



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Experimentos provocadores: ampulheta flutuante e garrafa sonora

Felipe Martins Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(es):
Carlos Farina de Souza
Thales Agrícola C. de Azevedo

Rio de Janeiro
Março de 2023

Experimentos provocadores: ampulheta flutuante e garrafa sonora

Felipe Martins Silva

Orientadores:
Carlos Farina de Souza
Thales Agricola C. de Azevedo

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Dr. Carlos Farina de Souza – IF-UFRJ (Presidente) – membro interno.

Dr. Luca Roberto Augusto Moriconi – IF-UFRJ – membro externo.

Dr. Rodrigo Miranda Pereira – IF- UFF – membro externo

Dr. Roberto Affonso Pimentel Júnior – Cap-UFRJ – membro externo

Rio de Janeiro
Março de 2023

CIP - Catalogação na Publicação

SS86e Silva, Felipe Martins
Experimentos provocadores: ampulheta flutuante e garrafa sonora / Felipe Martins Silva. -- Rio de Janeiro, 2023.
135 f.

Orientador: Carlos Farina de Souza.
Coorientador: Thales Agrícola Calixto de Azevedo.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós Graduação em Ensino de Física, 2023.

1. Ensino de Física . 2. Experimentos Provocadores. 3. Hidrostática. 4. Tubos sonoros fechados. I. Souza, Carlos Farina de, orient. II. Azevedo, Thales Agrícola Calixto de, coorient. III. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob a responsabilidade de Miguel Romeu Amorim Neto - CRB-7/8283.

Dedico esta dissertação a todos os professores que, apesar das adversidades, se comprometem com aprendizado, na árdua missão de ensinar.

Agradecimentos

Inicialmente, agradeço à minha família. Em especial, meus pais e avós que, na árdua missão da paternidade, sempre estiveram ao meu lado me orientando para o melhor caminho. Agradeço à minha namorada pela paciência e resiliência nos tempos difíceis. Ao meu filho que, em sua ingenuidade de criança, manteve-se paciente e compreensivo nas horas de escrita desta dissertação.

Agradeço, intensamente, aos meus orientadores Carlos Farina e Thales Agricola, que ao longo de todo trabalho se disponibilizaram integralmente, além de não permitirem que eu desistisse, quando tudo parecia perdido para mim. As palavras de incentivo e segurança foram cruciais para continuar na luta.

Agradeço, também aos professores do programa MPEF – UFRJ por todo empenho e dedicação às aulas. Todos, sem exceção, foram fundamentais para minha formação continuada. Destaco, em especial, as aulas dos professores Calos Eduardo Aguiar, Marta Feijó Barroso e Eduardo Chaves Montenegro, que me inspiraram a cada encontro. Aproveito para agradecer a paciência do Gustavo Rubini que nunca deixou de responder aos meus e-mails, cheios de dúvidas e “dívidas”.

Por fim, agradeço aos meus colegas de turma: Carlos Alberto, Douglas Vieira, Edward, Fábio, Felipe Mozart, João Gabriel, José Luiz, Lucas Rosário, Orlando de Araújo, Rodrigo Santana, e Rojans, pelas trocas de experiências e risadas durante o programa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) Código de Financiamento 001 de acordo com a Portaria 206 de 4 de setembro de 2018.

RESUMO

Experimentos provocadores: ampulheta flutuante e garrafa sonora

Felipe Martins Silva

Orientador(es):

Carlos Farina de Souza

Thales Agrícola C. de Azevedo

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

As atividades investigativas baseadas em resolução de problemas têm sido apontadas como uma alternativa promissora no processo de ensino e aprendizagem significativa. Essas atividades, em geral, são apresentadas aos alunos através de experimentos. Com isso em mente, elaboramos duas sequências didáticas investigativas com experimentos provocadores, trazendo conceitos no campo da Hidrostática e das vibrações em uma coluna de ar de uma garrafa com gargalo. A escolha por estes tópicos se deu pela necessidade de explorar de forma significativa os pontos sutis de cada conceito presente. As sequências didáticas aqui apresentadas visam a participação efetiva dos alunos, tornando-os protagonistas na construção de seus próprios conhecimentos, e colocando o professor no papel de orientador e mediador neste processo. Destacamos que apesar das sequências apresentarem propostas distintas, ambas se caracterizam pelo caráter investigativo.

Palavras-chave: Ensino de Física, Aprendizagem significativa, Atividades investigativas, experimentos provocadores, hidrostática, modos normais de vibração.

Rio de Janeiro
Março de 2023

ABSTRACT

Provocative Experiments: Floating Hourglass and Sound Bottle

Felipe Martins Silva

Supervisor(s):

Carlos Farina de Souza

Thales Agricola C. de Azevedo

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

Investigative activities based on problem solving have been identified as a promising alternative in the meaningful teaching and learning process. These activities, in general, are presented to students through experiments. With this in mind, we elaborated two investigative didactic sequences with provocative experiments, bringing concepts in the field of Hydrostatics and vibrations of column of air contained in a bottle with a neck. The choice for these topics was due to the need to significantly explore the subtle points of each present concept. The didactic sequences presented here aim at the effective participation of the students, making them the protagonists in the construction of their own knowledge, and placing the teacher in the role of advisor and mediator in this process. We emphasize that although the sequences present different proposals, both are characterized by their investigative character.

Keywords: Physics Education, Meaningful learning, Investigative activities, provocative experiments, hydrostatics, normal modes of vibration.

Rio de Janeiro
March 2023

Lista de Figuras

Figura 1: Uma visão esquemática do contínuo aprendizagem significativa-aprendizagem mecânica. Fonte: MOREIRA, 2001.	4
Figura 2: Região R1 em \mathbf{M} e região infinitesimal δR em torno do ponto P.....	20
Figura 3: Representação das forças infinitesimais de contato e de longo alcance.	21
Figura 4: Porção infinitesimal cilíndrica elementar de um fluido.	23
Figura 5: Princípio de Arquimedes.....	27
Figura 6: Porção de fluido em equilíbrio.....	28
Figura 7: Centro de empuxo (CE).	29
Figura 8: centro de gravidade (G) e centro de empuxo (C) sobre a mesma vertical. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002).....	30
Figura 9: Metacentro. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002).....	30
Figura 10: Esquema inicial da ampulheta dentro do cilindro.....	31
Figura 11: Esquema temporal da ampulheta após virar o tubo cilíndrico.....	32
Figura 12: Vídeo ampulheta flutuante. . Acesso em: 19/08/2021.....	32
Figura 13: Sequência temporal do movimento da ampulheta.	34
Figura 14: Forças que atuam sobre a ampulheta antes de virarmos o cilindro.....	35
Figura 15: Após virarmos o cilindro, o centro de gravidade passa a ficar acima do centro de empuxo, de modo que o equilíbrio passa a ser instável. Com isso, qualquer pequena inclinação da ampulheta fará com que ela tenda a se inclinar mais ainda.....	36
Figura 16: Forças que atuam sobre a ampulheta, devido ao torque gerado pelo desalinhamento entre CG e CE.....	36
Figura 17: A intensidade da força de atrito permanece constante enquanto a ampulheta permanecer em repouso, mesmo que a normal da parede na ampulheta diminua.....	37
Figura 18: A normal das paredes do cilindro na ampulheta vai diminuindo, à medida que o CG tende se realinhar com o CE.....	37
Figura 19: O realinhamento do CG com o CE, e o movimento de subida da ampulheta.	38
Figura 20: ondas longitudinais numa mola (a) e no ar (b).....	39
Figura 21: onda transversal numa corda. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4211841 Acesso em: 20/11/2021.....	39

Figura 22: Onda progressiva propagando-se para a direita no instante $t=0$ (a) e num instante t (b). Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002)	40
Figura 23: Tensão na corda.	42
Figura 24: Forças atuando sobre o elemento de corda.	42
Figura 25: Perfis espacial e temporal de uma onda harmônica.	46
Figura 26: Ondas estacionárias.....	47
Figura 27: Corda homogênea de comprimento finito presa em ambas as extremidades.	47
Figura 28: Modos normais de vibração.	49
Figura 29: Onda sonora propagando na atmosfera. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/o-que-som.htm . Acesso em: 02/10/2022.....	50
Figura 30: Ciclo de propagação de uma onda sonora Fonte: NUSSENZVEIG, 2002...	51
Figura 31: Variação de volume. Fonte: NUSSENZVEIG, 2002.....	52
Figura 32: Modos normais num tubo aberto.	56
Figura 33: Modos normais no tubo fechado.	57
Figura 34: Ressonador de Helmholtz. Disponível em: http://physicsvirtualmuseum.ufop.br/acoustics/ressonadores-de-Helmholtz.html . Acesso em: 05/10/2022	58
Figura 35: Esquema do ressonador de Helmholtz. Fonte: VIEIRA e AGUIAR, 2022..	59
Figura 36: Análogo mecânico do ressonador de Helmholtz. Fonte: VIEIRA e AGUIAR, 2022.	60
Figura 37: Soprando a garrafa	62
Figura 38: Medindo a garrafa de vinho.	65
Figura 39: Obtendo a frequência de ressonância com o Audacity.	65
Figura 40: Gráfico nível de intensidade versus frequência.	66
Figura 41: Dimensões da garrafa de vinho.	67
Figura 42: Pesando a garrafa de vinho. (a) realizando a tara; (b) com água.	68
Figura 43: Gráfico frequência ao quadrado versus inverso do volume de ar dentro da garrafa.	70
Figura 44: Vídeo experimento da ampulheta flutuante.	73
Figura 45: Descrição do item 1 feita pelo aluno A. Fonte: Autor.	74
Figura 46: Forças traçadas pelo aluno A. Fonte: Autor.....	74
Figura 47: Justificativa do aluno A à pergunta feita no item três. Fonte: Autor.	75
Figura 48: Argumento apresentado pelo grupo do aluno A. Fonte: Autor.....	75

Figura 49: Explicação do aluno A referente ao item cinco da atividade. Fonte: Autor.	76
Figura 50: Resposta do aluno A ao item seis. Fonte: Autor.	76
Figura 51: Resposta do aluno A ao item sete. Fonte: Autor.	76
Figura 52: Resposta do aluno A ao item oito. Fonte: Autor.	77
Figura 53: Forças traçadas pelo aluno A sobre a ampulheta no instante em que fica parada no fundo do tubo. Fonte: Autor.	78
Figura 54: Resposta do aluno A ao item 10. Fonte: Autor.	78
Figura 55: Item onze respondido pelo aluno A. Fonte: Autor.	78
Figura 56: Resposta do aluno A ao item doze. Fonte: Autor.	79
Figura 57: Resposta do aluno A ao item treze. Fonte: Autor.	79
Figura 58: Resposta do aluno A ao item quatorze. Fonte: Autor.	80
Figura 59: Descrição feita pelo aluno A. Fonte: Autor.	80
Figura 60: Resposta do aluno A ao item 16. Fonte: Autor.	81
Figura 61: Aplicação da atividade da ampulheta. Fonte: Autor.	81

Lista de Tabelas

Tabela 1: Níveis das atividades investigativas	19
Tabela 2: Grandezas fixas da garrafa.	67
Tabela 3: Valores de volume e frequência determinados a partir da garrafa.	68
Tabela 4: Valores das frequências de ressonância para cada volume V	69
Tabela 5: Erro entre o valor medido pelo Audacity e o previsto de equação do ressonador.	69

Sumário

Capítulo 1	Introdução	1
Capítulo 2	Referencial teórico	4
2.1	A aprendizagem significativa	4
2.1.1	Organizadores Prévios	5
2.1.2	Diferenciação Progressiva e Reconciliação Integradora.....	7
2.2	Atividades Experimentais e o Ensino de Física	10
2.3	Ensino por investigação e Experimentação	14
2.3.1	Abordagens investigativas	15
2.3.2	Níveis das atividades investigativas	18
Capítulo 3	Hidrostática: alguns aspectos	20
3.1	Forças em distribuições contínuas	20
3.2	Definição de fluido.	22
3.3	Equação fundamental da hidrostática	23
3.3.1	Exemplo: Lei de Stevin	25
3.4	Princípio de Arquimedes	26
3.5	Equilíbrio de corpos flutuantes.....	29
Capítulo 4	A ampulheta Flutuante.....	31
4.1	Um pouco de história: O “quebra-cabeça” da ampulheta flutuante.	32
4.2	Explicação ilustrada do problema.	34
Capítulo 5	Modos normais e ressonador de Helmholtz.....	39
5.1	Cordas vibrantes e modos normais de vibração.	39
5.2	Modos normais de vibração numa coluna de ar.	50
5.3	Ressonador de Helmholtz.....	58
Capítulo 6	A garrafa sonora	62
6.1	Vibrações de ar em uma garrafa com gargalo.	62
6.2	O experimento da garrafa sonora	64
Capítulo 7	Atividades Propostas	71
7.1	Elaboração das sequências didáticas	71
7.2	Dificuldades encontradas na aplicação das sequências.	72
7.3	Aplicação da sequência didática – Ampulheta Flutuante.....	73
Capítulo 8	Considerações Finais	82

Referências	84
APÊNDICE - Material Instrucional	87

Capítulo 1

Introdução

Os desafios encontrados no processo de ensino-aprendizagem de conceitos da Física são diversos, e envolvem tanto professores quanto estudantes. Para muitos estudantes, a Física é considerada uma disciplina difícil. Isto porque, além de utilizar uma quantidade excessiva de fórmulas que não lhes parecem fazer sentido, é ensinada, muitas vezes, dentro de um contexto mecanicista, afastada do seu cotidiano, o que não ajuda a tornar os estudantes em cidadãos críticos num mundo contemporâneo. Desta maneira, se faz necessário romper com essas concepções. Nesse sentido, os professores precisam rever suas práticas pedagógicas, de modo a tornar suas aulas mais atraentes e significativas, relacionando conceitos da Física com situações vivenciadas pelos estudantes. Uma educação de qualidade deve proporcionar, além do crescimento individual, condições para a construção do próprio conhecimento. Assim, práticas pedagógicas que levam em consideração os conhecimentos prévios, caracterizam-se com uma estratégia para uma aprendizagem significativa.

Dentre as práticas metodológicas de ensino-aprendizagem que auxiliam na construção de conhecimentos no campo das ciências em geral, pode-se destacar a proposta de atividades experimentais integradas ao desenvolvimento teórico. Porém, essas atividades experimentais não devem seguir a abordagem tradicional dos laboratórios didáticos, em que a prioridade é, simplesmente, a comprovação da teoria, medições e tratamentos de dados, e não os conceitos que levam à compreensão acerca dos fenômenos.

Segundo Borges (2002) a abordagem experimental quando direcionada à verificação de leis e teorias, a percepção do estudante é que a experiência deve produzir o resultado previsto pela teoria. Caso algo fuja do esperado, o estudante acaba por se frustrar, e os objetivos do ensino ficam prejudicados.

Contudo, o papel da experimentação como recurso metodológico no ensino de ciências, em especial no ensino de Física, vem sofrendo uma mudança significativa, na

qual a prática tradicional dá lugar a uma atividade investigativa capaz de incentivar a curiosidade e estimular o senso crítico do estudante acerca do saber científico (BRASIL, 2006). Nesse contexto, a atividade experimental deve ser entendida como uma atividade investigativa e cooperativa, facilitadora da aprendizagem significativa, cujo objetivo é favorecer a construção do conhecimento a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes.

As atividades investigativas baseadas em resolução de problemas têm sido apontadas como uma alternativa promissora (CARVALHO, 2013). Nesse tipo de atividade, o aluno exerce um papel ativo, enquanto o professor se coloca como orientador das atividades. Nesta perspectiva, o aluno é estimulado a interpretar, analisar e formular hipóteses sobre o problema apresentado, além de argumentar e discutir a respeito das hipóteses levantadas, desenvolvendo seu raciocínio crítico acerca dos conceitos da Física.

Portanto, com o intuito de colaborar com o processo de ensino-aprendizagem no ensino de Física, este trabalho propõe uma sequência didática de caráter investigativo através da resolução de “problemas desafiadores” (situações-problemas), em particular, no ensino de Hidrostática e Tubos sonoros. A pesquisa desenvolvida tem como objetivo: Elaborar uma sequência didática, utilizando diferentes recursos didáticos associados às atividades experimentais que proporcionem a investigação visando favorecer a compreensão dos conceitos e a aprendizagem.

Este trabalho tem como justificativa a discussão necessária de práticas pedagógicas que envolvam e estimulem o estudante, de modo a aproximar não apenas os conceitos da Física de sua realidade, como também a contribuição das atividades experimentais investigativas na aprendizagem significativa.

A presente dissertação foi estruturada em oito capítulos. Em seguida a esse capítulo introdutório, no qual apresentamos os objetivos e as justificativas de nossa proposta, descrevemos, no capítulo 2, a fundamentação teórica que irá pautar todo nosso trabalho.

No capítulo 3 apresentamos um resumo teórico dos tópicos de Hidrostática necessários para se discutir o primeiro problema desafiador. No capítulo 4 apresentamos o problema da ampulheta flutuante e discutimos a sua solução. Este problema estimula a

curiosidade dos estudantes por se apresentar como um quebra-cabeça ou mesmo um aparente paradoxo.

No capítulo 5 apresentamos um resumo teórico, mas, desta vez, sobre ondas e tubos sonoros, onde destacamos o ressonador de Helmholtz. A discussão do segundo problema desafiador está no capítulo 6. Apesar de não causar impacto de imediato, este problema é enriquecedor do ponto de vista da construção de conhecimento.

A elaboração da sequência didática está apresentada no capítulo 7. Neste ponto do trabalho, discutimos também as dificuldades encontradas para a aplicação de forma integral da sequência didática, devido à pandemia e os protocolos sanitários impostos. No material instrucional que acompanha a dissertação apresentamos, para cada uma das sequências didáticas, uma proposta de roteiro para aplicação. Finalmente, no capítulo 8 apresentamos algumas considerações pertinentes ao trabalho, e alguns possíveis encaminhamento que poderão complementar a pesquisa.

Capítulo 2

Referencial teórico

2.1 A aprendizagem significativa

A aprendizagem significativa, proposta por David Ausubel, diz que a aprendizagem ocorre quando uma nova informação relaciona-se com conceitos pré-existentes, adquiridos em experiências anteriores, sendo esse o fator de maior influência na aprendizagem. É a partir desse ponto de apoio que deve decorrer a aprendizagem de novos conceitos, denominada aprendizagem significativa.

Segundo a teoria de Ausubel (AUSUBEL, 2003), quando a aprendizagem significativa não ocorre, o aluno armazena a nova informação de maneira isolada, podendo esquecê-la em seguida, como acontece no caso de estudantes que “decoram” as fórmulas para a prova. Neste caso, a aprendizagem é caracterizada como mecânica, ou memorística¹, considerada sem significado. Na aprendizagem mecânica há pouca, ou nenhuma, associação com conceitos relevantes na estrutura cognitiva (MOREIRA, 2001). Ou seja, não há interação entre a nova informação e aquela já armazenada.

Para Ausubel, não há uma dicotomia entre aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica, e sim um *continuum* (MOREIRA, 2001). A figura 1 nos mostra que, na prática, grande parte da aprendizagem ocorre na “zona cinza”, intermediária deste *continuum*, onde um ensino potencialmente significativo pode facilitar o aprendizado.

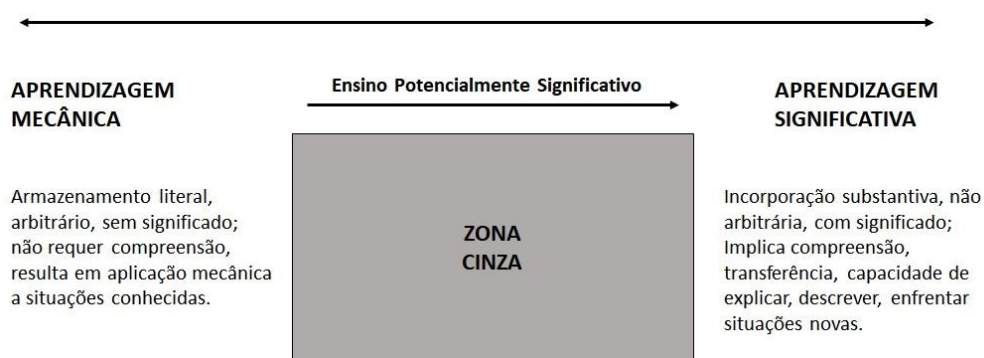


Figura 1: Uma visão esquemática do contínuo aprendizagem significativa-aprendizagem mecânica. Fonte: MOREIRA, 2001.

Um indivíduo aprende significativamente quando consegue relacionar, de maneira substantiva, não-literal, e não-arbitrária, a nova informação com uma componente de

¹ A aprendizagem mecânica, também chamada de memorística (NOVAK, 1996), podendo ser reconhecida com a “decoreba”.

conhecimento específica que faz parte integrante da sua estrutura cognitiva prévia. A este componente da estrutura cognitiva, especialmente relevante para a assimilação do conhecimento, foi atribuído, o termo “subsunçor” (AUSUBEL, 2003).

Os subsunçores podem ser entendidos como ideias-âncora (MOREIRA, 2001). Ou seja, os novos conhecimentos se ancoram em conhecimentos preexistentes e assim adquirem significados. O termo âncora é uma mera metáfora, sendo importante não atribuir um caráter estático aos subsunçores, pois constitui um processo dinâmico, no qual o subsunçor se modifica.

A modificação de um subsunçor pode ser correlativa, quando acentuada, ou derivativa, quando reforça o subsunçor. Como exemplo, Moreira (MOREIRA, 2001) nos traz o caso dos mamíferos. Aprender que mais de um animal, relativamente conhecido, é mamífero, é uma subsunção derivativa. Porém, aprender que o morcego e a baleia também são mamíferos, é uma subsunção correlativa.

A aprendizagem significativa é considerada substantiva pelo fato do conceito ser a substância do que é aprendido, não apenas o nome, ou enunciado, sem qualquer significado. Segundo Santos (SANTOS, 2008) aprendizagem ocorre somente se quatro condições básicas forem atendidas: a motivação, o interesse, a habilidade de compartilhar experiências, e a habilidade de interagir com diferentes contextos. Logo, o desafio dos educadores está em despertar motivos para a aprendizagem, planejar aulas mais interessantes, trabalhar conteúdos relevantes, para que possam ser compartilhados em experiências que extrapolem a sala de aula, tornando a sala de aula um ambiente altamente estimulante para a aprendizagem.

Apontar práticas pedagógicas que incluam metodologias que proporcionam métodos alternativos de ensino-aprendizagem dos conteúdos de Física, levando em consideração o conhecimento prévio, é um dos caminhos para que possamos colocar em curso certas mudanças, sobretudo na percepção e entendimento que os estudantes têm em relação a essa área de conhecimento.

A fim de facilitar a aprendizagem significativa, Ausubel, Novak, e Hanesian, propõem uma programação de ensino dividida em três princípios: *organizadores prévios*; *diferenciação progressiva*; *reconciliação integradora*.

2.1.1 Organizadores Prévios.

Os organizadores prévios se caracterizam como recursos e materiais que introduzem um determinado assunto de maneira mais geral e inclusiva. A principal função

é possibilitar uma relação entre aquilo que um aprendiz já conhece a respeito de um assunto e aquilo que ele deve aprender de forma significativa. Ou seja, introduzem “pontes cognitivas”, permitindo a interação entre a nova informação e aquela já armazenada na estrutura cognitiva do indivíduo.

Segundo Moreira (MOREIRA, 2011): “os organizadores prévios podem tanto fornecer “ideias âncora” relevantes para a aprendizagem significativa do novo material, quanto estabelecer relações entre ideias, proposições e conceitos já existentes na estrutura cognitiva e aqueles contidos no material de aprendizagem”. Nesse contexto, podemos apresentar um organizador “expositivo”, no caso do material ser totalmente não familiar. Esse organizador será formulado a partir daquilo que o aprendiz já conhece em outras áreas, devendo ser usado para suprir a falta de conceitos ideias ou proposições relevantes à aprendizagem. Ou, caso o material seja relativamente familiar, um organizador “comparativo”, sendo usado para integrar e discriminar as novas informações e conceitos, ideias ou proposições, basicamente similares, já existentes na estrutura cognitiva.

É importante ressaltarmos que os organizadores prévios não são simples comparações introdutórias, pois devem:

1. identificar o conteúdo relevante na estrutura cognitiva e explicitar a relevância desse conteúdo para a aprendizagem.
2. dar uma visão geral do material em nível mais alto de abstração, salientando as relações importantes;
3. promover elementos organizacionais inclusivos, “criando” um contexto de ideias que possa ser utilizado para assimilar significativamente novos conhecimentos.

Portanto, a principal função do organizador prévio é preencher a lacuna entre o que o aprendiz previamente conhece e o que precisa conhecer antes de poder aprender significativamente o conteúdo a ser estudado.

De acordo com autores citados anteriormente, teremos três razões para a utilização de organizadores:

- a importância de ter ideias estabelecidas relevantes de forma apropriada já disponíveis na estrutura cognitiva, de modo a tornar significativas novas ideias, dando uma assistência estável.
- as vantagens de usar ideias mais gerais e inclusivas de uma área do conhecimento como ideia – âncora, ou subordinadores.

- o fato de os aprendizes tentarem, por si mesmos, tanto identificar um conteúdo relevante já existente na estrutura cognitiva, como indicar explicitamente a relevância deste conteúdo, e a própria relevância para o novo material de aprendizagem.

No entanto, na visão de Reis (REIS, 2015), um dos pressupostos dos organizadores prévios é a motivação que esse recurso pode potencializar. Dependendo do material, ou recurso, selecionado pelo professor, o processo de compreensão de um conceito, na estrutura cognitiva de um indivíduo, pode ocorrer de maneira espontânea e interessante, de modo que os conhecimentos já existentes ajudarão na aprendizagem desses novos conceitos.

2.1.2 Diferenciação Progressiva e Reconciliação Integradora.

A diferenciação progressiva é explicada por Ausubel, Novak e Hanesian (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN , 1980) a partir de dois pressupostos:

(1) É menos difícil para os seres humanos compreender os aspectos diferenciados de um todo previamente aprendido, mais inclusivo do que formular o todo inclusivo a partir das suas partes diferenciadas previamente aprendidas. (2) Num indivíduo, a organização do conteúdo de uma disciplina particular consiste em uma estrutura hierárquica na sua própria mente. As ideias mais inclusivas ocupam uma posição no topo desta estrutura e abrangem proposições, conceitos e dados factuais progressivamente menos inclusivos e mais diferenciados. (AUSUBEL, NOVAK; HANESIAN,1980, p. 159).

De acordo com o conceito de diferenciação progressiva, devemos, primeiramente, ensinar os conceitos em um nível mais geral, para depois atingirmos um nível de detalhamento maior. Ou seja, inicialmente, apresentam-se ideias mais gerais que serão, progressivamente, detalhadas em termos de especificidade.

Na reconciliação integradora, o processo ocorre pelo reconhecimento de novas relações entre conceitos até então vistos de forma isolada. Neste processo, o material, ou recurso a ser utilizado, deve ser feito para explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças significativas, além de reconciliar inconsistências reais ou aparentes. Toda aprendizagem resultante da reconciliação integrativa é uma aprendizagem significativa.

Para a aprendizagem ser significativa duas condições devem ser satisfeitas. Em primeiro lugar, o aprendiz deve ter uma disposição para aprender. Memorizar de forma arbitrária e literal, torna a aprendizagem mecânica. No caso da aprendizagem significativa, deve haver disposição para se relacionar de maneira substantiva com o novo material, ou recurso.

Em segundo lugar, o conteúdo a ser apresentado deve ser potencialmente significativo, ou seja, relacionável à estrutura cognitiva do aprendiz de maneira não arbitrária.

Dois fatores são importantes para que o material seja potencialmente significativo: a natureza do assunto e a relação com a estrutura cognitiva do aprendiz. Quanto à natureza do assunto, essa deve ser suficientemente não arbitrária e não aleatória, de modo a permitir o estabelecimento de uma relação, também, não arbitrária e substantiva com as ideias correspondentemente relevantes.

O segundo fator que determina o potencial significativo do material, ou recurso de aprendizagem, é uma função que pertence à estrutura cognitiva do aluno e não ao material de aprendizagem. Com isso, não é suficiente que as novas informações sejam simplesmente relacionadas. É necessário que o conteúdo presente no material esteja disponível na estrutura cognitiva do aprendiz.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN , 1980) podemos ter três tipos de aprendizagem significativas: aprendizagem representacional, aprendizagem de conceitos e aprendizagem proposicional.

A aprendizagem representacional está relacionada à associação simbólica primária, atribuindo significados a símbolos. Refere-se ao significado de palavras ou símbolos unitários. Para uma pessoa em um estágio mais primitivo de desenvolvimento, o que um determinado símbolo significa ou representa é, inicialmente, algo desconhecido, que precisa ser aprendido.

Para os autores:

O processo através do qual ele aprende isso, denominado aprendizagem representacional, é coextensivo com o processo pelo qual novas palavras passam a representar para ele ideias ou objetos correspondentes aos quais as palavras se referem. As novas palavras passam a significar para ele as mesmas coisas que os referentes e remetem ao mesmo conteúdo significativo diferenciado. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39).

Em um nível mais abrangente e abstrato, como o significado da palavra, está a aprendizagem de conceitos, que pode ser considerada uma extensão da aprendizagem

representacional. Existem dois métodos de aprendizagem de conceito: formação de conceito e assimilação de conceito.

No método de formação de conceito, os atributos essenciais do conceito são adquiridos por meio da experiência direta, e por meio de estágios sucessivos de formulação de hipóteses, teses ou generalizações. A formação de conceito ocorre, primordialmente, em crianças de idade pré-escolar.

A assimilação de conceito é a forma dominante de aprendizagem de conceito em crianças em idade escolar superior e adultos. Os conceitos só serão assimilados se seus atributos essenciais estiverem definidos em termos de novas combinações de referentes disponíveis na estrutura cognitiva do aprendiz (AUSUBEL, 2003).

A aprendizagem proposicional está relacionada ao significado de ideias expressas por grupos de palavras combinadas em proposições ou sentenças. Nesse caso, a tarefa da aprendizagem significativa não se reduz ao aprendizado do que representam as palavras isoladamente ou à sua combinação. Refere-se ao significado de novas ideias expressas de forma proposicional.

Para Ausubel (AUSUBEL, 2003), a estrutura proposicional é, justamente, o resultado da combinação de várias palavras isoladas que se relacionam entre si, cada uma representando uma unidade referencial. As palavras isoladas combinam-se de tal forma que compõe um todo. Consequentemente, a aprendizagem representacional é básica, ou um pré-requisito para a aprendizagem proposicional verdadeira, quando então, as proposições são expressas verbalmente.

Na estrutura cognitiva, a aquisição de significados ocorre por meio da assimilação, que pode ser entendida com um efeito facilitador na retenção. Em seguida, ocorre a assimilação obliteradora, na qual o conceito recém assimilado, que antes podia ser dissassociado, passa a integrar o subsunçor definitivamente, não permitindo mais uma dissassociação.

A partir da existência de um conjunto de ideias na estrutura cognitiva do aprendiz, com as quais novas ideias podem se articular de maneira não arbitrária, a interação pode ocorrer de três formas distintas: por subordinação, por super ordenação e de forma combinatória.

A aprendizagem significativa subordinada ocorre quando a nova informação adquire significado por meio da interação com subsunçores, refletindo uma relação de subordinação do novo material, ou recurso, em relação à estrutura cognitiva preexistente. A aprendizagem superordenada ocorre quando a informação nova é ampla demais para

ser assimilada por qualquer subsunçor existente. A informação sendo mais abrangente é assimilada, a partir dos subsunçores. De maneira a formar uma ideia mais geral, organizando os subsunçores como partes desta ideia genérica. Na forma combinatória, a nova informação não é suficientemente ampla para absorver os subsunçores, mas em contrapartida é muito abrangente para ser absorvida por eles. Esta forma caracteriza-se por ser uma aprendizagem de proposição global, portanto, não subordinada, e nem superordenada, por não se ligar com conceitos ou proposições específicas.

Vale a pena salientar que a categorização de aprendizagem significativa subordinada, superordena e combinatória se ajustam à categorização em representacional, conceitual e proposicional.

A teoria ausubeliana propõe que a aprendizagem pode se processar tanto pela descoberta quanto por recepção. Para Ausubel, Novak e Hanesian (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN , 1980) embora a distinção entre aprendizagem receptiva e aprendizagem por descoberta não tenha absolutamente nada a ver com a dimensão automático-significativa do processo de aprendizagem, existe muita controvérsia a respeito dessas duas dimensões de aprendizagem. Esta confusão é parcialmente responsável pela crença infundada de que a aprendizagem receptiva é invariavelmente automática, e que a aprendizagem por descoberta é inerente e significativa.

Na aprendizagem receptiva (automática ou sigfinicativa), todo conteúdo a ser estudado é apresentado sob a forma final. Com isso, a tarefa de aprendizagem não envolve qualquer descoberta independente por parte do aprendiz. Na aprendizagem receptiva significativa, a tarefa ou matéria potencialmente significativa é compreendida, ou se torna significativa, durante o processo de internalização. Já na aprendizagem receptiva automática, a tarefa de aprendizagem não é potencialmente significativa.

2.2 Atividades Experimentais e o Ensino de Física

Muitas são as dificuldades encontradas, por professores de Física, na construção do conhecimento junto a seus estudantes de forma significativa e contextualizada. A Física é vista como uma disciplina difícil de ser ensinada, assim como de ser aprendida. Por essa razão estudantes acabam demonstrando desinteresse e problemas quanto à aprendizagem, principalmente, quando não ocorre a contextualização dos conteúdos. Para Cachapuz (CACHAPUZ, 2005), os alunos não sabem identificar o que procuram, mesmo

que tentem dar nexos aos seus conhecimentos, não conseguem integrá-los, pois lhes faltam um organizador que unifique suas ideias.

Segundo o autor anteriormente mencionado, o organizador, ou o fio condutor que auxilia na unificação das ideias, está relacionado a uma situação problematizadora que motive os alunos. A falta desta pode conferir ao professor um trabalho exaustivo, de baixo rendimento, resultando em aulas maçantes, que por sua vez, tornam-se sem sentido para os alunos. Logo, algumas mudanças nas aulas de Física são necessárias, a fim de mostrar aos alunos que os conteúdos apresentados estão presentes em suas atividades cotidianas.

A utilização de novas iniciativas e recursos nas aulas de Física tem como objetivo tornar os conteúdos mais próximos e compreensíveis aos estudantes, possibilitando a construção real do conhecimento por estarem relacionados com suas realidades.

Dentre inúmeras estratégias está a experimentação. Para alguns professores, a utilização de experimentos permite ao aluno a visualização dos fenômenos físicos, estabelecendo assim, relações com o seu cotidiano.

As atividades experimentais podem ser organizadas de diversas maneiras, desde estratégias que focam em demonstrações, ou comprovações de leis e teorias, até aquelas que estimulam a criatividade dos estudantes e proporcionam condições para pensarem e refletirem sobre suas ideias a respeito dos fenômenos físicos.

Nessa perspectiva, cabe ao professor assumir a função de problematizar os conceitos, sendo potencializada e evidenciada através da integração entre a teoria e o experimento, assim, contribuindo para a construção do conhecimento voltada para formação de um cidadão atuante, capaz de intervir e participar, e desenvolver o raciocínio lógico na resolução de problemas.

Para Alves Filho (FILHO, 2000), a liberdade de testar hipóteses presentes no exercício experimental proporciona ao estudante a chance de desenvolver diferentes meios ou caminhos para chegar ao resultado desejado. Os diferentes caminhos utilizados para a solução do problema oferecerão ao estudante o desenvolvimento de táticas e estratégias que poderão ser utilizadas em outras situações.

As atividades experimentais se configuram como um momento dinâmico, pois tiram os estudantes da zona habitual de passividade no processo de ensino e aprendizagem, colocando-os ativamente na construção do conhecimento. Além disso, contribuem para as relações interpessoais, a medida que, durante as realizações ocorram diálogos entre os estudantes visando alcançar os objetivos da prática experimental.

A importância das atividades experimentais para o Ensino de Física é destacada por Borges (BORGES, 2002):

Por considerar que se trata de um método de aprendizagem que permita a mobilização do aprendiz, no lugar da passividade. Acredita que a riqueza das atividades experimentais consiste em proporcionar aos estudantes o manuseio de coisas e objetos num exercício de simbolização ou representação, para se atingir a conexão dos símbolos. (BORGES, 2002, p. 33).

A utilização de atividades experimentais no Ensino de Física também é reforçada nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2006), que sinalizam que:

O Ensino de Física tem-se realizado, frequentemente, mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido pelos estudantes e professores e também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos (BRASIL, 2006, p.22).

A importância da experimentação, no sentido de uma aprendizagem que possibilite a interpretação dos fenômenos físicos, bem como o desenvolvimento de outras habilidades pelos estudantes, é vista como indispensável nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006), assim como na BNCC (BRASIL, 2018), de maneira a promover uma aprendizagem satisfatória, na qual o aluno tenha capacidade de desenvolver-se em situações diferenciadas em meio à sociedade com autonomia. De acordo com a BNCC, o aluno deverá:

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BNCC, 2018, pág.322)

As atividades experimentais quando problematizadas, de modo a promover o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, permitem uma reflexão sobre o problema, de maneira a buscar uma solução através da experimentação, discutindo e relatando suas ideias, atitudes que poderão contribuir para a construção do conhecimento acerca do fenômeno físico a ser estudado.

Nesse sentido, as atividades experimentais assumem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, pois são momentos e espaços diferenciados em que

a interação visual e instrumental podem proporcionar uma maior assimilação dos conceitos a serem desenvolvidos, além de poderem constituir-se em ocasiões nas quais o conhecimento abstrato pode ser posto em prática.

Para Santos *et al* (2004), as atividades experimentais constituem uma maneira de aproximar esses estudantes da Física de forma mais concreta, mesmo para aqueles que se encontram avançados no âmbito das operações formais, o que torna as atividades experimentais essenciais para a significância do conhecimento construído.

Contudo, na realização de atividades que integram teoria e experimento, é de suma importância que o professor oportunize um espaço para os estudantes, ao executarem o desenvolvimento da atividade, serem capazes de fazer hipóteses para explicar o observado. Ou seja, o professor deve também permitir uma relação entre os instrumentos e os estudantes, de maneira que eles possam propor estratégias para a montagem do experimento. Para Bonadiman e Nonenmacher (2007), a atividade experimental se constitui de uma etapa onde o estudante:

[...] ao executar uma atividade experimental, busca expressar ideias sobre uma determinada situação, ideias essas que possivelmente irão contribuir para dar significado aos modelos que descrevem e explicam um dado fenômeno físico da natureza reproduzido em laboratório em condições favoráveis, mas, certamente, bastante simplificadas. (BONADIMAN e NONENMACHER, 2007, pag. 208)

Nesse sentido, Santos *et al.* (2004) admitem que a utilização de um aparato experimental, após a sua construção, fará com que o estudante aja de uma maneira mais racional, pois terá a ideia clara a respeito do seu funcionamento e de suas limitações. Assim, sua atuação será menos mecânica e sua aprendizagem, provavelmente, mais significativa.

Contudo, é necessário reconhecermos que as atividades experimentais não constituem experiências genuinamente significativas, a menos que satisfaçam duas condições. Os experimentos devem ser construídos sob a base de princípios e conceitos claramente compreensíveis, e as operações envolvidas devem ser significativas (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980).

Os experimentos devem sempre valorizar as concepções prévias dos estudantes, sendo apresentados diante de uma perspectiva científica, envoltos em uma abordagem histórica, cultural e social, que leve o estudante ao desenvolvimento de uma capacidade de raciocínio, sem ter como objetivo principal a fixação de um conteúdo teórico apresentado em uma aula expositiva.

Com isso, almejamos uma aprendizagem que tenha como ambiente uma comunicação eficaz, que respeite e conduza o estudante a imaginar-se como parte integrante desse novo conhecimento por meio de elos, de maneira que lhe confira uma aprendizagem significativa. Logo, o professor pode diminuir a distância entre a teoria e a prática, capacitando-se de uma linguagem que ao mesmo tempo desafie e eleve o estudante a refletir, reconhecendo a sua realidade e sua posição central no processo de ensino e aprendizagem.

2.3 Ensino por investigação e Experimentação

O ensino por investigação surge como uma estratégia didática, que proporciona atividades centradas no aluno, de modo a desenvolver sua autonomia, a capacidade de tomar decisões, e resolver problemas. Essas atividades podem ocorrer através de prática experimental, ou por meio de um problema de lápis de papel. O objetivo é levar os estudantes a pensar, debater, justificar suas ideias e aplicar seus conhecimentos em situações novas, usando conhecimentos teóricos e matemáticos (AZEVEDO, 2012). Nesse aspecto, o ensino por investigação prevê uma participação ativa dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem, atribuindo-lhes maior controle em sua própria aprendizagem. O professor assume o papel de escutar e orientar os alunos em suas tentativas, estimulando o trabalho em equipe e o uso da linguagem científica (WILSEK e TOSIN, 2009).

No ensino por investigação é necessária a proposição de um problema que desperte o interesse dos alunos, e que esteja dentro do conteúdo a ser ensinado. O problema pode ser entendido como uma situação, qualitativa ou quantitativa, que na busca pela resolução, sejam necessárias reflexões e tomadas de decisões, culminando em uma sequência de etapas, a serem seguidas. É importante ressaltar que as etapas são determinadas pelos próprios alunos, não se tratando de um caminho conhecido ou previamente estabelecido pelo professor.

Para Azevedo (AZEVEDO, 2012), uma atividade para ser considerada investigativa, não bastam apenas os trabalhos de manipulação e observação por parte dos alunos: é necessário que contenha características de um trabalho científico. É fundamental que o aluno reflita, discuta, explique e relate ao longo da atividade, dando à prática características de uma investigação.

Segundo Borges (BORGES, 2002), a ação pedagógica só tem valor se tiver origem no aluno, e se este estiver em pleno controle das ações. Por essa razão, os processos educacionais devem considerar as concepções prévias dos alunos. De acordo com Carvalho (CARVALHO, 2013), a proposição de um problema deve levar em consideração os conhecimentos prévios que os alunos possuem antes de chegarem à escola. Pois, não é possível iniciar nenhuma aula, nenhum conteúdo novo, sem antes procurar saber o que os alunos já conhecem, ou como entendem as propostas a serem realizadas.

Nesse sentido é importante ressaltar que as concepções dos alunos que surgirão durante o processo de aprendizagem não devem ser tratadas como totalmente erradas, apesar de parecerem incoerentes aos olhos da ciência, pois o erro pode representar parte de um processo de acomodação e reconstrução do conhecimento mal adaptado ou compreendido (ALVES e CAVALCANTE, 2017). O erro deve ser entendido como um processo construtivo do ensino e aprendizagem, uma alavanca para a construção, ou reconstrução do saber, a medida que se transpõe obstáculos inerentes à aprendizagem.

As atividades envolvidas no ensino por investigação permitem que a aula seja construída conforme o desenvolvimento dos estudantes. Com isso, essas atividades não necessitam de roteiros que restrinjam a intervenção, ou modificação, por parte dos alunos. Para Oliveira (OLIVEIRA, 2010), por apresentar um caráter mais aberto, as etapas dessas aulas podem ser estabelecidas ao longo de discussões, e verificadas a cada nova descoberta, ou reavaliação das respostas.

Contudo, o ensino por investigação sugere alternativas às aulas puramente expositivas, com explicações no quadro, onde o estudante apenas ouve, participando pouco em termos de ação na construção do conhecimento. O ensino por investigação inquieta e induz os alunos à busca por respostas, de maneira a promover mudanças nas ações pedagógicas, na experimentação didática e integração das diversas áreas curriculares, permitindo ao aluno assumir um papel mais ativo e autônomo no processo de aprendizagem. O ensino por investigação pode ser abordado por maneiras distintas. A abordagem irá depender da atividade escolhida pelo professor. A seguir, algumas delas serão detalhadas.

2.3.1 Abordagens investigativas

Segundo Carvalho (CARVALHO, 2014), para uma atividade ser investigativa, ela deve apresentar situações problematizadoras, questionadoras, que através do diálogo,

envolva a resolução de problemas, levando à introdução de conceitos. Desta maneira, quatro abordagens apresentam caráter investigativo: demonstrações investigativas, laboratório aberto, questões abertas, e problemas abertos.

As demonstrações investigativas são atividades que partem de uma apresentação de um fenômeno, ou problema a ser estudado, que leve à investigação a respeito do fenômeno (AZEVEDO , 2012). Em geral, as demonstrações são realizadas com objetivo de ilustrar uma teoria, que está sendo estudada, ou que ainda será. Essas demonstrações, costumam partir de um problema proposto à classe pelo professor, de maneira a detectar o pensamento intuitivo, ou de senso comum, que os alunos trazem.

Nessa abordagem, o professor tem o papel de construir, com os alunos, a passagem do senso comum para o saber científico, através da investigação e o próprio questionamento acerca do fenômeno. Desta maneira, a valorização da interação do aluno com o objeto de estudo, a aprendizagem por meio de atitudes, a possibilidade de conflitos cognitivos, assim como percepções de concepções espontâneas, nas etapas da atividade são importantes, conforme cita Azevedo (AZEVEDO , 2012), o que contribui para a sistematização dos conhecimentos envolvidos e conteúdos abordados pelo professor na resolução do problema.

No laboratório aberto, se propõe uma atividade por meio de uma investigação na qual se pretende a resolução de um problema, de modo que a solução será respondida por meio de uma experiência.

A busca pela solução pode ser dividida em seis momentos:

- i. Proposta do problema: o problema deve ser proposto através da formulação de uma pergunta, não muito específica, que estimule a curiosidade científica dos alunos e gere ampla discussão;
- ii. Levantamento de hipóteses: após a discussão a respeito do problema proposto, o levantamento de hipóteses deve ocorrer por parte dos alunos, e sob orientação do professor;
- iii. Elaboração do plano de trabalho: decisão sobre a estratégia a ser adotada para a realização da experiência;
- iv. Montagem do arranjo experimental e coleta de dados: parte prática da experiência. Por meio da manipulação dos materiais a serem utilizados, os alunos constroem o arranjo experimental para a coleta de dados;

- v. Análise dos dados: descrição da observação ocorrida no experimento, a fim de buscar informações sobre o problema proposto, de maneira que seja possível testar as hipóteses levantadas e compará-las com os dados obtidos;
- vi. Conclusão: formulação de uma resposta ao problema proposto, de modo que discuta a validade, ou não, das hipóteses iniciais.

A atividade do laboratório aberto é bastante significativa para o desenvolvimento das habilidades cognitivas de análise, comparação, interpretação, e avaliação do pensamento crítico dos alunos. Cabe ressaltar a importância de o professor mostrar que as etapas desenvolvidas fazem parte do trabalho científico.

Na abordagem através de questões abertas, propõem-se aos alunos fatos relacionados com os seus cotidianos, de modo que tais problemas estejam ligados a um conceito discutido e construído em aulas anteriores.

Para Carvalho (CARVALHO, 2014) três formas de se trabalhar questões abertas são válidas: em grupos grandes, ou pequenos, em duplas, ou em provas e avaliações. Em qualquer uma das formas, é necessário que se tenha argumentação, através de simples anotações, ou até por meio de uma redação. A partir das respostas, o professor poderá promover uma discussão, e apresentar o argumento que mais se aproximou do ponto de vista científico.

No caso da abordagem por meio de problemas abertos, a obtenção da solução não é imediata, ou automática. Situações gerais e amplas são apresentadas, de modo que a solução ocorra a partir de uma reflexão e tomada de decisão. Ao contrário às questões abertas, o problema aberto deve levar à matematização do resultado.

No problema de enunciado aberto, o aluno deve realizar um estudo qualitativo da situação proposta, formular hipóteses, e desenvolver estratégias para a solução, a partir do seu repertório teórico.

A atividade de um problema aberto desenvolve a criatividade dos alunos, cria uma ordem de pensamento, devido à elaboração de hipótese, e situações limites para uma situação real. A verbalização do processo de resolução, assim como nas questões abertas, é importante, pois permite um confronto com as hipóteses e situações limites estudadas.

2.3.2 Níveis das atividades investigativas

Para Banchi e Bell (BANCHI e BELL, 2008), as atividades investigativas podem ser classificadas em quatros níveis, a partir da quantidade de informações fornecidas aos estudantes: nível 1 (confirmação), nível 2 (investigação estruturada), nível 3 (investigação guiada) e nível 4 (investigação aberta).

Na confirmação, os estudantes confirmam um princípio por meio de uma atividade na qual os resultados são conhecidos com antecedências. Como exemplo, estão os experimentos propostos nos livros didáticos ao final dos capítulos, que reafirmam os conceitos discutidos.

Na investigação estruturada, os alunos investigam uma questão de pesquisa a partir de procedimentos propostos pelo professor. No terceiro nível, a investigação guiada, apenas a questão é proposta pelo professor, ficando a cargo dos alunos elaborar os procedimentos para a investigação.

Na investigação aberta, os alunos elaboram tanto a questão de pesquisa, quanto os procedimentos para investigá-la. Nas investigações mais abertas, nas quais os estudantes tenham liberdade para pensar, planejar o trabalho de investigação, expor ideias e chegar a conclusões, são etapas que contribuem para a mudança na postura passiva na construção de conhecimentos. E como possibilidade para que os estudantes adotem postura mais autônoma, acreditamos que o ensino por investigação seja um contributo importante por levar em consideração não apenas o produto, mas o processo investigativo que eleva o potencial argumentativo e crítico em situações de tomada de decisões.

A Tabela 1 apresenta os níveis de atividades e suas características referentes à intervenção do professor.

Níveis das atividades investigativas	Questão	Procedimento	Solução
1º Nível – Confirmação: Estudante confirmam um princípio baseados em resultados que já conheciam anteriormente.	X	X	X
2º Nível – Investigação estruturada: Estudantes investigam uma questão por meio dos procedimentos propostos pelo professor.	X	X	
3º Nível - Investigação guiada: Estudantes investigam a questão apresentada pelo professor, construindo e selecionando os procedimentos.	X		
4º Nível – Investigação aberta: Estudantes investigam questões que eles mesmos formularam. Eles também elaboram os procedimentos.			

Tabela 1: Níveis das atividades investigativas. Fonte: GERALDI 2017 traduzido de BANCHI, BELL (2008)

Capítulo 3

Hidrostática: alguns aspectos

3.1 Forças em distribuições contínuas.

Consideremos uma distribuição de matéria em uma dada região \mathcal{M} . Esta distribuição será definida por uma função densidade em \mathcal{M} . Uma vez que o movimento de matéria nesta distribuição é considerado, a função densidade dependerá do tempo, de maneira que a função densidade, em um dado ponto P da região \mathcal{M} , poderá ser escrita como: $\rho: (P, t) \rightarrow \rho(P, t)$.

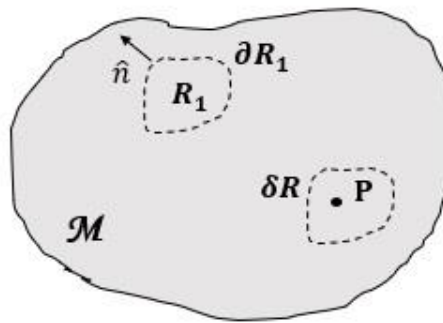


Figura 2: Região R_1 em \mathcal{M} e região infinitesimal δR em torno do ponto P .

A massa contida em uma região $R_1 \subset \mathcal{M}$ no instante t é dada por:

$$m(R_1, t) = \int_{R_1} \rho(P, t) dV, \quad (3.1)$$

cujo valor pode mudar com o tempo. Em uma região infinitesimal δR temos, em virtude da continuidade da distribuição,

$$m(\delta R, t) = \rho(P, t) V(\delta R), \quad (3.2)$$

onde P é um ponto arbitrário em δR . Tomando o limite em que δR se contrai ao ponto P , obtemos

$$\lim_{\delta R \rightarrow P} m(\delta R, t) = 0. \quad (3.3)$$

Em uma distribuição contínua, uma partícula do sistema não pode ser identificada como um ponto material. Uma partícula, numa distribuição contínua, é considerada um subsistema que ocupa uma região infinitesimal, ou elementar. Assim, entendemos por partícula em P uma parte do sistema que ocupa uma vizinhança infinitesimal do ponto P .

Para analisarmos as forças que atuam sobre uma distribuição contínua, será necessário fixar um instante de tempo t e considerar um subsistema contido em uma região R da distribuição.

As forças que agem sobre o subsistema são de *contato*, ou são de *longo alcance*. As *forças de contato* são exercidas pela matéria de fora de R que está em contato com ∂R . Isto é, a matéria que está em contato com a fronteira da região R . As *forças de longo alcance* são exercidas nos pontos interiores de R por agentes, ou campos externos, que não precisam estar em contato com R .

Seja $d\vec{F}_c$ a força de contato que atua sobre um elemento de uma superfície de ∂R , cuja área é dA . E seja $d\vec{F}_a$ a força de longo alcance que age sobre uma região elementar de R , de volume dV .

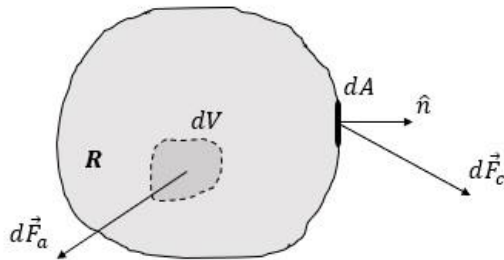


Figura 3: Representação das forças infinitesimais de contato e de longo alcance.

As forças de contato $d\vec{F}_c$ serão chamadas de forças superficiais, pois são proporcionais à área dA , enquanto as forças de longo alcance $d\vec{F}_a$ serão chamadas de forças volumares, já que são proporcionais ao volume dV .

Para as forças volumares definiremos uma densidade volumar de força em R , de modo que

$$\vec{f} := \frac{d\vec{F}_a}{dV}, \quad (3.4)$$

já para as forças de contato definiremos, uma densidade superficial de força em ∂R , ou tensão em ∂R :

$$\vec{\tau} := \frac{d\vec{F}_c}{dA}. \quad (3.5)$$

A componente da tensão ao longo da normal à superfície é chamada de tensão normal ($\vec{\tau}_n$), e a componente tangencial à superfície é chamada de tensão de cisalhamento, ou de corte ($\vec{\tau}_c$). A tensão normal, cujo sentido coincide com o vetor unitário da normal (\hat{n}) é designado por tração, e a que tem sentido oposto a \hat{n} de pressão. As reações a essas tensões são exercidas pelo subsistema sobre as partículas exteriores em contato com sua fronteira, e são dadas pela 3ª lei de Newton.

3.2 Definição de fluido.

Uma distribuição contínua é chamada de sólido ou fluido conforme o modo de como suas partes reagem às tensões de cisalhamento. Um sólido deforma-se até o movimento causado pelas tensões de cisalhamento cessarem, ou até se romper. Um fluido é uma distribuição contínua incapaz de atingir o equilíbrio na presença de qualquer tensão de cisalhamento. O movimento característico de um fluido é chamado de escoamento. E, a propriedade pela qual ele exerce tensões de cisalhamento (e trações) é chamada de viscosidade. Neste trabalho, consideraremos as trações entre as partes de um fluido, praticamente, desprezíveis. Ou seja, a viscosidade do fluido não será levada em conta.

Portanto, suponhamos que a tensão normal $\vec{\tau}_n$ em um fluido seja exclusivamente de pressão, de maneira que a tensão normal sobre uma superfície no ponto P possa ser escrita como:

$$\vec{\tau}_n(P, \hat{n}) = -p(P, \hat{n}) \hat{n}, \quad (3.6)$$

onde \hat{n} é a normal à superfície no ponto P, e

$$p(P, \hat{n}) = \left| \frac{\hat{n} \cdot d\vec{F}_c}{dA} \right| \quad (3.7)$$

é chamada de pressão em P na direção de \hat{n} .

Em um fluido em repouso não pode haver tensões de cisalhamento. Desse modo, as tensões que restam são sempre normais aos elementos de superfície em consideração e, juntamente com as forças de longo alcance, devem se equilibrar.

3.3 Equação fundamental da hidrostática

Consideremos que um elemento de fluido em equilíbrio esteja no interior de uma região infinitesimal cilíndrica, com bases $\hat{n}dA$ e $\hat{n}'dA'$, e altura central ϵ , conforme a Figura 4.

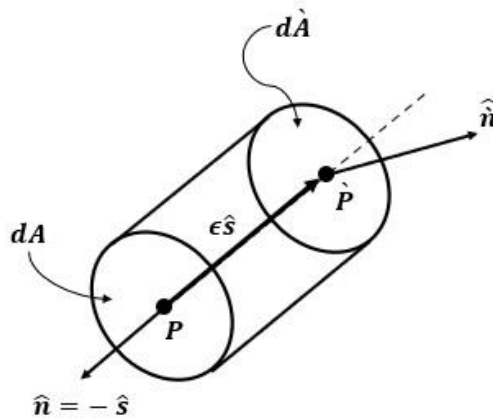


Figura 4: Porção infinitesimal cilíndrica elementar de um fluido.

Ao escrevermos a componente da 2ª lei de Newton ao longo da direção de \hat{s} , onde \hat{s} é o vetor perpendicular à base do cilindro, considerando a aceleração nula, por se tratar de um elemento de fluido em equilíbrio, temos:

$$\hat{s} \cdot [\vec{\tau}_n(P', \hat{n}')dA' + \vec{\tau}_n(P, \hat{n})dA + \vec{f}(P)dV] = \hat{s} \cdot [\rho(P)dV \vec{a}] = \vec{0}, \quad (3.8)$$

onde $P' = P + \epsilon\hat{s}$, $dV = dA\epsilon$

$$p(P + \epsilon\hat{s}, \hat{n}')\hat{s} \cdot \hat{n}'dA' + p(P, \hat{n})\hat{s} \cdot \hat{n}dA = \hat{s} \cdot \vec{f}(P)dA\epsilon, \quad (3.9)$$

usando que $\hat{s} \cdot \hat{n}'dA' = dA$ e $\hat{s} \cdot \hat{n} = -1$, onde

$$p(P + \epsilon \hat{s}, \hat{n}') - p(P, \hat{n}) = \hat{s} \cdot \vec{f}(P) \epsilon, \quad (3.10)$$

ao tomarmos o limite $\epsilon \rightarrow 0$, teremos que:

$$p(P, \hat{n}') = p(P, \hat{n}). \quad (3.11)$$

Uma vez que \hat{n} e \hat{n}' são arbitrários, a equação acima afirma que: “a pressão de um fluido em equilíbrio não depende da direção em que é considerada”. Portanto, devemos considerar a pressão como uma função apenas do ponto em consideração, ou seja, um campo escalar.

Logo, podemos reescrever a equação 3.10 como:

$$p(P + \epsilon \hat{s}) - p(P) = \hat{s} \cdot \vec{f}(P) \epsilon \quad (3.12)$$

Dividindo a equação acima por ϵ , e tomando o limite $\epsilon \rightarrow 0$, obtemos:

$$\frac{\partial p(P)}{\partial s} = \hat{s} \cdot \vec{f}, \quad (3.13)$$

o que nos permite escrever, a partir da definição de gradiente, que:

$$\hat{s} \cdot \vec{\nabla} p(P) = \hat{s} \cdot \vec{f}. \quad (3.14)$$

Uma vez que \hat{s} e P são arbitrários, essa equação se reduz a:

$$\vec{\nabla} p = \vec{f}, \quad (3.15)$$

sendo esta, precisamente, a *equação fundamental da estática dos fluidos*, cujo significado, intuitivo, é: *o gradiente da pressão equilibra a densidade de força volumar.*

Ao aplicarmos a equação fundamental da estática dos fluidos a uma porção do fluido que ocupa uma região R , temos:

$$\int_R \vec{\nabla} p \, dV = \int_R \vec{f} \, dV. \quad (3.16)$$

Usando o Teorema de Gauss da divergência, chegamos a

$$\oint_{\partial R} p \, \hat{n} dA = \int_R \vec{f} \, dV. \quad (3.17)$$

Desta maneira, a equação torna-se ainda mais intuitiva: *a resultante das forças de pressão sobre a fronteira de uma região, que contém uma porção do fluido, equilibra a resultante das forças de longo alcance que sobre essa porção.*

3.3.1 Exemplo: Lei de Stevin

Uma relação constitutiva, particularmente simples, é dada por uma função densidade ρ constante, como ocorre nos fluidos homogêneos incompressíveis. Neste caso, a força volumar será dada pelo peso $\vec{f} = \rho \vec{g}$, que não comprime o líquido a ponto de alterar sua densidade, de resto uniforme. Logo, objetivo desse exemplo é calcular como a pressão varia com a altura em um líquido incompressível em equilíbrio

Ao tomarmos o produto escalar de $d\vec{r}$ com ambos os lados da equação fundamental da estática dos fluidos, e integrarmos a equação resultante entre dois pontos quaisquer no interior do fluido, por exemplo, P_0 , P , obtemos

$$\int_{P_0}^P \vec{\nabla} p \cdot d\vec{r} = \rho \vec{g} \cdot \int_{P_0}^P d\vec{r}. \quad (3.18)$$

Usando a definição de gradiente, onde $dp = \vec{\nabla}p \cdot d\vec{r}$,

$$\int_{P_0}^P dp = \rho \vec{g} \cdot \int_{P_0}^P d\vec{r} \quad (3.19)$$

uma vez que $\vec{g} = -g\hat{z}$, a integração da equação 3.19 nos leva ao resultado

$$p(P) - p(P_0) = -\rho g(z - z_0). \quad (3.20)$$

Escolhendo P_0 na superfície livre do líquido definimos a profundidade (a partir da superfície livre) por $h = z_0 - z$, obtemos

$$p(P) = p(P_0) + \rho gh, \quad (3.21)$$

conhecida como lei de Stevin, onde $p_0 = p(P_0)$ é a pressão na superfície livre do fluido, em geral a pressão atmosférica.

3.4 Princípio de Arquimedes

A equação fundamental da estática dos fluidos, quando escrita na forma integral, nos diz, de forma intuitiva, que a resultante das forças de pressão de uma região que contém uma porção do fluido equilibra a resultante das forças de longo alcance que atuam sobre essa porção. Logo, quando aplicada ao caso em que a força volumar é dada pelo peso, a equação fundamental da estática dos fluidos nos levará ao princípio de Arquimedes, se postularmos a unicidade da distribuição de pressões em uma dada configuração de equilíbrio.

Consideremos uma porção cilíndrica do fluido em equilíbrio, de área A , altura h , e densidade ρ , conforme a Figura 4. As forças sobre a superfície lateral do cilindro se equilibram duas a duas. Porém, a pressão p_2 nos pontos da base inferior é maior do que a pressão p_1 nos pontos da base superior.

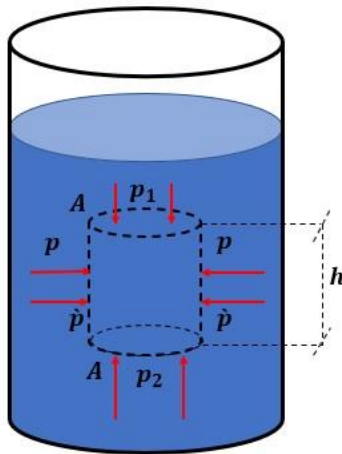


Figura 5: Princípio de Arquimedes

Usando a equação (lei de Stevin), temos

$$p_2 - p_1 = \rho gh. \quad (3.22)$$

Logo, a resultante das forças superficiais exercidas sobre a porção do fluido será dirigida verticalmente para cima, de modo que $\vec{E} = E \hat{k}$. Ao multiplicarmos os dois lados da equação acima por A , obtemos

$$E = p_2 A - p_1 A = \rho gh A. \quad (3.23)$$

Sendo $V = hA$ o volume do cilindro que contém a porção de fluido, então

$$E = \rho g V. \quad (3.24)$$

Como $m = \rho V$ é a massa da porção de fluido, podemos dizer que a força \vec{E} , chamada de *empuxo*, é dada por

$$\vec{E} = mg \hat{k} = -\vec{P}_f, \quad (3.25)$$

onde P_f é módulo do peso da porção do fluido em equilíbrio (Figura 6).

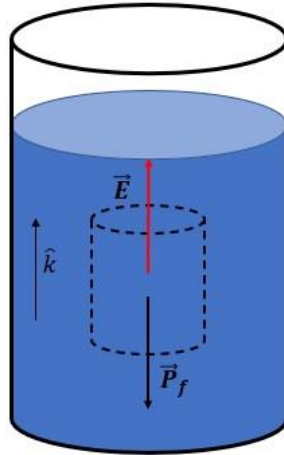


Figura 6: Porção de fluido em equilíbrio.

O mesmo resultado seria obtido se substituíssemos a porção de fluido por um corpo sólido, completamente imerso, segundo o princípio de solidificação, enunciado por Stevin em 1586. As pressões superficiais não se alteram caso a superfície S da região submersa seja solidificada. Portanto, a resultante das forças superficiais sobre o sólido é igual e contrária ao peso da porção de fluido que ocuparia o mesmo volume que a parte submersa desse sólido.

O raciocínio acima mostra que o resultado não depende da forma do sólido imerso. No caso de o sistema ser uma porção de um fluido, \vec{E} e \vec{P}_f se equilibram e atuam no centro de gravidade (CG) do fluido. No entanto, o empuxo \vec{E} sobre o sólido atua no que chamamos de centro de empuxo (CE), e o peso \vec{P} em seu centro de gravidade (CG), conforme a Figura 7.

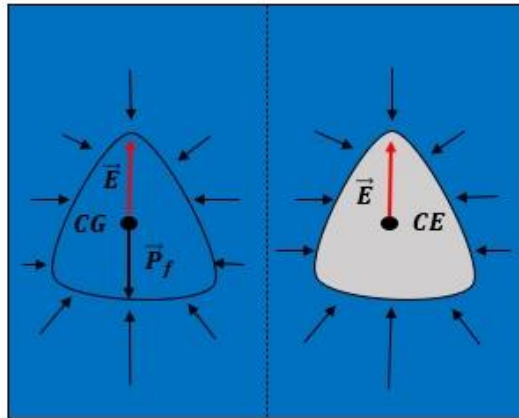


Figura 7: Centro de empuxo (CE).

Caso a densidade média do sólido seja menor que a do líquido, ele ficará parcialmente imerso, pois teremos $|\vec{E}| = |\vec{P}|$. O sólido então ficará flutuando, com o empuxo devido à porção imersa equilibrando o peso. Portanto, podemos enunciar, de forma geral o Princípio de Arquimedes: *Um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe, do fluido, um empuxo igual e contrário ao peso da porção de fluido que ocuparia o volume submerso do corpo e aplicado no centro de gravidade da mesma.*

3.5 Equilíbrio de corpos flutuantes

Para que um corpo extenso esteja em equilíbrio, duas condições devem ser satisfeitas: a resultante das forças externas (\vec{F}_{ext}) que atuam sobre o corpo deve ser nula, e o torque externo resultante ($\vec{\tau}_r$) também deverá ser nulo.

No caso de um corpo flutuando em um líquido, além da resultante entre o empuxo (\vec{E}) e a força peso (\vec{P}) ser nula, o torque resultante desse par de forças também deverá ser nulo, o que exige que o centro de empuxo (C) e o centro de gravidade (G) do corpo estejam sobre a mesma vertical (NUSSENZVEIG, 2002). Dependendo das respectivas posições do centro de gravidade (G) e o do centro de empuxo (C), o equilíbrio pode ser *instável*, ou *estável*.

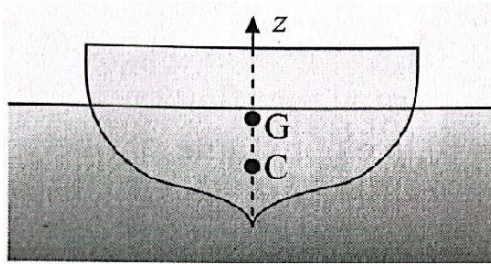


Figura 8: centro de gravidade (G) e centro de empuxo (C) sobre a mesma vertical.
 Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002)

Os pontos G e C estarem sobre a mesma vertical não garante a estabilidade do equilíbrio. Ao girar, o corpo muda a forma da porção de fluido deslocada e, conseqüentemente, a posição do centro de empuxo mudará também.

O novo centro de empuxo (C') corta o eixo CG num ponto chamado de *metacentro* (M). Para pequenas inclinações, independe do ângulo de inclinação. Se o metacentro (M) está acima do centro de gravidade (G), o torque gerado pelo “novo” empuxo (\vec{E}'), e pelo peso do corpo (\vec{P}), tende a restabelecer a posição de equilíbrio, o que o torna *estável*. Porém, se o metacentro (M) estiver abaixo do centro de gravidade (G), o torque tenderá a aumentar ainda mais o desvio, e o equilíbrio passa a ser *instável* (NUSSENZVEIG, 2002).

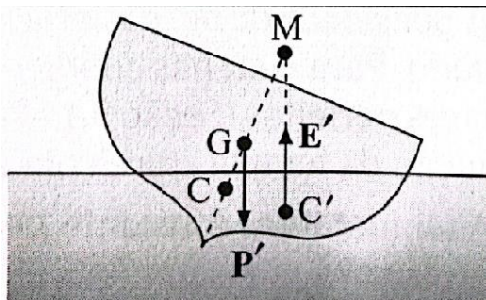


Figura 9: Metacentro. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002)

Por essa razão, é preciso termos cuidado ao subirmos num barco, pois, o centro de gravidade (G) tende a subir e, caso suba acima do metacentro (M), o barco tende a virar.

Capítulo 4

A ampulheta Flutuante

O problema desafiador a ser descrito nesse capítulo se encaixa no contexto do que foi discutido anteriormente sobre equilíbrio de corpos extensos dentro de um fluido. Inicialmente, uma ampulheta encontra-se no topo de um tubo cilíndrico cheio de água e fechado com uma tampa em sua parte superior, de modo que a ampulheta está totalmente submersa na água. Por construção, nessa situação, o módulo do empuxo sobre a ampulheta é maior do que o seu peso e se o cilindro não tivesse a tampa a ampulheta estaria parcialmente submersa (Figura 10). O fato de a ampulheta ter uma densidade média menor do que a da água (por hipótese) leva o aluno a pensar que ela tenderá a permanecer no topo do tubo, independentemente de qualquer perturbação sofrida.

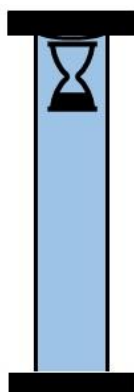


Figura 10: Esquema inicial da ampulheta dentro do cilindro.

Porém, como veremos, não é o que ocorre. Ao girarmos o tubo cilíndrico de 180° , a areia, que se encontrava na parte inferior da ampulheta, agora está na parte superior (Figura 11-1). Inicia-se um deslocamento de areia, da parte superior para a parte inferior (Figura 11-2). Esse deslocamento faz com que a ampulheta incline, passando a tocar nas paredes do tubo cilíndrico (Figura 11-3). À medida que a quantidade de areia, na parte superior diminui, a ampulheta vai perdendo o contato com as paredes do tubo cilíndrico (Figura 11-4), iniciando seu movimento de subida. Com toda areia na parte inferior, a ampulheta retorna à posição inicial, como mostra a Figura 11-5.

Alguns vídeos apresentando esse problema podem ser encontrados no Youtube. O vídeo, inicialmente, utilizado para esta discussão encontra-se em <https://youtu.be/L97Lrumscw8> (Figura 12).

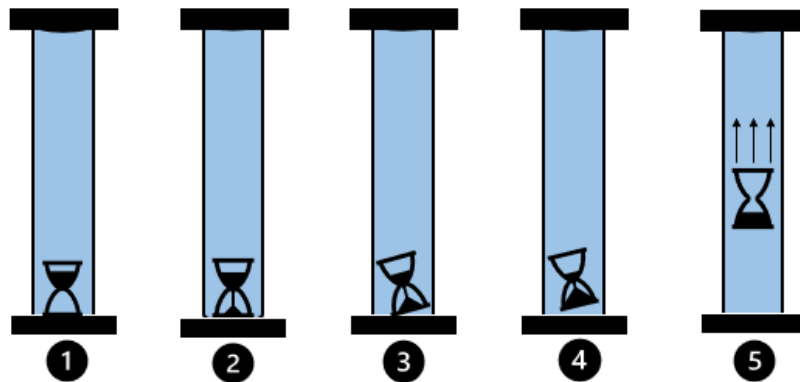


Figura 11: Esquema temporal da ampulheta após virar o tubo cilíndrico.



Figura 12: Vídeo ampulheta flutuante. . Acesso em: 19/08/2021

4.1 Um pouco de história: O “quebra-cabeça” da ampulheta flutuante.

O escritor e matemático Martin Gardner (1914 – 2010), em sua coluna “*Mathematical Games*” de agosto de 1966, na revista *Scientific American*, propôs o seguinte problema:

“*Um brinquedo incomum está à venda em uma loja de Paris: um cilindro de vidro, cheio de água, e no topo flutua uma ampulheta. Se o cilindro é invertido acontece uma*

coisa curiosa; a ampulheta permanece no fundo do cilindro até que uma certa quantidade de areia flua para seu compartimento inferior. Então, a ampulheta sobe lentamente até o topo. Parece impossível que uma transferência de areia de cima para baixo teria qualquer efeito sobre a flutuabilidade geral da ampulheta. Você consegue adivinhar o simples modus operandi?"

A solução do problema proposto por Martin Gardner foi publicada na edição seguinte da revista (MORRIS, 2012). Porém, mesmo diante da publicação da resposta ao problema, algumas outras soluções apareceram.

Inicialmente, Piet Hein, escultor e inventor dinamarquês, responsável por descrever o brinquedo a Gardner, acreditava que o impacto dos grãos ao atingir o fundo da ampulheta, exercia uma força para baixo, mudando o seu peso. Para Hein, o que mantinha a ampulheta abaixada era a queda da areia, e não a quantidade de areia que caiu, ou ficou na parte inferior. A ampulheta sobe, não porque havia pouca areia na parte superior, mas porque a taxa de queda da areia diminuiu.

O próprio Hein, após se deparar com um aparato semelhante, um vidro duplo com dois cilindros separados, e uma ampulheta em cada um, imediatamente “condena” sua teoria do impacto. Nesse novo aparato, uma das ampulhetas encontra-se no topo do cilindro, enquanto a outra, na parte inferior do cilindro ao lado. Nos cilindros, quando virados, observa-se que há uma troca de posições, não de imediato. A ampulheta que estava no topo afunda, e a outra sobe.

Uma nova solução é descrita. Para Hein, deveria haver dois líquidos de densidades (massas específicas) diferentes, que não se misturam, são indistinguíveis em cor e transparência. Quando os cilindros são invertidos, o líquido mais denso, empurra a ampulheta para baixo, até que este atinja o fundo. A areia caindo seria apenas um desvio de atenção, que servia como uma estratégia inteligente, na solução do problema. Algum tempo depois, Gardner, com auxílio de um colega, também colunista da Scientific American, através de um experimento com luz polarizada, concluiu que o líquido era homogêneo, pois não havia mudança no índice de refração do líquido contido no cilindro. Gardner, também, montou uma versão de um cilindro contendo água, que funcionou de maneira semelhante ao brinquedo de Paris.

Outras soluções para o problema de Gardner apareceram. Temperatura, viscosidade, flexibilidade da ampulheta, a natureza do líquido, e até o impacto da areia sobre a base inferior da ampulheta, foram argumentos levantados nas soluções propostas nas edições seguintes da revista. Algumas destas chegaram a confundir Gardner, que pensou em publicar uma correção à sua solução. Porém, nunca convencido de uma resposta alternativa, não fez a correção.

A resposta correta escrita por Martin Gardner foi: *“Quando areia está no topo da ampulheta, o centro de gravidade inclina a ampulheta para um lado. O atrito resultante contra a lateral do cilindro é suficiente para mantê-la na parte inferior. Depois que uma quantidade suficiente de areia flui para a parte inferior da ampulheta, o atrito é reduzido, permitindo que ela suba”*.

4.2 Explicação ilustrada do problema.

O que torna o “quebra-cabeça” da ampulheta fascinante, do ponto de vista do processo de ensino e aprendizagem, é a liberdade criativa na busca da solução. A reflexão sobre o problema proposto, e a procura por explicações alternativas, expande o pensamento, colocando o estudante como protagonista em sua aprendizagem.

A seguir apresentamos uma solução detalhada (e ilustrada) sobre o “quebra-cabeça” da ampulheta. A Figura 13 apresenta uma sequência temporal da ampulheta.

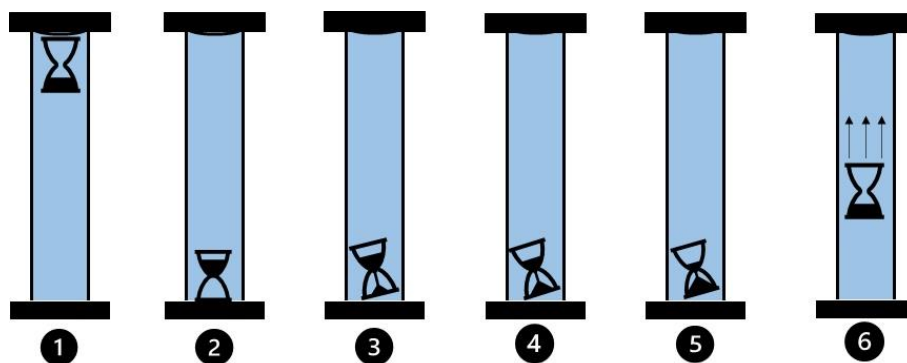


Figura 13: Sequência temporal do movimento da ampulheta.

Inicialmente, com toda a areia na parte inferior da ampulheta, esta encontra-se no topo do cilindro e em equilíbrio estável. Neste momento, as forças que atuam sobre a ampulheta são o peso da ampulheta (\vec{P}), o empuxo (\vec{E}), e a normal (\vec{N}) exercida pela tampa superior do cilindro sobre a ampulheta apontando para baixo, como ilustra a Figura 14.

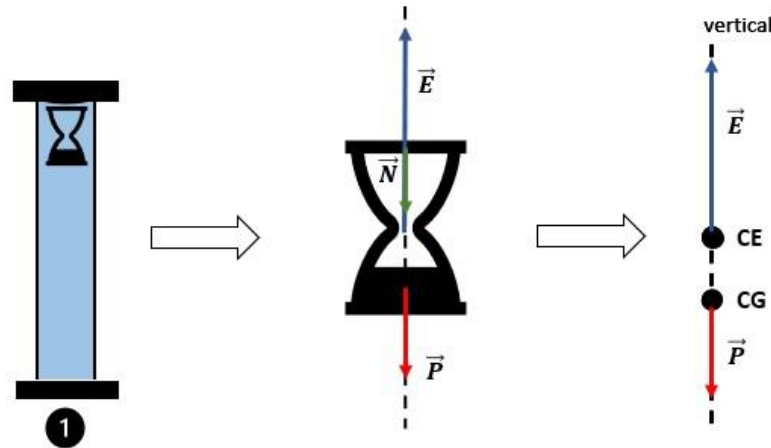


Figura 14: Forças que atuam sobre a ampulheta antes de virarmos o cilindro.

Nesta situação, o centro de empuxo (CE) encontra-se acima do centro de gravidade (CG). Por mais que a ampulheta sofra uma inclinação, a estabilidade do equilíbrio é garantida, pois além da força resultante (\vec{F}_R) ser nula, uma vez que o torque resultante ($\vec{\tau}_R$), gerado pela força peso (\vec{P}) e pelo empuxo (\vec{E}), tenderá a restabelecer o equilíbrio, realinhando o centro de empuxo (CE), e o centro de gravidade (CG).

O sistema, ao sofrer uma rotação de 180° , faz com que um deslocamento de areia da parte superior para a parte inferior, ocorra, aos poucos, na ampulheta. Este deslocamento, à medida que o tempo passa, altera a posição do CG que, neste caso, é equivalente ao centro de massa. O CG, agora, estará acima do CE, tornando o equilíbrio instável. Conseqüentemente, qualquer inclinação sofrida pela ampulheta tenderá a aumentar, pois o torque resultante ($\vec{\tau}_R$) não será mais restaurador.

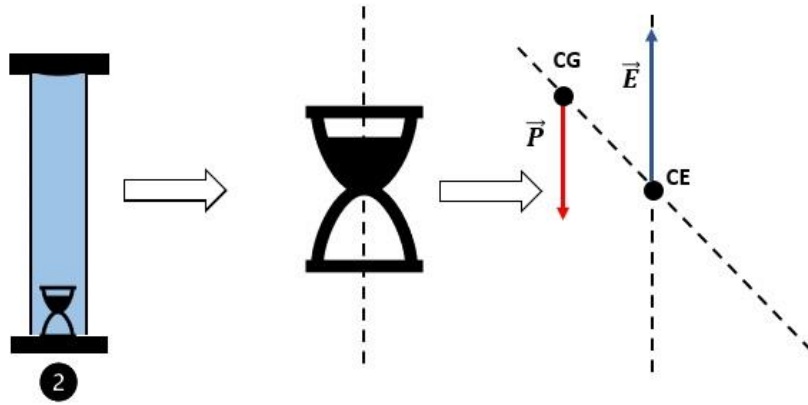


Figura 15: Após virarmos o cilindro, o centro de gravidade passa a ficar acima do centro de empuxo, de modo que o equilíbrio passa a ser instável. Com isso, qualquer pequena inclinação da ampulheta fará com que ela tenda a se inclinar mais ainda.

O torque gerado fará com que a ampulheta entre em contato com as paredes do cilindro. Com o contato entre a ampulheta e as paredes do cilindro, uma força normal (\vec{N}') é estabelecida. Consequentemente, surge, sobre o sistema, uma força de atrito capaz de manter a ampulheta em repouso.

O módulo dessa força de atrito é igual a $|\vec{E}| - |\vec{P}|$. Se esse valor for menor ou igual ao atrito máximo, a ampulheta ficará em repouso. A medida que o torque for diminuindo, a normal lateral vai diminuindo e chega um momento em que nem o atrito máximo é capaz de segurar a ampulheta. Isso ocorre quando o atrito máximo for igual a $|\vec{E}| - |\vec{P}|$. Ou seja, somente quando estiver na iminência do movimento é que o atrito será máximo pois, a partir daí haverá movimento.

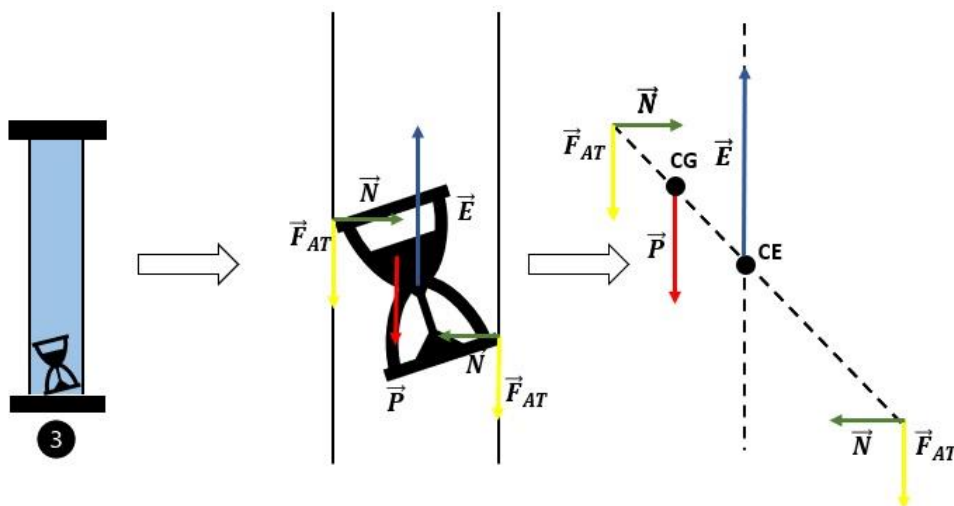


Figura 16: Forças que atuam sobre a ampulheta, devido ao torque gerado pelo desalinhamento entre CG e CE.

À medida que a areia da ampulheta vai descendo, o CG, aos poucos, sofrerá um deslocamento, tendendo a ficar, novamente, abaixo do CE. Com o deslocamento CG, o torque gerado, aos poucos, diminui o valor da normal da ampulheta com as paredes do cilindro. O módulo da força normal (\vec{N}) diminui, conseqüentemente, reduzindo a intensidade da força de atrito de atrito máxima ($\vec{F}_{AT_{máx}}$).

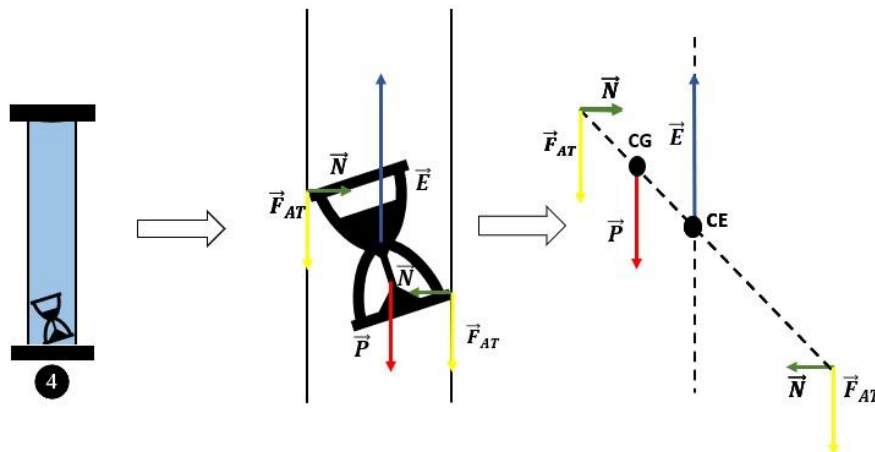


Figura 17: A intensidade da força de atrito permanece constante enquanto a ampulheta permanecer em repouso, mesmo que a normal da parede na ampulheta diminua.

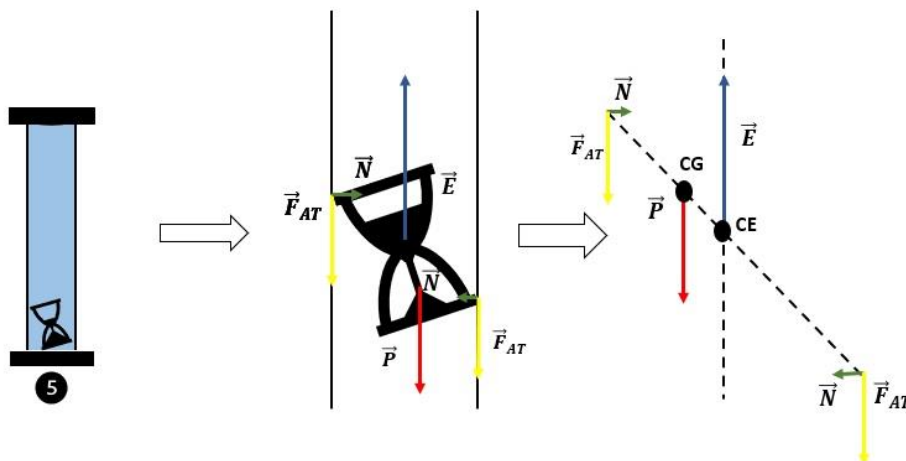


Figura 18: A normal das paredes do cilindro na ampulheta vai diminuindo, à medida que o CG tende se realinhar com o CE.

Com a redução da intensidade da força de atrito máxima ($\vec{F}_{AT_{m\acute{a}x}}$), chegará um momento em que o módulo do empuxo (\vec{E}) será maior que a soma da força peso (\vec{P}) com a força de atrito máxima ($\vec{F}_{AT_{m\acute{a}x}}$), de maneira que

$$|\vec{E}| > |\vec{P}| + |\vec{F}_{AT_{m\acute{a}x}}|.$$

Fazendo com que a ampulheta inicie, aos poucos, o movimento de subida.

Com toda a areia na parte de baixo, o contato entre a ampulheta e as paredes do cilindro é desfeito. O CG estará abaixo, e alinhado com o CE. As únicas forças que passam a atuar sobre a ampulheta são: empuxo (\vec{E}) e peso (\vec{P}), de modo que a ampulheta começa seu movimento de subida.

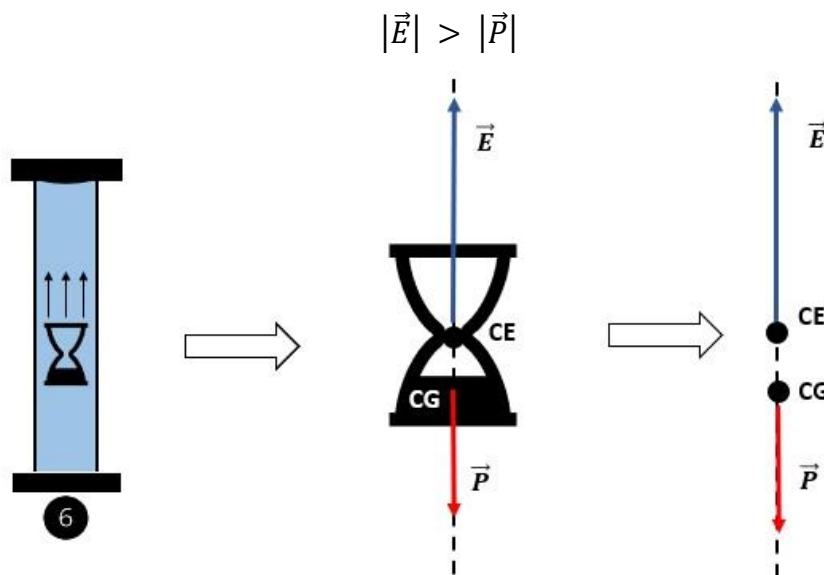


Figura 19: O realinhamento do CG com o CE, e o movimento de subida da ampulheta.

Estabelecida esta condição, a ampulheta retorna à sua posição inicial.

Capítulo 5

Modos normais e ressonador de Helmholtz

5.1 Cordas vibrantes e modos normais de vibração.

De forma bastante ampla, podemos considerar uma onda como qualquer sinal que se transmite de um ponto a outro de um meio, sem que haja transporte direto de matéria, com velocidade definida (NUSSENZVEIG, 2002). Uma onda transporta apenas energia e momento.

A maneira pela qual o sinal, ou uma perturbação, é transmitido pela “onda”, nos permite classificá-la como *longitudinal* ou *transversal*. Uma onda é dita *longitudinal* quando a perturbação transmitida ocorre ao longo da direção de propagação da onda, como no caso de uma compressão ao longo de uma mola, ou de uma onda sonora na atmosfera, em que a perturbação consiste em compressões e rarefações (Figura 20).

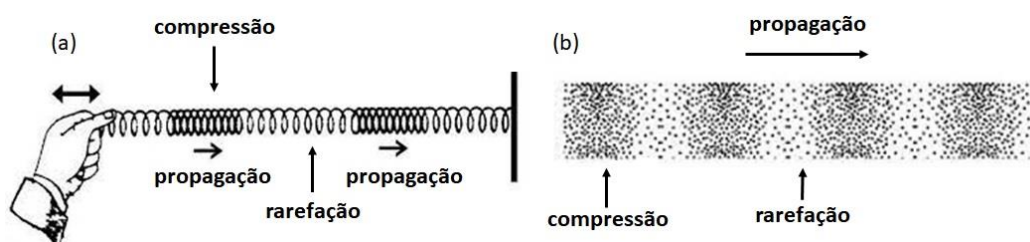


Figura 20: ondas longitudinais numa mola (a) e no ar (b).
Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4211841> Acesso: 20/11/2021

A onda *transversal* é aquela na qual a perturbação é perpendicular à direção de propagação, como ocorre quando aplicamos um impulso sacudindo para cima e para baixo uma corda esticada (Figura 21).

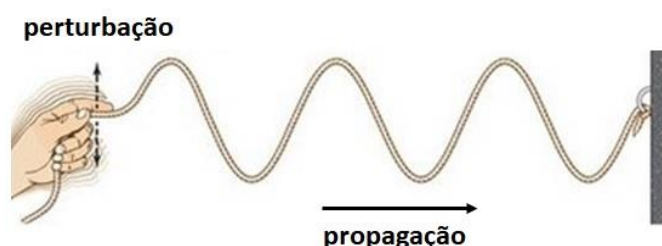


Figura 21: onda transversal numa corda. Disponível em:
<https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4211841> Acesso em: 20/11/2021

O nosso estudo tem como objetivo inicial a descrição de ondas transversais que propagam-se apenas ao longo de uma direção em uma corda distendida, como as que

encontramos em instrumentos musicais de cordas (violão, harpa, violino...). O perfil de uma onda ao se propagar numa corda é a forma da corda num dado instante t , que é dada por uma função $y(x, t)$. A perturbação será uma *onda progressiva*, ou *caminhante*, que se desloca como um todo para a direita (por exemplo), sem mudar de forma, com uma velocidade v (Figura 22).

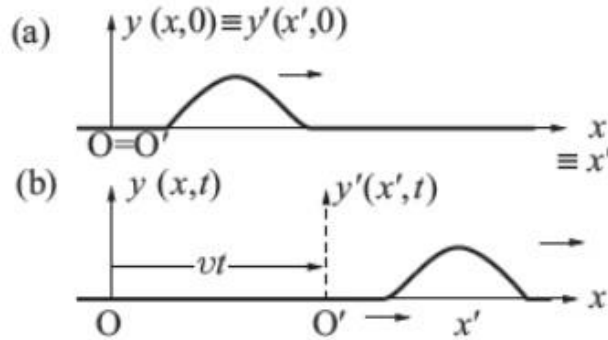


Figura 22: Onda progressiva propagando-se para a direita no instante $t=0$ (a) e num instante t (b). Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002)

O perfil da onda não irá mudar caso seja adotado um outro referencial inercial ($O'x'y'$), que coincida com Oxy no instante $t = 0$ e se desloque com a velocidade v da onda ao longo do eixo x . Ou seja, $y'(x', t) = y'(x', 0) = f(x')$ é uma função somente de x' . Podemos relacionar os dois referenciais por uma transformação de Galileu, tal que $x' = x - vt$ e $y' = y$, de modo que teremos, no referencial original,

$$y(x, t) = f(x - vt), \quad (5.26)$$

descrevendo uma *onda progressiva que se propaga para a direita com velocidade v* .

Uma onda progressiva que propaga-se para a esquerda pode ser descrita de maneira análoga, apenas trocando $v \rightarrow -v$:

$$y(x, t) = g(x + vt). \quad (5.27)$$

Em geral, teremos, simultaneamente, ondas progressivas propagando-se nos dois sentidos, de modo que

$$y(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt). \quad (5.28)$$

A equação de movimento de uma onda progressiva (5.26) numa corda é obtida a partir das derivadas parciais de $y(x, t)$. A velocidade v_y com que o ponto da corda de coordenada x se desloca na direção y no instante t é

$$v_y = \frac{\partial}{\partial t} y(x, t), \quad (5.29)$$

a aceleração a_y , será

$$a_y = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t). \quad (5.30)$$

As derivadas acima serão calculadas pela regra da cadeia, pois y só depende de t através da variável $x' = x - vt$. Portanto,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dx'} \frac{\partial x'}{\partial t} = -v \frac{df}{dx'}, \quad (5.31)$$

e, de maneira análoga,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{df}{dx'} \right) = -v \frac{d}{dx'} \left(\frac{df}{dx'} \right) \frac{\partial x'}{\partial t}. \quad (5.32)$$

Como

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -v, \quad (5.33)$$

a equação (5.32) fica

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{d^2 f}{dx'^2}. \quad (5.34)$$

Por outro lado, podemos observar que

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (x - vt) = 1, \quad (5.35)$$

e

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dx'} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{df}{dx'}, \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{dx'^2} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{d^2 f}{dx'^2}, \quad (5.37)$$

Ao compararmos as equações (5.34) e (5.37), vemos que $y(x, t)$ satisfaz a seguinte equação:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad (5.38)$$

conhecida como *equação de onda unidimensional*.

A equação (5.38) também pode ser obtida a partir da análise das forças que atuam sobre um ponto P da corda. Para tal, vamos considerar que, na configuração de equilíbrio, a corda se encontra sobre o eixo O_x de modo que a porção à esquerda de um ponto

qualquer exerce sobre a porção da direita uma força $-\vec{T}$, equilibrada pela força \vec{T} exercida pela porção da direita sobre a da esquerda (Figura 4), definindo assim a tensão de equilíbrio T , constante ao longo da corda, suposta uniforme.

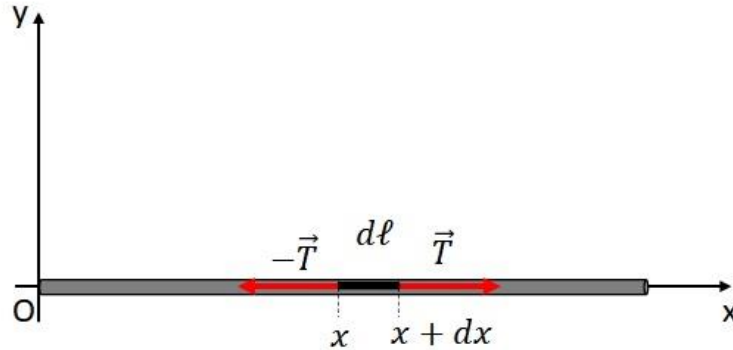


Figura 23: Tensão na corda.

Seja $d\ell$ o elemento de comprimento e dm o elemento de massa da corda contido entre as coordenadas x e $x + dx$. Com isso, podemos expressar a densidade linear μ como

$$\mu = \frac{dm}{d\ell}, \quad (5.39)$$

de modo que o elemento de massa pode ser escrito da seguinte maneira:

$$dm = \mu d\ell. \quad (5.40)$$

Podemos, também, considerar que uma força externa vertical \vec{F}^{ext} atue sobre o elemento de corda. Porém, uma força externa na horizontal causaria deslocamentos longitudinais, contrariando nosso objetivo.

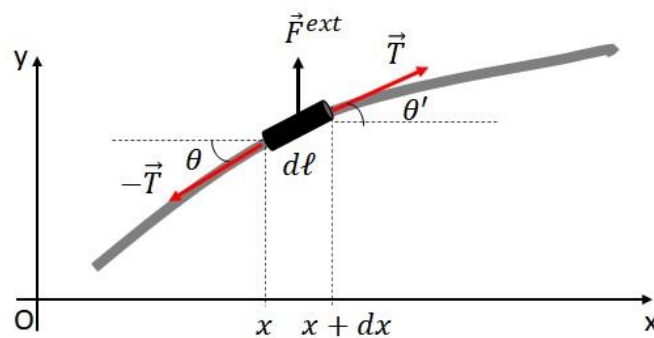


Figura 24: Forças atuando sobre o elemento de corda.

Conforme mostra a Figura 24, a componente a y da tensão no ponto $x + dx$ será dada por

$$T \sin(\theta') \approx T \tan(\theta') = T \frac{\partial}{\partial x} y(x + dx, t), \quad (5.41)$$

pois, para pequenos deslocamentos, $\theta' \ll 1$, de modo que a aproximação $\sin(\theta') \approx \tan(\theta')$ é válida, sendo $\tan(\theta') = \frac{\partial}{\partial x} y(x, t)$ a inclinação do perfil da corda neste ponto.

De maneira análoga, mas de sinal contrário, podemos escrever a componente y da tensão no ponto x , devido à porção da corda à esquerda de x ,

$$-T \sin(\theta) \approx -T \tan(\theta) = -T \frac{\partial}{\partial x} y(x, t). \quad (5.42)$$

A componente vertical força resultante sobre o elemento de corda $d\ell$ será dada por

$$T \frac{\partial}{\partial x} y(x + dx, t) - T \frac{\partial}{\partial x} y(x, t) + F^{ext}. \quad (5.43)$$

Na ausência de forças externas, teremos

$$\begin{aligned} T \frac{\partial}{\partial x} y(x + dx, t) - T \frac{\partial}{\partial x} y(x, t) \\ = T dx \left[\frac{\frac{\partial}{\partial x} y(x + dx, t) - \frac{\partial}{\partial x} y(x, t)}{dx} \right], \end{aligned} \quad (5.44)$$

de modo que, a partir da definição de derivada parcial, a expressão entre colchetes na equação (5.44) pode ser substituída por

$$\frac{\frac{\partial}{\partial x} y(x + dx, t) - \frac{\partial}{\partial x} y(x, t)}{dx} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t). \quad (5.45)$$

Portanto, a componente vertical da força resultante será dada por

$$T \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) dx. \quad (5.46)$$

Pela 2ª Lei de Newton, podemos escrever a equação de movimento da corda

$$dm \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = T \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) dx, \quad (5.47)$$

$$\mu dx \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = T \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) dx, \quad (5.48)$$

$$\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = T \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t). \quad (5.49)$$

Identificando,

$$v^2 = \frac{T}{\mu}, \quad (5.50)$$

vemos que a equação (5.49), conhecida como equação das cordas vibrantes, é equivalente à equação (5.38),

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad (5.51)$$

de modo que

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

Uma solução para equação (5.51) é a solução do tipo harmônica, conhecida como *onda harmônica*, cujo perfil é uma função senoidal:

$$y(x, t) = A \cos[kx' + \delta], \quad (5.52)$$

$$y(x, t) = A \cos[k(x - vt) + \delta], \quad (5.53)$$

onde k é o número de onda e δ é a constante de fase.

O parâmetro A que multiplica a função oscilante na equação (5.53) é chamado de amplitude. Como o perfil da onda é descrito pela função *cosseño*, a onda oscilará entre os valores A e $-A$. A equação (5.53) pode ser escrita da seguinte maneira,

$$y(x, t) = A \cos[kx - \omega t + \delta] \quad (5.54)$$

onde ω é a frequência angular de oscilação.

Uma onda harmônica é periódica, ou seja, os valores de amplitude da onda se repetem no tempo e no espaço. A distância na qual uma onda harmônica se repete é chamada de *comprimento de onda* (λ). Logo,

$$y(0,0) = y(\lambda, 0). \quad (5.55)$$

Tomando, por simplicidade, $\delta = 0$ na equação (5.54), e substituindo na equação (5.55), temos

$$A = A \cos(k\lambda), \quad (5.56)$$

$$\cos(k\lambda) = 1. \quad (5.57)$$

A igualdade na equação (5.57) é verificada se

$$k\lambda = 2\pi, \quad (5.58)$$

ou seja,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (5.59)$$

A equação (5.34) nos fornece a relação entre o número de onda k e o comprimento de onda λ .

A onda harmônica, além de ser periódica no espaço, também é periódica no tempo, ou seja, um dado valor de amplitude deve se repetir a cada intervalo de tempo de meio período T . Esse intervalo de tempo é o chamado período de oscilação. Logo,

$$y(0,0) = y(0,T). \quad (5.60)$$

Substituindo a equação (5.60) na equação 5.53), e tomando $\delta = 0$, teremos

$$A = A \cos(-kvT), \quad (5.61)$$

$$\cos(kvT) = 1, \quad (5.62)$$

de modo análoga ao que fizemos anteriormente, a igualdade só é verificada se

$$kvT = 2\pi \quad (5.63)$$

$$kv = \frac{2\pi}{T} \quad (5.64)$$

comparando as equações (5.28) e (5.29), termos

$$\frac{2\pi}{\lambda} v = \frac{2\pi}{T}, \quad (5.65)$$

logo,

$$v = \frac{\lambda}{T}. \quad (5.66)$$

Como a frequência f fornece o número de oscilações por unidade de tempo, podemos defini-la como

$$f = \frac{1}{T}. \quad (5.67)$$

Logo, a equação (5.51) será escrita como

$$v = \lambda f \quad (5.68)$$

A equação (5.68) é conhecida como *relação de dispersão*, relacionando a velocidade de propagação v da onda com o comprimento de onda λ e a frequência de oscilação f .

Portanto, substituindo as equações (5.59) e (5.64) na equação (5.53), obtemos o perfil completo da onda harmônica, conforme a Figura 25.

$$y(x,t) = A \cos[kx - kv t + \delta] = A \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \delta\right] \quad (5.69)$$

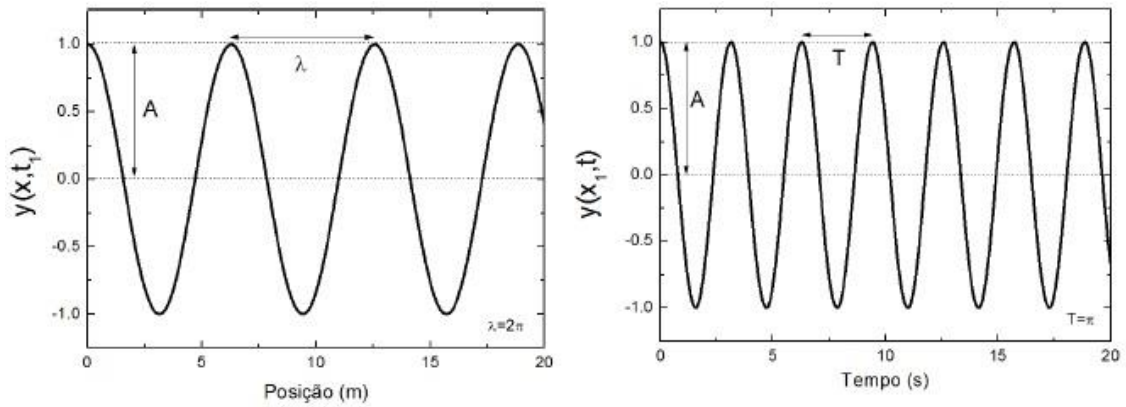


Figura 25: Perfis espacial e temporal de uma onda harmônica.

Tanto num instrumento musical, quanto numa corda esticada, fixa em ambas as extremidades, ao sofrer um impulso transversal um pulso é gerado ao longo da direção da corda. Este pulso propaga-se até atingir a extremidade fixa da corda, onde sofrerá uma reflexão. Essa sequência de propagação e reflexão acaba por produzir, também, uma sequência de interferências entre os pulsos, produzindo um padrão de ondas conhecidas como *ondas estacionárias*. A descrição matemática pode ser obtida considerando duas ondas harmônicas, de amplitudes e frequências iguais, que se propagam em sentidos opostos, de modo que

$$f(x, t) = A \cos(kx - \omega t), \quad (5.70)$$

$$g(x, t) = A \cos(kx + \omega t). \quad (5.71)$$

Como a solução geral da equação de ondas unidimensional é a superposição de ondas progressivas propagando-se nos dois sentidos, conforme d'Alembert, a interferência destas duas ondas pode ser escrita como

$$y(x, t) = f(x, t) + g(x, t), \quad (5.72)$$

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx + \omega t), \quad (5.73)$$

$$y(x, t) = A [\cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t)], \quad (5.74)$$

$$y(x, t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t). \quad (5.75)$$

A Figura 26 apresenta a o gráfico da função de onda descrita pela equação (5.75), em função da posição, para diferentes intervalos de tempo.

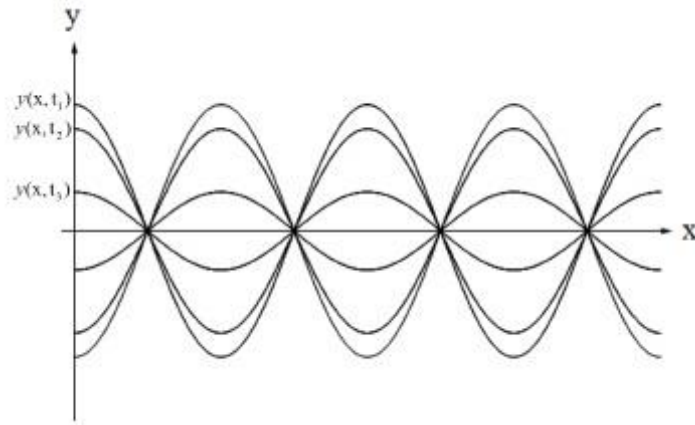


Figura 26: Ondas estacionárias.

A partir das ondas estacionárias, por conveniência, vamos analisar o movimento de uma corda vibrante homogênea, de densidade linear μ e comprimento finito ℓ , com suas extremidades fixadas a um suporte rígido, conforme mostrado na Figura 27.

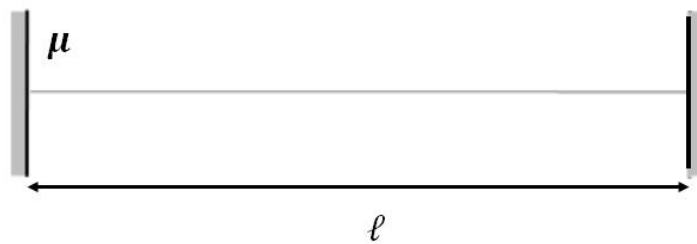


Figura 27: Corda homogênea de comprimento finito presa em ambas as extremidades.

A propagação de um pulso na corda irá produzir ondas estacionárias, que podem ser descritas como

$$y(x, t) = A(x) \cos(\omega t). \quad (5.76)$$

A equação (5.76) deve satisfazer a equação de onda (5.51), ou seja,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (5.77)$$

Portanto, iremos substituir a equação (5.76) na equação (5.77),

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [A(x) \cos(\omega t)] = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [A(x) \cos(\omega t)], \quad (5.78)$$

$$\cos(\omega t) \frac{d^2}{dx^2} A(x) = \frac{A(x)}{v^2} \frac{d^2}{dt^2} \cos(\omega t), \quad (5.79)$$

$$\cos(\omega t) \frac{d^2}{dx^2} A(x) = -\frac{\omega^2}{v^2} A(x) \cos(\omega t), \quad (5.80)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A(x) = -\frac{\omega^2}{v^2} A(x). \quad (5.80)$$

Como

$$k = \frac{\omega}{v}, \quad (5.81)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A(x) = -k^2 A(x). \quad (5.82)$$

A solução geral da equação (5.82) é dada por:

$$A(x) = a \cos(kx) + b \sin(kx), \quad (5.83)$$

onde a e b são parâmetros a serem determinados, de acordo com o tipo de sistema a ser estudado, e k é o número de onda.

O fato de a corda possuir extremidades fixas nos mostra que nesses pontos a corda não pode oscilar, ou seja, as seguintes condições de contorno devem ser satisfeitas:

$$A(0) = 0, \quad (5.84)$$

$$A(\ell) = 0. \quad (5.85)$$

Impondo as condições de contorno (5.84) na equação (5.83), obtemos

$$a \cos(k \cdot 0) + b \sin(k \cdot 0) = 0. \quad (5.86)$$

Com isso, a equação (5.86) é satisfeita se e somente se $a = 0$. Logo, a equação (5.83) deverá ser reescrita de forma a se adequar à condição de contorno. Então, reescrevendo-a, teremos

$$A(x) = b \sin(kx). \quad (5.87)$$

Impondo, agora, a condição de contorno (5.85), temos

$$b \sin(k\ell) = 0. \quad (5.88)$$

A equação (5.88) será satisfeita se e somente se

$$\sin(k\ell) = 0. \quad (5.89)$$

Para tal,

$$k\ell = n\pi, \quad (5.90)$$

onde n é um número inteiro positivo ($n = 1, 2, 3, \dots$). O número de onda k pode ser reescrito, em termos do índice n e do comprimento da corda ℓ ,

$$k_n = \frac{n\pi}{\ell}, \quad (5.91)$$

de modo que

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{\ell}, \quad (5.92)$$

logo,

$$\ell = n \frac{\lambda_n}{2}. \quad (5.93)$$

A equação (5.93) nos mostra que em um comprimento ℓ estão contidos n semicomprimentos de onda $\lambda_{n/2}$, de maneira que

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}. \quad (5.94)$$

Cada valor de n define um *modo de vibração*. Os modos normais de vibração da corda constituem uma generalização dos modos normais de osciladores acoplados. É possível mostrar que a corda pode ser considerada um caso limite de um sistema de N osciladores acoplados, igualmente espaçados, quando $N \rightarrow \infty$. Um modo normal se caracteriza pelo fato de que todos os elementos da corda oscilam com a mesma frequência ω e mesma constante de fase δ . A função que descreve um modo normal de ordem n pode ser escrita da seguinte maneira:

$$y_n(x, t) = b_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \delta_n). \quad (5.95)$$

A Figura 28 apresenta os modos normais mais baixos. O modo de ordem n contém precisamente n semicomprimentos de onda e tem $(n - 1)$ nodos (pontos **N**) além dos extremos fixos.

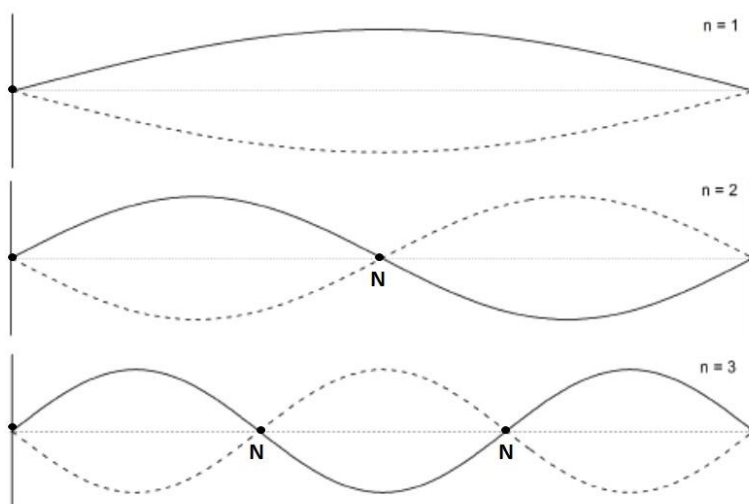


Figura 28: Modos normais de vibração.

Podemos escrever a frequência f_n do modo n da seguinte maneira:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = n \frac{v}{2\ell}. \quad (5.96)$$

Como

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (5.97)$$

Teremos

$$f_n = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (5.98)$$

O modo mais baixo é conhecido como *modo fundamental* ($n = 1$) e tem como frequência f_1 . As demais frequências são múltiplos inteiros da frequência fundamental.

Os modos normais de vibração de uma corda presa nos extremos constituem o exemplo mais simples deste resultado, porém, pelo fato de que ondas confinadas numa região limitada do espaço só podem oscilar em frequências bem definidas, formando um conjunto discreto, podemos aplicar este resultado a outros tipos de sistemas, como no caso de tubos sonoros.

5.2 Modos normais de vibração numa coluna de ar.

Uma onda sonora propagando-se num fluido como a atmosfera é considerada uma *onda longitudinal*. Essa característica da onda sonora decorre do fato de que a atmosfera não transmite tensões tangenciais. A propagação longitudinal está associada a *variações de pressão*, ou seja, *compressões* e *rarefações*, como ondas ao longo de uma mola.

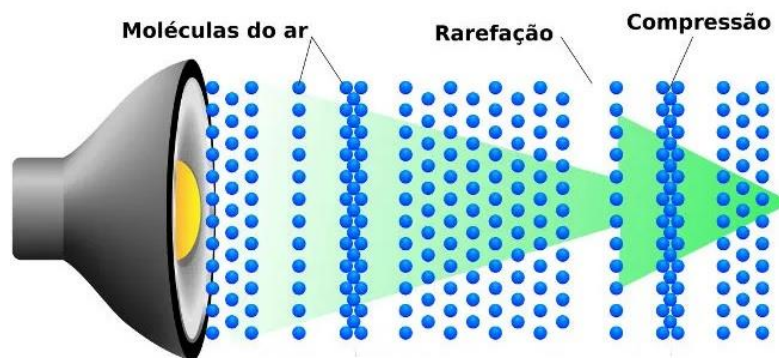


Figura 29: Onda sonora propagando na atmosfera. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/o-que-som.htm>. Acesso em: 02/10/2022

Uma ideia intuitiva do mecanismo de propagação de uma onda sonora pode ser obtida ao analisarmos a vibração da membrana de um autofalante (Figura 29). A

membrana comprime as porções adjacentes das moléculas de ar. Essa compressão é transmitida sucessivamente às camadas adjacentes, gerando uma onda de compressão. Ao se afastar, a membrana cria uma zona de rarefação, e o ar da região vizinha se desloca para preenchê-la, e assim sucessivamente, produzindo uma onda de expansão. A onda sonora, portanto, resulta da propagação das camadas de condensação e rarefação alternadas.

O deslocamento de ar provocado pela vibração da membrana muda a densidade do ar na camada adjacente (condensação ou rarefação), provocando uma mudança de pressão (compressão ou descompressão). A variação de pressão acaba por produzir o deslocamento da camada de ar vizinha, e assim por diante. Este mecanismo dinâmico de propagação pode ser sintetizado no ciclo da Figura 30.

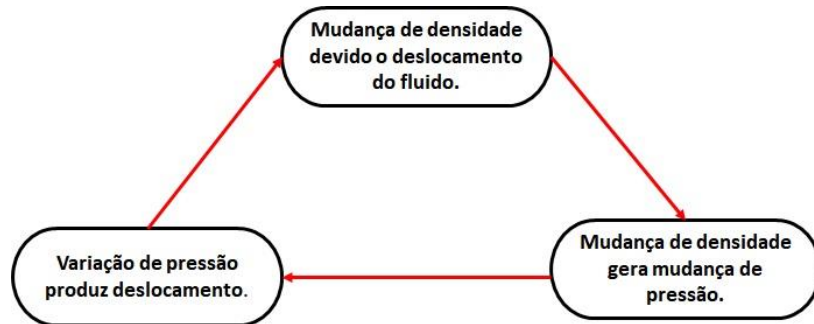


Figura 30: Ciclo de propagação de uma onda sonora Fonte: NUSSENZVEIG, 2002.

Para uma dada massa de fluido M ocupando um volume V , um acréscimo de pressão ($\Delta P > 0$) acaba por diminuir o volume ($\Delta V < 0$). O módulo de compressibilidade (K) do fluido pode ser determinado a partir da razão entre a magnitude da variação percentual de volume ($-\frac{\Delta V}{V}$) e a variação de pressão (ΔP),

$$K = -\frac{\Delta V}{\Delta P} \cdot V. \quad (5.99)$$

O inverso do módulo de compressibilidade chama-se módulo de elasticidade volumétrico (B), de modo que

$$B = \frac{1}{K} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}}. \quad (5.100)$$

A densidade ρ do fluido é dada por

$$\rho = \frac{M}{V}. \quad (5.101)$$

A variação da densidade correspondente, para pequenas variações de volume ($|\Delta V| \ll V$), será, por diferenciação será

$$\Delta \rho = -M \frac{\Delta V}{V^2} = -\rho \frac{\Delta V}{V}. \quad (5.102)$$

Logo, podemos reescrever a equação (5.100) como

$$B = -\rho \left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right). \quad (5.103)$$

Numa onda sonora, as variações de pressão (p) e densidade (δ) são extremamente pequenas em relação aos valores de equilíbrio. Portanto, com boa aproximação, podemos escrever

$$\frac{p}{\delta} = \frac{\Delta P}{\Delta \rho} = \frac{P - p_0}{\rho - \rho_0} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0. \quad (5.104)$$

A derivada parcial surge pelo fato de a pressão não depender apenas da densidade, mas também da temperatura.

Para discutirmos a relação entre a variação de densidade e o deslocamento do fluido, iremos nos limitar a uma onda unidimensional propagando-se no interior de um tubo cilíndrico de secção transversal (A). A direção de propagação da onda coincide com o eixo O_x do tubo.

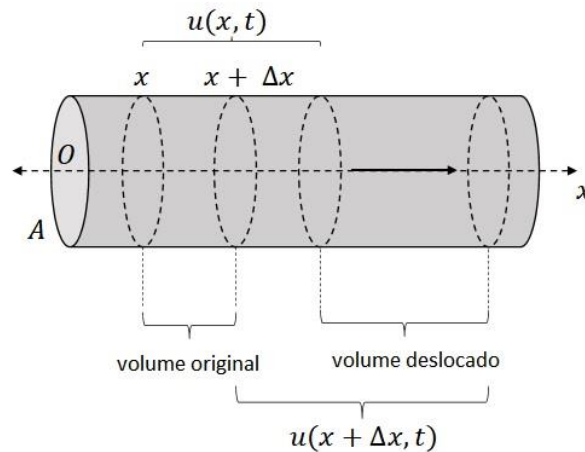


Figura 31: Variação de volume. Fonte: NUSSENZVEIG, 2002

O volume original do fluido compreendido entre x e $x + \Delta x$, será

$$V = A[(x + \Delta x) - x] = A \Delta x. \quad (5.105)$$

Com o deslocamento, o volume passa a ser $V + \Delta V$. Sendo $u(x, t)$ o deslocamento sofrido pelas partículas do fluido, e tomando Δx infinitesimal, teremos

$$V + \Delta V = A\{[(x + \Delta x) + u(x + \Delta x, t)] - [x + u(x, t)]\}, \quad (5.106)$$

$$V + \Delta V = A \{ \Delta x + [u(x + \Delta x, t) - u(x, t)] \}, \quad (5.107)$$

$$V + \Delta V = A \Delta x \left\{ 1 + \left[\frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} \right] \right\}. \quad (5.108)$$

Como

$$\frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} \approx \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}, \quad (5.109)$$

teremos

$$V + \Delta V \approx A \Delta x \left(1 + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right). \quad (5.110)$$

Com isso, podemos escrever que

$$\Delta V = A \Delta x \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \quad (5.111)$$

Dividindo a equação (5.111) pela equação (5.106), temos

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \quad (5.112)$$

Pela equação (5.102), percebemos que a variação de densidade correspondente é

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = - \frac{\Delta V}{V} = - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \quad (5.113)$$

Note que

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{\delta}{\rho} \approx \frac{\delta}{\rho_0}, \quad (5.114)$$

pois $|\delta| \ll \rho_0$. Logo,

$$\delta = \rho - \rho_0 = - \rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \quad (5.115)$$

De modo que δ , portanto, é a variação de densidade associada à onda de deslocamento $u(x, t)$.

As variações de pressão produzem deslocamentos no fluido. Para comprovarmos esta relação, consideraremos novamente o elemento de volume compreendido entre $x + \Delta x$, contido no cilindro da Figura 31. A massa do fluido contido naquele elemento de volume pode ser escrita como,

$$\Delta m = \rho \Delta V \approx \rho_0 A \Delta x. \quad (5.116)$$

A pressão $P(x, t)$ sobre a face da esquerda desse elemento produz uma força

$$\Delta F_1 = P(x, t) A. \quad (5.117)$$

A face da direita estará sujeita a uma força

$$\Delta F_2 = - P(x + \Delta x, t) A \quad (5.118)$$

Com isso, a força resultante sobre Δm será

$$\Delta F = \Delta F_1 + \Delta F_2, \quad (5.119)$$

$$\Delta F = [P(x, t) - P(x + \Delta x, t)]A, \quad (5.120)$$

$$\Delta F = -A \Delta x \left\{ \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x} \right\}. \quad (5.121)$$

Como

$$\frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x}, \quad (5.122)$$

e

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5.123)$$

temos

$$\Delta F = -\Delta V \frac{\partial p(x, t)}{\partial x}, \quad (5.124)$$

Aplicando a 2ª Lei de Newton, podemos escrever a equação de movimento para este elemento de fluido, de forma que

$$\Delta m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \rho_0 A \Delta x \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \Delta F. \quad (5.124)$$

Portanto, pela equação (5.124), podemos escrever

$$\rho_0 A \Delta x \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -A \Delta x \frac{\partial p(x, t)}{\partial x}. \quad (5.125)$$

Logo, a equação de movimento poderá ser escrita como

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p(x, t)}{\partial x}. \quad (5.126)$$

Com isso, percebemos que um deslocamento do fluido produz uma variação de densidade

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}, \quad (5.127)$$

que, conseqüentemente, produz uma variação de pressão p , onde levando em consideração (5.104)

$$p = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \delta = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \quad (5.128)$$

Esta variação de pressão obedece à equação (5.126) portanto,

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad (5.129)$$

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad (5.130)$$

identificando

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0, \quad (5.131)$$

temos

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = 0, \quad (5.132)$$

que é a *equação de onda unidimensional*, determinada anteriormente pela equação (5.26).

Portanto, vemos que as variações de pressão e densidade, obedecem à equação de onda (5.132), ambas propagando-se com a velocidade do som v , dada por

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0}. \quad (5.133)$$

Como visto anteriormente, uma solução para a equação (5.132) é uma onda harmônica progressiva, que pode ser escrita na forma

$$u(x, t) = U \cos(kx - \omega t + \phi), \quad (5.134)$$

onde ϕ corresponde à constante de fase.

A onda descrita pela equação (5.132), ao se propagar num tubo cilíndrico aberto numa extremidade, a partir da qual se produz a excitação da onda, e podendo ser aberto ou fechado na outra extremidade, irá produzir *modos normais de vibração* na coluna de ar contida no tubo, de maneira semelhante ao que ocorre nas cordas vibrantes.

Podemos escrever uma onda de pressão $p(x, t)$ correspondente à onda de deslocamento descrita pela equação (5.132) da seguinte maneira:

$$p(x, t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = v^2 \delta(x, t), \quad (5.135)$$

$$p(x, t) = \rho_0 v^2 k U \sin(kx - \omega t + \phi). \quad (5.136)$$

As equações (5.134) e (5.136) nos mostram que as ondas de deslocamento e de pressão estão em quadratura, ou seja, defasadas de 90° entre si. Logo, o ar que entra pela extremidade aberta, na qual se produz a excitação da onda sonora, gera um antinodo, ou seja, um máximo de deslocamento. Se a extremidade oposta do tubo estiver fechada, o deslocamento se anula, formando um mínimo de deslocamento, ou seja, um nodo de deslocamento. Como a onda de pressão está em quadratura com a onda de deslocamento, na extremidade fechada, teremos um máximo de pressão.

Na extremidade aberta, a pressão total P deve permanecer aproximadamente constante e igual à pressão atmosférica p_0 , de maneira que a variação de pressão p será nula. Ou seja, na extremidade aberta haverá um nodo da onda de pressão, o que equivale a um antinodo de deslocamento.

A variação de pressão, na verdade, só se anula um pouco à frente da extremidade aberta do tubo. A coluna de ar vibrante acaba por se estender além da extremidade aberta. Para um tubo de secção circular e paredes não muito espessas, é necessário levar em consideração o comprimento efetivo (ℓ_{ef}), de modo que $\ell_{ef} \approx \ell + 0,6R$ (NUSSENZVEIG, 2002), onde R é o raio do tubo e ℓ é o seu comprimento. De fato, esse resultado vale para o tubo aberto em uma extremidade e fechado na outra. Caso o tubo seja aberto nas duas extremidades, é preciso incluir duas contribuições de $0,6R$ ao comprimento efetivo.

Quando uma onda sonora harmônica progressiva atinge uma das extremidades de um tubo aberto, devido às condições de contorno, uma onda de pressão refletida defasada de 180° será produzida.

Como acontece na corda vibrante, a interferência entre as ondas incidente e refletida produzirá um padrão de *ondas estacionárias* correspondentes aos *modos normais de vibração* da coluna de ar contida no tubo.

Na Figura 32, estão representados graficamente os modos normais mais baixos da coluna de ar num tubo de extremidades abertas, correspondente às ondas de deslocamento $u(x, t)$ e pressão $p(x, t)$. É importante ressaltar que, para $p(x, t)$, o perfil formado é o mesmo da corda vibrante com extremidades fixas.

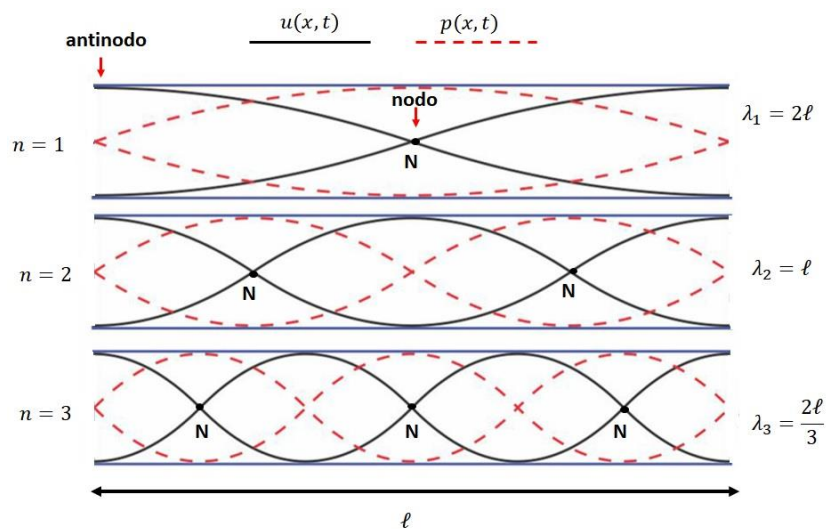


Figura 32: Modos normais num tubo aberto.

Portanto, analogamente à corda vibrante de extremidades fixas, podemos escrever a frequência de vibração da seguinte maneira:

$$f_n = n \frac{v}{2\ell}, \quad (5.137)$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$, ou seja, estará presente toda frequência que for um múltiplo inteiro da frequência fundamental f_1 .

Na Figura 33 estão apresentados os modos normais de vibração da coluna de ar para o tubo fechado numa extremidade. Neste caso, somente os harmônicos ímpares estarão presentes.

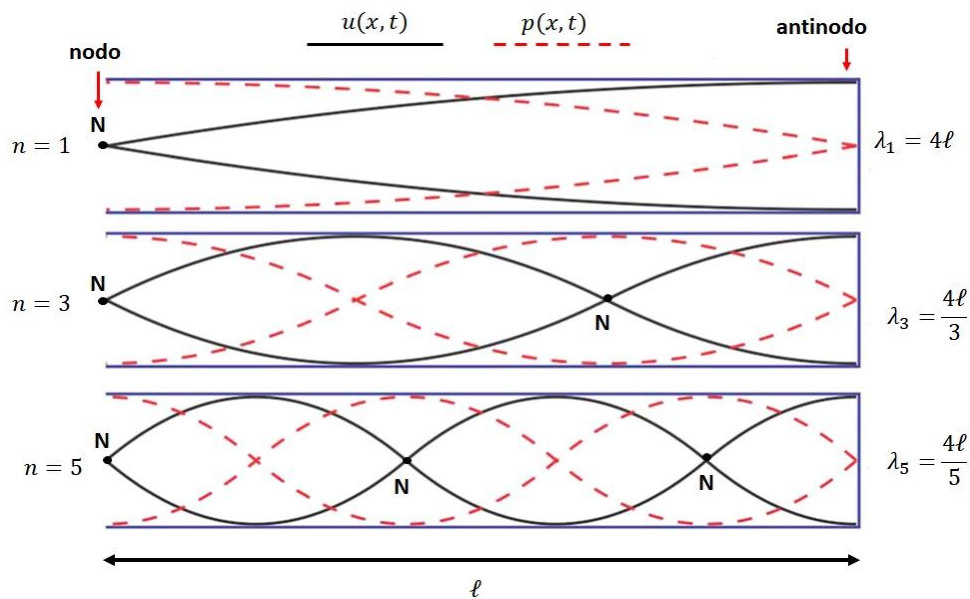


Figura 33: Modos normais no tubo fechado.

Para o tubo fechado, podemos escrever as frequências de vibração da seguinte maneira:

$$f_n = n \frac{v}{4\ell}, \quad (5.138)$$

onde $n = 1, 3, 5, \dots$ será um inteiro ímpar. As frequências também serão múltiplas da frequência fundamental f_1 do tubo fechado.

Uma verificação experimental destes resultados pode ser realizada através de uma experiência de *ressonância*, como por exemplo assoprar uma garrafa com água na parte inferior. O ar contido nesta cavidade irá produzir uma série de frequências de ressonância, associadas aos modos normais de vibração da coluna de ar, constituindo o que chamamos de “*cavidade acústica ressonante*”. Note, entretanto, que uma garrafa não é necessariamente bem modelada por um tubo sonoro, como discutiremos no capítulo 6.

5.3 Ressonador de Helmholtz.

Hermann Helmholtz foi o primeiro a descrever um ressonador em 1860. Ele desejava descrever quais frequências estavam presentes em sons musicais, e estimar suas intensidades relativas. Podemos, de certa maneira, dizer que Helmholtz pretendia fazer uma análise de Fourier das ondas sonoras. Para isso, ele precisava de um dispositivo de ressonância com uma frequência conhecida. O dispositivo que Helmholtz projetou era uma casca esférica com um pequeno orifício em um dos lados, e um pequeno pescoço (gargalo) do outro, conforme a Figura 34.



Figura 34: Ressonador de Helmholtz. Disponível em:
<http://physicsvirtuallmuseum.ufop.br/acoustics/ressonadores-de-Helmholtz.html>.
Acesso em: 05/10/2022

Para captar o som, o pescoço era colocado no canal auditivo, e o orifício voltado para a fonte. O nível de intensidade sonora transmitida ao ouvido fornecia um pico de frequência que dependia das dimensões do ressonador e da velocidade local do ar. Os ressonadores de Helmholtz eram comumente feitos em conjuntos que cobriam o padrão das notas musicais.

De uma maneira geral, podemos considerar o ressonador de Helmholtz como sendo um recipiente contendo ar conectado à parte externa por um pescoço fino (gargalo) como representado na Figura 35.

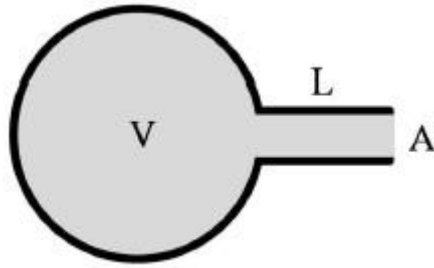


Figura 35: Esquema do ressonador de Helmholtz. Fonte: VIEIRA e AGUIAR, 2022

Para analisarmos as frequências de ressonância produzidas pelo ressonador de Helmholtz, levaremos em consideração um recipiente, de qualquer forma, cuja cavidade principal tem volume V , que possui um gargalo cilíndrico de comprimento L e área de seção transversal A .

As vibrações acústicas fazem com que o ar se mova para dentro e para fora da cavidade alterando a pressão interna P . Se um pequeno volume de ar (ΔV) deixar a cavidade, por meio de uma expansão adiabática, a variação da pressão ΔP em relação ao equilíbrio (e) poderá ser escrita como

$$\Delta P V^\gamma = P_e (V_e)^\gamma = \text{constante} , \quad (5.139)$$

onde V_e corresponde ao volume de ar contido na configuração de equilíbrio e γ é a razão dos calores específicos. Como estamos considerando pequenas variações de volume (ΔV), de modo que $\left| \frac{\Delta V}{V} \right| \ll 1$, teremos

$$\Delta P V^\gamma + \gamma P V^{\gamma-1} \Delta V \approx 0 , \quad (5.140)$$

$$\Delta P \approx -\gamma P \frac{\Delta V}{V} . \quad (5.141)$$

Considerando $\Delta V = A x$, em que x corresponde ao deslocamento da massa de ar relativo à posição de equilíbrio, teremos

$$\Delta P \approx -\gamma P_e \frac{A x}{V_e} . \quad (5.142)$$

De acordo com Rayleigh, o ressonador de Helmholtz pode ser pensado em termos de um sistema massa-mola, com a analogia entre uma massa acoplada a uma mola de constante k e a massa de ar contida no gargalo (Figura 36).

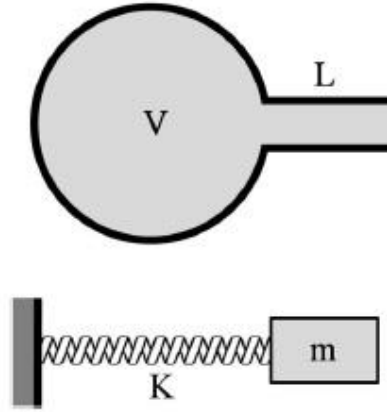


Figura 36: Análogo mecânico do ressonador de Helmholtz. Fonte: VIEIRA e AGUIAR, 2022.

Portanto, ao aplicarmos a 2ª Lei de Newton, teremos

$$\Delta P A = m_{ar} \ddot{x}, \quad (5.143)$$

sendo a massa de ar $m_{ar} = \rho_{ar} A L$. Logo,

$$\ddot{x} + \gamma P_e \frac{A}{\rho_{ar} L V_e} x = 0, \quad (5.144)$$

Ao compararmos com a equação do oscilador harmônico simples,

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad (5.145)$$

percebemos que

$$\omega^2 = \gamma P_e \frac{A}{\rho_{ar} L V_e}, \quad (5.146)$$

$$\omega = \sqrt{\gamma P_e \frac{A}{\rho_{ar} L V_e}}. \quad (5.147)$$

Uma vez que podemos escrever a velocidade do som como

$$v_{som}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right) \Big|_{\rho_{ar}} = \frac{\gamma P_e}{\rho}, \quad (5.148)$$

teremos,

$$\omega = \sqrt{\frac{v_{som}^2 A}{V_e L}}. \quad (5.149)$$

Como

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (5.150)$$

temos

$$f = \frac{v_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V_e L}}, \quad (5.151)$$

sendo a equação (5.151) a frequência do ressonador de Helmholtz.

Para uma boa estimativa da frequência de ressonância, precisamos levar em consideração uma correção semelhante àquela discutida na seção 5.2, segundo a qual o comprimento do gargalo passa a ser um comprimento efetivo (ℓ_{ef}), que dependerá do raio (R) de sua secção transversal de área A .

Caso a área transversal seja circular e não se tenha uma aba em forma de coroa (flange), o valor do comprimento efetivo será,

$$\ell_{ef} = L + 1,4R. \quad (5.152)$$

Se houver um flange ((VIEIRA e AGUIAR, 2022), teremos

$$\ell_{ef} = L + 1,7R. \quad (5.153)$$

Logo, a frequência do ressonador passará a ser escrita como,

$$f = \frac{v_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell_{ef}}}. \quad (5.154)$$

Finalmente, a equação (5.154) nos permite determinar a frequência de ressonância do ressonador de Helmholtz. Esta equação será usada no próximo capítulo.

Capítulo 6

A garrafa sonora

6.1 Vibrações de ar em uma garrafa com gargalo.

O segundo experimento deste trabalho, também provocador, difere-se do primeiro por ser um pouco mais sutil. Enquanto na ampulheta flutuante a observação direta causa uma certa reflexão intrigante, na garrafa sonora essa reflexão apenas é evidenciada após a realização de algumas medidas. É através do confronto entre a teoria e os dados obtidos com a garrafa que o caráter provocador do experimento se apresenta.

Consideremos uma garrafa com gargalo (de vinho, pet etc.) com uma pequena quantidade de água no seu interior, mas uma coluna de ar considerável. Ao soprarmos a garrafa, um som é percebido (Figura 37). Este som é produzido pela vibração da coluna de ar no interior da garrafa. O mesmo ocorre diminuindo a quantidade de água em seu interior, acarretando um aumento da coluna de ar.



Figura 37: Soprando a garrafa

À medida que aumentamos a coluna de ar dentro da garrafa, ou seja, à medida que diminuimos a quantidade de água dentro dela, o som percebido vai ficando mais grave. Esta percepção é direta e não requer um ouvido educado musicalmente. Aparentemente, e de um modo qualitativo, esse simples experimento parece estar de acordo com a teoria dos tubos cilíndricos abertos em uma de suas extremidades, comportando-se, também, de maneira semelhante a uma corda fixa numa extremidade e livre na outra, discutida no capítulo anterior.

No caso de um tubo cilíndrico fechado em uma das suas extremidades e aberto na outra, sabemos que o modo normal de vibração fundamental tem um comprimento de onda (λ) que é, aproximadamente, quatro vezes o comprimento da coluna de ar ($\lambda \cong 4\ell$). Existe um fator de correção, devido aos efeitos de borda, porém, desnecessário para essa discussão.

De fato, ao diminuirmos a quantidade de água no interior da garrafa, a coluna de ar aumenta e, conseqüentemente, o comprimento de onda do modo fundamental também aumenta, de maneira que a frequência diminui, fazendo com que o som fique mais grave. A explicação qualitativa do experimento, ao que tudo indica, está de acordo com a teoria. Então, o que torna o experimento interessante e significativo em termos de aprendizagem? Como veremos, a resposta está nas medidas de frequência.

Ao realizarmos as medidas, com o auxílio de um aplicativo, ou software de captação de sons, os valores obtidos não condizem com a explicação anterior. Ainda que o efeito de borda seja levado em consideração, a frequência medida para o som emitido pela coluna de ar continua em desacordo com a explicação anterior baseada nos modos normais de um tubo aberto em um extremo e fechado no outro. Devido a essa informação, este experimento se torna surpreendente e bastante provocador. Qual é, então, a explicação para tal experimento?

A explicação está no que chamamos de ressonador de Helmholtz. Basicamente, o ar contido no interior da garrafa, abaixo do gargalo, forma um colchão de ar, semelhante a um sistema massa-mola. No caso da garrafa, a massa de ar presente no gargalo faz o papel da massa presa à mola, que ficará oscilando de forma análoga ao sistema massa-mola. As compressões e expansões do ar no interior da garrafa estão associadas ao comportamento da mola.

Ao realizarmos os cálculos, a partir da frequência teórica descrita pelo ressonador de Helmholtz, confirmamos que o valor obtido se aproxima, por demais, da frequência medida com o uso do aplicativo, ou software. Portanto, de maneira surpreendente, observamos que o modo normal de vibração da garrafa difere-se do esperado usando o modelo de um tubo cilíndrico aberto em um extremo e fechado no outro.

Se dobrarmos o comprimento do gargalo, a variação da coluna de ar será muito pequena, em comparação com a coluna de ar já existente. Com isso, ao repetirmos o experimento dobrando o comprimento do gargalo, e usando ingenuamente a teoria dos modos normais de tubos cilíndricos, não deveríamos esperar uma variação significativa na frequência do som observado.

Porém, ao dobrarmos o comprimento do gargalo, estaremos, de certa maneira, dobrando a massa de ar associada à massa do sistema massa-mola. Usando a teoria do ressonador de Helmholtz, discutida no capítulo anterior, vemos que, de fato, haverá uma mudança perceptível na frequência do som emitido pela garrafa. Essencialmente, essa frequência deverá diminuir por um fator $\sqrt{2}$, como ocorre em um sistema massa-mola quando duplicamos o valor da massa.

6.2 O experimento da garrafa sonora

Como dito anteriormente, a surpresa do experimento ocorre ao confrontarmos o valor de frequência prevista pela teoria dos modos normais de um tubo cilíndrico aberto em um extremo e fechado no outro, com o valor medido por um software (ou aplicativo) de captação de som.

Em nosso experimento utilizamos uma garrafa de vinho. Inicialmente, medimos o comprimento ℓ da garrafa com uma trena, obtendo o valor de $32,7\text{ cm}$ (Figura 38). Em seguida, calculamos a frequência do modo fundamental de acordo com a teoria, através da equação (5.116), considerando a velocidade do som, a 20°C , igual a 340 m/s (NUSSENZVEIG, 2002).

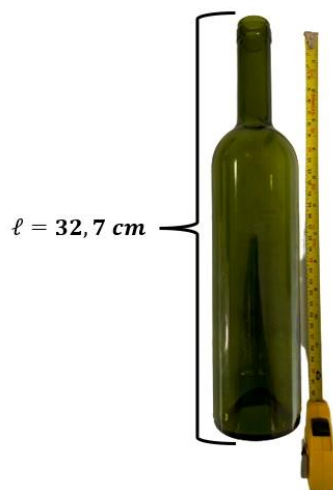


Figura 38: Medindo a garrafa de vinho.

Desprezando os efeitos de borda, a frequência do modo fundamental em um tubo cilíndrico de comprimento ℓ com um de seus extremos aberto e outro fechada é dada por:

$$f = \frac{v_{som}}{4\ell}. \quad (6.1)$$

Substituindo os valores obtemos

$$f = \frac{340}{4(0,327)} = 259,94 \cong 260 \text{ Hz}. \quad (6.2)$$

Ao soprarmos a parte superior da garrafa, com o lábio inferior tocando na borda, um som é produzido. Com o auxílio do software de captação de som, Audacity, obtemos o espectro sonoro, no qual vemos um pico bastante pronunciado, conforme a Figura 39.

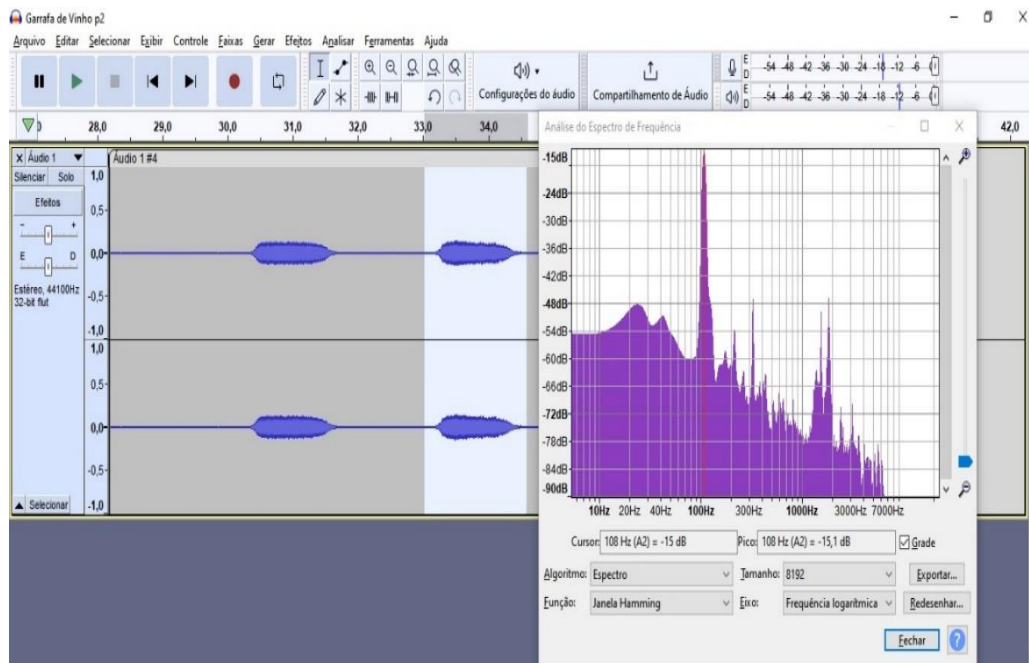


Figura 39: Obtendo a frequência de ressonância com o Audacity.

O valor da frequência desse pico medida pelo software foi 108 Hz. Para uma melhor visualização e análise, exportamos os dados fornecidos e fizemos o gráfico a seguir (Figura 40), no qual o pico fica mais evidente. De antemão, percebemos uma grande discrepância entre o valor determinado pela teoria dos tubos cilíndricos, e o valor medido pelo software.

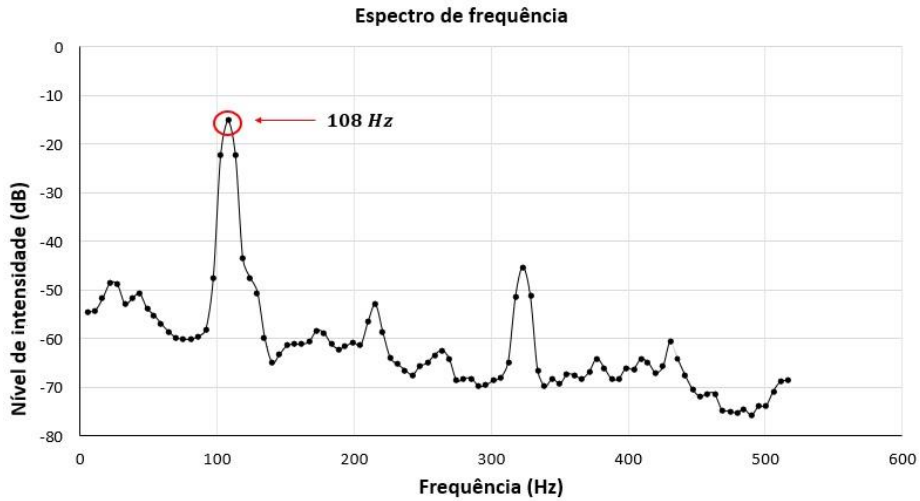


Figura 40: Gráfico nível de intensidade versus frequência.

Note que o valor observado para a frequência do maior pico, 108 Hz , é bem diferente do previsto pela teoria dos tubos cilíndricos ($\sim 260 \text{ Hz}$).

A discrepância (e) entre o valor de frequência proposto pela teoria dos tubos cilíndricos, e o medido pelo software, definido por:

$$e = \frac{|f_{teórica} - f_{medida}|}{f_{medida}} \quad (6.3)$$

$$e = \frac{|260 - 108|}{108} \sim 140,7 \% \quad (6.4)$$

Uma discrepância bem considerável, ao compararmos com o que era esperado.

De acordo com a seção anterior, a discrepância se dá pelo fato de a garrafa de vinho, devido ao gargalo, se comportar como um ressonador de Helmholtz. O ar contido no interior da garrafa funciona como uma mola, que oscilará acoplada a uma massa equivalente à massa de ar contida no gargalo.

Para confirmarmos tal comportamento, de início, calculamos a frequência do ressonador, dada pela equação (5.154).

$$f_{R.H} = \frac{v_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell_{efetivo}}}$$

onde A é a área da seção transversal do gargalo, V é o volume de ar contido na cavidade, e $\ell_{efetivo}$ corresponde ao comprimento efetivo do gargalo, cujo valor é dado por

$$\ell_{efetivo} = L + 1,4 R$$

Sendo L o comprimento real do gargalo, e R o raio da seção transversal.

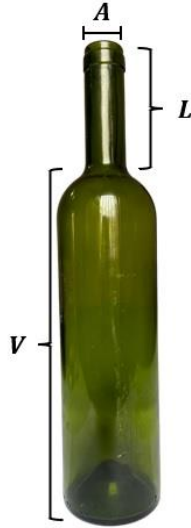


Figura 41: Dimensões da garrafa de vinho.

A fim de determinarmos a frequência, medimos com uma trena o comprimento L , e o raio R do gargalo. Na sequência, calculamos o $\ell_{efetivo}$, e a área da seção transversal (A). Os valores estão apresentados na tabela a seguir.

GARRAFA DE VINHO	
L	8,0 cm
R	0,95 cm
$\ell_{efetivo}$	9,33 cm
A	2,83 cm ²

Tabela 2: Grandezas fixas da garrafa.

Em seguida, medimos o volume V , correspondente ao volume de ar, que será, em nosso experimento, variável. A variação do volume de ar nos ajudará a obter algumas frequências, permitindo uma análise mais concreta a respeito da explicação do experimento.

Com o auxílio de uma balança digital, com a garrafa vazia, fazemos a tara (Figura 42-a). Ou seja, medimos o peso da garrafa. Em seguida, enchemos a garrafa com água até 8,0 cm abaixo do gargalo e retornamos com a garrafa para a balança, obtendo o valor de massa de água contida em seu interior (Figura 42-b). Considerando a densidade da água igual a $\rho_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$, podemos associar o valor de massa, medido pela balança, ao valor do volume. Logo, o volume total de ar, contido na cavidade, corresponderá ao volume de água medido (V_{Total}).

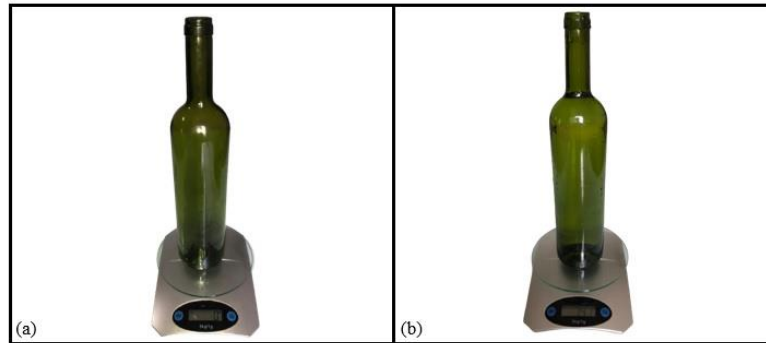


Figura 42: Pesando a garrafa de vinho. (a) realizando a tara; (b) com água.

O volume V será dado pela diferença entre o volume total (V_{Total}), e o volume de água restante ($V_{\text{água}}$), após retirarmos uma certa quantidade de água da garrafa. Esse volume será determinado de maneira semelhante ao volume total, medido por meio da balança digital.

$$V = V_{Total} - V_{\text{água}} \quad (6.5)$$

Para a garrafa utilizada no experimento, o volume total (V_{Total}) encontrado foi 741 cm^3 . Procuramos, também, retirar sempre a mesma quantidade de água, em torno de 200 cm^3 . Com isso, conseguimos determinar alguns valores para o volume V , e calcular a frequência correspondente, como mostra a Tabela 3: Valores de volume e frequência determinados a partir da garrafa..

$V_{\text{água}} (\text{cm}^3)$	$V (\text{cm}^3)$	$f_{R.H} (\text{Hz})$
539	202	209,94
338	403	148,64
143	598	122,02
0	741	109,61

Tabela 3: Valores de volume e frequência determinados a partir da garrafa.

A cada medida realizada, para determinar o valor do volume V da cavidade, foi utilizado, também, o Audacity, seguindo o mesmo procedimento anterior. No software, capturamos o som emitido de garrafa, e analisamos o espectro de frequência correspondente. Os valores de frequência associado ao pico do espectro, para cada volume V está apresentado na Tabela 4.

$V_{\text{água}} (cm^3)$	$V (cm^3)$	$f_{exp} (Hz)$
539	202	206
338	403	147
143	598	121
0	741	109

Tabela 4: Valores das frequências de ressonância para cada volume V

Com os valores de frequência para cada volume V , podemos calcular a discrepância (e),

$$e = \frac{|f_{R.H} - f_{exp}|}{f_{exp}}$$

apresentados na Tabela 5.

$V (cm^3)$	$f_{R.H} (Hz)$	$f_{exp} (Hz)$	$e (\%)$
202	209,94	206	1,91
403	148,64	147	1,12
598	122,02	121	0,84
741	109,61	109	0,56

Tabela 5: Erro entre o valor medido pelo Audacity e o previsto de equação do ressonador.

Observando os erros, podemos perceber, facilmente, que o sistema se comporta, de fato, como um ressonador de Helmholtz. Portanto, não podemos associar a frequência emitida pelas oscilações de ar dentro de uma garrafa com gargalo bem definido como a do modo fundamental considerando a garrafa aproximadamente como um tubo fechado em um extremo e aberto no outro. A teoria do ressonador de Helmholtz mostra-se muito mais eficaz para determinação da frequência de ressonância.

Com os valores de frequência podemos construir um gráfico que nos mostra a relação não linear entre a frequência e o volume da cavidade. Essa relação é mais bem apresentada ao traçarmos $f^2 \times 1/V$ (Figura 43).

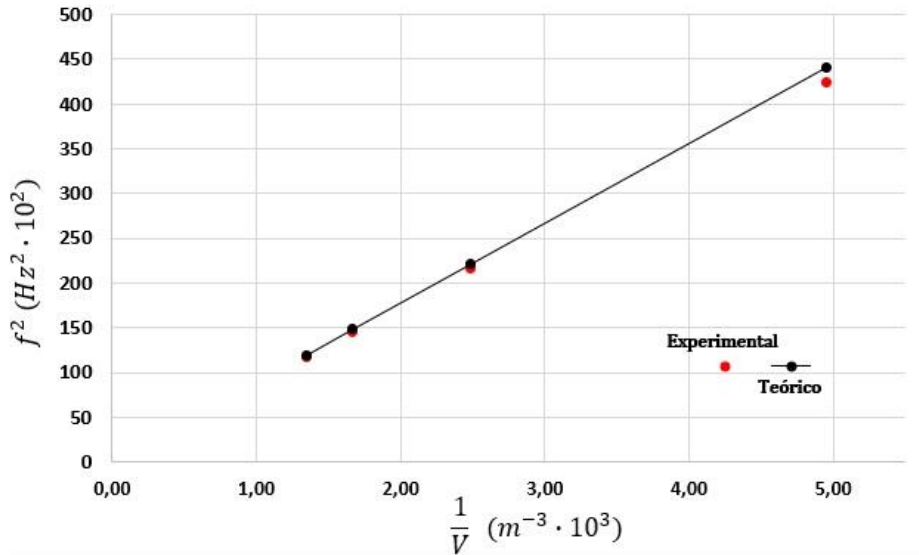


Figura 43: Gráfico frequência ao quadrado versus inverso do volume de ar dentro da garrafa.

O gráfico nos possibilita determinar, através da inclinação da reta que liga os pontos, a velocidade do som, de maneira que

$$f^2 = \mathbb{C} \cdot \frac{1}{V} \quad (6.6)$$

$$\mathbb{C} = \frac{A}{4\pi^2 \cdot L_{efetivo}} \cdot (v_{som})^2 \quad (6.7)$$

onde \mathbb{C} corresponde à inclinação. Para os valores medidos pelo software Audacity, encontramos o valor de $332,5 \text{ m/s}$, um erro de 2,21% ao compararmos com o valor teórico utilizado de 340 m/s . É importante ressaltar que observamos que existem pelo menos algumas fontes incontrolláveis de incertezas nesta experiência: a temperatura do ar soprado é um pouco maior do que a temperatura ambiente e as condições de contorno no gargalo são modificadas pelo sopro e a proximidade dos lábios, além dos presentes nos instrumentos de medidas utilizados. Uma alternativa seria utilizar um microfone emitindo um ruído branco, ou um sinal que varrerá uma certa faixa de frequência.

Capítulo 7

Atividades Propostas

7.1 Elaboração das sequências didáticas

Tomando como base o que foi discutido no segundo capítulo, pensamos em uma proposta de duas sequências didáticas com abordagem investigativa, que contribua para a aprendizagem significativa dos alunos. Os tópicos de Física escolhidos foram hidrostática e as vibrações de ar dentro de uma garrafa com gargalo, visto que, em nossas concepções, se faz necessário discutir e analisar conceitos importantes, dando aos alunos a oportunidade de construir seus conhecimentos a partir de situações-problemas que, neste trabalho, chamamos de “experimentos provocadores”.

As sequências didáticas têm propostas distintas. A primeira a ser apresentada, tem como objetivo discutir o equilíbrio de corpos flutuantes a partir de uma análise qualitativa dos conceitos necessários para resolução da situação-problema. A segunda, que envolve as vibrações de uma coluna de ar contido em uma garrafa, tem o caráter quantitativo, pois entre outras coisas também será necessária uma análise numérica para explicar o experimento provocador.

Ambas foram pensadas, inicialmente, para serem aplicadas em turmas de primeira e segunda séries do ensino médio. Porém, sabemos que cada escola tem a liberdade de escolher a divisão dos tópicos de Física de acordo com os tempos de aula e suas necessidades. Portanto, fica a cargo do professor escolher quando, e em qual turma, aplicará as sequências propostas.

A proposta da sequência didática da ampulheta flutuante foi pensada para uma aplicação de 100 minutos de aula. Porém, deixamos a critério do professor a definição do tempo necessário para a sua aplicação. Propomos nesta sequência um roteiro detalhado, no qual o professor atua como provocador e mediador na construção do conhecimento dos alunos que, a todo instante são levados a pensar de forma crítica quando questionados sobre o que observam no experimento. Sugerimos, também, uma ficha de acompanhamento da atividade. A ficha permite que os alunos transcrevam, de forma

ordenada e clara, suas ideias, acompanhando suas mudanças de concepções ao longo de sua realização. Ela também possibilita a comparação de suas concepções no início e no fim da atividade, ponto crucial para a análise da aplicação da sequência.

Pensamos a segunda proposta para uma aplicação acima de 100 min pois no experimento da garrafa sonora, tanto o professor quanto os alunos precisam realizar cálculos, fazer medidas, e utilizar ferramentas auxiliares, o que demanda um certo tempo. Nesta sequência, levamos os alunos a confrontarem dados teóricos com dados experimentais na busca da solução do problema apresentado. Assim, como na proposta anterior, o professor atua como orientador e mediador na construção conhecimento dos alunos. A ficha de acompanhamento da atividade permite uma organização dos dados, facilitando assim a comparação entre as duas situações a serem confrontadas.

De maneira geral, ambas as propostas foram pensadas para contribuir na prática docente desenvolvida em sala de aula. Os recursos e materiais presentes nas sequências também foram pensados de forma a facilitar a realização das atividades.

As fichas de acompanhamento das atividades propostas nas sequências didáticas aqui apresentadas encontrem-se no material instrucional que acompanha este trabalho.

7.2 Dificuldades encontradas na aplicação das sequências.

As sequências didáticas presentes neste trabalho foram inicialmente pensadas para uma aplicação presencial e direta em sala de aula. Porém, devido ao cenário pandêmico iniciado em março de 2020, a aplicação do material ficou prejudicada, e conseqüentemente, sua análise.

Foram discutidas alternativas virtuais para a aplicação do material. Porém, acabamos também por esbarrar em outros obstáculos, como por exemplo, a participação efetiva por parte dos estudantes, o que não nos garantia uma análise fidedigna da aplicação do material.

Apesar do retorno gradual dos alunos às escolas, ao longo dos anos de 2021 e 2022, alguns protocolos sanitários precisaram ser respeitados, o que também dificultou a aplicação do material. Como as sequências aqui propostas, necessitam da interação eficaz dos estudantes, estas não foram aplicadas por completo. Com isso, discutiremos a aplicação parcial do produto, referente à sequência didática da ampulheta flutuante.

Contudo, nos comprometemos, em um futuro próximo, a concluir a aplicação e a análise de estas sequências didáticas.

7.3 Aplicação da sequência didática – Ampulheta Flutuante.

A sequência didática em questão foi aplicada numa turma de 2º ano do ensino médio de uma escola privada na cidade do Rio de Janeiro. O total de alunos matriculados na turma é dezesseis alunos, porém, no dia da aplicação, apenas onze alunos participaram da atividade.

A aplicação ocorreu em duas aulas consecutivas de cinquenta minutos cada. Inicialmente, foi realizada uma breve revisão de alguns conceitos referentes à hidrostática, principalmente, sobre empuxo. Assim como, uma discussão sobre força de atrito. Na sequência, uma introdução histórica sobre o problema da ampulheta foi apresentada. Em seguida, as fichas de acompanhamento da atividade foram distribuídas aos alunos.

Antes do início da atividade, foi solicitado aos alunos que preenchessem a ficha de acompanhamento de acordo com a solicitação do professor. Logo após, apresentamos o vídeo (<https://youtu.be/FgV-M04dc4Y>) aos alunos.



Figura 44: Vídeo correspondente ao experimento da ampulheta flutuante.

Devido à curta, reprisamos o vídeo por quatro vezes antes do primeiro item da atividade ser preenchido. Iremos acompanhar os itens preenchidos por um aluno, que identificaremos como aluno A, ao longo da atividade, a fim discutirmos a aplicação da sequência.

O primeiro item da atividade pedia ao aluno que descrevesse com máximo detalhe o movimento da ampulheta desde que o tubo é girado de 180° até o instante em que ela retorna à posição de equilíbrio na parte superior do tubo. O aluno A apresentou a seguinte descrição (Figura 45).

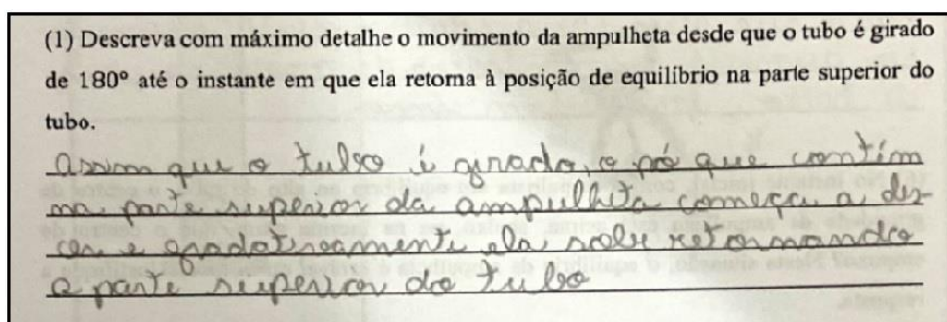


Figura 45: Descrição do item 1 feita pelo aluno A. Fonte: Autor.

A descrição inicial feita pelo aluno A não apresenta argumento físico algum. É importante destacarmos essa descrição, pois na sequência da atividade iremos, novamente, solicitar que o aluno descreva o que está acontecendo com a ampulheta, após toda discussão da atividade.

O item dois solicita aos alunos que marquem todas as forças que atuam sobre a ampulheta no instante inicial, antes do tudo ser girado de 180° .

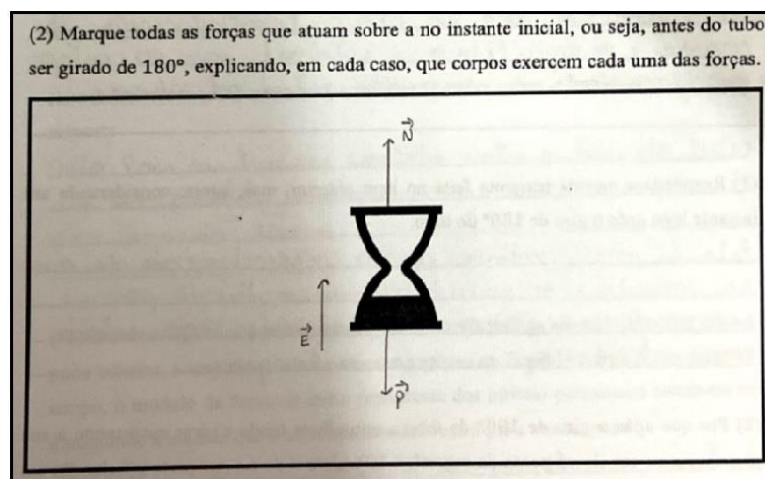


Figura 46: Forças traçadas pelo aluno A. Fonte: Autor.

Na Figura 46 vemos que aluno A traçou as forças que atuam sobre a ampulheta no instante inicial. Porém, cometeu um equívoco no sentido da força normal (\vec{N}). Neste caso, a força normal deveria estar no sentido contrário, ou seja, orientada para baixo. O equívoco cometido pelo aluno A foi observado, também, nas fichas de outros alunos. Acreditamos que esse erro ocorra pelo fato, de sempre apresentarmos a força normal, orientada para cima, principalmente no caso de sistema de blocos.

O item três pede que o aluno analise os módulos da força peso (\vec{P}) e empuxo (\vec{E}) após a ampulheta ser girada, até retornar ao estado inicial. Assim como o aluno A, a maioria dos alunos responderam que ambas as forças permaneciam constantes. As justificativas foram pautadas principalmente nas constantes presentes nas equações que determinam os módulos das forças.

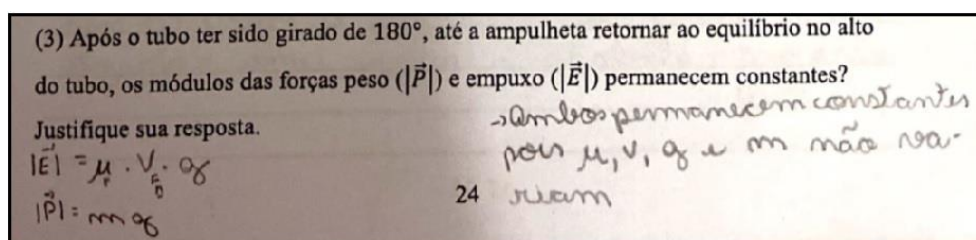


Figura 47: Justificativa do aluno A à pergunta feita no item três. Fonte: Autor.

Após se dividirem em pequenos grupos, os alunos listaram alguns argumentos para o item três.

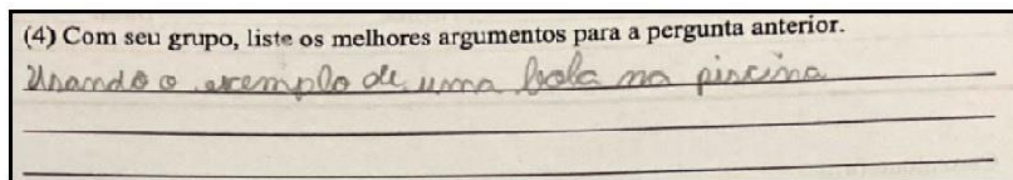


Figura 48: Argumento apresentado pelo grupo do aluno A. Fonte: Autor.

O grupo do aluno A utilizou como argumento, para defender que os módulos de \vec{P} e \vec{E} sobre a ampulheta são constantes, o exemplo de uma bola imersa numa piscina. Apesar do aluno A, não ter transcrito de forma explícita o argumento, o grupo verbalizou dizendo que: “enquanto a bola estiver dentro da água da piscina, o peso e o empuxo não mudam. Pois, a massa e o volume de água deslocado pela bola, são os mesmos”.

No item cinco, os alunos deveriam explicar a razão pela qual a ampulheta não sobe assim que o tubo é girado. A explicação do aluno A assemelha-se a uma das explicações enviadas a Martin Gardner ao propor o problema. Segundo o aluno A, o motivo pelo qual a ampulheta não

sobe de imediato está associada ao aumento gradativo da concentração de areia na parte inferior, devido à queda de areia da parte superior da ampulheta (Figura 49).

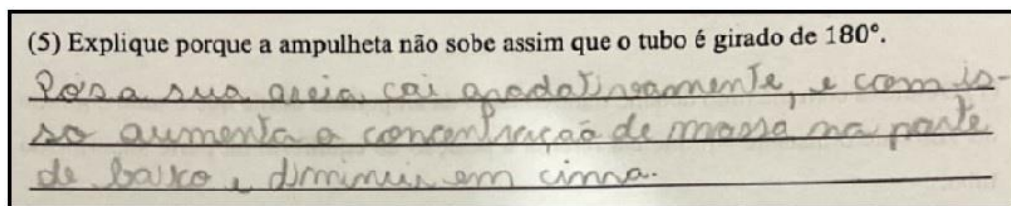


Figura 49: Explicação do aluno A referente ao item cinco da atividade. Fonte: Autor.

Antes de passarmos para o item seis, foi feita uma discussão sobre centro de gravidade, centro de empuxo, e os tipos de equilíbrio. Aproveitamos, também, para relembrarmos o torque exercido por uma força. Esta breve revisão desses conceitos auxiliaria os alunos na resposta ao item seis (Figura 50).

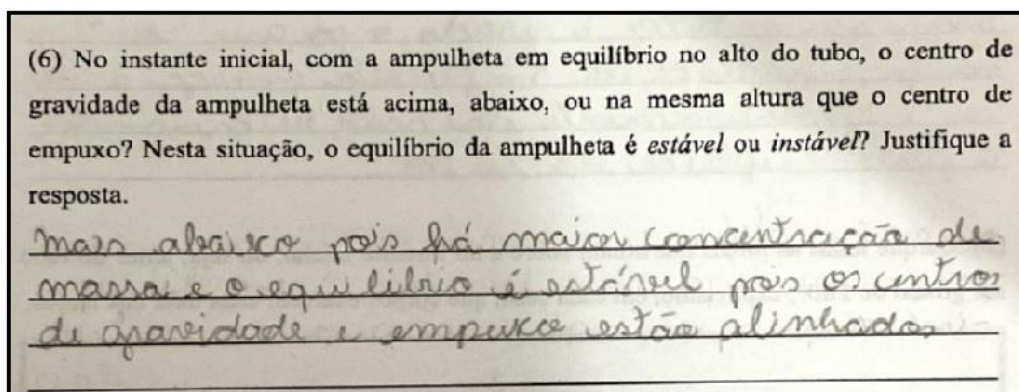


Figura 50: Resposta do aluno A ao item seis. Fonte: Autor.

Assim como o aluno A, outros alunos após a discussão e revisão conseguiram responder de maneira correta em que lugares se encontravam o centro de gravidade e o centro de empuxo, e qual seria o tipo de equilíbrio.

No item sete é feita a mesma pergunta, agora, considerando o instante após o tubo ter sofrido o giro de 180° .

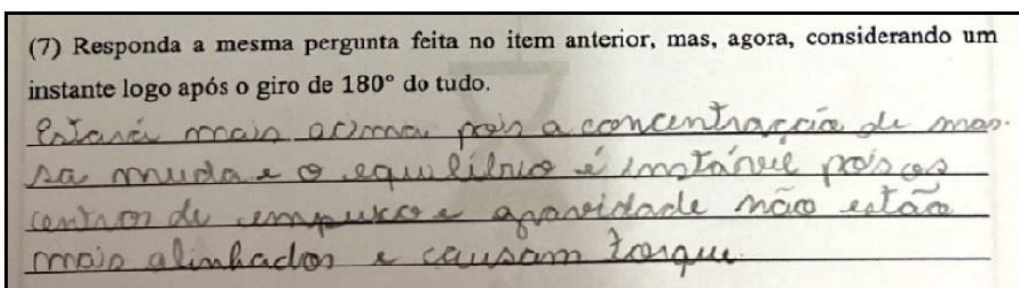


Figura 51: Resposta do aluno A ao item sete. Fonte: Autor.

A resposta do aluno A nos mostra a importância da discussão e revisão dos conceitos de estática dos corpos. Ao perceber que a concentração de massa agora está na parte superior da ampulheta, o aluno considera a mudança na posição do centro de gravidade e o desalinhamento em relação ao centro de empuxo, gerando um equilíbrio instável.

O item oito pergunta ao aluno o motivo pelo qual a ampulheta após o giro de 180° tende a encostar nas superfícies laterais do tudo (Figura 52).

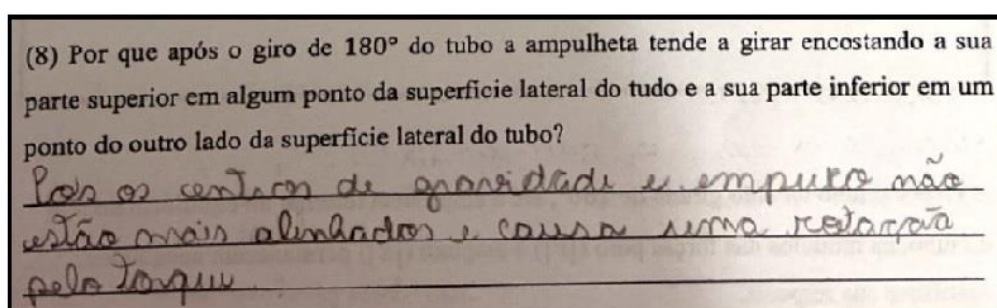


Figura 52: Resposta do aluno A ao item oito. Fonte: Autor.

O aluno A considerou, em sua resposta, que o motivo pelo qual a ampulheta encosta nas superfícies laterais do tubo é o torque gerado pelo desalinhamento entre o centro de gravidade e o centro de empuxo. Esta resposta, de certa maneira, já estava encaminhada na descrição feita pelo aluno A no item sete.

O item nove, assim como o item dois, pede ao aluno que trace as forças que atuam sobre a ampulheta no instante em que permanece parada no fundo do tubo. Antes de responderem a esse item, o vídeo foi reprisado por mais duas vezes.

A razão pela qual houve a reprise do vídeo foi para que os alunos percebessem, com maior atenção, todas as interações sobre a ampulheta pois, no item dez é perguntado se há interação entre o fundo do tudo e a ampulheta. A Figura 53 e a Figura 54 apresentam as respostas do aluno A aos itens nove e dez.

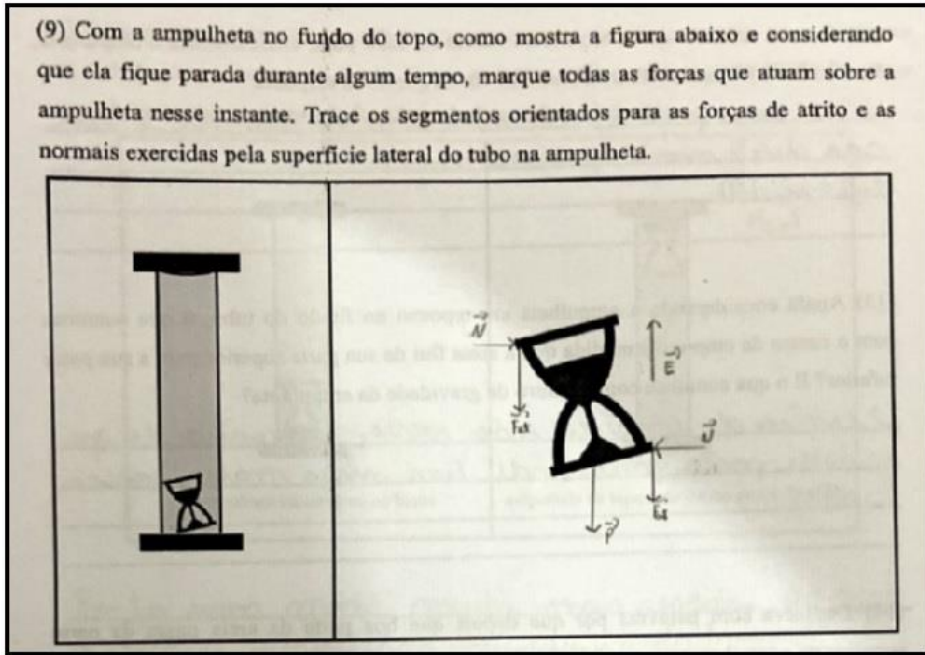


Figura 53: Forças traçadas pelo aluno A sobre a ampulheta no instante em que fica parada no fundo do tubo. Fonte: Autor.

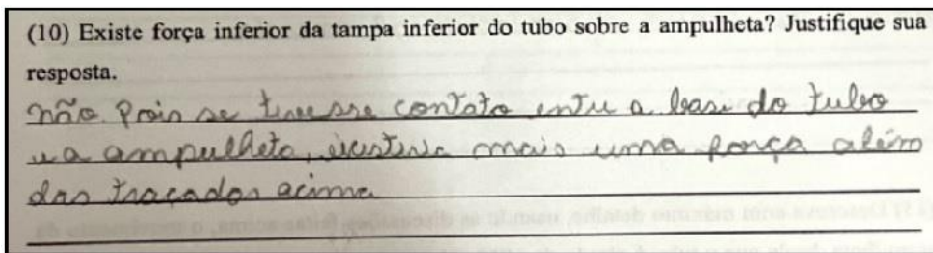


Figura 54: Resposta do aluno A ao item 10. Fonte: Autor.

O item onze pede que o aluno analise o comportamento do módulo da força de atrito sobre a ampulheta, à medida que a areia flui da parte superior para a parte inferior. Muitos alunos, assim como o aluno A, escreveram que o módulo da força de atrito vai diminuindo, pois o contato com as paredes do tubo, também vai diminuindo devido a mudança de posição do centro de gravidade em relação ao centro de empuxo (Figura 55).

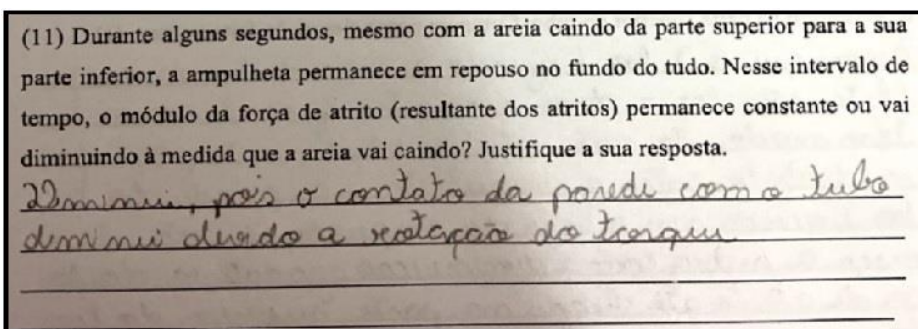


Figura 55: Item onze respondido pelo aluno A. Fonte: Autor.

Dentre todos os itens presentes na atividade, o item doze foi o que mais gerou discussão entre os alunos. Uma parte da turma respondeu que o atrito máximo vai diminuindo, pois o contato da ampulheta com as paredes do tubo, também diminui. Porém, outra parte da turma achou a pergunta semelhante a do item anterior, pois não atentaram que no item onze, a pergunta estava relacionada à resultante dos atritos, cujo módulo é a diferença entre o empuxo e a força peso, portanto, se mantém constante. O aluno A foi um dos alunos que acharam os itens onze e doze semelhantes.

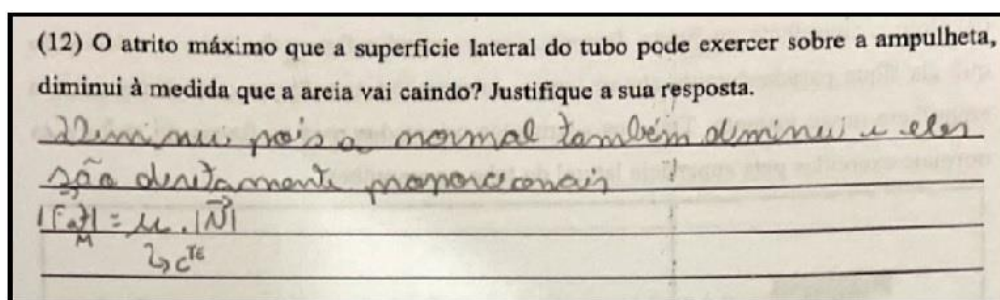


Figura 56: Resposta do aluno A ao item doze. Fonte: Autor.

No item treze solicitamos aos alunos que descrevessem o que ocorre com o centro de empuxo e com o centro de gravidade à medida que a areia flui da parte superior para a parte inferior da ampulheta. Este item foi respondido de maneira tranquila pelos alunos, pois nos itens seis e sete foi feita uma discussão sobre as posições do centro de gravidade e o centro de empuxo.

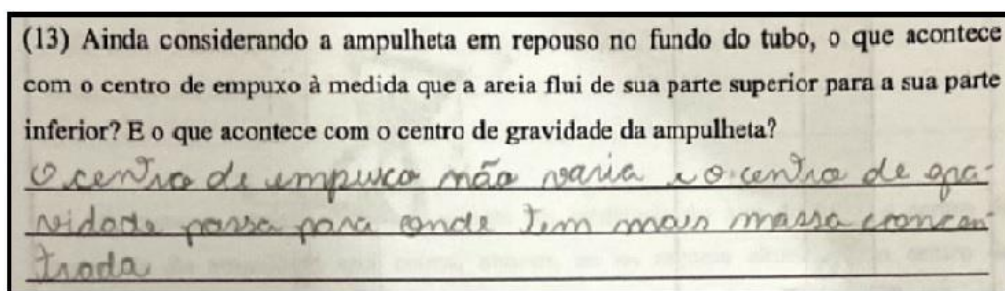


Figura 57: Resposta do aluno A ao item treze. Fonte: Autor.

O item quatorze pede para que os alunos descrevam com palavras a razão pela qual a ampulheta começa a subir. A maioria dos alunos foi sucinta nas respostas, nenhum apresentou argumentos associados a redução da intensidade da força de atrito máximo. A grande parte associou a mudança de posição do centro de gravidade.

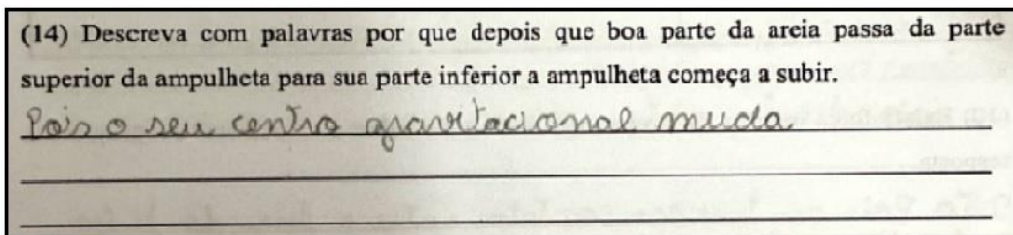


Figura 58: Resposta do aluno A ao item quatorze. Fonte: Autor.

No item quinze solicitamos aos alunos que descrevessem, com o máximo detalhe, após as discussões ocorridas nos itens anteriores, o movimento da ampulheta desde que o tubo é girado de 180° até que ele retorne à posição de equilíbrio na parte superior do tubo, e comparessem com a descrição realizada no item um.

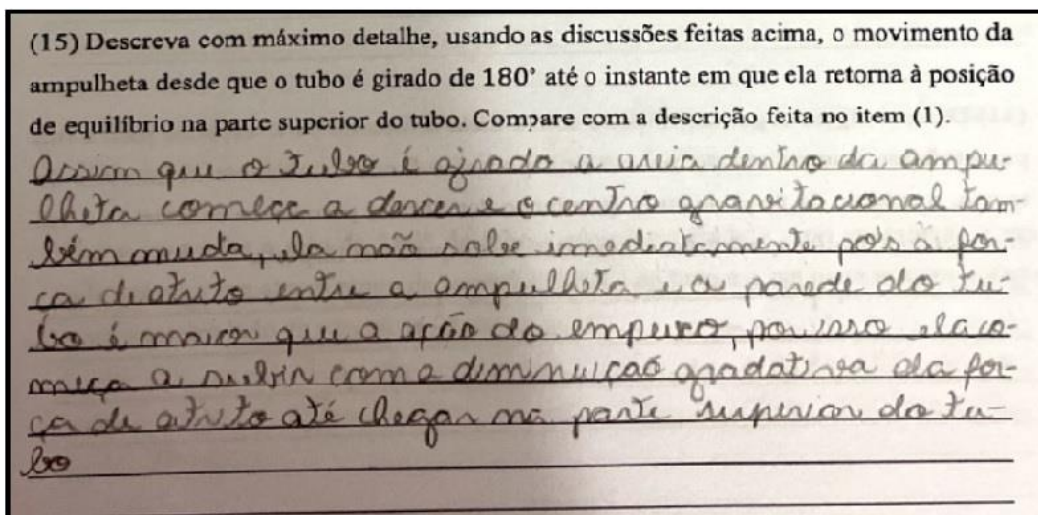


Figura 59: Descrição feita pelo aluno A. Fonte: Autor.

Ao compararmos as descrições feitas pelo aluno A sobre o movimento da ampulheta no item um da atividade (Figura 45) com o item quinze (Figura 59), percebemos uma evolução. Toda discussão feita ao longo da atividade foi importante para que chegassem à solução do problema. Em todas as descrições apresentadas no penúltimo item desta atividade, os conceitos discutidos nos itens anteriores apareceram.

No último item desta atividade, propusemos um problema semelhante aos alunos, considerando que a ampulheta inicialmente estivesse na parte inferior do tubo, devido a sua massa ser maior (Figura 60). Ao mudarmos as condições iniciais os alguns alunos não conseguiram perceber que a solução era parecida com o caso discutido ao longo da atividade.

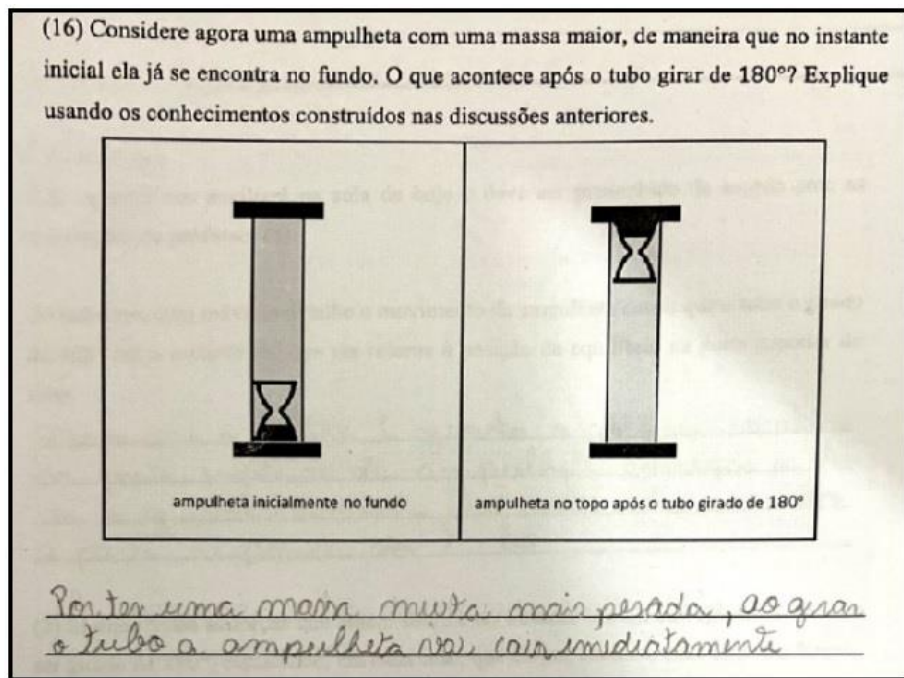


Figura 60: Resposta do aluno A ao item 16. Fonte: Autor.

Contudo, a atividade proposta para esta sequência didática nos permitiu identificarmos alguns pontos importantes. Um desses pontos é a participação ativa dos alunos. Ao contrário da aula tradicional, a sequência didática investigativa permite que o próprio aluno construa o raciocínio que o levará à solução do problema. Outro ponto refere-se à situação-problema. Percebemos que, em vez de propormos listas e mais listas de exercícios, a situação-problema permite uma discussão dos conceitos físicos sem a necessidade de uma matemática exagerada como ocorre em alguns exercícios. A atividade também nos possibilitou identificar lacunas na aprendizagem dos alunos, como por exemplo no conceito da força de atrito máximo, entre outros conceitos.

Após da aplicação desta atividade, e uma breve análise, pretendemos fazer melhorias na ficha de acompanhamento, para que seja mais bem aproveitada.

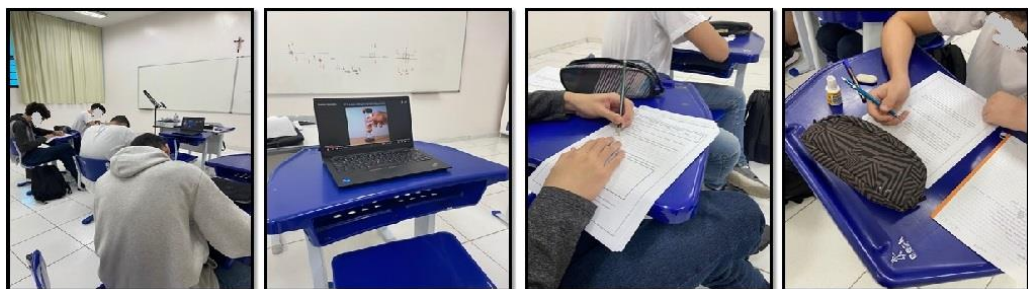


Figura 61: Aplicação da atividade da ampulheta. Fonte: Autor.

Capítulo 8

Considerações Finais

No presente trabalho, a partir de uma perspectiva pedagógica da aprendizagem significativa, propomos atividades experimentais com abordagens investigativas, como estratégia para a construção de conceitos da Física, mais especificamente conceitos relacionados à hidrostática e tubos sonoros.

Dentre os objetivos desta dissertação está a discussão da sequência didática, a qual foi desenvolvida visando aumentar a participação dos alunos durante as aulas de Física. A proposta de experimentos provocadores está no contexto da formação crítica, necessária para o mundo contemporâneo.

Com riquezas no que tange aos conceitos de Física abordados, os experimentos provocadores destacam-se por envolver e estimular o estudante a partir de seus conhecimentos prévios. Este destaque torna-se evidente quando é requerido do estudante o levantamento de hipóteses para a ocorrência de um determinado fenômeno, como ocorre no caso da ampulheta flutuante, ou quando a explicação de um fenômeno contraria suas suposições iniciais, como na garrafa sonora.

As atividades experimentais também se destacam por alguns aspectos como: facilidade de manuseio, material de fácil acesso, interação com ferramentas tecnológicas conhecidas e de simples aplicação.

Contudo, ressaltamos que qualquer que seja a abordagem utilizada para uma proposta de sequência didática que utilize atividades experimentais como facilitadora para a construção de conceitos, esta deve contar com uma metodologia que permita ao estudante a participação ativa, o levantamento de hipóteses e questionamentos para a resolução do problema, que o auxiliem na construção do próprio conhecimento.

O estudo aqui realizado nos permite alguns encaminhamentos que podem complementar a investigação e a aplicação da proposta didática. Dentre elas podemos apontar a utilização de outros recursos, como por exemplo, a utilização de simuladores

computacionais, aplicativos de tablets e celulares, além da possibilidade de extensão desta proposta para outros níveis de ensino, bem como a adaptação para outros conteúdos.

As ações futuras, referentes a esse estudo, será a aplicação do material instrucional em um grande número de alunos do ensino médio, seguida de sua análise, visando adaptações e melhorias do material.

Por fim, almejamos que a sequência didática aqui presente seja utilizada por outros professores, e que os ajude no planejamento e construção de novas estratégias para o ensino de Física, com o foco central na aprendizagem significativa de conceitos necessários aos estudantes.

Referências

- ALVES, ; CAVALCANTE, M. R. Obstáculos (epistemológicos) e o ensino de ciências e matemática. **Interfaces da Educação.**, Mato Grosso, 2017.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva.** Lisboa: Plátamo Edições Técnicas, 2003.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AZEVEDO, M. C. P. S. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: CARVALHO, A. M. P. **Ensino de ciências: unindo a pesquisa e a prática.** São Paulo : Cengage Learning., 2012. p. 19 - 33.
- BANCHI, ; BELL, R. The many levels of inquiry. **Science and Children**, v. 46, p. 26 - 29, outubro 2008. ISSN 2.
- BONADIMAN, H.; NONENMACHER,. O gostar e o aprender no Ensino de Física: Uma proposta metodológica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Ijuí, v. 24, n. 2, p. 194 - 223, Agosto 2007.
- BORGES, A. T. Novos rumos para o laboratório escolar de ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física.**, Santa Catarina, v. 19, n. 3, p. 291 - 313, Dezembro 2002.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília : MEC, 2006.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília : Médio, Ensino, 2006. p. 22.
- BRASIL. BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Brasília : Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2018.
- CACHAPUZ, A. **A necessária renovação do ensino de ciências.** 1ª. ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- CARVALHO, A. M. P. O ensino de Ciências e a proposição de sequências de ensino. In: CARVALHO, A. M. P. D. **Ensino de Ciências por Investigação: Condições para Implementação em Sala de Aula.** São Paulo: Cengage Learning, 2013. p. 1 - 20.
- CARVALHO, A. M. P. D. **Calor e Temperatura.** 1ª. ed. [S.l.]: Livraria da Física, 2014.
- FILHO, J. P. A. Atividades experimentais: do método à prática construtivista. **Tese apresentada ao programa de pós-graduação da Universidade Federal de Santa Catarina,** Santa Catarina., 2000.

- HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12^a. ed. Porto Alegre - RS: Bookman Editora Ltda., 2015.
- MOREIRA, M. A. **Uma abordagem cognitivista ao ensino de física**. Porto Alegre : Editora da Universidade , 1983.
- MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel**. 2^a. ed. São Paulo: Centauro, 2001.
- MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares. In: MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. 1^a. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2001. Cap. Capítulo 1, p. 180.
- MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares. In: MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. 1^a. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011. Cap. 4, p. 179.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, F. S. **A aprendizagem significativa: A Teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes Ltda., 1982.
- MORRIS, S. Beautiful but Wrong: The Floating Hourglass Puzzle. In: BERLEKAMP, E.; TOM, R. **The Mathemagician and Pied Puzzler - A collection in Tribute to Martin Gardner**. 1^a. ed. [S.l.]: [s.n.], 2012. Cap. 2, p. 135 - 143.
- NOVAK, J. D. **Aprender a Aprender**. Lisboa: Plátomo Edições Técnicas, 1996.
- NUSSENZVEIG, H. M. Princípio de Arquimedes. In: NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica**. 4^a. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., v. 2 - , 2002. Cap. 1, p. 10 - 11.
- OLIVEIRA, J. R. S. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, 2010. ISSN 1.
- REIS, J. S. D. Ferramentas tecnológicas como organizadores prévios no ensino da matemática. **Revista Educação Online** , p. 137 - 145, setembro 2015. ISSN 20.
- SANTOS, E. I.; PIASSI, L. P. C.; FERREIRA, N. C. **Atividades experimentais de baixo custo como estratégia de construção da autonomia de professores de física: uma experiência em formação continuada**. IX Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. Jaboticabutas : [s.n.]. 2004.
- SANTOS, J. C. F. D. **Aprendizagem significativa: modalidade de aprendizagem e o papel do professor**. 5^a. ed. Porto Alegre : Mediações , 2008.
- VIEIRA, L. P.; AGUIAR, C. E. The sound of udu. **Physics Eduation**, 2022.

WILSEK, M. A. G.; TOSIN, J. A. P. Ensinar e aprender ciências no ensino fundamental com atividades investigativas através da resolução de problemas. **Portal da Educação do Estado do Paraná.**, Paraná, 2009. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1686-8.pdf?phpsessid=2010010708155290>>. Acesso em: 15 mar. 2020.

ZMANSKY, S. E. **Física I - Mecânica**. 10ª. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2003.

APÊNDICE

Material Instrucional

Neste apêndice, encontra-se o material instrucional que será utilizado pelo professor, assim como as fichas de atividades dos alunos.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Experimentos provocadores: ampolheta flutuante e garrafa sonora
(Material Instrucional)

Felipe Martins Silva

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Felipe Martins Silva, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Orientador(es):
Prof. Dr. Carlos Farina de Souza
Prof. Dr. Thales Agrícola C. de Azevedo

Rio de Janeiro
Março de 2023

Sumário

Capítulo 1	Introdução	1
Capítulo 2	Hidrostática.....	3
2.1	Forças de contato e Forças de longo alcance.....	3
2.2	Definição de fluido e a Equação fundamental da Hidrostática	4
2.3	Princípio de Arquimedes	6
2.4	Equilíbrio de corpos flutuantes.....	8
Capítulo 3	Tubos Sonoros e Modos normais de vibração	10
3.1	Modos normais de vibração numa coluna de ar.	10
3.2	Ressonador de Helmholtz.....	12
Capítulo 4	Roteiro de atividades	14
4.1	Sequência didática – Ampulheta Flutuante	14
4.2	Sequência didática 2 – A garrafa sonora.	16
Capítulo 6	Conclusões	22
APÊNDICE	23
Materiais utilizados:	23
Sequência didática – Ampulheta Flutuante		23
Sequência didática – Garrafa Sonora		23
Fichas de acompanhamento de atividades.....		23
Referências	1

Lista de Figuras

Figura 1: Forças de contato e forças de longo alcance.	3
Figura 2: Lei de Stevin	6
Figura 3: Princípio de Arquimedes.....	6
Figura 4: Porção de fluido em equilíbrio.....	7
Figura 5: Centro de empuxo (CE).	8
Figura 6: centro de gravidade (G) e centro de empuxo (C) sobre a mesma vertical. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002).....	9
Figura 7: Metacentro. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002).....	9
Figura 8: Onda sonora propagando na atmosfera. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/o-que-som.htm . Acesso em: 02/10/2022.....	10
Figura 9: Modos normais num tubo aberto em ambas as extremidades.....	11
Figura 10: Modos normais no tubo fechado numa extremidade e aberto em outra.	11
Figura 11: Ressonador de Helmholtz. Disponível em: http://physicsvirtualmuseum.ufop.br/acoustics/ressonadores-de-Helmholtz.html . Acesso em: 05/10/2022.	12
Figura 12: Esquema do ressonador de Helmholtz. Fonte: VIEIRA e AGUIAR, 2022..	13
Figura 13: Vídeo experimento da ampulheta flutuante.	14
Figura 14: Tela inicial do Audacity.	17
Figura 15: Intervalos sonoros produzidos pela caneta esferográfica.....	18
Figura 16: Intervalo sonoro produzido pela caneta selecionado.	18
Figura 17: Análise espectral de frequência.....	19
Figura 18: Análise espectral do som emitido pela caneta.	19

Capítulo 1

Introdução

Estimado professor, apresentamos aqui uma proposta de duas sequências didáticas com carácter investigativo, utilizando os pressupostos da aprendizagem significativa.

A hidrostática, assim como os tubos sonoros, são tópicos que podem ser explorados de diversas maneiras e sob vários aspectos no ensino de física. Esses tópicos, muita das vezes, são apresentados aos alunos através de um rigor matemático, no qual se perde a importância conceitual necessária. Portanto, o objetivo principal deste material é auxiliá-lo em suas aulas, a fim de contribuir para a formação crítica dos alunos. Para tal, apresentamos dois problemas desafiadores, através de sequências didáticas com características distintas.

A primeira sequência consiste em um quebra-cabeça conhecido como a ampulheta flutuante (*floating hourglass*). O propósito principal desta sequência didática é discutir o equilíbrio de corpos flutuantes. Para isso, precisamos de certa maneira apresentar aos alunos os principais tópicos de hidrostática. Portanto, iremos propor uma série de experimentos demonstrativos que ajudarão os alunos a resolver o problema da ampulheta.

A segunda sequência apresenta um carácter mais quantitativo, do ponto de vista experimental. Serão apresentados os modos normais de vibração em tubos abertos em ambas as extremidades, e em tubos abertos em uma extremidade e fechados em outra. Para isso, proporemos um confronto entre os dados teórico e os dados experimentais, com o objetivo de discutir os modos normais de vibração em uma garrafa com gargalo bem definido.

O material foi desenvolvido com a finalidade de aplicação na modalidade de ensino presencial. Porém, em virtude do cenário de pandemia iniciado em 2020, a aplicação ficou prejudicada. Por alguns fatores o material em questão não foi adaptado para outra modalidade, o que também dificultou sua aplicação.

Contudo, acreditamos que este material poderá ser útil no ensino de física, pois, apresenta discussões importantes, no que tange conceitos e fenômenos físicos que não estão presentes nos livros didáticos em geral.

A seguir, discutiremos os conceitos necessários para a aplicação das sequências didáticas. Posteriormente, apresentaremos os materiais necessários e os roteiros de aplicação de cada sequência.

Capítulo 2

Hidrostatica

Nesse capítulo apresentaremos alguns tópicos de hidrostática, bem como alguns conceitos fundamentais necessários que estarão presentes nas atividades propostas. Para uma melhor compreensão, recomendamos a leitura do capítulo 3 da dissertação, a qual originou este material.

2.1 Forças de contato e Forças de longo alcance

Quando nos referimos a uma partícula em uma distribuição contínua de matéria, devemos ter em mente que não devemos identifica-la como um ponto material. Consideramos uma partícula como um subsistema, ou seja, uma parte do sistema que ocupa uma região infinitesimal da distribuição.

As forças que atuam sobre o subsistema são de *contato*, ou são de *longo alcance*. As *forças de contato* são exercidas pela matéria fora da região, em contato com a fronteira da região. As *forças de longo alcance* são exercidas sobre os pontos interiores a região por agentes, ou campos externos, que não precisam estar em contato com a região.

As *forças de contato* (\vec{F}_c) são chamadas de forças superficiais, pois são proporcionais à área (A), enquanto as *forças de longo alcance* (\vec{F}_a) são chamadas de forças volumares, já que são proporcionais ao volume (V).

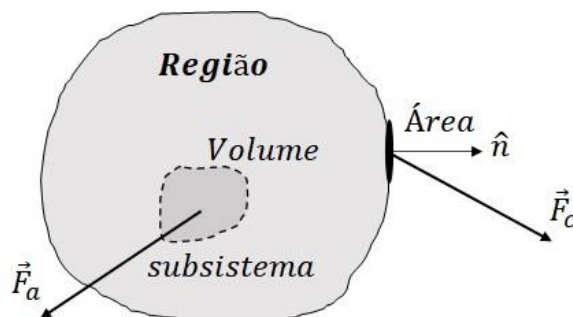


Figura 62: Forças de contato e forças de longo alcance.

Para as forças volumares, definimos uma densidade volumar força na região como:

$$\vec{f} = \frac{\vec{F}_a}{V}, \quad (2.65)$$

já para as forças de contato, definiremos uma densidade superficial de força no subsistema, ou uma tensão:

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{F}_c}{A}. \quad (66.2)$$

A componente da tensão ao longo da normal à superfície é chamada de tensão normal ($\vec{\tau}_n$), e a componente tangencial à superfície é chamada de tensão de cisalhamento, ou de corte ($\vec{\tau}_c$). A tensão normal, cujo sentido coincide com o vetor unitário da normal (\hat{n}) é designado por tração, e a que tem sentido oposto a \hat{n} de pressão (p). As reações a essas tensões são exercidas pelo subsistema sobre as partículas exteriores em contato com sua fronteira, e são dadas pela 3ª lei de Newton.

Definimos pressão como sendo a componente da tensão normal ($\vec{\tau}_n$) que tem sentido oposto ao vetor (\hat{n}), de modo que

$$p = \left| \frac{\hat{n} \cdot \vec{F}_c}{A} \right|. \quad (2.67)$$

2.2 Definição de fluido e a Equação fundamental da Hidrostática

Um fluido é uma distribuição contínua incapaz de atingir o equilíbrio na presença de qualquer tensão de cisalhamento ($\vec{\tau}_c$). O movimento característico de um fluido é chamado de escoamento, e a propriedade pela qual ele exerce tensões de cisalhamento (e trações) é chamada de viscosidade.

Em um fluido em repouso não pode haver tensões de cisalhamento ($\vec{\tau}_c$). Desse modo, as tensões que restam são sempre normais à superfície em consideração e, juntamente com as forças de longo alcance, devem se equilibrar.

Pode-se mostrar que a pressão de um fluido em equilíbrio não depende da direção em que é considerada. Portanto, devemos considerar a pressão (p) como uma função escalar. Enfatizamos que, para uma melhor compreensão, o capítulo 3 da dissertação que originou esse material deve ser consultado. De forma intuitiva, podemos descrever a chamada equação fundamental da hidrostática como sendo *a resultante das forças de*

pressão sobre a fronteira de uma região, que contém uma porção do fluido, equilibra a resultante das forças de longo alcance que sobre essa porção. E escrevê-la como:

$$\int_R \vec{\nabla} p \, dV = \int_R \vec{f} \, dV. \quad (2.4)$$

Na forma diferencial, a equação fundamental da hidrostática fica escrita como

$$\vec{\nabla} p = \vec{f}. \quad (2.5)$$

Podemos entender melhor a descrição acima a partir de exemplo particularmente simples, cujo objetivo é calcular como a pressão varia com a altura em um líquido incompressível em equilíbrio, considerando que a extensão do líquido varia pouco em altura. Neste caso, a densidade volumar de força de longo alcance será dada por $\vec{f} = \rho \vec{g}$, que não comprime o líquido a ponto de alterar sua densidade (ρ), de resto uniforme.

Ao tomarmos o produto escalar de $d\vec{r}$ com ambos os lados da equação fundamental da estática dos fluidos e integrarmos a equação resultante entre dois pontos quaisquer no interior do fluido, por exemplo, P_0, P , obtemos

$$\oint_{P_0}^P \vec{\nabla} p \cdot d\vec{r} = \rho \vec{g} \cdot \oint_{P_0}^P d\vec{r}. \quad (2.6)$$

Usando a definição de gradiente, onde $dp = \vec{\nabla} p \cdot d\vec{r}$,

$$\int_{P_0}^P dp = \rho \vec{g} \cdot \int_{P_0}^P d\vec{r}. \quad (2.7)$$

Uma vez que $\vec{g} = -g\hat{z}$, a integração da equação 3.7 nos leva ao resultado

$$p(P) - p(P_0) = -\rho g(z - z_0). \quad (2.8)$$

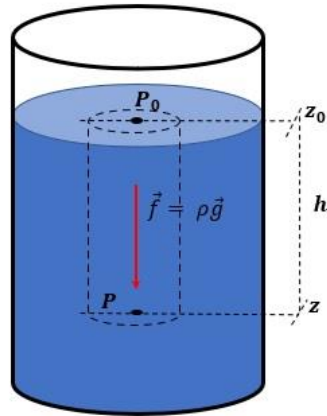


Figura 63: Lei de Stevin

Escolhendo P_0 na superfície livre do líquido e definimos a profundidade (a partir da superfície livre) por $h = z_0 - z$, obtemos

$$p(P) = p(P_0) + \rho gh, \quad (2.9)$$

conhecida como lei de Stevin, onde $p_0 = p(P_0)$ é a pressão na superfície livre do fluido, em geral a pressão atmosférica.

2.3 Princípio de Arquimedes

Consideremos uma porção cilíndrica do fluido em equilíbrio, de área A , altura h , e densidade ρ , conforme a Figura 64. As forças sobre a superfície lateral do cilindro se equilibram duas a duas. Porém, a pressão p_2 nos pontos da base inferior é maior do que a pressão p_1 nos pontos da base superior.

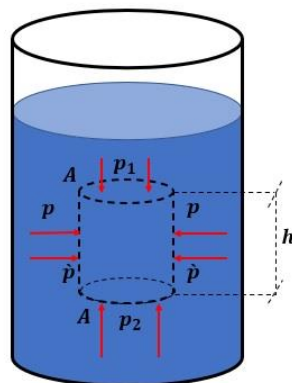


Figura 64: Princípio de Arquimedes

Usando a equação (lei de Stevin), temos

$$p_2 - p_1 = \rho gh . \quad (2.10)$$

Logo, a resultante das forças superficiais exercidas sobre a porção do fluido será dirigida verticalmente para cima, de modo que $\vec{E} = E \hat{k}$. Ao multiplicarmos os dois lados da equação acima por A , obtemos

$$E = p_2 A - p_1 A = \rho gh A . \quad (2.11)$$

Sendo $V = hA$ o volume do cilindro que contém a porção de fluido, então

$$E = \rho g V . \quad (2.12)$$

Como $m = \rho V$ é a massa da porção de fluido, podemos dizer que a força \vec{E} , chamada de *empuxo*, é dada por

$$\vec{E} = mg \hat{k} = -\vec{P}_f , \quad (2.13)$$

onde P_f é módulo do peso da porção do fluido em equilíbrio (Figura 6).

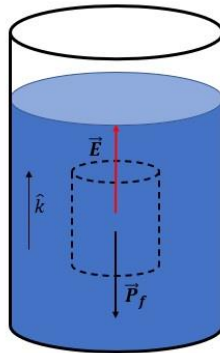


Figura 65: Porção de fluido em equilíbrio.

O resultado acima não depende da forma do sólido imerso. No caso de o sistema ser uma porção de um fluido, \vec{E} e \vec{P}_f se equilibram e atuam no centro de gravidade (CG) do fluido. No entanto, o empuxo \vec{E} sobre o sólido atua no que chamamos de centro de empuxo (CE), e o peso \vec{P} em seu centro de gravidade (CG), conforme a Figura 66.

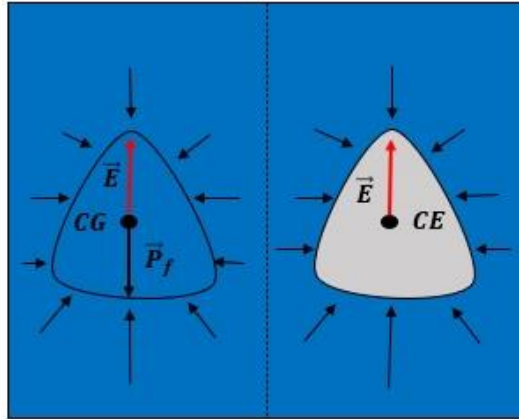


Figura 66: Centro de empuxo (CE).

Caso a densidade média do sólido seja menor que a do líquido, ele ficará parcialmente imerso, pois teremos $|\vec{E}| = |\vec{P}|$. O sólido então ficará flutuando, com o empuxo devido à porção imersa equilibrando o peso. Portanto, podemos enunciar, de forma geral o Princípio de Arquimedes: *Um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe, do fluido, um empuxo igual e contrário ao peso da porção de fluido que ocuparia o volume submerso do corpo e aplicado no centro de gravidade da mesma.*

2.4 Equilíbrio de corpos flutuantes

Para que um corpo extenso esteja em equilíbrio, duas condições devem ser satisfeitas: a resultante das forças externas (\vec{F}_{ext}) que atuam sobre o corpo deve ser nula, e o torque externo resultante ($\vec{\tau}_r$) também deverá ser nulo.

No caso de um corpo flutuando em um líquido, além da resultante entre o empuxo (\vec{E}) e a força peso (\vec{P}) ser nula, o torque resultante desse par de forças também deverá ser nulo, o que exige que o centro de empuxo (C) e o centro de gravidade (G) do corpo estejam

sobre a mesma vertical (NUSSENZVEIG, 2002). Dependendo das respectivas posições do centro de gravidade (G) e o do centro de empuxo (C), o equilíbrio pode ser *instável*, ou *estável*.

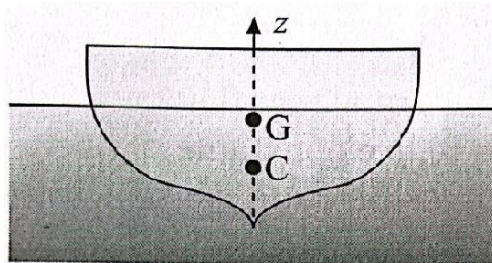


Figura 67: centro de gravidade (G) e centro de empuxo (C) sobre a mesma vertical.
Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002)

Os pontos G e C estarem sobre a mesma vertical não garante a estabilidade do equilíbrio. Ao girar, o corpo muda a forma da porção de fluido deslocada e, conseqüentemente, a posição do centro de empuxo mudará também.

O novo centro de empuxo (C') corta o eixo CG num ponto chamado de *metacentro* (M). Para pequenas inclinações, independe do ângulo de inclinação. Se o metacentro (M) está acima do centro de gravidade (G), o torque gerado pelo “novo” empuxo (\vec{E}'), e pelo peso do corpo (\vec{P}), tende a restabelecer a posição de equilíbrio, o que o torna *estável*. Porém, se o metacentro (M) estiver abaixo do centro de gravidade (G), o torque tenderá a aumentar ainda mais o desvio, e o equilíbrio passa a ser *instável* (NUSSENZVEIG, 2002).

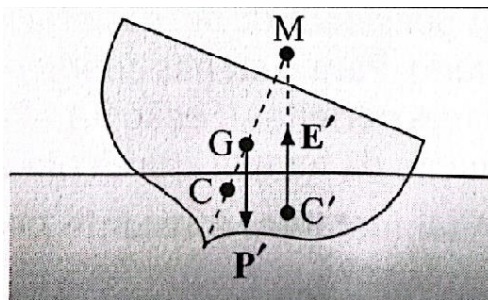


Figura 68: Metacentro. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002)

Por essa razão, é preciso termos cuidado ao subirmos num barco, pois, o centro de gravidade (G) tende a subir e, caso suba acima do metacentro (M), o barco tende a virar.

Capítulo 3

Tubos Sonoros e Modos normais de vibração

Nesse capítulo apresentaremos tópicos relevantes para discussão dos tubos sonoros, bem como alguns conceitos fundamentais necessários, que estarão presentes nas atividades propostas. Para uma melhor compreensão, recomendamos a leitura do capítulo 5 da dissertação, a qual originou este material.

3.1 Modos normais de vibração numa coluna de ar.

Uma onda sonora propagando num fluido como a atmosfera é considerada uma *onda longitudinal*. Essa característica da onda sonora decorre do fato de que a atmosfera não transmite tensões tangenciais. A propagação longitudinal está associada as *variações de pressão*, ou seja, *compressões* e *rarefações*, como ondas ao longo de uma mola.

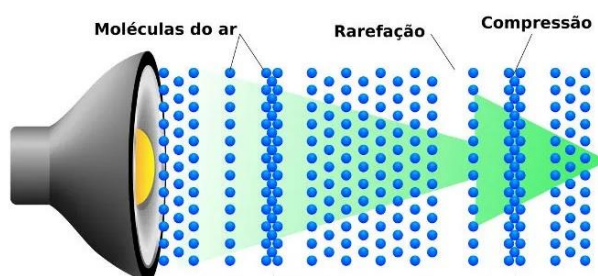


Figura 69: Onda sonora propagando na atmosfera. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/o-que-som.htm>. Acesso em: 02/10/2022

Uma onda sonora ao se propagar num tubo cilíndrico aberto numa extremidade, a partir da qual se produz a excitação da onda, e podendo ser aberto ou fechado na outra extremidade, irá produzir *modos normais de vibração* na coluna de ar contida no tubo, de maneira semelhante ao que ocorre nas cordas vibrantes.

A interferência entre as ondas incidente e refletida produzirá um padrão de *ondas estacionárias* correspondentes aos *modos normais de vibração* da coluna de ar contida no tubo.

Na Figura 70, estão representados graficamente os modos normais mais baixos da coluna de ar num tubo de extremidades abertas

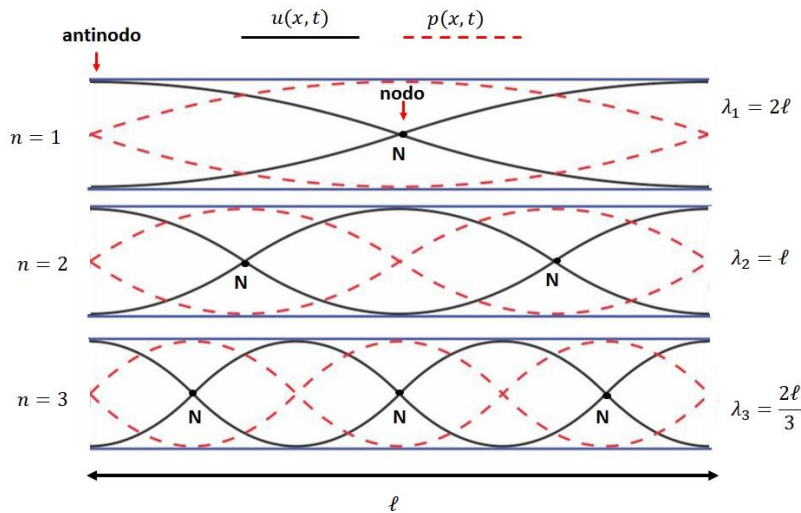


Figura 70: Modos normais num tubo aberto em ambas as extremidades.

Analogamente à corda vibrante de extremidades fixas, podemos escrever a frequência de vibração da seguinte maneira,

$$f_n = n \frac{v}{2\ell}. \quad (3.1)$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$, sendo as demais frequências um múltiplo inteiro da frequência fundamental f_1 .

Na Figura 71 estão apresentados os modos normais de vibração da coluna de ar para o tubo fechado em uma extremidade e aberto na outra. Neste caso, somente os harmônicos ímpares estarão presentes.

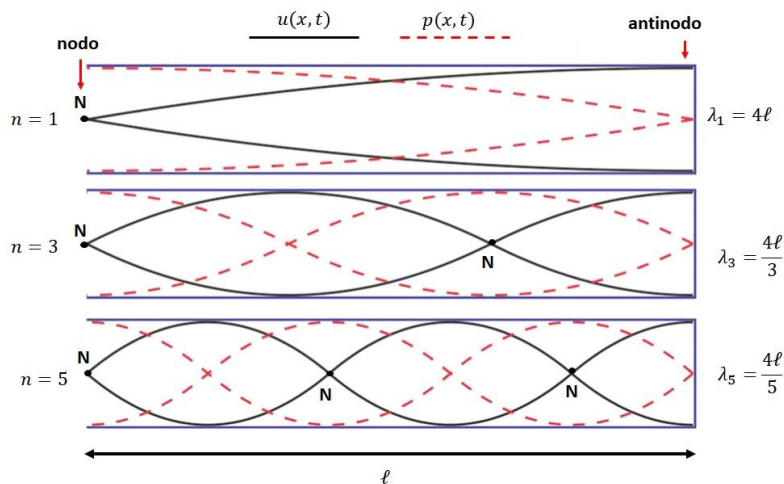


Figura 71: Modos normais no tubo fechado numa extremidade e aberto em outra.

Para o tubo fechado em uma extremidade e aberto em outra, podemos escrever as frequências de vibração da seguinte maneira,

$$f_n = \frac{v}{4\ell}, \quad (3.2)$$

onde $n = 1, 3, 5, \dots$, será um inteiro ímpar. As frequências também serão múltiplas da frequência fundamental f_1 .

3.2 Ressonador de Helmholtz.

Hermann Helmholtz descreveu um ressonador em 1860. Ele desejava descrever quais frequências estavam presentes em sons musicais e estimar suas intensidades relativas. Podemos, de certa maneira, dizer que Helmholtz pretendia fazer uma análise de Fourier das ondas sonoras. Para isso, ele precisava de um dispositivo de ressonância com uma frequência conhecida. O dispositivo que Helmholtz projetou era uma casca esférica com um pequeno orifício em um dos lados, e um pequeno pescoço (gargalo) do outro, conforme a Figura 72



Figura 72: Ressonador de Helmholtz. Disponível em:
<http://physicsvirtualmuseum.ufop.br/acoustics/ressonadores-de-Helmholtz.html>.
Acesso em: 05/10/2022.

Para captar o som, o pescoço era colocado no canal auditivo, e o orifício voltado para a fonte. O nível de intensidade sonora transmitida ao ouvido fornecia um pico de frequência que dependia das dimensões do ressonador e da velocidade local do ar. Os ressonadores de Helmholtz eram comumente feitos em conjuntos que cobriam o padrão das notas musicais.

De uma maneira geral, podemos considerar o ressonador de Helmholtz como sendo um recipiente contendo ar conectado à parte externa por um pescoço fino (gargalo) como representado na Figura 35.

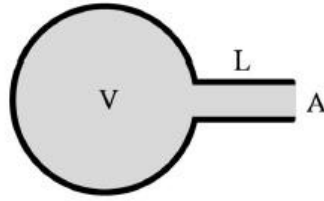


Figura 73: Esquema do ressonador de Helmholtz. Fonte: VIEIRA e AGUIAR, 2022

Para analisarmos a frequência produzida pelo ressonador de Helmholtz, levaremos em consideração um recipiente, de qualquer forma, cuja cavidade principal tem volume V , e possui um gargalo cilíndrico de comprimento L , e área de secção transversal A . Pode-se mostrar que o ar dentro do recipiente funciona como um colchão de ar que desempenha um papel equivalente ao de uma mola em um sistema massa-mola. No caso do ressonador, a massa é a massa de ar contida no gargalo do ressonador. Utilizando a 2ª Lei de Newton, não é difícil mostrar que (consulte o capítulo 5 da dissertação a qual originou esse material):

$$f = \frac{v_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V_e L}}. \quad (3.3)$$

Para uma boa estimativa da frequência, precisamos levar em consideração a uma correção na qual o comprimento do gargalo passa a ser um comprimento efetivo (ℓ_{ef}), dado pelo comprimento real (L) do gargalo somado a um termo proporcional ao raio (R) de sua secção transversal de área A . Caso a área transversal seja circular e não se tenha uma aba em forma de coroa (flange), o valor do comprimento efetivo será,

$$\ell_{ef} = L + 1,4R. \quad (3.4)$$

Se houver um flange (VIERA e AGUIAR, 2022), teremos,

$$\ell_{ef} = L + 1,7R. \quad (3.5)$$

Logo a frequência do ressonador passará a ser escrita como,

$$f = \frac{v_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell_{ef}}}. \quad (3.6)$$

Capítulo 4

Roteiro de atividades

Os objetivos principais das sequências didáticas propostas são: estudar o equilíbrio de corpos flutuantes e os modos normais de vibração numa garrafa com gargalo. As atividades aqui presentes estão de acordo com a discussão apresentada no capítulo 7 da dissertação, a qual originou o material. A seguir propomos um roteiro de aplicação para cada uma das sequências.

4.1 Sequência didática – Ampulheta Flutuante

Antes de começar a atividade sugerimos ao professor que relembre alguns tópicos de hidrostática, e contextualize historicamente o experimento a ser apresentado. Na sequência apresente o vídeo da ampulheta flutuante² aos alunos, ou realize o experimento em sala de aula, caso tenha o aparato. O professor disponibilizará um material de acompanhamento da atividade para cada aluno.



Figura 74: Vídeo experimento da ampulheta flutuante.

Após a apresentação do vídeo, o professor pede, inicialmente aos alunos que descrevam com o máximo de detalhes possível o movimento da ampulheta desde que o

² Deixamos como sugestão os links: <https://www.facebook.com/physicsfunbyrhall/videos/floating-hourglass-puzzle/347881685575785/> e <https://youtu.be/FgV-M04dc4Y>.

tubo é girado de 180° até o instante em que ela volta a ficar em equilíbrio na parte superior do tubo.

Ao término da descrição individual do experimento, o professor pede a cada aluno da turma que, em voz alta, responda se houve alguma coisa no movimento da ampulheta que o tenha surpreendido. Em caso afirmativo, o aluno deve dizer o que o surpreendeu e o porquê da surpresa. Depois que todos da turma tiverem comentado que coisas os surpreenderam, o professor volta a passar o vídeo mais uma vez.

O professor deve lembrar aos alunos que, por construção, o módulo do empuxo ($|\vec{E}|$) que atua na ampulheta (sempre totalmente imersa) é maior que o módulo de seu peso ($|\vec{P}|$). Em seguida, o professor pede aos alunos para marcarem todas as forças que atuam sobre a ampulheta no instante inicial, explicando, em cada caso, que corpos exercem cada uma dessas forças.

Após todos os alunos terem marcado as forças que atuam sobre a ampulheta, o professor pergunta à turma: *Após o tubo ter sido girado de 180° , até a ampulheta retornar ao equilíbrio no alto do tubo, os módulos das forças peso ($|\vec{P}|$) e empuxo ($|\vec{E}|$) permanecem constantes?* E solicita que justifiquem suas respostas.

Na sequência, o professor pede que a turma se divida em dois grupos: o primeiro com os que acham que tanto o $|\vec{E}|$ quanto $|\vec{P}|$ permanecem constantes e o outro, com os alunos que acham que $|\vec{E}|$, $|\vec{P}|$, ou ambos, variam enquanto a areia da ampulheta flui da sua parte de cima para sua parte de baixo. E pede para que cada grupo debata suas ideias entre si. Após o debate os grupos devem apresentar e defender suas ideias.

Apresentados os argumentos, o professor explica que $|\vec{E}|$ permanece constante pois a ampulheta é rígida, tem volume constante e está sempre totalmente submersa. Explica também que $|\vec{P}|$ permanece constante pois a massa da ampulheta (incluindo a areia) não se altera durante todo o movimento.

O professor reproduz o vídeo mais uma vez e faz a seguinte pergunta: *Uma vez que o empuxo sobre a ampulheta e o seu peso permanecem constantes, e sendo $|\vec{E}| > |\vec{P}|$, por que a ampulheta não sobe assim que o tubo é girado de 180° ?* Na sequência, o professor pede aos alunos que exponham suas explicações.

Após ouvir todas as respostas da turma (algumas corretas e outras incorretas, ou parcialmente corretas), o professor fará uma sequência de perguntas com a finalidade de levar o aluno à construção da resposta correta. Sugerimos que o professor a cada pergunta aguarde as respostas da turma e faça as intervenções necessárias. As perguntas encontram-se no material de acompanhamento do aluno.

Terminada a discussão da sequência de perguntas, o professor reproduz mais uma vez o vídeo e pede aos alunos que descrevam com detalhes o movimento da ampulheta, mas agora, usando os conhecimentos construídos nas discussões anteriores. O professor pede aos alunos que comparem as duas descrições e comentem o quanto essa didática foi útil na compreensão do problema.

Por fim, para verificar a aprendizagem o professor propõe o mesmo problema, porém, com a massa da ampulheta maior e estando inicialmente no fundo do tubo. E faz a provocação: *O que acontece com a ampulheta quando o tubo é girado de 180° ?* Neste caso, ao girar o tubo, a ampulheta entra em equilíbrio instável, inclina-se para o lado e encosta nas paredes laterais do tubo e não desce pelos mesmos argumentos apresentados anteriormente.

4.2 Sequência didática 2 – A garrafa sonora.

A segunda sequência didática deste trabalho tem como objetivo discutir o som emitido pela coluna de ar dentro de uma garrafa com gargalo bem definido quando sopramos a boca da garrafa. O problema desafiador aqui proposto, de início, não produz muito surpresa aos estudantes. O impacto ocorre quando seus conhecimentos prévios da teoria, e os dados teóricos são confrontados com os dados experimentais.

Inicialmente, sugerimos ao professor que discuta com os alunos os modos normais de vibração em tubos abertos em ambas as extremidades, e em tubos abertos em uma extremidade e fechados em outra usando como exemplo os instrumentos musicais.

Após a contextualização e as formalizações necessárias, o professor solicita aos alunos que formem grupos, de três ou quatro alunos. Com os grupos formados, o professor disponibiliza o material de acompanhamento para os alunos, e o kit (uma régua ou trena, e uma garrafa de vinho) da atividade para cada grupo.

Na sequência, o professor perante os grupos apresenta um tubo cilíndrico aberto em uma de suas extremidades e fechado na outra. Como sugestão, um material mais acessível é um tubo com cartolina enrolada. E diz que fará uma análise espectral das frequências emitidas pelo ar dentro da garrafa ao soprarmos a sua boca. Sugerimos ao professor que peça a um aluno de algum grupo que meça o comprimento L do tubo. Em seguida, com o auxílio do software Audacity³ faz o registro do som emitido pelo tubo, assoprando-o pela extremidade aberta próximo ao microfone conectado ao computador.

Para tal, o professor com o Audacity aberto, inicialmente, seleciona o ícone **REC** (Gravar) (Figura 75).

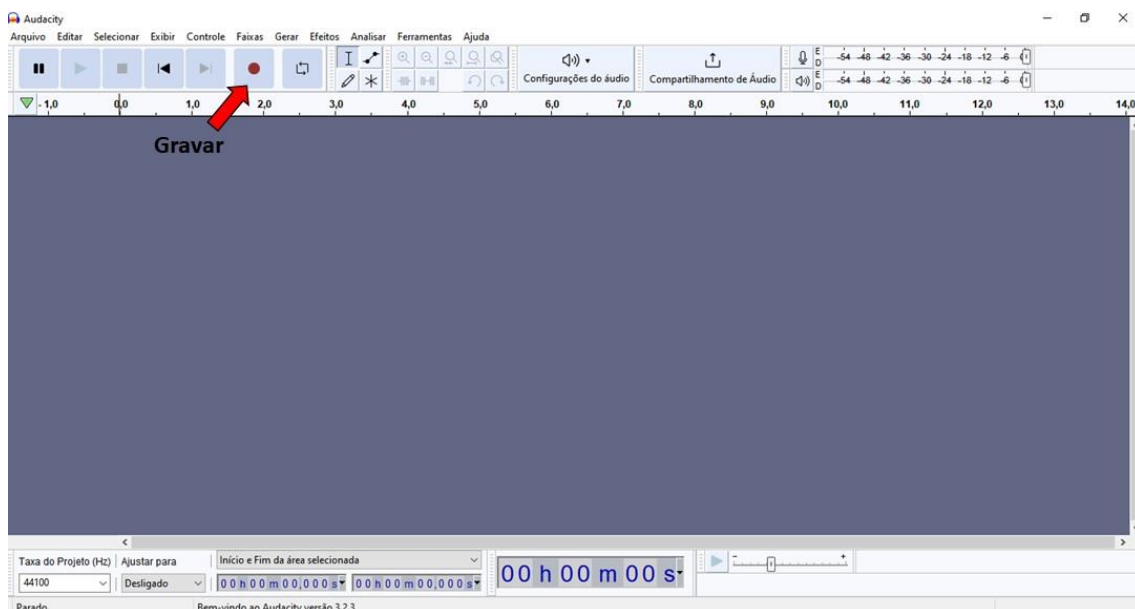


Figura 75: Tela inicial do Audacity.

³ Disponível para download em: <https://www.audacityteam.org/download/>.

Em seguida, com o tubo próximo ao microfone assopra-o três vezes de modo a captar pelo menos três intervalos sonoros (Figura 76)

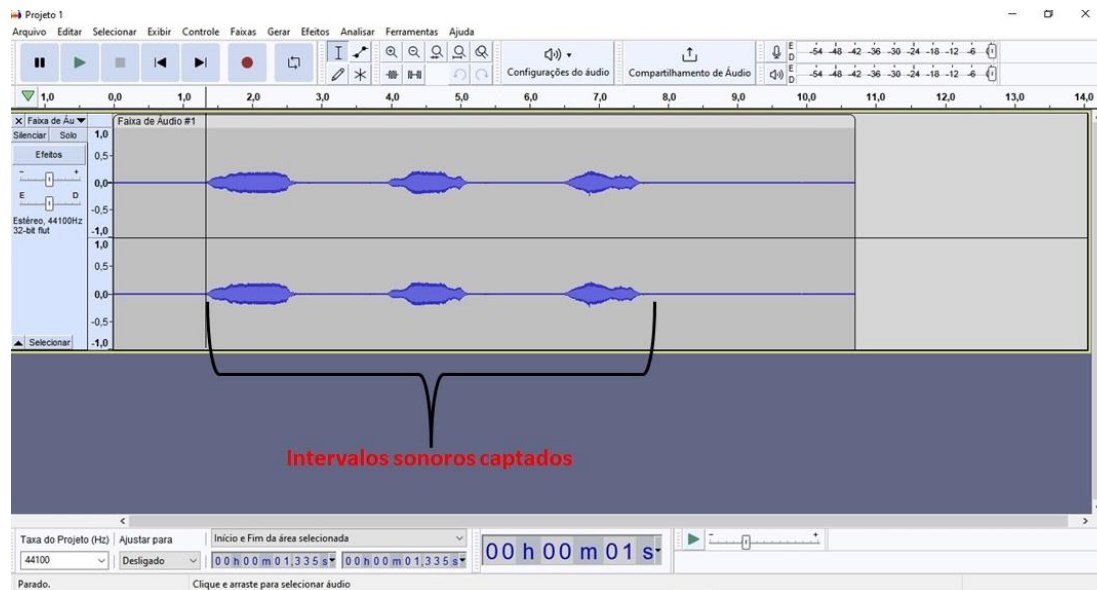


Figura 76: Intervalos sonoros produzidos pela caneta esferográfica.

Na sequência, seleciona um dos três intervalos, para fazer a análise espectral de frequências (Figura 77).

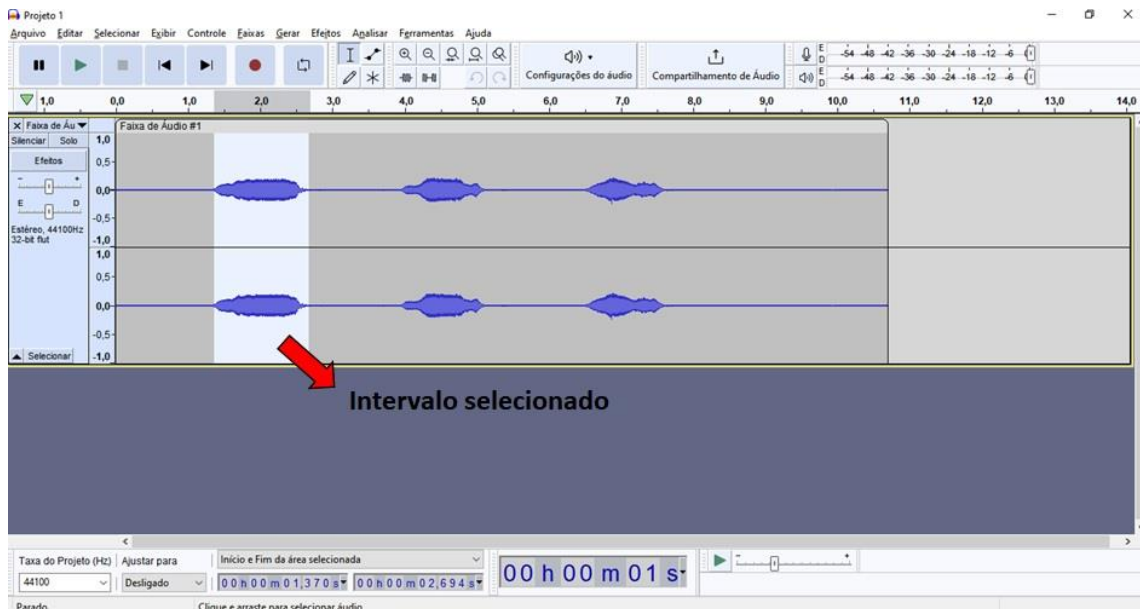


Figura 77: Intervalo sonoro produzido pela caneta selecionado.

Com o intervalo sonoro selecionado, o professor clica em **Analisar**, e na sequência em Espectro de Frequência (Figura 78)

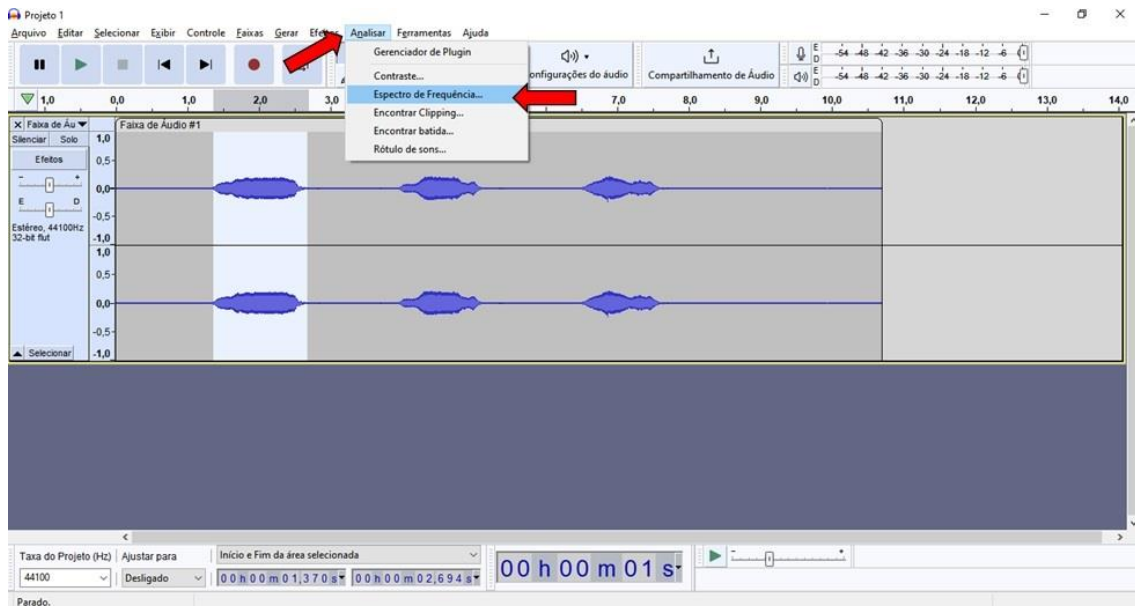


Figura 78: Análise espectral de frequência.

E, dessa forma, obtém a análise espectral é feita pelo Audacity (Figura 79)

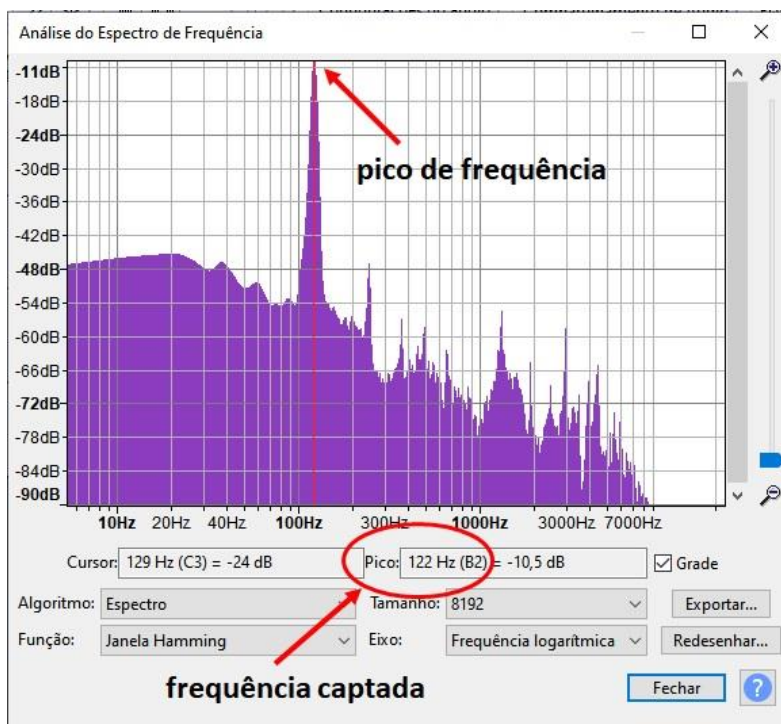


Figura 79: Análise espectral do som emitido pela caneta.

Após a análise espectral o professor solicita aos grupos que calculem, pela teoria dos modos normais para tubos abertos em uma extremidade e fechados na outra, a frequência para o modo $n = 1$. Na sequência, pergunta: *O valor de frequência calculada*

está de acordo com o valor registrado pelo Audacity? Em seguida, pede aos grupos que calculem a discrepância entre as medidas de frequências.

Com os erros calculados pelos grupos, o professor reforça que a teoria dos modos normais para tubos abertos em uma extremidade e fechados na outra, realmente está de acordo com o valor determinado experimentalmente. Em seguida, o professor assopra uma garrafa de vidro com gargalo bem definido, igual a disponibilizada aos grupos e pergunta: *Então, a garrafa também produz um som semelhante ao tubo apresentado antes?* Na sequência, pede aos grupos que realizem os procedimentos descritos nos itens 4, 5 e 6 do material de acompanhamento da atividade.

Após todos os grupos responderem os itens solicitados anteriormente, o professor pede a cada grupo que apresente o valor de erro encontrado. E faz a seguinte pergunta: *A teoria dos modos normais para tubos abertos em uma extremidade e fechados na outra, está de acordo com o que ocorre na garrafa?* O professor solicita que o grupo debata entre si quais fatores influenciaram no valor do erro encontrado. Em seguida, pede a cada grupo que exponha para a turma quais fatores foram listados, e argumente o porquê do erro encontrado ter sido tão grande.

Após ter ouvido todos os argumentos, o professor formaliza o ressonador de Helmholtz, deixando explícito a sua analogia com o sistema massa-mola. E solicita aos grupos que calculem a frequência pela teoria do ressonador. Neste ponto, o professor, a partir da descrição do experimento realizada na seção 6.2 da dissertação, a qual deu origem a esse material, orienta os grupos como calcular os parâmetros envolvidos na equação da frequência. E pede que determinem novamente o erro entre as frequências.

Com os erros calculados por cada grupo, o professor pergunta: *E, agora, a teoria do ressonador está de acordo com o que ocorre na garrafa?* Em seguida, complementa perguntando à turma: *Então, se dobrarmos o comprimento do gargalo, o que ocorrerá com a frequência do som emitido pela garrafa?* Para verificar se a teoria foi compreendida pelos alunos, o professor pede a cada grupo que exponha sua resposta à turma.

Na sequência, o professor pergunta à turma: *Se a garrafa for preenchida aos poucos com água, o que acontece com as frequências do som emitidas?* O professor, então, solicita aos grupos que registrem pelo menos três valores de frequências emitidas pela garrafa, quando preenchidas com volumes diferentes de água, de acordo com o descrito na seção 6.2 da dissertação.

Em seguida, o professor pede aos grupos que a partir dos valores de volume de ar e frequência construam um gráfico $f^2 \times 1/V$. Após a construção do gráfico feita pelos alunos, o professor pergunta à turma: *Seria possível, com esse experimento determinarmos a velocidade de propagação do som no ar?* Após ouvir algumas respostas, o professor discute com a turma a inclinação da reta fornecida pelo gráfico e, por fim, pede aos grupos que determinem a velocidade de propagação do som no ar.

Capítulo 6

Conclusões

O propósito deste material instrucional é auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem em física. Para isso, elaboramos duas sequências didáticas simples, e ao mesmo tempo ricas em conteúdo, com o objetivo de ser um guia nos tópicos de física aqui apresentados.

As atividades investigativas experimentais propostas priorizaram materiais de fácil acesso, o que garante uma possível reprodução no âmbito escolar, e uma grande participação dos alunos no ensino básico.

Apesar das sequências didáticas não terem sido aplicadas diretamente, o rigor, e cuidado na sua elaboração permitem que este material seja consultado e aplicado.

Contudo, buscaremos num futuro próximo aplicar, e conseqüentemente, aperfeiçoar este material, com intuito de estendê-lo para outros tópicos de física.

APÊNDICE

Materiais utilizados:

Sequência didática – Ampulheta Flutuante

- Computador com acesso a internet;
- Projetor;
- Alternativa: disponibilizar o link do vídeo para que os alunos acessem pelo smartfone.

Sequência didática – Garrafa Sonora

- Computador com o software Audacity instalado e microfone acoplado (<https://www.audacityteam.org/download/>).
- Tubo cilindro aberto em uma extremidade e fechado na outra.
- Régua ou fita métrica;
- Garrafa de vinho vazia e sem rótulo.

Fichas de acompanhamento de atividades

As fichas de acompanhamento de atividades a ser disponibilizadas aos alunos encontram-se a seguir.

ATIVIDADE – A AMPULHETA FLUTUANTE

Professor (a): _____ Turma: _____ Data: __ / __ / __
Nome: _____

Caro aluno (a),

Este material nos auxiliará na aula de hoje e deve ser preenchido de acordo com as orientações do professor (a).

(1) Descreva com máximo detalhe o movimento da ampulheta desde que o tubo é girado de 180° até o instante em que ela retorna à posição de equilíbrio na parte superior do tubo.

(2) Marque todas as forças que atuam sobre a no instante inicial, ou seja, antes do tubo ser girado de 180° , explicando, em cada caso, que corpos exercem cada uma das forças.



ATIVIDADE – A AMPULHETA FLUTUANTE

Professor (a): _____ Turma: _____ Data: __ / __ / __

Nome: _____

(3) Após o tubo ter sido girado de 180° , até a ampulheta retornar ao equilíbrio no alto do tubo, os módulos das forças peso ($|\vec{P}|$) e empuxo ($|\vec{E}|$) permanecem constantes?

Justifique sua resposta.

(4) Com seu grupo, liste os melhores argumentos para a pergunta anterior.

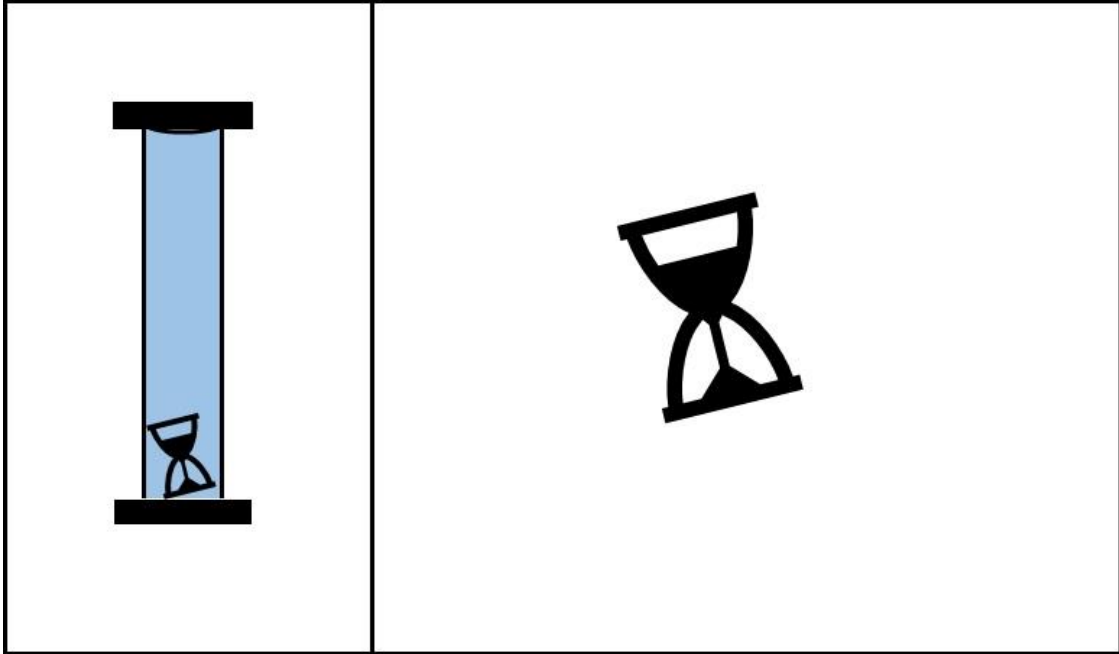
(5) Explique porque a ampulheta não sobe assim que o tubo é girado de 180° .

(6) No instante inicial, com a ampulheta em equilíbrio no alto do tubo, o centro de gravidade da ampulheta está acima, abaixo, ou na mesma altura que o centro de empuxo? Nesta situação, o equilíbrio da ampulheta é *estável* ou *instável*? Justifique a resposta.

(7) Responda a mesma pergunta feita no item anterior, mas, agora, considerando um instante logo após o giro de 180° do tudo.

(8) Por que após o giro de 180° do tubo a ampulheta tende a girar encostando a sua parte superior em algum ponto da superfície lateral do tudo e a sua parte inferior em um ponto do outro lado da superfície lateral do tubo?

(9) Com a ampulheta no fundo do topo, como mostra a figura abaixo e considerando que ela fique parada durante algum tempo, marque todas as forças que atuam sobre a ampulheta nesse instante. Trace os segmentos orientados para as forças de atrito e as normais exercidas pela superfície lateral do tubo na ampulheta.



(10) Existe força inferior da tampa inferior do tubo sobre a ampulheta? Justifique sua resposta.

(11) Durante alguns segundos, mesmo com a areia caindo da parte superior para a sua parte inferior, a ampulheta permanece em repouso no fundo do tudo. Nesse intervalo de tempo, o módulo da força de atrito (resultante dos atritos) permanece constante ou vai diminuindo à medida que a areia vai caindo? Justifique a sua resposta.

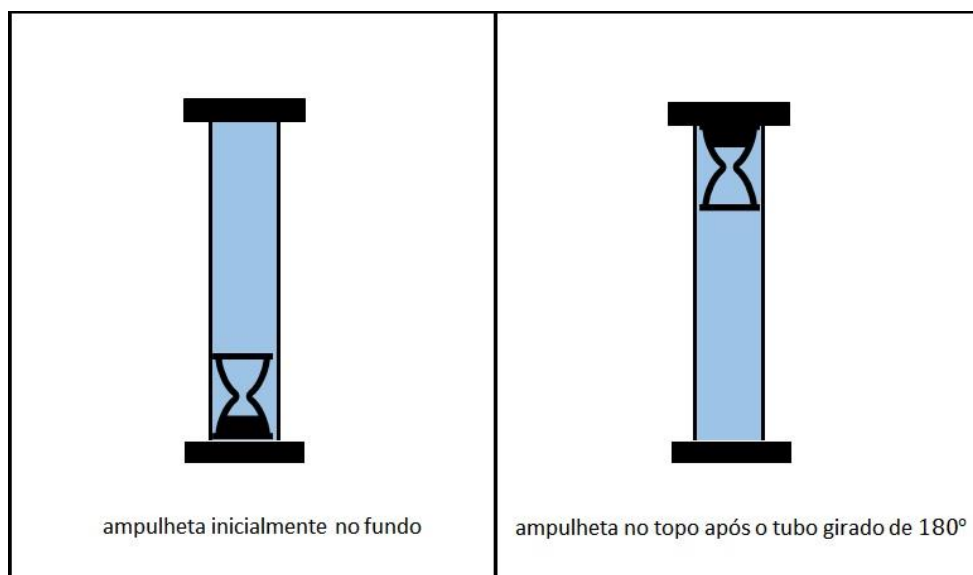
(12) O atrito máximo que a superfície lateral do tubo pode exercer sobre a ampulheta, diminui à medida que a areia vai caindo? Justifique a sua resposta.

(13) Ainda considerando a ampulheta em repouso no fundo do tubo, o que acontece com o centro de empuxo à medida que a areia flui de sua parte superior para a sua parte inferior? E o que acontece com o centro de gravidade da ampulheta?

(14) Descreva com palavras por que depois que boa parte da areia passa da parte superior da ampulheta para sua parte inferior a ampulheta começa a subir.

(15) Descreva com máximo detalhe, usando as discussões feitas acima, o movimento da ampulheta desde que o tubo é girado de 180° até o instante em que ela retorna à posição de equilíbrio na parte superior do tubo. Compare com a descrição feita no item (1).

(16) Considere agora uma ampulheta com uma massa maior, de maneira que no instante inicial ela já se encontra no fundo. O que acontece após o tubo girar de 180° ? Explique usando os conhecimentos construídos nas discussões anteriores.



ATIVIDADE – A GARRAFA SONORA

Professor (a): _____ Turma: _____ Data: __ / __ / __
Nome: _____

Caro aluno (a),

Este material nos auxiliará na aula de hoje e deve ser preenchido de acordo com as orientações do professor (a).

(1) Calcule a frequência para o primeiro modo normal de vibração ($n = 1$) do tubo. Considere a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s .

(2) O valor de frequência determinado acima está próximo do valor registrado pelo Audacity?

_____.

(3) Determine a discrepância entre a frequência teórica e a frequência registrada pelo Audacity.

$$e = \frac{|f_{teórica} - f_{medida}|}{f_{medida}}$$

(4) Agora, com o auxílio do Audacity determine a frequência do som emitido pela garrafa disponibilizada, repetindo os procedimentos feitos pelo professor.

(5) Com a garrafa disponibilizada, determine a frequência emitida pela vibração do ar dentro da garrafa quando sopramos a boca do gargalo, usando a teoria dos tubos sonoros. Considere a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s .

Objeto	Comprimento (m)	$f_{teórica}$ (Hz)
Garrafa		

(6) Determine a discrepância entre a frequência teórica e a frequência registrada pelo Audacity.

$$e = \frac{|f_{teórica} - f_{medida}|}{f_{medida}}$$

(7) Debata com seu grupo quais fatores influenciaram no valor do erro encontrado. Liste-os aqui.

(8) Calcule a partir da teoria do ressonador de Helmholtz a frequência do som emitido pela garrafa. Considere a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s .

$$f_{R.H} = \frac{v_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell_{efetivo}}}$$

(9) Determine a discrepância entre a frequência teórica, calculada no item acima, e a frequência registrada pelo Audacity.

$$e = \frac{|f_{teórica} - f_{medida}|}{f_{medida}}$$

(10) O que ocorre com a som emitido pela garrafa se o comprimento do gargalo for dobrado? O som ficará mais ou menos grave? E, por qual fator? Justifique sua resposta.

(11) Se a garrafa for preenchida aos poucos com água, o que acontece com as frequências do som emitidas por ela? Justifique sua resposta.

(12) Preencha a tabela a seguir com os valores de frequência e volume.

$V_{água} (cm^3)$	$V (cm^3)$	$f_{teórica} (Hz)$	$f_{exper.} (Hz)$

(13) Analisando a tabela acima, os valores de frequência encontrados estão de acordo com a sua resposta no item (11)? Justifique, novamente, sua resposta.

(14) A partir dos valores determinados na tabela do item (12), construa um gráfico $f^2 \times 1/V$.

(15) A partir da interpretação do gráfico construído acima, determine a velocidade de propagação do som no ar, e compare com o valor usado teoricamente em itens anteriores.

Referências

- ALVES, ; CAVALCANTE, M. R. Obstáculos (epistemológicos) e o ensino de ciências e matemática. **Interfaces da Educação.**, Mato Grosso, 2017.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos:** Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátamo Edições Técnicas, 2003.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AZEVEDO, M. C. P. S. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: CARVALHO, A. M. P. **Ensino de ciências:** unindo a pesquisa e a prática. São Paulo : Cengage Learning., 2012. p. 19 - 33.
- BANCHI, ; BELL, R. The many levels of inquiry. **Science and Children**, v. 46, p. 26 - 29, outubro 2008. ISSN 2.
- BONADIMAN, H.; NONENMACHER,. O gostar e o aprender no Ensino de Física: Uma proposta metodológica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Ijuí, v. 24, n. 2, p. 194 - 223, Agosto 2007.
- BORGES, A. T. Novos rumos para o laboratório escolar de ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física.**, Santa Catarina, v. 19, n. 3, p. 291 - 313, Dezembro 2002.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília : MEC, 2006.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília : Médio, Ensino, 2006. p. 22.
- BRASIL. BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Brasília : Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2018.
- CACHAPUZ, A. **A necessária renovação do ensino de ciências.** 1ª. ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- CARVALHO, A. M. P. O ensino de Ciências e a proposição de sequências de ensino. In: CARVALHO, A. M. P. D. **Ensino de Ciências por Investigação:** Condições para Implementação em Sala de Aula. São Paulo: Cengage Learning, 2013. p. 1 - 20.
- CARVALHO, A. M. P. D. **Calor e Temperatura.** 1ª. ed. [S.l.]: Livraria da Física, 2014.
- FILHO, J. P. A. Atividades experimentais: do método à prática construtivista. **Tese apresentada ao programa de pós-graduação da Universidade Federal de Santa Catarina**, Santa Catarina., 2000.
- HEWITT, P. G. **Física Conceitual.** 12ª. ed. Porto Alegre - RS: Bookman Editora Ltda., 2015.

- MOREIRA, J. **Uma abordagem cognitivista ao ensino de física**. Porto Alegre : Editora da Universidade , 1983.
- MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel**. 2ª. ed. São Paulo: Centauro, 2001.
- MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares. In: MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. 1ª. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2001. Cap. Capítulo 1, p. 180.
- MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares. In: MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. 1ª. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011. Cap. 4, p. 179.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, F. S. **A aprendizagem significativa: A Teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes Ltda., 1982.
- MORRIS, S. Beautiful but Wrong: The Floating Hourglass Puzzle. In: BERLEKAMP, E.; TOM, R. **The Mathemagician and Pied Puzzler - A collection in Tribute to Martin Gardner**. 1ª. ed. [S.l.]: [s.n.], 2012. Cap. 2, p. 135 - 143.
- NOVAK, J. D. **Aprender a Aprender**. Lisboa: Plátomo Edições Técnicas, 1996.
- NUSSENZVEIG, H. M. Princípio de Arquimedes. In: NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica**. 4ª. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., v. 2 - , 2002. Cap. 1, p. 10 - 11.
- OLIVEIRA, J. R. S. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, 2010. ISSN 1.
- REIS, J. S. D. Ferramentas tecnológicas como organizadores prévios no ensino da matemática. **Revista Educação Online** , p. 137 - 145, setembro 2015. ISSN 20.
- SANTOS, E. I.; PIASSI, L. P. C.; FERREIRA, N. C. **Atividades experimentais de baixo custo como estratégia de construção da autonomia de professores de física: uma experiência em formação continuada**. IX Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. Jaboticabutas : [s.n.]. 2004.
- SANTOS, J. C. F. D. **Aprendizagem significativa: modalidade de aprendizagem e o papel do professor**. 5ª. ed. Porto Alegre : Mediações , 2008.
- VIERA, L. P.; AGUIAR, C. E. The sound of udu. **Phyiscs Education**, 22 April 2022.
- WILSEK, M. A. G.; TOSIN, J. A. P. Ensinar e aprender ciências no ensino fundamental com atividades investigativas através da resolução de problemas. **Portal da Educação do Estado do Paraná.**, Paraná, 2009. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1686-8.pdf?phpsessid=2010010708155290>>. Acesso em: 15 mar. 2020.

ZMANSKY, S. E. **Física I - Mecânica**. 10^a. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2003.