Física com Martins e Eu*, 2 vols; vol II: A Dinâmica da Partícula (PUC, Rio de Janeiro)
- [17] Medeiros, A., Medeiros, C. (2001). Questões epistemológicas nas iconicidades de representações visuais em livros didáticos de Física. it Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências **1**, 103-117
- [18] Nussenzveig, M. H. (2002). *Curso de Física Básica*, (Edgard Blücher, São Paulo), v.1
- [19] Nascimento, T. B., Terrazán, E. A., Clement, L., Immich, V. (2005). Um estudo sobre a caracterização de “problemas” em coleções didáticas de física. In: XVI Simposio Nacional de Ensino de Física
- [20] Newton, I. (1686): “*Mathematical Principles of Natural Philosophy*”, a new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, assisted by Julia Budenz, preceded by “A guide to Newton’s Principia”, by I. Bernard Cohen, (University of California Press: 1999).
- [21] Nicolau, G. F., Toledo, P. A., Fogo (2013). *Física Básica*, (Atual, São Paulo)
- [22] Peduzzi, L. O. Q. (1997). Sobre a resolução de problemas no ensino da física. *Caderno catarinense de ensino de física* **14**, p.229-253

- [23] Rodrigues, Rojans C., Cardozo Dias, P. M. (2022). The laws of planetary motion (a teaching method inspired by the history of physics). *The Physics Teacher* **60**, 684-685
- [24] Santana, S. J. (2018). *Imagens em livros didáticos de Física: uma análise semiótica*. Dissertação, Mestrado em Educação, Unimep
- [25] Silva, C. F. (2008). *Construção e realidade nas imagens dos livros didáticos de física: implicações e aplicações no ensino de física*. Dissertação, Mestrado Profissionalizante em Ensino, PUC-MG
- [26] Treagust, D., Liu, Yang, (2013). Content Analysis of Diagrams in Secondary School Science Textbooks: Evaluating Instructional Effectiveness. In: M. S. Khine (editor), *Critical Analysis of Science Textbooks: Evaluating instructional effectiveness*, (Springer, Dordrecht)