



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Teoria da Relatividade Geral: uma proposta em Ensino não formal

Artur Alberto Gomes Neto

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Carlos Augusto Domingues Zarro

Rio de Janeiro
Janeiro de 2020

Teoria da Relatividade Geral: uma proposta em Ensino não formal

Artur Alberto Gomes Neto

Orientador: Carlos Augusto Domingues Zarro

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

(Prof.) Dr. Carlos Augusto Domingues Zarro

Dr. Gustavo Motta Rubini

(Prof.) Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis

Rio de Janeiro
Janeiro de 2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Gomes Neto, Artur Alberto

* G633t Teoria da Relatividade Geral: uma proposta em ensino não formal / Artur Alberto Gomes Neto. – Rio de Janeiro, 2020.

Viii, 137 f.: il. ; 29 cm.

Orientador: Carlos Augusto Domingues Zarro
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós Graduação em Ensino de Física, 2020

1. Ensino de Física. 2. Ensino não formal. 3. Relatividade Geral. 4. Eclipse de Sobra. I. Teoria da Relatividade Geral: uma proposta de ensino não formal. II. Zarro, Carlos Augusto Domingues, orient. III. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Essa dissertação é dedicada às instituições de ensino do nosso país, que mesmo com tantas dificuldades conseguem promover um ensino de qualidade graças aos seus professores e colaboradores dedicados.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais, Antonio Alberto Gomes e Sonia Maria Pinheiro, que apesar de não terem avançado nos estudos sempre me deram todo apoio e priorizaram minha educação. Agradeço a minha esposa, Caroline Ciraulo Faraj, por todo apoio durante o curso e principalmente durante a produção desta dissertação. Agradeço ao Prof. Gustavo Rubini pela leitura prévia da dissertação e pelas referências sugeridas além de todo apoio fornecido. Agradeço ao Prof. Hercílio Pereira Cordova, que com toda sua habilidade conseguiu construir o produto da maneira como meu orientador, Prof. Carlos Augusto Domingues Zarro e eu idealizamos no início do projeto. E por fim, mas não menos importante, aos professores do curso e em especial ao meu orientador Prof. Carlos Augusto Domingues Zarro por todo apoio e paciência ao longo desta caminhada.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Teoria da Relatividade Geral: uma proposta em Ensino não formal

Artur Alberto Gomes Neto

Orientador: Carlos Augusto Domingues Zarro

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Palavras-Chave: Ensino de Física, ensino por analogia e relatividade geral.

A teoria da relatividade geral (TRG) é o melhor paradigma atual para a descrição da gravitação. Nela a gravidade é vista como a curvatura do espaço-tempo. Ela prevê que um raio de luz seja defletido por um campo gravitacional gerado por um objeto com massa, como por exemplo, o Sol. Esta previsão foi verificada há cem anos, através de medidas feitas durante o eclipse solar em Sobral. Este fato foi amplamente noticiado pela grande imprensa e gerou interesse do público geral. Considerando que os aspectos técnicos da TGR são bastante complicados e que ela envolve fenômenos distantes do dia-a-dia das pessoas, nesta dissertação propusemos uma montagem experimental, denominada caixa relativística, que permite, no âmbito do ensino não formal, apresentar algumas ideias fundamentais da TRG, com a gravidade como curvatura e o desvio da trajetória de um raio luminoso por um corpo com massa. Discutimos também o treinamento dos monitores do Laboratório Didático do Instituto de Física da UFRJ, visando a utilização da caixa relativística no laboratório. Através de um questionário, diagnosticamos que os monitores não possuem um conhecimento amplo sobre todos os eixos temáticos importantes para compreender a TRG. E por fim, concluímos que o produto cumpre bem o seu papel de simular, através de uma analogia, o desvio luminoso provocado pelo espaço-tempo, além de enfatizar a importância do eclipse de Sobral para sua comprovação.

Rio de Janeiro

Janeiro de 2020
ABSTRACT

Relativity General Theory: A non-Formal Teaching Proposal

Artur Alberto Gomes Neto

Orientador: Carlos Augusto Domingues Zarro

Abstract of the master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

Keywords: Physics teaching, teaching by analogy and general relativity.

General relativity (GR) is the best paradigm for describing gravitation. In GR, gravity is seen as the curvature of spacetime. It predicts that a ray of light will be deflected by a gravitational field generated by a massive object such as the Sun. This prediction was verified a hundred years ago by measurements made during a solar eclipse in Sobral. This fact was widely reported by the mass media and it generated interest from the general public. Considering that the technical aspects of GR are quite complicated and that it involves phenomena very distant from people's daily lives, in this thesis we propose an experimental setup, called the relativistic box, which allows, in the context of non-formal education, to present some fundamental ideals of GR, such as gravity as seen as the space-time curvature and the bending of light by a massive body. We also discussed the training of monitors of the Didactic Laboratory of the Institute of Physics of UFRJ, aiming to use the relativistic box in this laboratory. Through a questionnaire, we diagnose that the monitors do not have a wide knowledge about all the thematic axes important to understand the TRG. Finally, we conclude that the product fulfills its role of simulating, through an analogy, the luminous deviation caused by space-time, in addition to emphasizing the importance of Sobral's eclipse for its verification.

Rio de Janeiro

January 2020

Sumário

1. Introdução	1
1.1 A Teoria da Relatividade Geral	1
1.2 Dificuldades em ensinar relatividade geral	3
1.3 Objetivos	4
1.4 Estrutura da Dissertação	5
2. A Geometria do espaço-tempo	6
3. A construção da Teoria da Relatividade Geral	10
3.1 Princípio da Equivalência	10
3.2 Forças Inerciais	14
4. O Eclipse	23
5. Educação formal, não-formal e informal	29
5.1 Processo	31
5.1.1 Relação professor-aluno	31
5.1.2 Avaliação	31
5.1.3 Aprendizagem coletiva ou individual	32
5.1.4 Abordagem Pedagógica	32
5.1.5 Mediação da Aprendizagem	32
5.1.6 Aprendizagem tácita ou explícita	33
5.1.7 Aprendizagem contextual ou generalizável	33
5.1.8 Papel das emoções na aprendizagem	33
5.2 Conteúdo	34
5.2.1 Natureza e tipos de conhecimento	34
5.2.2 Estatuto do conhecimento	34
5.2.3 Localização	34
5.3 Estrutura	35
5.3.1 Grau de planejamento e estrutura	35
5.3.2 Determinação dos objetivos e resultados	35
5.3.3 Duração/tempos de aprendizagem	36
5.3.4 Tipos de grupos	36

5.4. Propósito	36
5.4.1 Intencionalidade do professor/aluno	36
5.4.2 Certificação	37
5.4.3 Interesses endereçados	37
5.4.4 Objetivos da aprendizagem	37
5.4.5 Estatuto educativo	38
5.4.6 Mediação dos resultados	38
5.5. Ensino não formal de ciências	38
5.6. Comentários finais	39
6. Montagem e utilização do produto	40
6.1 Construção e Montagem	40
6.2 Comandos	47
6.3. Utilização do produto	49
6.3.1 O espaço não-deformável	49
6.3.2 O espaço deformado	50
6.3.3 Eclipse	51
6.4. O uso de analogias no ensino de TRG	52
6.5. Limitações à analogia curvatura-gravidade da caixa relativística	54
7. Aplicação do produto	57
7.1 Primeira aplicação: Espaço Ciência Viva	58
7.2 Segunda aplicação: Treinamento dos monitores do Ladif	59
7.2.1 Diagnóstico dos monitores	59
7.2.2 Padrão de respostas da avaliação diagnóstico	61
7.2.3 Análise das respostas da avaliação diagnóstico	65
7.2.4 Críticas à avaliação	71
7.2.5 Treinamento dos monitores	72
8. Conclusões	75
Referências Bibliográficas	77
Apêndice A	81
Apêndice B	92
Apêndice C	99
Apêndice D	122

Capítulo 1

Introdução

Em maio de 2019, a imprensa noticiou que se comemorava 100 anos do Eclipse Solar total ocorrido em Sobral, no Ceará, e que este tinha sido muito importante para a verificação da teoria da relatividade geral (TGR) proposta em 1915 por Albert Einstein (REVISTA GALILEU, 2019; G1, 2019). Uma descoberta científica de tamanho calibre realizada em território nacional, embora sem a participação direta dos cientistas brasileiros, é algo notável e que atrai o interesse do público geral.

1.1 A Teoria da Relatividade Geral

Em 1905, Albert Einstein propõe a teoria da relatividade restrita (EINSTEIN, 2007). É baseada em dois postulados: o primeiro, chamado de *princípio da relatividade restrita*, afirma que todas as leis físicas são as mesmas para quaisquer referenciais inerciais, e o segundo, chamado de *postulado da constância da velocidade da luz*, estabelece que a velocidade da luz é um invariante, *i.e.*, tem o mesmo valor em qualquer referencial. Esta teoria resolve o aparente conflito entre o eletromagnetismo de Maxwell e a mecânica Newtoniana, levando a uma nova maneira de ver as relações do espaço e do tempo, em particular a noção de simultaneidade deixa de ser absoluta, como na mecânica Newtoniana. Para um leitor interessado em teoria da relatividade restrita, vide o Apêndice C e as referências nele citados.

O caráter privilegiado dos referenciais inerciais incomodou Einstein e este pôs-se a buscar uma teoria em que todas as leis físicas seriam as mesmas independentemente do referencial adotado. Ele chamou este fato de *princípio da relatividade geral* (EINSTEIN, 2007).

Como introduzir referenciais não inerciais? Na mecânica Newtoniana, nos referenciais não inerciais, existem as chamadas forças de inércia (NUSSENZVEIG, 2002). Uma caracte-

rística destas forças é que são proporcionais a massa inercial. No capítulo 3, faremos uma exposição dos referenciais não inerciais em mecânica Newtoniana.

Houve uma pista inesperada, quando Galileu notou que todos os corpos cairiam pela força gravitacional, nas proximidades da superfície terrestre, com a mesma aceleração independente da forma, composição ou massa gravitacional. Isto leva a igualdade entre duas massas inicialmente distintas: a massa inercial, que mediria a inércia de um corpo e a massa gravitacional, que funciona como uma “carga gravitacional”. Este resultado passou como um detalhe curioso na mecânica Newtoniana, sem grandes consequências. Porém, para Einstein, isto foi fundamental no seu raciocínio, pois localmente, campos gravitacionais seriam equivalentes aos campos de aceleração, com isto enunciando o *princípio da equivalência*. No capítulo 3, discutiremos de maneira mais aprofundada tal princípio.

Assim, chegamos à gravidade. A lei da gravitação universal apresenta uma força de ação à distância, *i.e.*, a interação gravitacional ocorre instantaneamente e simultaneamente entre os corpos. Porém, posteriormente, vimos com a teoria da relatividade restrita que há um limite de velocidade máximo dado pela velocidade da luz no vácuo. Temos agora um outro problema que seria como descrever a gravitação como uma interação satisfazendo os princípios da teoria da relatividade restrita. Einstein, em 1909, obteve um outro grande avanço, descrevendo a gravidade como uma teoria geométrica do espaço e do tempo (JAMMER, 2010). A identificação entre a gravidade e a geometria, ocorreu para Einstein na sua interpretação do chamado paradoxo de Ehrenfest (NUSSENZVEIG, 1998). Suponha um disco de raio R girando com velocidade angular constante ω . A borda do disco possui velocidade tangencial de $v = \omega R$. Pela relatividade restrita, o perímetro do disco sofrerá uma contração, sendo menor do que o esperado, ou seja, $2\pi R$. Os postulados fundamentais da geometria Euclidiana não são satisfeitos. Einstein então argumenta que a geometria adequada a este problema seria uma geometria não Euclidiana. O fato do disco estar girando leva-nos a um referencial não inercial e pelo princípio de equivalência, podemos pensar que um campo gravitacional pode ser descrito por uma geometria não Euclidiana. Para maiores detalhes sobre geometria não Euclidiana, consulte o capítulo 2 desta dissertação.

Pela gravitação universal, não esperamos que a luz, dado que sua massa gravitacional é nula, seja influenciada pela interação gravitacional, mesmo havendo uma previsão clássica para o desvio, calculada através de artifícios matemáticos. Tal fato altera-se completamente na TRG, a luz será defletida pelo campo gravitacional, conforme discutido no capítulo 3.

Temos então um teste para a TRG. Se medirmos a deflexão da luz num campo gravitacional, poderemos verificá-la ou não (KENNEFICK, 2019). Podemos mostrar que a deflexão de um raio luminoso passando tangencialmente ao Sol é dada por (LENZI, POMPEIA E STUDART, 2019)

$$\delta = \frac{4GM_{\odot}}{c^2R_{\odot}}, \quad (1.1)$$

onde $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ é a constante, $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ é a massa do Sol, $R_{\odot} \approx 7 \times 10^8 \text{ m}$ é o raio do Sol e $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ é a velocidade da luz no vácuo. Substituindo estes valores na equação (1.1) acima, temos que o desvio da luz neste caso é de $\delta \approx 1,75''$. Este foi o valor obtido por Einstein em 1915 (LORENTZ, EINSTEIN E MIN-KOWSKI, 1971). Einstein propôs que se poderia observar estrelas durante um eclipse solar total e depois comparar a sua posição com a localização da mesma estrela sem a influência do Sol. Em 1919, este experimento foi realizado em Sobral, no Ceará e na ilha de Príncipe, antiga colônia portuguesa na África, por A. Eddington e F. Dyson. Discutiremos os eclipses no capítulo 4. Um leitor interessado numa obra bastante completa sobre o assunto deve consultar a referência (KENNEFICK, 2019). Uma referência bastante acessível em língua portuguesa é (CRISPINO E LIMA, 2018).

1.2 Dificuldades em ensinar relatividade geral

As maiores dificuldades em ensinar relatividade geral residem no fato de que os fenômenos por ela explicados estarem muito além do senso comum (por envolverem alterações no espaço e no tempo) e de sua descrição matemática complexa (que utiliza ferramentas avançadas como cálculo e geometria diferenciais e cálculo tensorial) (KERSTING *et al.*, 2018). Porém, a desatualização do currículo de Física no ensino médio cria um abismo cada vez maior entre o que é ensinado nas escolas e as tecnologias mais atuais estudadas pela ciência (KERSTING E STEIER, 2018). Isso provoca um desinteresse crescente no estudo de Física

por boa parte dos alunos, uma vez que o propósito da aprendizagem não é compreendido. Com isso, a introdução de tópicos de Física Moderna no currículo do ensino médio já é bastante discutida entre os educadores e ganha cada vez mais adeptos. Contudo, alguns professores apontam empecilhos a serem contornados, como a falta de tempo e a priorização dos vestibulares pelas instituições de ensino (OLIVEIRA, MIRANDA E GERBASSI, 2007).

Uma alternativa apresentada neste trabalho é a abordagem por uma tipologia de ensino não formal, fugindo sempre que possível do rigor matemático e da completa abstração apresentada nas bibliografias do ensino superior, mas comprometido com os conceitos físicos e alicerçado em um material didático, que visa através de uma analogia, tornar a TRG algo mais concreto e visual para interessados de todas as idades (KAUR et al, 2017). Como estratégia, utilizaremos uma proposta não formal, que visa apresentar tópicos que estão fora do currículo atual visto no ensino formal, evitando assim o seu inchaço. Sendo assim, essa proposta de ensino não formal, apresentada neste trabalho, atua em parceria com o ensino formal. As diferenças entre as diversas tipologias educacionais serão discutidas no capítulo 5.

1.3 Objetivos

O objeto principal é apresentar uma analogia da gravidade, como descrita na TRG, com a curvatura de um tecido elástico esticado sustentando um corpo maciço.

Para tal construiremos a chamada “caixa relativística”, onde o público pode ver o efeito da curvatura de um tecido elástico distorcendo a trajetória de um raio luminoso.

Secundariamente, a caixa contempla uma possibilidade de simular o efeito de um eclipse, enfatizando a importância do eclipse de Sobral de 1919, na verificação da TRG.

Como uma última contribuição, a caixa permite ao usuário verificar as diferenças entre a posição real da estrela e de sua posição aparente, através da trajetória dos raios luminosos, assunto abordado em Óptica geométrica.

Com todas essas atividades propostas pretendemos tornar mais concreto a TRG, tendo em vista a difícil visualização e complexidade desta teoria, fornecendo uma maneira de apresentar alguns conceitos, através de uma analogia. Também desejamos que a caixa relativística seja um importante aparato para compreender a relevância do eclipse de Sobral de 1919 na comprovação da TRG.

Ao final do trabalho, esse produto será doado ao acervo do Laboratório Didático do Instituto de Física da UFRJ (Ladif), para exposição ao público frequentador. Os monitores receberão um treinamento para a utilização da caixa relativística e um texto de aprofundamento na TRG.

1.4 Estrutura da Dissertação

No capítulo 2, a geometria do espaço-tempo é discutida. No capítulo 3, introduzimos o princípio da equivalência, um dos princípios fundamentais da TRG, conectando os campos gravitacionais com referenciais não inerciais. No capítulo 4, discutimos o fenômeno dos eclipses de uma maneira genérica, culminando no eclipse solar de Sobral em 1919. No capítulo 5, apresentamos alguns aspectos teóricos que diferenciam as tipologias educacionais do ensino formal, não formal e informal. No capítulo 6, exibiremos a nossa proposta de experimento a ser usado no Laboratório Didático de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro (Ladif). Também discutiremos as principais críticas e limitações feitas a este tipo de experimento. No capítulo 7, a aplicação do produto é feita em duas situações distintas, a saber, numa feira de ciências do espaço Ciência Viva, aberto ao público geral e no treinamento dos monitores do Ladif. As conclusões da dissertação são expostas no capítulo 8. Nos apêndices há os três materiais institucionais desta dissertação. No apêndice A há o guia para montagem da caixa relativística. No apêndice B, há o guia para que o treinamento dos monitores seja realizado. Os textos de apoio encontram-se no apêndice C. No apêndice D, encontram-se os questionários prévios dos monitores devidamente corrigidos.

Capítulo 2

A Geometria do Espaço-tempo

Quando olhamos ao nosso redor, em casa, na escola, no trabalho, é inevitável nos depararmos com entes da geometria “básica”, a geometria de Euclides. Planos, retas, pontos, são utilizados por todos muitas vezes sem conhecer a fundo a “verdade” intrínseca existente, que está associada aos axiomas (uma espécie de definições que não se podem desconfiar). Possivelmente tais axiomas são obtidos com o auxílio de réguas, compassos e transferidores, tornando-os concretos e palpáveis ao homem. Por exemplo, podemos citar a reta que passa por dois pontos, está enraizado em nossos pensamentos que ela é unívoca, além de sabermos que o segmento que une os dois pontos é a menor distância entre eles. Este capítulo é inspirado na referência (EINSTEIN, 2007).

O sistema de coordenadas utilizado pela mecânica clássica é completamente refém de tais “verdades” da geometria. Para determinar a posição de um ponto, basta medirmos suas distâncias em relação à três planos perpendiculares entre si, então definimos a localização em relação a um sistema de coordenadas. Mas é fácil perceber que se nos baseássemos em outro conjunto de três planos, as medidas das distâncias seriam diferentes, obviamente, há uma dependência das coordenadas adotadas. Isso se torna ainda mais evidente quando representamos uma trajetória, um conjunto de pontos ocupados no decorrer de um intervalo de tempo. Por exemplo, suponha um objeto caindo da janela de um trem em movimento uniforme, para o observador no interior do vagão a trajetória é vertical, mas alguém no solo veria um arco de parábola sendo descrito pelo mesmo objeto.

Vamos supor uma mesa, plana, de mármore, onde vamos apoiar bastõezinhos iguais, de maneira a formar quadrados idênticos, onde cada vértice pertence a quatro quadrados ao mesmo tempo. Com a superfície plana da mesa não há nenhuma surpresa em conseguir tal feito, entretanto se pudéssemos alterar a planicidade do mármore, os quadrados deixariam de ficar perfeitamente alinhados. Imaginemos que o centro da mesa seja aquecido gerando uma

dilatação dos bastõezinhos, toda a configuração plana que temos será desfeita, já que os tamanhos dos bastões não serão mais uniformes. Podemos dizer que a mesa não é mais um contínuo euclidiano, o mesmo acontece com um espaço curvo. Para representar tal situação precisaremos de outras geometrias, como a de Riemann, de Minkowski ou de Lobachevsky, figuras 2.1 e 2.2. Para uma referência bastante acessível sobre a história da Geometria, em especial sobre as geometrias não Euclidianas sugerimos (MLODINOW, 2004).

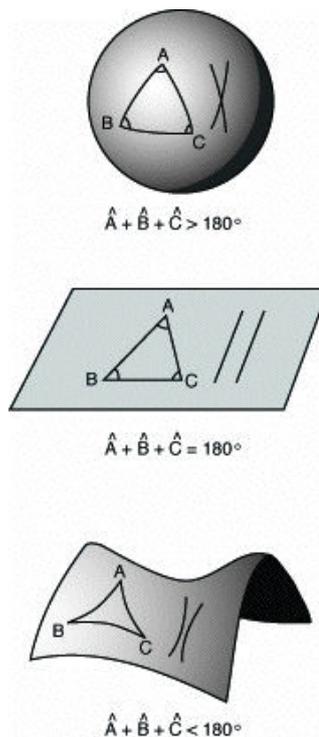


Figura 2.1. Concepção de espaços por Riemann, Euclides e Lobachevsky. Disponível em <https://medium.com/@eltonwade/geometrias-não-euclidianas-136daa0b82b6> (Acessado em 05/01/2020)



Figura 2.2. Concepção de Minkowski. Disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Cone_de_luz (Acessado em 05/01/2020)

É fácil perceber que algumas “verdades” do espaço Euclidiano não valem em outros espaços, como por exemplo, duas retas paralelas que num plano jamais se tocam, mas sobre uma superfície esférica irão se cruzar nos polos e caso elas percorressem uma superfície tipo "cela de cavalo”, elas se afastariam. Outro exemplo interessante seria a soma dos ângulos internos de um triângulo, o resultado é maior que 180° quando a superfície é esférica, como indicado nas figura 2.3.

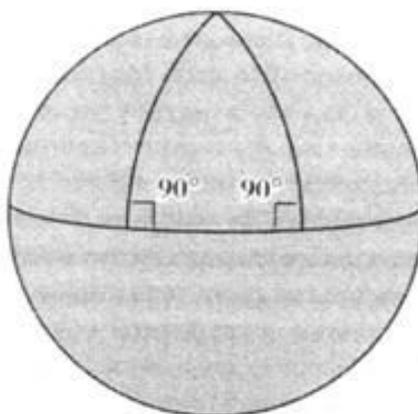


Figura 2.3. Um triângulo representado sobre uma superfície esférica pode conter dois ângulos retos, por exemplo Disponível em <https://sites.google.com/site/matematicainicio/geometria-nao-euclidiana> (Acessado em 05/01/2020)

Vejamos que uma “linha reta” sobre uma superfície esférica, pode ser encarada como uma curva quando analisada sob aspecto Euclidiano, porém essa “linha curva” está em total acordo com o princípio de Pierre Fermat (1601-1665), que diz: a luz percorre o caminho que minimiza o tempo entre dois pontos, que localmente podemos imaginar esse caminho sendo uma reta, no sentido de ser uma curva que minimiza a distância entre dois pontos, também chamada de *geodésica*. Então se a relatividade geral de Einstein apresenta a gravidade como resultado da deformação do espaço-tempo provocado por uma massa, atribuindo uma geometria não Euclidiana ao Universo, ao percorrer o espaço curvo a luz não seguirá um caminho retilíneo, mas sim um caminho que minimiza a distância entre dois pontos desse espaço. Obviamente uma geodésica no espaço Euclidiano é uma reta e qualquer superfície quando observada localmente pode ser aproximada para uma superfície plana e contínua, mas ao atravessar um espaço curvo a geodésica não será retilínea.

Apesar das superfícies apresentarem aspectos distintos, existem características que são comuns aos espaços, por exemplo, ambos são tridimensionais. Isto é, podemos descrever a posição de qualquer ponto em repouso através de três números: x , y e z , chamados de coordenadas, onde cada ponto, dado esse sistema de coordenadas, não poderá ser representado por outros três números. No entanto, é importante ressaltar a diferença entre um sistema de coordenadas e um referencial. Para um mesmo referencial, podemos representar um ponto com diferentes sistemas de coordenadas, obtendo valores distintos, porém equivalentes. Hermann Minkowski, matemático alemão de ascendência judia-lituana, teve uma ideia para o que ele chama de mundo dos eventos físicos, sua concepção está representada na figura 2.2. Além das três coordenadas de espaço, acrescentemos uma coordenada do tempo no nosso, agora, espaço-tempo. O fato dessa quarta coordenada não ser tão habitual, ocorre porque antes da relatividade restrita de Einstein o tempo era absoluto e independente do referencial, a relatividade restrita mostrou que o tempo também depende desse sistema de referência, caracterizando-o como uma quarta coordenada capaz de descrever, com o auxílio das coordenadas do espaço, a “localização” de um ponto no espaço-tempo, conhecido como *evento*.

Portanto, esse é o primeiro passo, neste trabalho, para apresentarmos a concepção do espaço e do tempo como sendo entidades inseparáveis, o que, sem dúvida, consiste em um dos pontos principais da teoria da relatividade geral de Einstein.

Capítulo 3

A construção da Teoria da Relatividade Geral

Para a apresentar o teoria da relatividade geral, alguns tópicos foram escolhidos e utilizados para definir o que chamamos de eixo temático. Pretendemos culminar na ideia de Einstein, que define a gravidade como a curvatura do espaço-tempo, através dos seguintes assuntos: (i) geometria não Euclidiana, que já foi exposta no capítulo 2 e apresenta uma discussão dos axiomas Euclidianos em outras superfícies além do plano; (ii) princípio da equivalência, que será tratado neste capítulo, abordando a igualdade entre a massa inercial e a massa gravitacional como peça chave para equivalência entre campos de aceleração e campos gravitacionais uniformes, (iii) referenciais não inerciais, que visa explicar a descrição de um fenômeno físico sob aspecto de um referencial não inercial (BANDYOPADYAY E KUMAR, 2010) (KERSTING et al, 2018).

3.1 Princípio da Equivalência

Inegavelmente a teoria de Newton sobre o movimento dos corpos celestes fez um enorme sucesso, perdurou por longos anos como a teoria mais aceita para descrever a gravidade. Hoje, porém, sabemos que existem limitações. Uma observação curiosa em seus trabalhos é a igualdade entre a massa inercial e a massa gravitacional, que a princípio deveriam ser distintas, já que a inercial define a “dificuldade” dos corpos em alterarem seu estado de movimento, *i.e.* em obterem aceleração quando sofrem a ação de uma força, e a massa gravitacional está associada a uma espécie de “carga gravitacional”. O nome carga gravitacional ocorre pela analogia com a carga elétrica, sendo a constante de proporcionalidade entre a força gravitacional que age no corpo e o campo gravitacional gerado pelos corpos ao redor. A igualdade entre as massas inercial e gravitacional, conforme mencionado no capítulo 1, permite que todos os corpos caiam com a mesma aceleração quando atraídos pela mesma massa central. Porém, as leis de Newton são válidas apenas em referenciais inerciais, gerando a necessidade de

existir uma classe de referencias privilegiados. Esta condição foi rejeitada por Albert Einstein em sua Teoria da Relatividade Geral.

Albert Einstein propôs então uma experiência de pensamento (GAMOW, 2002), suponha um astronauta flutuando no interior de um foguete sem janelas, suficientemente distante de qualquer massa, a ponto do campo gravitacional sentido ser desprezível, conforme mostra a figura 3.1. Quando os motores forem ligados, acelerando o foguete, o astronauta experimentará essa aceleração no sentido oposto, em direção ao piso da nave. Para ele, não será possível distinguir o que está ocorrendo, a nave está acelerando ou ela se encontra imersa em algum campo gravitacional uniforme? Ele não pode ter certeza, pois nos dois casos os resultados seriam equivalentes. Agora, nosso amigo astronauta deixará cair duas esferas de massas distintas dentro do foguete acelerado, tal qual Galileu havia previsto, ele observará as duas esferas atingindo o “piso” do foguete simultaneamente, como se estivessem submetidas a uma atração gravitacional, contudo, um observador do lado de fora, veria o “piso” do foguete atingir as esferas e não uma queda das mesmas. Com isso, Einstein iniciou sua nova teoria da Gravitação estabelecendo o Princípio da Equivalência entre um campo gravitacional uniforme e uma “sala” acelerada. Analogamente, para o mesmo foguete acima, em queda livre nas proximidades da superfície da Terra (desprezando-se a resistência do ar), um observador dentro do foguete terá uma sensação de imponderabilidade e qualquer experimento realizado será incapaz de distinguir se o foguete é um referencial inercial ou está em queda livre. Isso indica que as leis físicas são as mesmas quando estamos em um referencial em queda livre num campo gravitacional uniforme ou num referencial inercial na ausência de campo gravitacional. Mas isso não ficou restrito à mecânica, ele também teve a ideia de utilizar o princípio para fenômenos ópticos e eletromagnéticos. Nas palavras de Einstein, em 1908:

Num recinto suficientemente pequeno para que o campo gravitacional dentro dele possa ser tomado como uniforme, em queda livre dentro deste campo, todas as leis físicas são as mesmas que num referencial inercial, na ausência de um campo gravitacional. (NUSSENZVEIG, 1998 apud EINSTEIN, 1908).



Figura 3.1 O experimento pensado do foguete de Einstein. (GAMOW, 2002)

Vamos imaginar nosso foguete acelerado com um feixe de luz que se propagará em seu interior, entre suas paredes opostas, conforme indicado na figura 3.2. Ao longo de sua trajetória, colocaremos vidros transparentes que deixarão um ponto marcado assim que a luz passar. Enquanto o feixe de luz se propaga, o foguete acelera em uma direção perpendicular e os pontos deixados nas placas vão sendo fixados em posições cada vez mais inferiores, gerando um caminho parabólico. Um observador externo ao foguete concluirá que a luz percorreu uma linha reta, atingindo a parede oposta do foguete, mas para um observador interno, o raio luminoso descreve uma parábola, como se estivesse atravessando um campo gravitacional. Esse fenômeno é praticamente indetectável quando tratamos de distâncias curtas, entretanto para campos gravitacionais maiores como o do Sol e para percursos mais extensos dos raios, a observação passa a ser perceptível, portanto, se o princípio da equivalência estiver correto, o percurso da luz vinda de estrelas distantes deveria se curvar ao passar nas proximidades do Sol conforme indica a figura 3.3.

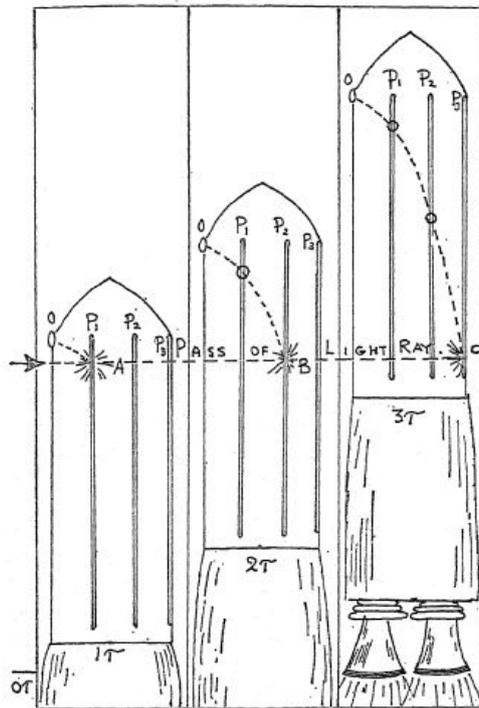


Figura 3.2. Trajetória da luz dentro de um foguete acelerado. (GAMOW, 2002)

Essa comprovação aconteceu no Eclipse de 1919, durante expedições de astrônomos ingleses em Sobral, no Ceará - Brasil e outra na África, na ilha de Príncipe. Foram observadas as posições aparentes de estrelas distantes, contando com a “presença da massa do Sol” nas proximidades da trajetória luminosa e os resultados foram de acordo com a teoria de Einstein, algo em torno de $1,75''$. Tais resultados foram anunciados na *Royal Society* e na *Royal Astronomical Society* como “a maior descoberta sobre a gravitação desde que Newton enunciou os seus princípios” (KENNEFICK, 2019).

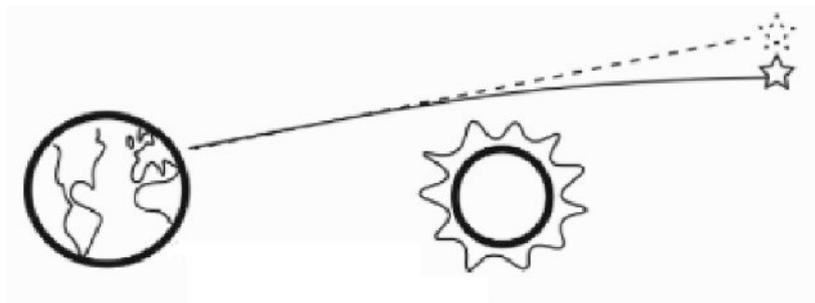


Figura 3.3. A linha tracejada indica a posição aparente da estrela e a linha cheia indica a posição real da estrela.

Adaptado de (KENNEFICK, 2019, figure 5)

3.2 Forças Inerciais

Nesta seção, fortemente baseada na referência (NUSSENZVEIG, 2002), faremos um breve resumo sobre referenciais não inerciais e forças inerciais. O princípio da relatividade de Galileu comparando um referencial em repouso com um referencial em movimento uniforme, mostra que as velocidades de um partícula vistas nesses dois referenciais se diferem pelo decréscimo da velocidade relativa entre eles, mas as acelerações são iguais, vide figura 3.4.

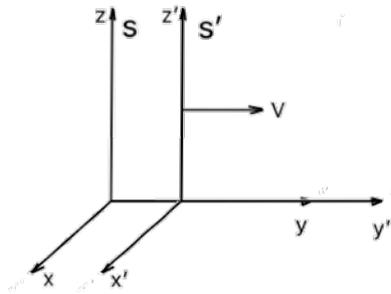


Figura 3.4 O referencial S' se move com velocidade V em relação ao referencial S . Figura preparada pelo próprio autor.

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}, \quad (3.1)$$

$$\vec{a}' = \vec{a}, \quad (3.2)$$

onde \vec{v} e \vec{a} são a velocidade e a aceleração da partícula medida no referencial S respectivamente; \vec{v}' e \vec{a}' é a velocidade da mesma partícula de acordo com S' respectivamente e \vec{V} é a velocidade de S' com respeito a S . Porém se o referencial S' possui aceleração constante em relação a S , dada por \vec{A} , teríamos:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_0 - \vec{A}t, \quad (3.3)$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}, \quad (3.4)$$

onde \vec{V}_0 é a velocidade do referencial S' no instante de tempo $t = 0$. Portanto, a 2ª Lei de Newton que é válida para o caso de S' estar em movimento uniforme, não será válida quando este estiver acelerado, pois.

$$\vec{F}' = m\vec{a}' + m\vec{A}, \quad (3.5)$$

Onde \vec{F}' é a resultante das forças sobre a partícula de acordo com o referencial S e m é a massa inercial da partícula. Reescrevendo equação (3.5), temos:

$$m\vec{a}' = \vec{F}' - m\vec{A} \quad (3.6)$$

Com isso, \vec{F}' será a “força verdadeira” e $-m\vec{A}$ a *força de inércia*.

Um exemplo de interesse segue (conforme as situação ilustrada na figura 3.1): imaginemos um foguete no espaço livre de qualquer campo gravitacional, portanto $\vec{F}' = \vec{F} = \vec{0}$ (força verdadeira), mas que seus motores são ligados e iniciam uma aceleração \vec{A} . A equação de movimento de uma massa m no referencial do foguete será:

$$m\vec{a}' = -m\vec{A} \quad (3.7)$$

Se supusermos que a aceleração \vec{A} do foguete seja tal que, $|\vec{A}| = g$, onde g é o módulo da aceleração da gravidade nas proximidades da superfície da Terra, um observador interno (dentro do foguete) experimentará uma perfeita simulação do campo gravitacional na superfície da Terra. De fato, ele visualizará um corpo abandonado “caindo” com aceleração g . Já para um observador externo é o foguete que sobe com aceleração g em direção ao objeto, como indicado na figura 3.5.

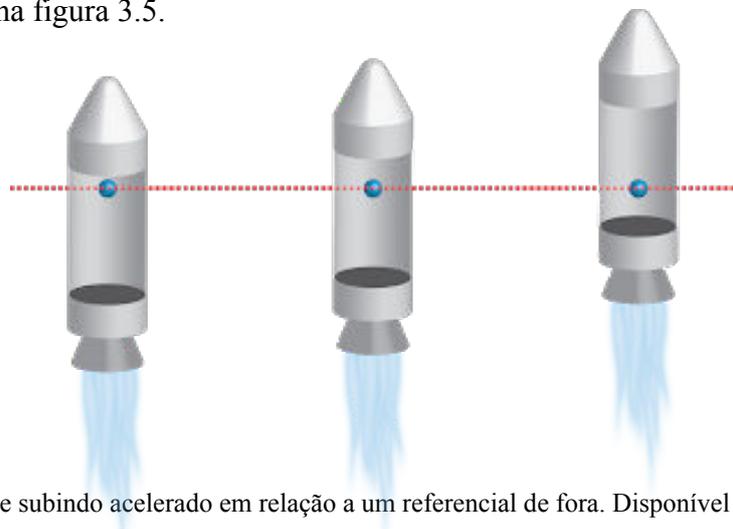


Figura 3.5. Foguete subindo acelerado em relação a um referencial de fora. Disponível em <http://fisicailustrada.blogspot.com/2017/08/principio-da-equivalencia.html> (Acessado em 05/01/2020)

Para terminar a motivação do princípio de equivalência apresentado na seção anterior, vamos resolver seguinte problema: seja agora o foguete em queda livre, com aceleração \vec{g} , constante, nas proximidades da superfície da Terra. Aplicando a equação (3.6), para uma partícula de massa m , temos que

$$m\vec{a}' = \vec{F}' - m\vec{g} \Leftrightarrow m\vec{a}' = m\vec{g} - m\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{0}. \quad (3.8)$$

Assim no referencial do foguete, a partícula permanecerá em repouso. O observador então dirá que não existe nenhum campo gravitacional atuando.

Além de trabalharmos com referenciais que sofrem uma translação, podemos imaginar também referenciais em rotação e analisarmos as forças de inércia que aparecem (figura 3.6). O nosso planeta é um referencial desse tipo, portanto esse estudo é bastante relevante. Suponha um disco girando com velocidade angular de módulo ω e uma partícula de massa inercial m presa por uma corda a uma haste localizada no centro. Para um referencial inercial, a força de tração (\vec{F}_A) é a resultante centrípeta sobre o corpo, com isso a 2ª lei de Newton resulta em:

$$\vec{F}_A = -m\omega^2 r \hat{r}, \quad (3.9)$$

onde \hat{r} é o vetor unitário na direção radial do disco, no sentido da borda. Mas no referencial do corpo, aparecerá uma força de inércia que equilibrará \vec{F}_A :

$$\vec{F}_A + \vec{F}_{in} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{in} = -\vec{F}_A = m\omega^2 r \hat{r}, \quad (3.10)$$

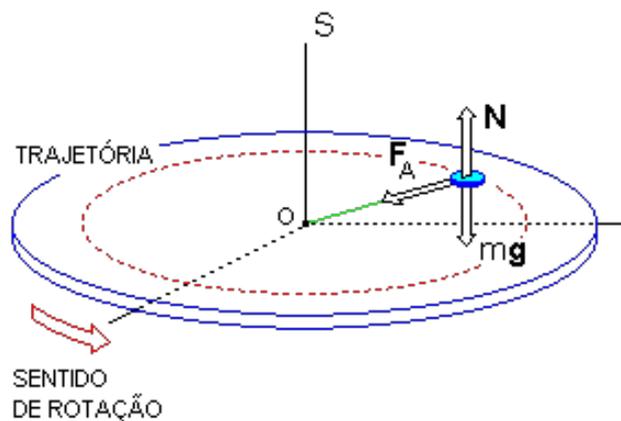


Figura 3.6. Disco girante. Disponível em <https://www.algosobre.com.br/fisica/forca-centrifuga.html> (Acessado em 05/01/2020)

Essa força de Inércia só existe no referencial em rotação e aponta na direção radial para fora da curva, é conhecida como *força centrífuga*. Esse conceito é utilizado, por exemplo, no processo de centrifugação utilizado em laboratórios, com o intuito de separar pequenas partículas ou substâncias com densidades diferentes. Além disso, é com a força centrífuga que criamos a “gravidade artificial” em estações espaciais, como no filme: 2001: Uma Odisséia no Espaço (KUBRICK, 1968).

Vimos então que a força centrífuga é uma força de inércia que atua sobre um corpo parado em relação a um referencial S' girante. Mas o que ocorrerá se o objeto move-se em relação à S' , como na figura 3.7?

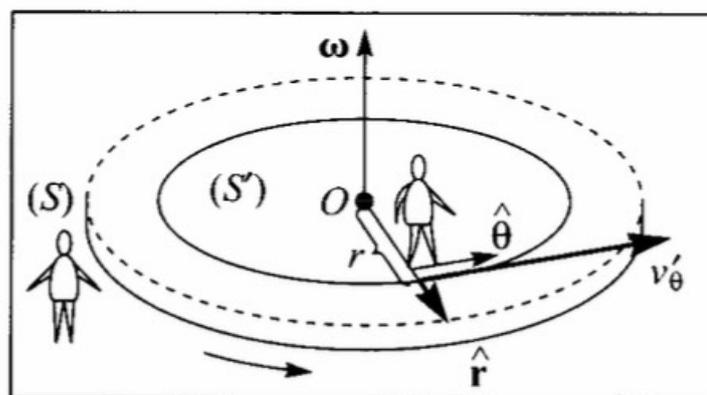


Figura 3.7. Referencial S' girante e referencial S em repouso. Retirada de (NUSENZVEIG, 2002)

Comecemos por considerar que o objeto move-se numa plataforma girante descrevendo um círculo de raio r . Assim só possui uma velocidade tangencial (na direção de θ) - usaremos as coordenadas r e θ para facilitarmos a descrição - além da velocidade de rotação do disco. No referencial S' , que gira solidariamente ao disco, temos que a partícula move-se com velocidade v'_θ . Portanto para o referencial S , teremos, pela adição Galileana de velocidades:

$$v_\theta = v'_\theta + \omega r. \quad (3.11)$$

Se a massa inercial do objeto é m , a força resultante para o referencial S será a centrípeta:

$$\vec{F} = -\frac{mv_\theta^2}{r}\hat{r} \quad \Longrightarrow \quad \vec{F} = -m\left(\frac{v'^2_\theta}{r} + \omega^2 r + 2\omega v'_\theta\right)\hat{r}, \quad (3.12)$$

onde substituímos na última passagem, o resultado a equação (3.12). Para o referencial S' , o objeto só possui a velocidade com que ela se move em relação à plataforma (v'_θ) e a força resultante sobre o objeto será:

$$m\vec{a}' = -\frac{mv'^2_\theta}{r}\hat{r}. \quad (3.13)$$

Portanto, substituindo a equação acima na equação (3.12), temos

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in}, \quad (3.14)$$

onde

$$\vec{F}_{in} = m\omega^2 r\hat{r} + 2m\omega v'_\theta\hat{r}. \quad (3.15)$$

Observe que o primeiro termo é a força centrífuga $m\omega^2 r\hat{r}$, e o segundo termo só aparece quando há movimento entre o corpo e o referencial girante, essa força é chamada de *força de Coriolis*, dada por

$$\vec{F}_{Coriolis} = 2m\omega v'_\theta\hat{r}. \quad (3.16)$$

Diferente da força centrífuga, ela não depende da posição r da partícula, mas depende de sua velocidade (v'_θ) e da velocidade angular da plataforma. A direção da força será sempre perpendicular à velocidade da partícula desviando a trajetória para a direita, em relação ao sentido de ω .

Agora vamos analisar o caso da partícula com movimento radial, com velocidade na direção \hat{r} em relação ao referencial S' , visto na figura 3.8.

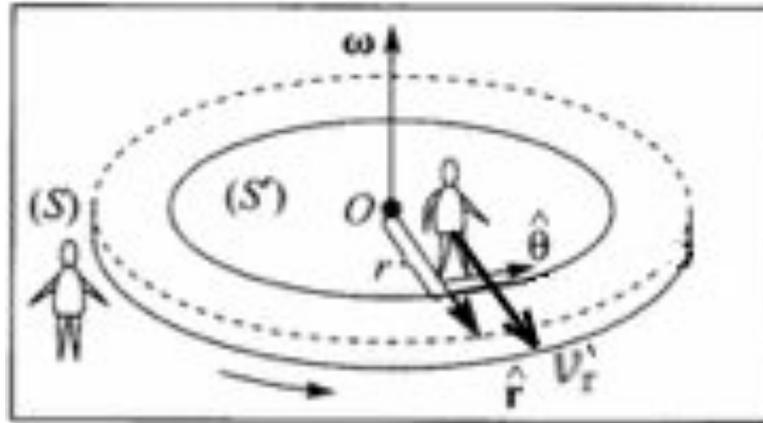


Figura 3.8. Pessoa se movendo no sentido radial em relação ao referencial girante S' . (NUSSENZVEIG, 2002)

Apesar do movimento da pessoa em relação a S' ser unicamente radial, visto do referencial S , ele possuirá uma componente da velocidade na direção tangencial, $\hat{\theta}$, graças ao movimento da plataforma. Sendo assim, em S existirá uma aceleração centrípeta e uma aceleração tangencial, pois como a pessoa caminha em direção à borda, sua velocidade tangencial aumenta com o raio

$$v_\theta = \omega r. \quad (3.17)$$

Como queremos calcular a aceleração tangencial, precisamos da seguinte quantidade

$$\Delta v_\theta = v_\theta(r + \Delta r) - v_\theta(r) = \omega(r + \Delta r) - \omega r = \omega \Delta r. \quad (3.18)$$

Encontramos a aceleração tangencial média, dividindo por Δt :

$$\frac{\Delta v_\theta}{\Delta t} = \omega \frac{\Delta r}{\Delta t} . \quad (3.19)$$

Tomando o limite $\Delta t \rightarrow 0$, temos a aceleração tangencial do objeto, de acordo com S :

$$a_\theta^{(1)} = \omega v_r, \quad (3.20)$$

onde $v_r = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$ é a velocidade radial instantânea do objeto. Mas a aceleração tangencial receberá outra contribuição, após um intervalo de tempo Δt , a plataforma gira um ângulo $\Delta\theta = \omega\Delta t$, isso altera a direção de v_r , ficando (conforme mostra a figura 3.9):

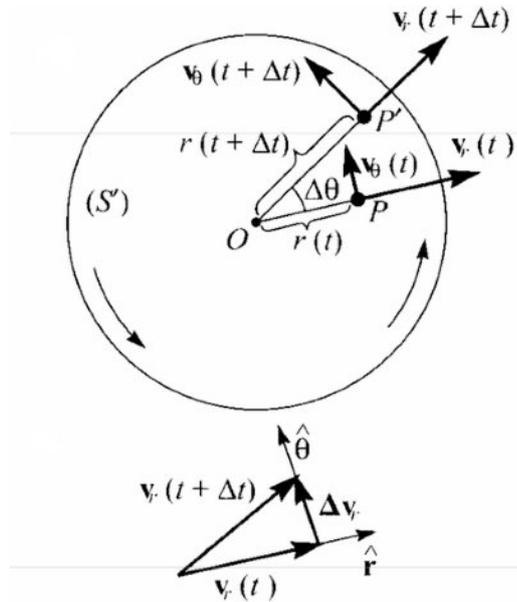


Figura 3.9. Cálculo do vetor variação da velocidade na direção radial. Retirada de (NUSENZVEIG, 2002)

$$\Delta \vec{v}_r = \vec{v}_r(t + \Delta t) - \vec{v}_r(t). \quad (3.21)$$

Este vetor possui direção $\hat{\theta}$ e módulo dado por

$$\Delta v_r = v_r \Delta\theta. \quad (3.22)$$

Dividindo a equação acima por Δt ,

$$a_{\theta}^{(2)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_r}{\Delta t} = v_r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \omega v_r. \quad (3.23)$$

A aceleração tangencial final é dada por

$$a_{\theta} = a_{\theta}^{(1)} + a_{\theta}^{(2)} = 2\omega v_r = 2\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (3.24)$$

Pois as velocidades radiais são iguais nos dois referenciais. Portanto, visto de S , a aceleração fica:

$$\vec{a} = -\omega^2 r \hat{r} + 2\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (3.25)$$

O primeiro termo é a força centrípeta, sendo assim, a força de inércia visto em S' será:

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a} = m\omega^2 r \hat{r} - 2m\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (3.26)$$

Novamente o 1º termo é a força centrífuga e o 2º termo, a força de Coriolis

$$\vec{F}_{Coriolis} = -2m\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (3.27)$$

Comparando os dois valores encontrados para a força de Coriolis é fácil visualizar que ambos possuem as mesmas características. A direção $-\hat{\theta}$ indica um desvio para direita do movimento. O próprio planeta Terra é um corpo girante onde podemos perceber a presença da força de Coriolis. Um bom exemplo é o pêndulo de Foucault, com o mais famoso localizado no Panteão de Paris. O físico francês, Jean Bernard Léon Foucault, percebeu que o plano pendular oscila a cada período, demonstrando assim a rotação do planeta. Para nós, que estamos no referencial da Terra (corpo girante), a força que provoca essa rotação no plano do pêndulo é a força de Coriolis.

A descrição de fenômenos sob a visão de referenciais não-inerciais, possui um papel muito relevante na construção da teoria da relatividade geral. Através dessas descrições, Eins-

tein viu a possibilidade de comparar os campos de aceleração com os campos gravitacionais uniformes, enunciando o princípio de equivalência. Após Einstein idealizar e conceber sua teoria, comprovações se faziam necessárias, uma delas aconteceu em território brasileiro e será descrita no próximo capítulo.

Capítulo 4

O Eclipse

Para ocorrer um eclipse, independentemente se é um eclipse solar, ou lunar, os astros precisam se alinhar. Como as órbitas da Terra em torno do Sol e da Lua em torno da Terra não são coplanares, os eclipses acontecerão apenas nos nós (pontos onde as órbitas se cruzam), conforme mostra a figura 4.1, e apenas durante as fases de Lua Cheia e Lua Nova. Por exemplo, quando a Terra se localiza entre o Sol e a Lua, fazendo o papel de obstáculo, ela impede que a luz Solar atinja a Lua e com isso não a vemos por reflexão, esse é o eclipse lunar, e só ocorre durante a Lua Cheia. Ele pode ser visto em qualquer parte da Terra, devido a sombra produzida ser muito maior do que a própria Lua, vide a figura 4.2.

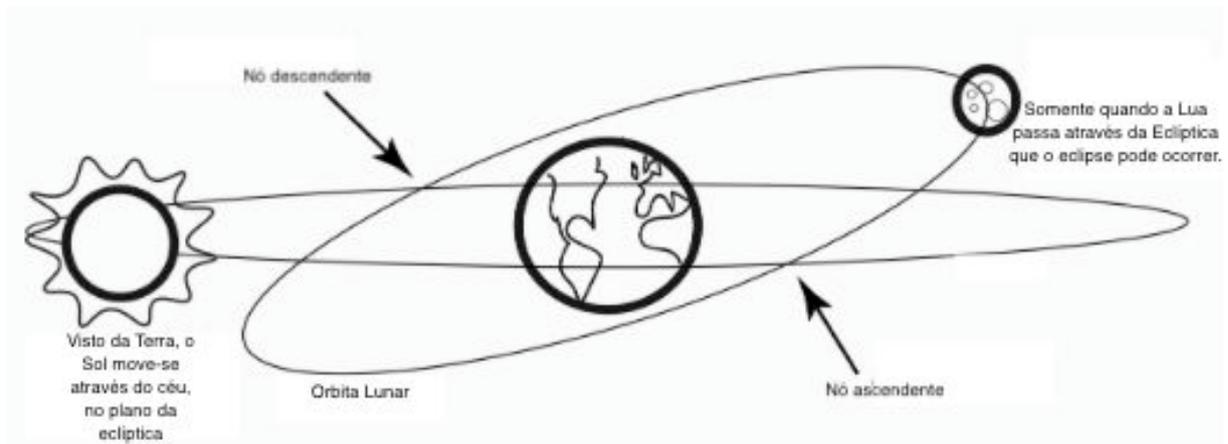


Figura 4.1. As condições para que haja um eclipse total do sol. Legendas traduzidas da figura da referência (KENNEFICK, 2019)

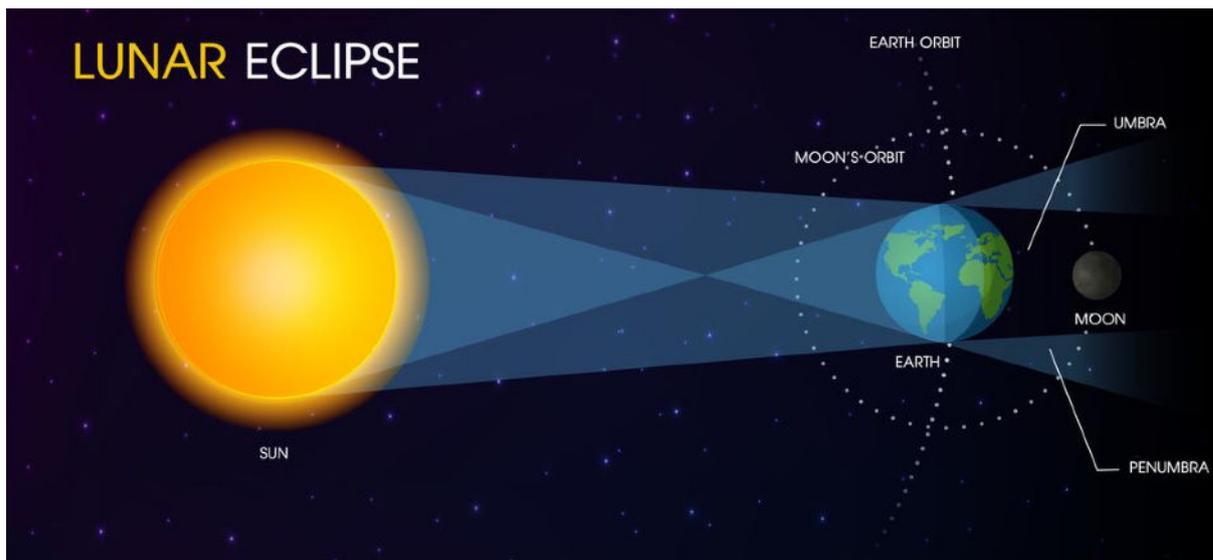


Figura 4.2. O eclipse lunar. Disponível em <https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/594167-eclipse-lunar-da-lua> (Acessado dia 05/01/2020)

Outra possibilidade de alinhamento é com a Lua fazendo o papel de obstáculo, impedindo que parte dos raios solares atinjam a Terra. Isso acontece durante a fase da Lua nova e só pode ser visto por uma pequena área do planeta Terra, uma vez que a sombra projetada pela Lua é menor que o planeta, portanto teremos regiões com eclipse total, eclipse parcial e regiões onde o eclipse não será visível. Isto é visto na figura 4.3.

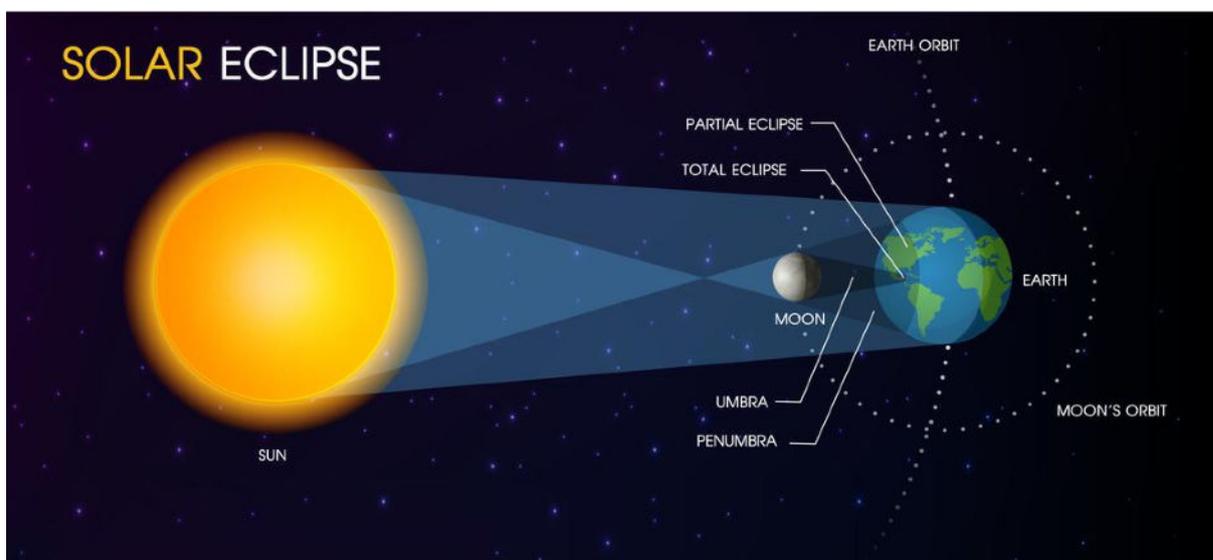


Figura 4.3. O eclipse solar. Disponível em <https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/594167-eclipse-lunar-da-lua> (Acessado dia 05/01/2020)

Além disso, a Lua pode estar mais próxima ou mais afastada da Terra ao longo de sua órbita. Quando está mais afastada, sua superfície não é suficiente para obstruir todo o Sol e deixa os raios da borda Solar passarem, provocando assim um eclipse anular (figura 4.4).



Figura 4.4. O eclipse anelar. Disponível em <https://gizmodo.uol.com.br/eclipse-anular-sol-decada/> (Acessado dia 05/01/2020)

Um eclipse Solar total é, portanto, um evento bastante raro, ele não acontece em nenhum outro planeta do nosso sistema solar e mesmo aqui, apenas em uma superfície bem pequena. Isso é devido à exata distância da Lua ao Sol, que mesmo sendo muito menor consegue ficar “do mesmo tamanho” para alguns pontos do planeta. A figura 4.5 ilustra a imagem obtida no eclipse solar de Sobral de 1919.



Figura 4.5. Foto do eclipse total feita durante a expedição para observar o Eclipse de Sobral em 1919. Disponível em <https://daed.on.br/sobral/index.php?lang=en-us> (Acessado dia 07/01/2020)

Frank Dyson, astrônomo inglês e presidente do Comitê Conjunto do Eclipse Permanente (JPEC), era responsável pelos planejamentos de expedições para observar eclipses. Logo após o início da primeira Guerra Mundial, o ano de 1914, foram enviadas expedições para a Suécia e Rússia com o objetivo de observar a deflexão da luz, mas o governo Russo, permeado por tensões nacionalistas e rivalidades econômicas entre os países envolvidos na guerra, impediu o experimento e confiscou os instrumentos, pois encarou a expedição como inimiga do governo. Sendo assim a teoria de Einstein não pôde ser testada. Outro astrônomo inglês, Arthur Eddington, entusiasta da teoria de Einstein, se uniu a Dyson e planejaram a expedição para observar o eclipse de 1919, eles já tinham testemunhado juntos outros dois eclipses, em 1900 e 1912, inclusive experiências obtidas nesses eventos foram importantes posteriormente. A primeira observação de um eclipse com o propósito de testar a teoria de Einstein foi o de 1912, obviamente em 1900 o objetivo não poderia ser a teoria da relatividade, naquele contexto outra missão estava muito mais presente: a observação de um planeta muito pró-

ximo do Sol, batizado de Vulcano. Alguns astrônomos acreditavam na existência de tal planeta e seria ele o responsável por anomalias na órbita do planeta Mercúrio, posteriormente a TRG explicou a precessão de Mercúrio. Para um leitor interessado em aprofundar seus conhecimentos sobre a anomalia na órbita de Mercúrio vide a dissertação (CUNHA, 2017).

Em 1919, haviam alguns problemas para medir a posição das estrelas durante o eclipse, o primeiro com relação a alguns instrumentos que ainda estavam confiscados na Rússia desde 1914, equipamentos enormes e pesados que dificultavam o seu transporte, sem contar que o governo Russo utilizava, naquela época, navios civis para o serviço de guerra. Outro problema é prever onde e quando será o eclipse. As datas dos eclipses foram anotadas em almanaques e efemérides com alguns anos de antecedência e boa precisão, tudo calculado através de tabelas astronômicas publicadas, que fornecem as posições dos planetas e da Lua, como as de Copérnico ou Kepler. Porém, determinar o local que sofrerá um eclipse total é bem mais complexo, já que tal totalidade costuma ter aproximadamente 100 quilômetros de extensão e pequenos erros podem vencer toda a luta para contemplar o fenômeno. Vemos, na figura 4.6, a faixa do eclipse total do dia 29 de maio de 1919.

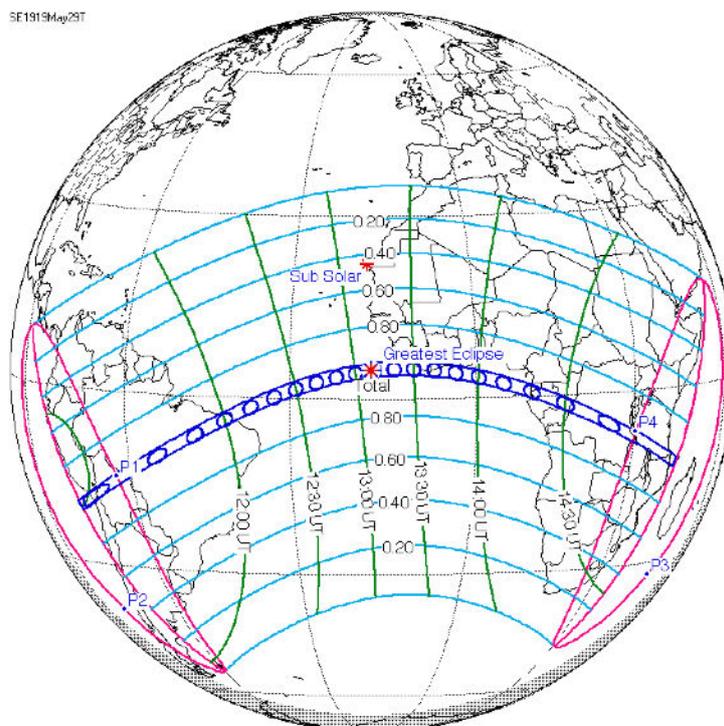


Figura 4.6. A trajetória do eclipse total (faixa em azul) do dia 29 de maio de 1919. Disponível em https://en.wikipedia.org/wiki/Eddington_experiment (Acessado dia 07/01/2020)

Mas mesmo assim o eclipse de 1919 era bastante promissor para testar a teoria da relatividade geral, pois o Sol estava próximo do aglomerado de estrelas Hyades, o mais próximo da Terra, e com isso, a quantidade de estrelas brilhantes era abundante. Portanto, duas expedições foram enviadas: a Príncipe, na África e a Sobral, no Brasil. Na ilha de Príncipe, Eddington não teve sorte, o céu nublado não permitiu contemplar o fenômeno da maneira esperada e os dados obtidos não foram satisfatórios. Na cidade cearense, no dia 29 de maio de 1919, o dia também amanheceu nublado, o que aumentou a tensão com o risco de perder o tão esperado acontecimento. No entanto, um pouco antes da 9 horas da manhã, uma fenda nas nuvens desvendou o majestoso disco solar encoberto pela Lua. Em meio a alguns sobralenses apavoados com o que parecia o dia do juízo final, os astrônomos aproveitavam os cinco minutos e treze segundos para tirarem inúmeras fotos e estabelecer um dos eclipses mais importantes de toda a história, marcando a supremacia do modelo relativístico de Einstein sobre o mecanicismo Newtoniano. Os dados obtidos correspondiam com o esperado e a deflexão da estrela estava na margem prevista por Einstein, que era aproximadamente $1,75''$. Os resultados da expedição foram publicados na referência (DYSON, EDDINGTON E DAVIDSON, 1920).

Capítulo 5

Educação formal, não formal e informal

A educação não formal é uma área que vem crescendo, mas ainda carrega bastante ambiguidade quando comparada às outras tipologias educativas: formal e informal. Apesar da aprendizagem formal ainda ser o campo de maior atenção e influência na educação, nas últimas décadas a valorização da educação não formal é percebida por diversos autores que vêm reconhecendo sua importância na aprendizagem do indivíduo.

O termo educação não formal começou na década de 60, quando alguns apelos políticos e sociais apontavam para a criação de novos espaços na educação, dando uma outra saída para a praticamente exclusiva formalidade escolar, que atravessava por uma identificada crise no momento, como cita (CAZELLI, COSTA E MAHOMED, 2010)

Os fins da década de 1960 e início da de 1970, no quadro mundial, foram estimulantes e férteis para a abertura de novos espaços de educação. Começava a tomar corpo outro setor da educação que se deslocava da formalidade da escola, reconhecidamente em crise. Esse movimento tomou a denominação de educação não formal. (CAZELLI, COSTA E MAHOMED, 2010).

A divisão do sistema educativo em três termos: formal, não formal e informal, surgiu de forma pioneira das publicações de COOMBS, de 1968, apud MARQUES e FREITAS, 2017 e da UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura), de 1972, apud MARQUES e FREITAS, 2017. Isso definiu um marco relevante, conforme mostra a citação a seguir

[...] apesar de sempre ter sido dada alguma atenção à educação fora da escola e haver reconhecimento da importância dos recursos de ensino e aprendizagem da comunidade, o novo termo ‘não formal’ ajudou a legitimar esta atenção (BELLE, 1982, p. 160 apud MARQUES e FREITAS, 2017).

Independente do tempo que passou desde a formulação do termo, a unanimidade e a solidez das características ainda não foram alcançadas. Ainda existe muita dificuldade de limitar as interseções encontradas nas tipologias, como comenta Gohn apud Marques e Freitas, 2017.

A educação não formal ainda não está bem consolidada, não é um conceito, mas todas as categorias e conceitos se estabelecem em um campo de disputas pelo significado e de marcação do campo de atuação. [...] Ou seja, por detrás de cada uma dessas terminologias, certamente há autores referenciais, há uma forma de ver o mundo, uma forma de conceber o processo de mudança e transformação social, e como a educação se insere nestas visões. À medida que ficam mais claras essas construções, serão mais saudáveis os debates e os embates sobre essas formulações. (Gohn 2014, p. 48 apud MARQUES e FREITAS, 2017).

A literatura tenta esclarecer as características de cada área e a escolha de alguns fatores são recorrentes. Marques e Freitas, 2017, divide esses fatores em tópicos e sub-tópicos para esclarecer a diferença:

- Processo
 - Relação professor-aluno;
 - Avaliação;
 - Aprendizagem coletiva ou individual;
 - Abordagem pedagógica;
 - Mediação da aprendizagem;
 - Aprendizagem tácita ou explícita;
 - Aprendizagem contextual ou generalizável;
 - Papel das emoções.
- Conteúdo
 - Natureza e tipo de conhecimento;
 - Estatuto do conhecimento;
 - Localização.
- Estrutura
 - Grau de planejamento e de estrutura;
 - Determinação dos objetivos e resultados;

- Duração/tempos da aprendizagem;
- Tipos de grupos.
- Propósito
 - Intencionalidade de professor/aluno;
 - Certificação;
 - Interesses endereçados;
 - Objetivos da aprendizagem;
 - Estatuto educativo;
 - Medição dos resultados.

5.1 Processo

São abordados os itens provenientes dos aspectos processuais da aprendizagem.

5.1.1 Relação Professor-Aluno

Na educação formal a figura do professor é central, os papéis normalmente não se invertem e a estrutura é engessada. Na educação não formal a direção é voltada para o aluno, e mesmo sendo guiada ou conduzida pelo professor, a rigidez e a hierarquia é de alguma maneira evitada. Por fim, a aprendizagem informal, completamente focada no aluno sendo ele o protagonista do percurso traçado (MARQUES e FREITAS, 2017).

5.1.2 Avaliação

Enquanto que no ensino formal a avaliação possui uma importância muito grande, com aspecto de medir o que foi aprendido, promovendo a competição (GRIFFIN, 1994), no ensino não formal, geralmente não há avaliação, ou quando há, não possui uma grande relevância, pois não tem o caráter de acreditação da aprendizagem. Quando se refere ao informal podemos garantir: não há avaliação (MARQUES e FREITAS, 2017).

5.1.3 Aprendizagem coletiva ou individual

No ensino formal, a aprendizagem, a avaliação e as dinâmicas, são em grande maioria individuais, mesmo com os aprendizes sendo divididos em turmas e séries. Na educação não formal, as possibilidades de dinâmicas coletivas são mais flexíveis, podendo até mesmo serem individuais, mas sem a atribuição pré-definida, tentando sempre privilegiar aprendizagens coletivas. Assim como na informal, onde o saber pode vir de pessoas próximas, na vida social, na família, no campo profissional, mas nada impede de ser individual também, durante a leitura de um livro, o acessando a internet, assistindo um programa de TV e etc. (MARQUES e FREITAS 2017).

5.1.4 Abordagem Pedagógica

A tipologia formal possui um caráter bem mais centrado na transmissão e no controle, enquanto a informal, na outra extremidade, possui uma pedagogia mais maleável e voltada para o aprendiz. Entre as duas está a não formal, caracterizada por ser “fortemente observacional e participativa” (MARTIN, 2004, p. 74). Alguns autores citam referenciais teóricos usados com maior frequência em museus, por exemplo: behavioristas, cognitivistas, construtivistas e outras teorias que se debruçam na construção social do conhecimento (MARQUES e FREITAS, 2017).

5.1.5 Mediação da Aprendizagem

Na educação formal está bem clara a mediação pelo docente. Ele representa a figura detentora do saber, centralizando o processo e mantendo a hierarquia. Na educação não formal, pode ser mediada e geralmente é, mas não por um professor. Essa mediação pode acontecer por um monitor, um animador, um guia ou qualquer outro agente. Neste contexto há uma relação não hierárquica entre o aprendiz e o mediador. Mas para a aprendizagem infor-

mal, esse mediador não existe, mesmo em alguns casos quando há pessoas tomando partido da mediação, esse papel não é declarado (MARQUES e FREITAS 2017).

5.1.6 Aprendizagem tácita ou explícita

A educação formal e não formal são explícitas, pois o objetivo, na maioria das vezes, é educacional ou educativo. Na aprendizagem informal, é comum uma aprendizagem tácita e até “pode não ser reconhecida, mesmo pelos próprios indivíduos, como enriquecimento dos seus conhecimentos e aptidões” (UNIÃO EUROPEIA, 2000, p.9 apud MARQUES e FREITAS, 2017).

...não é habitualmente considerada como ‘verdadeira’ aprendizagem, nem os seus resultados têm muito valor de troca no mercado de trabalho. A aprendizagem não formal é, por conseguinte, tipicamente subvalorizada. (UNIÃO EUROPEIA, 2000, p.9 apud MARQUES e FREITAS, 2017)

5.1.7 Aprendizagem contextual ou generalizável

Uma crítica que envolve o ensino formal é pelo fato de ser geralmente descontextualizada e longe do cotidiano. Seu destaque está nos símbolos e linguagens acadêmicas, mantendo-se engessada e padronizada. Para o ensino não formal, a interdisciplinaridade, teoricamente, dá-se pela liberdade de assuntos e conteúdos, permitindo a inserção de temas habituais de um determinado grupo. Já na aprendizagem informal, qualquer aprendizagem surge do contexto, está completamente ligada ao que aprendemos no dia a dia (MARQUES e FREITAS, 2017).

5.1.8 Papel das emoções na aprendizagem

Na aprendizagem informal e não formal o sentimento e o emocional do aluno possui um papel importante na escolha do tema, facilitando a aprendizagem. Isso torna a prática mais “leve” e descontraída. Isto é diferente da rigidez e do engessamento no estudo formal, onde o aspecto emotivo quase sempre é desvalorizado. (MARQUES e FREITAS, 2017).

5.2 Conteúdo

Vamos discutir os conteúdos abordados nas diferentes tipologias educacionais, se são produzidos, transmitidos e qual o foco do que é ensinado.

5.2.1 Natureza e tipos de conhecimentos

No ensino formal, o conhecimento é dividido em disciplinas que ensinam assuntos universais, buscando bater metas. Além disso, esse conhecimento é acumulativo e possui um crescimento na dificuldade, com uma aplicabilidade nem sempre iminente no dia a dia. Diferente do ensino formal, onde se aplica um conhecimento integralmente mental, a educação não formal e aprendizagem informal envolve também, componentes práticos, físicos, promovendo, supostamente, um conteúdo mais contextualizado, pois não há uma divisão em disciplinas, o que torna o aprendizado mais fluido e contínuo.

5.2.2 Estatuto do conhecimento

O estatuto é muito valorizado na educação formal, pois o conhecimento é medido e bem definido, sendo ele o objetivo principal. Na aprendizagem informal e não formal, esse estatuto é bem menor e desvalorizado, pois o “que é aprendido” não está estabelecido nem dividido em tópicos ou conteúdos.

5.2.3 Localização

Esse fator além de ser um dos mais comentados na literatura, ele derruba uma possível padronização dos espaços quando associados à aprendizagem. A tendência é que uma educação formal ocorra dentro de instituições de ensino: escolas, universidades e centros de formação, mas ela pode ocorrer fora desses espaços. A educação não formal costuma ocorrer em museus, exposições, zoológicos etc., ou seja, fora do âmbito escolar, porém, isso não impossibilita sua ocorrência nos espaços formais de ensino (CHAGAS, 1993, apud MARQUES E

FREITAS, 2017). Na informal, o espaço é o dia a dia, na família, no lazer ou em qualquer lugar, ocorrendo no coletivo, no social (MARQUES E FREITAS, 2017).

5.3 Estrutura

Contemplaremos os contextos, os currículos, a organização e os certificados. Muito importante na diferenciação dos tipos de educação (MARQUES E FREITAS, 2017).

5.3.1 Grau de planejamento e estrutura

O ensino formal possui um modelo bastante estruturado em todos os sentidos. Existe planejamento de conteúdo, de tempo, de objetivos, de avaliações, de turmas, de turnos, enfim, o ensino formal está no extremo da estruturação e do planejamento. Já no ensino não formal, existe uma organização mas não está completamente fechada, possui uma sistematização mas sem uma hierarquia muito definida. O conteúdo é mutável e adaptável, sem o currículo pré-estabelecido que vemos nas instituições de ensino. Na outra ponta está o aprendizagem informal, ausente de estruturação (ou com bem pouca), com um planejamento vivo, espontâneo e improvisado.

5.3.2 Determinação dos objetivos e resultados

Esse fator apresenta a diferença entre as tipologias educacionais com respeito as leis e regulamentações. O ensino formal é regido por diretrizes nacionais, controlado por ministérios e secretarias de educação que também se responsabilizam por fiscalizarem os currículos e resultados. Já o ensino não formal, possui uma burocracia mais amena e pode ser bem menos determinado por órgãos superiores, apesar de não ser descartada a influência, em algumas situações, de governos e autoridades quando são utilizados recursos financeiros vindos do poder público. Se tratando do aprendizagem informal, não existe qualquer tipo de interferência externa na definição de resultados e objetivos, sendo completamente interno (em muitos casos pelo próprio aprendiz) toda e qualquer determinação estabelecida.

5.3.3 Duração/tempos de aprendizagem

O tempo também é padronizado, definido e bem dividido na educação formal, vide os anos letivos, semestres, bimestres, tempos de aula e etc. Possui uma sequência bem cartesiana e constante. Já no ensino não formal, o tempo não é obrigatoriamente planejado e definido, o foco está no presente com intervalos de tempo mutáveis e fluidos. Agora, se o assunto é o aprendizagem informal, não há qualquer engessamento ou limitação de tempo, a aprendizagem acontece a toda instante, no dia a dia, no cotidiano.

5.3.4 Tipos de grupos

Tratando de grupos, podemos dizer que na educação formal eles são muito homogêneos, de mesma faixa etária, níveis intelectuais próximos e todos estudam o mesmo conteúdo. O que não se observa na educação não formal e na aprendizagem informal, onde as idades se misturam e os saberes de cada indivíduo são distintos. Porém, na não formal, ainda é possível nos depararmos com grupos homogêneos, como a visita ao museu realizada por uma turma de colégio, mas essa padronização de aprendizes não é caracterizada como uma necessidade.

5.4 Propósito

Agora, abordaremos os propósitos, ou seja, aos macro-objetivos de cada tipologia.

5.4.1 Intencionalidade do professor/aluno

Iniciando pela educação formal, está bem explícito que o objetivo é a educação ou o diploma, isso por muitas vezes é obrigatório e sendo assim a motivação se torna extrínseca, vinda do professor. Em algumas situações, a educação não formal também demonstra uma intencionalidade educacional, mas o caráter obrigatório difere essa tipologia da educação formal. Quando se trata da aprendizagem informal, é mais comum a aprendizagem acontecer de forma não intencional e com uma motivação intrínseca, a aprendizagem acontece em decorrência de outras atividades, mas de maneira casual e involuntária.

5.4.2 Certificação

O ensino formal é por excelência certificador, levando a uma sequência de diplomas adquiridos pelo aprendiz ao longo dos cursos concluídos. No ensino não formal, essas possíveis certificações não são aceitas como qualificações, portanto não se caracteriza como uma tipologia certificadora. Por fim, no aprendizagem informal, não faz sentido ter certificação, o que pode comprometer a acreditação, mas não a aprendizagem adquirida. Deve ser tratado com muito cuidado pelas autoridades a necessidade de certificações em todas as tipologias, pois isso pode confundir e modificar a essência do ensino não formal e aprendizagem informal, tornando-os mais próximos do ensino formal e tolhendo a população de seus proveitos.

5.4.3 Interesses endereçados

Na educação formal os interesses podem ser definidos politicamente ou economicamente, servindo e privilegiando certos grupos e instituições, portanto, dificilmente favorece minorias, podendo ainda cometer injustiças sociais. Contudo, no ensino não formal há uma possibilidade maior de amparar grupos oprimidos e pouco representados na sociedade, permitindo uma heterogeneidade de gêneros, de identidades étnico-religiosas e socioeconômicas. No aprendizagem informal, não sendo organizado, acaba por abranger todos os grupos ou classes sociais num processo que podemos classificar como espontâneo.

5.4.4 Objetivos da aprendizagem

Para a educação formal, os objetivos são bem definidos pelo currículo, especificado por parâmetros curriculares e leis. Tais conteúdos são apresentados de maneira a desenvolver habilidades e competências para formar um cidadão crítico e ativo na sociedade, além de aguçar o raciocínio lógico, criatividade, coordenação motora e etc. Na educação não formal podem-se ter diversos objetivos, ajustáveis de acordo com o grupo, versáteis para ocasiões distintas e complementares à educação formal, como uma visão adicional de determinado assunto. No aprendizagem informal, não há objetivo definido, uma vez que a aprendizagem não é sequer programada.

5.4.5 Estatuto educativo

A educação formal e não formal possuem o status de educação, porém para muitos autores a informal não possui. Isso já foi inicialmente discutido na subseção 5.4.1, por ser espontânea e não planejada, a tipologia informal pode não ser considerada como educação. Entretanto, é um consenso que existem processos de aprendizagem envolvidos e numa perspectiva menos sólida, levando em conta todas as características, o aprendizagem informal não pode ser considerado uma educação, a aprendizagem adquirida acontece como um “efeito colateral” da atividade realizada (leitura de uma revista, documentário assistido).

5.4.6 Medição dos resultados

Os resultados são bastantes palpáveis e estimáveis na educação formal, em razão de ser mais engessada, portanto geralmente não ocorrem imprevistos. Já na educação não formal e na aprendizagem informal acontece o contrário, ou seja, não é possível determinar os resultados; de fato quantificar os ganhos educacionais obtidos durante uma visita ao museu ou a contemplação de um filme, por exemplo, não é uma tarefa fácil. Porém, podemos considerar essa característica como algo intrínseco a essas tipologias.

5.5 Ensino não formal de ciências

Alguns espaços não formais abordam especificamente conceitos científicos e possuem um papel importante não somente como complementação do ensino formal, mas também na divulgação científica. Esses locais podem ser classificados como: (i) museus de primeira geração - apresentam peças importantes para construção da ciência, (ii) museus de segunda geração - valorizam o conhecimento adquirido e suas contribuições para a indústria e o progresso social e (iii) museus de terceira geração - permitem a participação e interação do público (VALENTE, 2002, apud RUBINI, 2008, p. 20).

Para os da terceira geração, o objetivo é que o visitante assuma uma postura mais ativa visando se afastar da postura tradicional dos museus de primeira e segunda geração. Com

isso, surge um sub-grupo chamado centros de ciências e novos termos que diversificam a interação do público com a exposição:

- (i) *Hands-on*, significando uma participação física do público com a exposição;
- (ii) *Minds-on*, privilegiando o raciocínio;
- (iii) *Hearts-on*, quando as emoções e sensações do visitante contribuem para o conhecimento;

Tais classificações não são um consenso, entretanto a necessidade da interação do público com a exposição é fundamental, envolvendo o visitante e tornando-o cada vez mais ativo no processo do conhecimento (RUBINI, 2008).

5.6 Comentários Finais

Esses fatores aqui listados não são todos que já foram citados pelos autores da área, mas tais definições são suficientes para diferenciar e definir as contribuições de cada tipologia, dando ênfase à educação não formal e aprendizagem informal, que em hipótese alguma podem ser vistas como contrárias à educação formal. Também é importante ressaltar que tais definições não são consensuais para todos os estudiosos da área, por exemplo, autores de língua inglesa utilizam de termos como *informal science education* (educação informal em ciências) e *informal science learning* (aprendizagem informal em ciências) para quaisquer atividades fora do ambiente escolar tradicional. Já os autores de língua portuguesa, diferenciam a educação formal da não formal e da informal, adotando o nome informal para aprendizagens em ambientes do trabalho, do cotidiano familiar, entre outros (MARANDINO, 2017). Entretanto, trataremos a aprendizagem não formal com as características descritas neste capítulo, pois o produto deste trabalho (caixa relativística) e as atividades propostas, foram planejadas e elaboradas com características da educação não formal, como por exemplo a aprendizagem coletiva, mediada por um monitor, com características observacionais que privilegiam o raciocínio (*minds-on*). Para um leitor interessado, sugerimos a dissertação de mestrado de Gustavo M. Rubini (RUBINI, 2008).

Capítulo 6

Montagem e utilização do produto

O produto, chamado de caixa relativística, será utilizado para fazermos uma analogia, almejando facilitar a visualização da deformação do espaço e a geodésica percorrida pela luz ao atravessá-lo, vide a figura 6.1. A atividade privilegiará aprendizagens coletivas, sendo mediada por um monitor e com uma característica bastante observacional. Tais aspectos são justificados por essa ser uma proposta não formal de aprendizagem, como foi discutido no capítulo 5 deste trabalho, principalmente nos itens 5.1.3 (tentar privilegiar aprendizagens coletivas), 5.1.4 (caracterizada por ser fortemente observacional e participativa) e 5.1.5 (pode ser mediada, mas não por um professor). Ilustraremos, ainda, o Eclipse Solar que ocorreu em Sobral no ano de 1919 e a visualização da estrela durante o fenômeno.

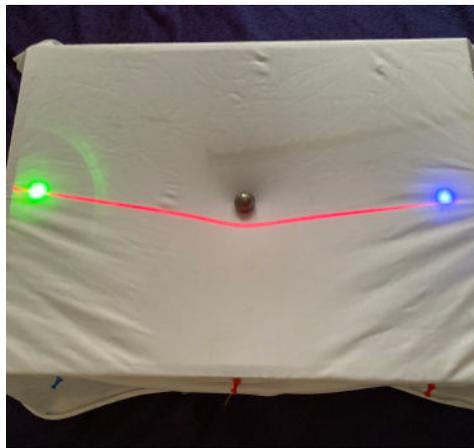


Figura 6.1. Caixa Relativística. Figura própria.

6.1 Construção e Montagem

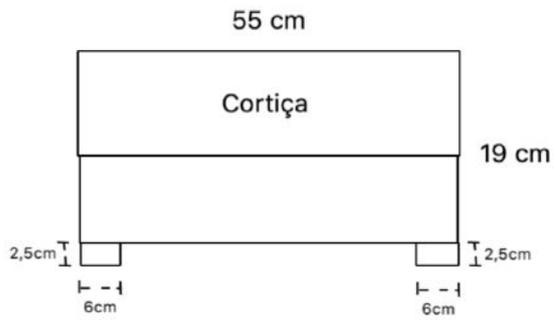
Para a construção do experimento, foram utilizados os seguintes materiais:

- Duas placas de madeira com 41cm x 19cm;
- Duas placas de madeira com 55cm x 19cm;

- Uma placa de madeira com 55cm x 10cm;
- Quatro sólidos de madeira com 6cm x 6cm x 12cm;
- Um tecido de poliéster com 70cm x 55cm;
- Uma placa de cortiça com 10cm x 192cm;
- Três LEDs de 5mm com cores distintas para ajudar na diferenciação;
- Uma lâmpada LED 10mm;
- Dois lasers linha de 650nm com 5mW;
- Dois lasers pontuais de 650nm com 5mW;
- Uma ponteira pontilhada para laser ponto;
- Uma bola de isopor com raio de 1,5cm;
- Uma bilha de metal com raio de 1,5cm;
- Uma caixa de tachinhas;
- Dois metros de fio de diâmetro 0,5mm;
- Um potenciômetro;
- Cinco botões/interruptores;
- Fio de arame 50cm;
- Suporte para duas pilhas AA;
- Nove placas de metal retangulares com 6 cm x 2 cm para fixar os LEDs e lasers;
- Uma placa de metal, circular, com raio de 4 cm, para servir como obstáculo do LED central;
- Vinte e cinco parafusos para prender os suportes feitos com as placas de metal;
- Uma dobradiça de metal com 6 cm x 4 cm;

A estrutura foi montada em formato retangular, utilizando as placas de madeira e a cortiça por toda a volta. Na parte inferior, centralizada, foi colocada uma base, também de madeira (55 cm x 10 cm), que será utilizada como apoio para a lâmpada Led 10mm . Os sólidos foram utilizados como os pés do produto, dispostos nos vértices do retângulo (figuras 6.2 (a), 6.2 (b), 6.3 (a), 6.3 (b) e 6.4):

Vista Lateral (a)



Vista de cima (b)

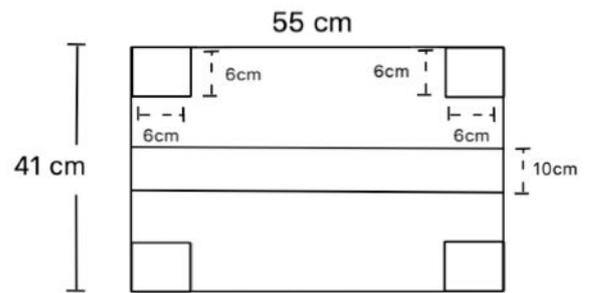


Figura 6.2. Esboço em papel para a construção. (a) Vista lateral; (b) Vista de cima. Figura própria.

(a)



(b)



Figura 6.3. Produto já construído. (a) Vista Lateral; (b) Vista de cima. Figura própria.

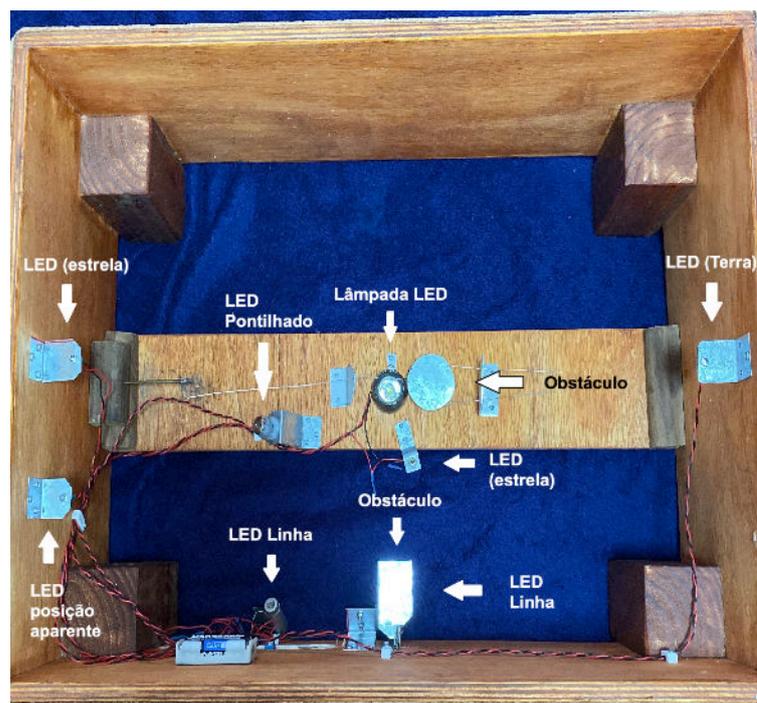


Figura 6.4. Caixa Relativística e seus componentes. Figura própria.

As cortiças serão utilizadas para fixar as tachinhas e com isso prender o tecido sobre a caixa. Os LEDs foram presos através de pequenas estruturas metálicas aparafusadas na caixa. Os fios conectam os LEDs aos botões e esses ao suporte de pilhas. O obstáculo circular é movido através de um arame e será utilizado para bloquear a lâmpada LED, mostrado nas figuras 6.6 e 6.7. O LED que representa a estrela e o LED que representa a Terra são presos nas laterais de madeira, um oposto ao outro. O LED que representa a posição aparente precisa ser colocado ao lado do LED (estrela) e mais próximo dos dois lasers linha. (figura 6.4). Os dois Lasers linha representam o raio de luz vindo da estrela e o raio de luz vindo da posição aparente, respectivamente. Ambos são colocados presos a uma das laterais de madeira e com um ângulo de aproximadamente 60° em relação a horizontal. (Figura 6.5).



Figura 6.5. Os Lasers linha presos a lateral da caixa de madeira com um ângulo de aproximadamente 60° com a horizontal. Figura própria.

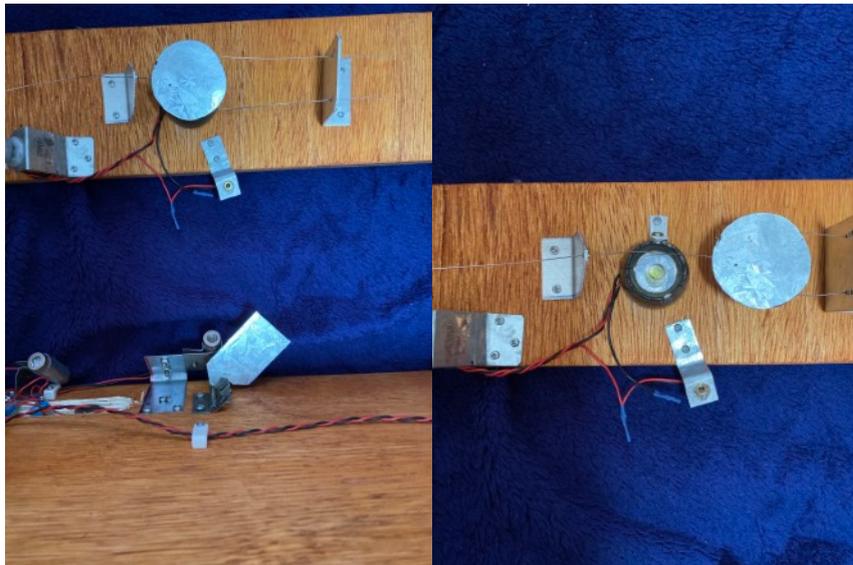


Figura 6.6. Obstáculo de metal utilizado para tampar o LED central. Figura própria.



Figura 6.7. Braço de arame utilizado para mover o obstáculo de metal. Figura própria.

Em um laser pontual será utilizado a ponteira pontilhada que representará as possíveis posições aparentes da estrela. Ele deve ser fixado na placa de madeira central, voltado para o LED (estrela) e o LED (posição aparente), com o cuidado de coloca-lo em uma posição, tal que seu pontilhado, quando aceso, ligue os dois LEDs (estrela e posição aparente). Vide figura 6.8.



Figura 6.8. O laser pontual, preso a placa de madeira central, direcionado para os LEDs que representam a estrela e sua posição aparente. Foto própria.

Uma placa retangular será presa a um arame de 8 cm e fará o papel de obstáculo para o laser linha que representa o raio de luz vindo da estrela. Esse obstáculo deve ser preso à dobradiça, que com o auxílio do arame se movimentará, “escondendo” o raio luminoso (Figura 6.9).



Figura 6.9. Obstáculo retangular para o laser linha preso a uma dobradiça. Foto própria.

O potenciômetro (representado na figura 6.11) será ligado a um laser pontual (Figura 6.10). Sua utilização é devido à luz externa do ambiente, mesmo que o ensino não formal geralmente ocorra em museus, não existe tal necessidade, como foi descrito no item 5.2.3 do capítulo 5, portanto a caixa relativística pode ser levada para outros ambientes, como ao ar livre ou para uma sala de aula, demonstrando bastante flexibilização. Quanto mais escuro for o recinto em que o produto estará sendo utilizado, menor deverá ser a intensidade do laser ponto, pois o intuito é que seu brilho não seja percebido enquanto o LED central esteja aceso. É importante frisarmos que o potenciômetro não deve ser alterado durante a apresentação do experimento, sua calibração deve ser realizada anteriormente. Este laser representa a estrela distante, durante o eclipse. Veja o resultado obtido nas figuras 6.15 e 6.16.

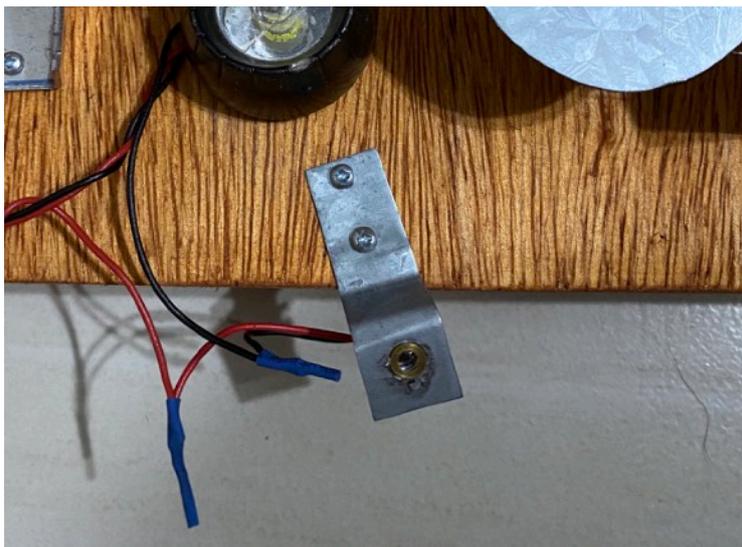


Figura 6.10. O laser pontual faz o papel da estrela durante a simulação do eclipse e deve ser preso próximo ao LED central. Figura própria.

As cores escolhidas para os LEDs e lasers são com o intuito de destacar e diferenciar cada componente do produto. Elas não representam uma descrição fiel da composição de cada estrela ou dos seus raios luminosos emitidos. É fundamental que o mediador explique que (i) o planeta Terra não emite luz própria, sua representação por um LED azul é meramente ilustrativa; (ii) o LED verde para estrela em sua posição real e amarelo em sua posição aparente, representam a mesma estrela e a sua “cor” não necessariamente muda (embora exista o fenômeno do desvio para o vermelho (*redshift*) quando ocorre o desvio luminoso, esse tópico não será abordado por nossas atividades); (iii) o raio luminoso emitido pela estrela não é obrigatoriamente vermelho, essa escolha foi simplesmente pela maior facilidade de encontrar lasers com esse comprimento de onda.

Para a construção da caixa relativística, incluindo todos os componentes citados, foram gastos aproximadamente R\$ 207,00 (duzentos e sete reais).

6.2 Comandos

A central de comandos do produto possui 5 botões (chaves), um potenciômetro e um braço metálico, como podemos ver na figura 6.11.

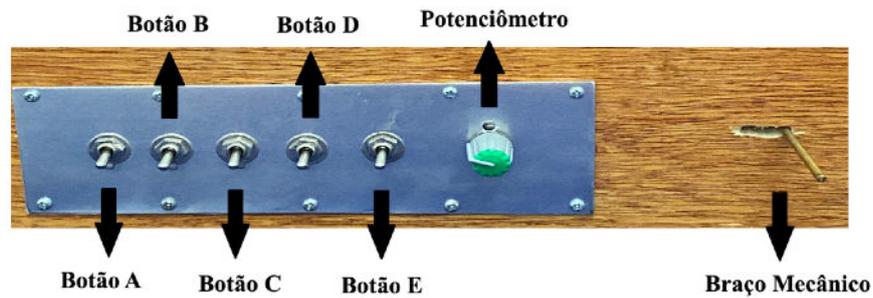


Figura 6.11. Central de comando da caixa relativística. Figura própria.

Botão A - Liga e desliga os LEDs azul (que representa a Terra) e verde (que representa a estrela).

Botão B - Liga e desliga o laser linha que representa o raio de luz vindo da estrela.

Botão C - Liga e desliga o laser pontilhado que representa as possíveis posições da estrela aparente.

Botão D - Liga e desliga o laser linha que representa o raio de luz vindo da posição aparente da estrela.

Botão E - Liga e desliga o LED que representa o Sol.

Potenciômetro - Aumenta e diminui a intensidade do laser ponto, representa a estrela durante o Eclipse Solar.

Braço mecânico - Utilizado para tampar o laser linha e controlar o raio de luz vindo da estrela.

Braço de arame - Localizado na lateral da caixa, quando puxado move o obstáculo sobre a lâmpada LED.

6.3 Utilização do Produto

O experimento visa criar uma analogia para explicar a curvatura que uma massa provoca no espaço (a analogia não inclui a deformação temporal). Para isso, simularemos a curvatura sofrida pela luz ao passar nas proximidades do Sol.

6.3.1 O espaço não-deformável

Supondo que a massa do Sol não seja capaz de deformar o espaço-tempo, ou ainda, imaginando não existir tal curvatura, colocaremos sobre o tecido uma bola de isopor que fará o papel do Sol. Obviamente tal bolinha não conseguirá deformar o tecido, assim sendo, a trajetória da luz vinda de uma estrela distante será retilínea, e com o Sol entre a Terra e a estrela, não será possível observá-la (figura 6.12).

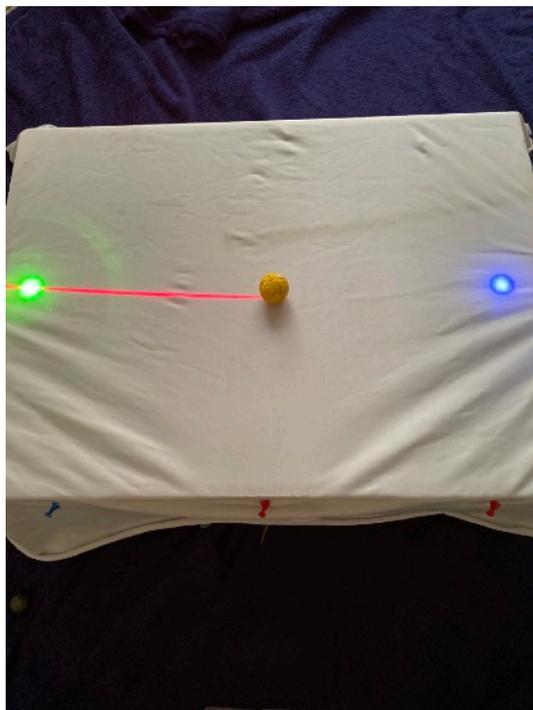


Figura 6.12. O Sol representado por uma bola de isopor, portanto não deforma o tecido. Figura própria.

Para isso o botão A e B devem estar ligados. Com o auxílio do braço mecânico, o laser linha é limitado até a bola de isopor. Com essa analogia é possível observar que não seria pos-

sível observar uma estrela distante, localizada atrás do Sol, caso a trajetória da luz fosse retilínea, ou seja, caso o espaço-tempo fosse euclidiano e indeformável.

6.3.2 O espaço deformado

Em seguida, substituiremos o “Sol” de isopor por um “Sol” de metal, uma bilha. Desta vez, o tecido será deformado representando (através de uma analogia) a curvatura do espaço provocada pela massa do Sol (figura 6.13).



Figura 6.13. O Sol representado por uma bola de metal deformando o tecido. Figura própria.

Veamos que através do tecido deformado, a luz percorrerá uma trajetória curva desde a estrela (LED verde) até a Terra (LED azul), ou seja, uma geodésica através dessa superfície não-euclidiana.

Assim como Einstein previu, graças a essa curvatura, um observador na Terra veria a estrela em uma posição aparente diferente de sua posição original. Fato que foi observado durante um Eclipse Solar. Acionando o botão C do produto, o laser pontilhado é ligado indicando possíveis posições aparentes da estrela.

Então, antes de acender o laser amarelo (posição aparente), o laser pontilhado será ligado, permitindo ao espectador indicar a posição em que ele acredita ser a localização aparente da estrela, em seguida, poderá constatar se sua suposição inicial era correta (figura 6.14). Fica claro que a atividade precisa ser completamente mediada, apesar de ser totalmente voltada para o espectador, ele não é capaz de manusear a caixa relativística sozinho. Isto está em perfeita harmonia com a definição de ensino não formal que está sendo considerada neste trabalho, como podemos observar no item 5.1.1 (a direção é voltada para o aluno, e mesmo que sendo guiada ou conduzida, a hierarquia tenta ser evitada) e 5.1.5 (pode ser mediada, geralmente é, mas não necessariamente por um professor), do capítulo 5.

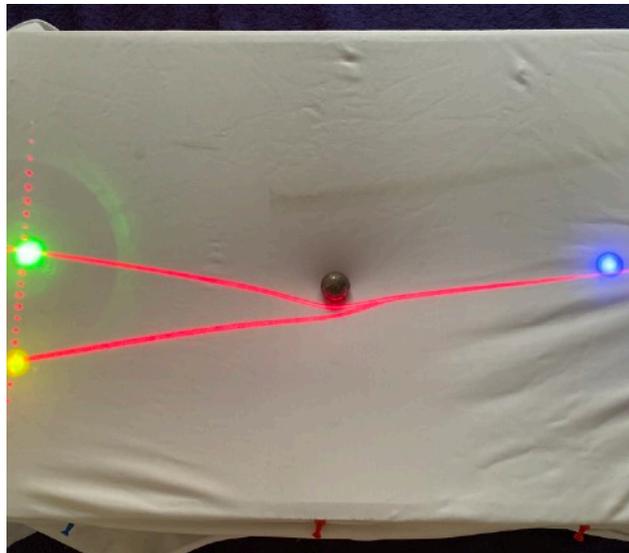


Figura 6.14. A luz vinda da estrela sofre um desvio ao passar pelo Sol “pesado”, portanto sua posição aparente é diferente da posição real. Figura própria

6.3.3 Eclipse

A luz vinda de uma estrela distante ao passar pelo Sol sofrerá um desvio, porém durante o dia, com o brilho do Sol, fica praticamente impossível observá-la. Portanto era necessário que o Sol estivesse lá mas com seu brilho contido, ou seja, o melhor cenário seria durante um eclipse solar. Vamos representar a importância de tal fenômeno na comprovação da relatividade geral com um experimento utilizando a caixa relativística. O LED central aceso (botão E) representa o Sol brilhando e ofuscando a estrela distante. Em seguida com o auxílio do braço de arame, coloca-se o obstáculo de metal sobre o LED e caracterizamos o eclipse. É

notório que o brilho da estrela distante (LED vermelho) se torna mais perceptível com o ofuscamento do Sol (LED central), podemos observar nas figura 6.15 e 6.16.

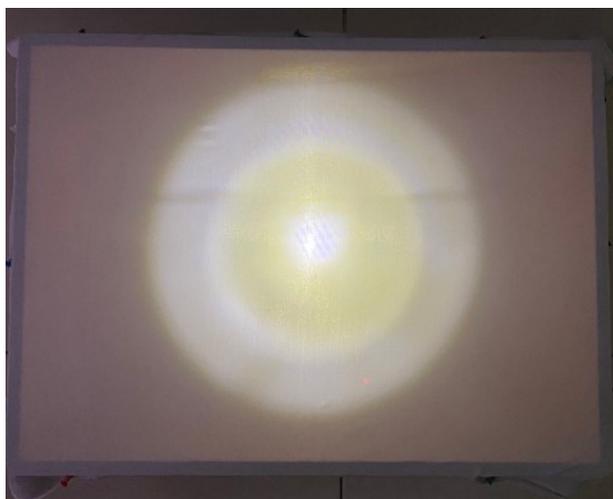


Figura 6.15. O LED central fazendo o papel do Sol. Perceba o LED vermelho na parte inferior do brilho, quase indetectável. Figura própria



Figura 6.16. Agora com o Sol (LED central) ofuscado pela Lua (Obstáculo de metal), o brilho da estrela se torna completamente visível. Figura própria

6.4 O uso de analogias no ensino de TRG

As analogias são muito importantes para descrever a ciência do universo (KERS-
TING; STEIER, 2018). Alguns fenômenos, como a TRG, são muito difíceis de serem notados

pelos sentidos dos seres humanos, e esta dificuldade de perceber a sutileza de certas teorias pode trazer uma desmotivação ao aluno. Mas por outro lado, se uma analogia bem colocada conseguir tornar o fenômeno mais visível, o ganho pedagógico tende a ser mais eficaz em comparação a uma abordagem sem analogias, como diz (KAUR et al, 2017):

Nós descobrimos que elas (analogias) são ferramentas explicativas eficazes para o ensino de conceitos de relatividade na sala de aula do ensino médio. Além disso, descobriu-se que a natureza interativa e envolvente dessas atividades melhora o prazer e as atitudes dos alunos em relação às ciências, levando a resultados de aprendizagem mais positivos.
(KAUR et al, 2017)

De fato, visualizar a deformação do espaço-tempo, por exemplo, não é uma tarefa fácil para nenhum ser humano, e portanto, uma analogia que facilite essa idealização seria uma excelente contribuição. Porém, o cuidado de destacar as limitações da analogia e diferenciá-la da realidade é fundamental e imprescindível. Para que a analogia não se torne confusa e tenha o resultado oposto ao esperado, Glynn, Duit e Thiele (1995) sugerem uma escolha baseada na “Estratégia de ensino por analogias”.

Nessa estratégia o objetivo é mapear os pontos similares entre o que é real e o que é análogo, compartilhando ideias de algo trivial para algo não trivial. Consiste em 6 passos:

1. Introduzir o conceito do alvo;
2. Revisar o conceito da analogia;
3. Identificar os recursos relevantes do alvo e da analogia;
4. Mapear semelhanças entre o alvo e a analogia;
5. Indicar as limitações da analogia;
6. Tirar conclusões;

Para exemplificar o modelo, foram feitas as seis operações para a caixa relativística como analogia à deformação do espaço-tempo e a deflexão da luz ao atravessá-lo.

1. Uma massa deforma o espaço provocando uma deflexão da luz;
2. A caixa relativística possui um tecido maleável capaz de se deformar quando sustenta uma massa;
3. A deformação provocada por uma massa e o desvio da luz;
4. O tecido da caixa é análogo ao espaço-tempo, a bola de metal é análoga ao Sol, o laser linha é análogo ao trajeto da luz;
5. A deformação do tecido é provocada pela própria gravidade, a luz do laser não sai exatamente da estrela em direção a terra, ela é projetada sobre o tecido. O planeta terra não emite luz, o LED é usado para representá-lo, o desvio sofrido pelo laser é muito mais acentuado. A curvatura do tecido é puramente espacial enquanto na TRG a curvatura é espaço-temporal (conforme discussão na seção seguinte);
6. O aluno é capaz de visualizar um fenômeno completamente abstrato;

Seguindo esses cuidados, entende-se que a caixa relativística trará benefícios ao ensino de TRG visto a dificuldade do assunto e a sua total abstração (GLYNN, DUIT e THIELE, 1995).

6.5 Limitações à analogia curvatura-gravidade da caixa relativística

A analogia que é feita na caixa relativística, mostrando o efeito da gravidade como a curvatura gerada num tecido esticado por um objeto pesado não é isenta de críticas. A crítica mais simples e direta é que a curvatura no tecido é gerada pelo peso do objeto (e portanto pela ação do campo gravitacional da Terra), assim a curvatura não seria a própria gravidade e sim um efeito da gravidade terrestre. Isto poderia ter um efeito oposto ao esperado, gerando confusão no público-alvo como é expresso a seguir:

Esta analogia é problemática. Primeiro, o estudante pode ficar confuso se é o espaço ou o espaço-tempo que é curvado. Então, por que a folha é curvada? Por causa do peso da bola maciça? Assim estaríamos usando a gravidade para explicar a gravidade – um argumento circular. E a bola não está no localizada no espaço-tempo? Onde está afinal?(JANIS, 2018 tradução própria).

Incidentemente, o comentário acima apresenta uma crítica mais elaborada sobre esta analogia. No caso da caixa relativística, temos uma curvatura de uma superfície tipo espaço. Assim a curvatura seria puramente espacial. Mas a gravidade deveria ser uma curvatura do espaço-tempo. É possível mostrar que pode haver uma superfície tipo espaço com curvatura não nula, dentro de um espaço-tempo plano e portanto sem nenhum efeito gravitacional (PRICE, 2016). Não avançaremos mais nesta crítica pois para apreciá-la é necessário utilizar geometria diferencial, fugindo dos objetivos desta dissertação.

Outra limitação que precisa ser enfatizada refere-se ao tecido elástico ser um plano deformado e a bola que representa o corpo massivo ser um sólido, com uma dimensão a mais em relação ao espaço-tempo. Isso não acontece no Universo, a massa está contida no espaço-tempo, deformando-o em todas as direções, como um ímã imerso em um fluido ferromagnético faria com as linhas de campo magnético.

As críticas acima são realmente formidáveis e parecem abalar por completo a analogia utilizada na caixa relativística. Entretanto, devemos ter em mente, e deve ser enfatizado, que uma analogia não é perfeita e possui suas limitações, como disse (PRICE, 2016) “nós devemos certamente perdoar os autores que tornam claras as limitações do que é somente uma analogia” (tradução própria) e Kennefick:

Desta forma, uma analogia bem sucedida deve não somente exibir paralelos apropriados entre os dois objetos de comparação, mas também, de modo a ser frutífera, ter pontos nos quais a comparação entre eles não pode mais ser feita ou torna-se menos direta. Dada esta exigência, nós esperamos ver diferentes tipos de raciocínio através de analogias, cuja ênfase pode ser colocada mais na analogia em si, ou nos pontos onde ela não pode ser feita. (...) (KENNEFICK, 2007, página 13, tradução própria)

Observamos que o autor, embora crítico da analogia gravidade/curvatura visualizada na caixa relativística, ainda considera que esta contribuição possa ser útil se enfatizarmos suas limitações. A mesma conclusão é obtida por Kersting and Steier, 2018 conforme citação a seguir:

Acreditamos que o conhecimento dos estudantes de diferentes concepções da gravidade como um espaço-tempo curvo e a compilação dos pontos fortes e fracos da analogia do tecido elástico pode fornecer um guia para professores e educadores em ciência. Fazer os estudantes perceberem os pontos fortes e fracos da analogia do tecido elástico pode ser tão importante como introduzi-los à física da gravitação no quadro relativístico. (...) (KERSTING; STEIER, 2018, p.25, tradução própria)

Assim sendo, consideramos que embora esta analogia não seja perfeita, a caixa relativística é bastante útil para dar uma ideia de caracterizar a gravidade como curvatura, auxiliando sua visualização para o público geral, iniciativas citadas nos tópicos 5.1.3 (tenta sempre privilegiar aprendizagens coletivas) e 5.1.4 (caracterizada por ser fortemente observacional e participativa) e conforme veremos de acordo com o relato de aplicação presente no próximo capítulo.

Capítulo 7

Aplicação do Produto

Uma aprendizagem não formal geralmente ocorre fora de ambientes formais de ensino. Em planetários, bibliotecas, zoológicos, enfim, locais que guardam, conservam e exibem materiais que mostram como a sociedade e a natureza evoluíram ao longo dos anos (CHAGAS, 1993, apud MARQUES E FREITAS, 2017).

Segundo essa definição, este trabalho foi aplicado em dois ambientes com dinâmicas coletivas e observacionais (características do ensino não formal citadas nos itens 5.1.3 e 5.1.4). O primeiro é o Espaço Ciência Viva, no Rio de Janeiro, que desde 1987 pode ser visitado pelo público em geral. Sem a participação de universidades, empresas ou órgãos governamentais na sua administração, o local é amparado apenas por bolsistas de pós-graduação, voluntários e colaboradores. Nesse galpão sem paredes, o público possui total autonomia para escolher seu trajeto sem um roteiro pré-definido, permitindo que o emocional do público influencie em suas escolhas (como citado no item 5.1.8) (RUBINI, 2008).

O segundo local que recebeu a apresentação do produto foi o Ladif (Laboratório didático do instituto de Física), localizado na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). O laboratório foi criado em 1988, com o objetivo de auxiliar o ensino de física através de experimentos. Atualmente seus principais frequentadores são grupos escolares, porém sua visitação é aberta para quaisquer interessados que realizarem agendamento com antecedência. No espaço, a visita é mediada por monitores, técnicos ou professores treinados que ajudam os visitantes na compreensão dos experimentos (Ladif, 2020).

7.1 Primeira aplicação: Espaço Ciência Viva

No dia 28 de maio de 2019, o produto foi apresentado para um público de todas as idades com visitação espontânea, no espaço Ciência Viva, com a colaboração da equipe do Laboratório didático de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro (Ladif - UFRJ), como mostra a figura 7.1.



Figura 7.1. Apresentando a caixa relativística para o público. Figura própria.

Além da necessidade de uma adaptação no discurso para as diferentes idades, outro fator complicador foi o tempo, já que nesse dia foi realizado uma exposição interdisciplinar e o público se dividia pelos diferentes setores do espaço, prestigiando todos os trabalhos. Portanto, a apresentação não contava com um tempo determinado para cada grupo, pois os visitantes gozavam da liberdade e autonomia na escolha do que observar, fatores discutidos no item 5.3.3. Ainda assim foi uma experiência bastante proveitosa, já que pela primeira vez a caixa relativística foi testada. Vale ressaltar que nesse dia o nosso objetivo não era realizar nenhuma avaliação concreta, mas sim o seu funcionamento diante do público. Concluímos que a caixa relativística é bastante versátil pois permitiu que diversos grupos de interesses e saberes distintos, desde crianças até outros expositores, interagissem com o experimento de maneira satisfatória, como citado no item 5.3.4. Porém, ressaltamos que o manuseio da caixa não pode ser feito pelo público, deixando claro a necessidade de um mediador devidamente treinado. Na seção seguinte relataremos o treinamento efetuado junto aos monitores do Ladif.

7.2 Segunda aplicação: Treinamento dos Monitores do Ladif

A segunda aplicação foi realizada junto aos monitores do Ladif em dezembro de 2019. Neste caso, tentamos fazer um treinamento dos monitores para a utilização da caixa relativística no laboratório didático. Os monitores do Ladif eram estudantes de diversos períodos do curso de Bacharelado e Licenciatura em Física da UFRJ e que não cursaram de maneira formal a TRG. No dia da aplicação do diagnóstico ocorreram limitações que podem ter influenciado nas respostas de alguns. Havia um grupo escolar agendado para visitar o Ladif, portanto o tempo disponível para realizar a tarefa foi reduzido. Ainda assim foi uma avaliação formativa rápida e proveitosa. São observadas duas funções importantes nas avaliações: avaliar para ajudar a aprender (formativa) e avaliar para sintetizar a aprendizagem (somativa) (FERREIRA, 2018). Como diz:

Passa-se a falar de avaliação somativa quando nos referimos aos processos que procuram responder às exigências sociais da educação, como hierarquizar, selecionar, certificar, e de avaliação formativa quando se procura desenvolver processos cujo principal intuito é o de contribuir para a aprendizagem. (SANTOS et al., p.5, 2010).

7.2.1 Questionário para os monitores

Nossa primeira atividade foi a aplicação de uma avaliação formativa para orientar as estratégias pedagógicas, analisando as pré-concepções dos alunos e identificando suas dificuldades. Pois, no propósito formativo, o objetivo é coletar evidências e atuar na aprendizagem apoiando o aluno (SANTOS, 2016). A seguir o questionário prévio utilizado:

1. Por que os corpos caem?
2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?
3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

4. O que diz o princípio de Fermat?
5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?
6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?
7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).
8. O que é a gravidade?
9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $|\vec{F}_g| = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$.
10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$$\vec{F}_g = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \hat{r} \text{ e } \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$
11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?
12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?
13. Como acontece o Eclipse Solar?
14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

O objetivo deste questionário é de verificar algumas concepções prévias sobre a gravitação, identificando uma visão Newtoniana (questões 1, 8, 9 e 11) ou Einsteiniana - questões 1 e 8 (BALDY, 2007). Dentro da visão Einsteiniana, os seguintes conceitos referentes a

TRG precisam ser testados: referenciais não-inerciais (questão 12), princípio da equivalência como argumento principal para a TRG (questão 10), a trajetória e o comportamento da luz (questões 4 e 5) e geometrias não-Euclidianas - questões 2, 3, 6 e 7 (BANDYOPHADYAY; KUMAR, 2010; KERSTING *et al.*, 2018). As duas últimas questões referem-se aos eclipses e sobre o conhecimento geral do monitor sobre o Eclipse de Sobral de 1919.

7.2.2 Padrão de respostas do questionário

No que tange a interação gravitacional, um estudo com estudantes franceses de 15 anos, mostrou a existência de três visões (BALDY, 2007):

- Visão Aristotélica: o estudante interpreta a interação gravitacional como sendo devido ao movimento dos diferentes objetos rumo a sua posição "natural" no universo. A queda de uma pedra na superfície da Terra é vista como um fato intrínseco da Natureza. Note-se que para a visão aristotélica, o movimento de um planeta ao redor do Sol ocorre devido uma razão distinta àquela que faz a pedra mover-se em direção a superfície da Terra.
- Visão Newtoniana: o estudante interpreta a interação gravitacional devido a atração mútua dos dos corpos com massa. No caso da queda de uma pedra na superfície da Terra como devido à interação gravitacional entre a Terra e a pedra. Nesta visão, já se percebe que a interação que faz a pedra cair em queda livre é a mesma que mantém os planetas em órbita.
- Visão Einsteiniana: o estudante interpreta a interação gravitacional como a geometria do espaço-tempo. Neste caso, um corpo com massa deforma o espaço-tempo ao seu redor provocando o movimento dos corpos nas proximidades (EINSTEIN, 2007).

Considerando que a TRG não é lecionada como curso obrigatório no curso de Bacharelado e de Licenciatura em Física, esperamos que os monitores do Ladif tenham preferencialmente uma visão Newtoniana. Antes de analisar as respostas do grupo de monitores, vamos discutir o padrão de respostas esperado.

1. Por que os corpos caem?

Nesta questão esperamos um padrão duplo de resposta. Uma da visão Newtoniana da força gravitacional, onde a gravidade é devida à interação entre dois corpos com massa, satisfazendo a Lei da Gravitação Universal. Na visão Einsteiniana, espera-se que a gravidade seja apontada como uma curvatura do espaço-tempo, onde o corpo com massa é capaz de gerar uma deformação (curvatura) ao seu redor.

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?

Esta pergunta é meramente geométrica não tendo a ver com concepções prévias sobre a gravidade. Esperamos que os monitores usem os seus conceitos de retas paralelas da geometria Euclidiana. Duas retas paralelas são tais que nunca se encontram, mantêm uma distância constante entre cada ponto de uma reta à outra reta ou cuja reta transversal defina nas retas paralelas o mesmo ângulo.

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitada(s)?

Novamente, é uma pergunta unicamente geométrica. Queremos que o estudante tente adaptar para a geometria esférica (não Euclidiana) os conceitos de reta paralela. Esperamos que os estudantes, tendo concepções Euclidianas, ou não respondam a este questão, ou usem a figura que consta em muitos livros de divulgação, no qual do Equador partem dois meridianos, que se encontram no pólo. Podemos pensar que estes meridianos seriam paralelos devido à definição de retas paralelas em geometria Euclidiana. Entretanto estas retas encontram-se nos pólos (vide figura 2.3). A resposta correta é que dado um ponto e uma reta, existem infinitas retas paralelas que podem ser traçadas passando por este ponto. Por outro lado, a própria definição de reta numa superfície curva teria de ser repensada, como sendo a curva de menor comprimento que liga dois pontos.

4. O que diz o princípio de Fermat?

Esta pergunta é colocada aqui para saber se os estudantes identificam o carácter variacional (um problema de extremização) da trajetória de um raio luminoso. O monitor pode não identificar este carácter variacional explicitamente, mas deve enunciar o princípio de Fermat como sendo que a trajetória da luz entre dois pontos A e B é tal que minimiza o tempo transcorrido pelo raio de luz. Aceita-se também uma resposta do princípio de Fermat em sua forma variacional, *i. e.*

$$\delta \int_A^B dt = 0 . \quad (7.1)$$

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Neste caso, dado que este é um princípio da Óptica Geométrica, esperamos que todos respondam a trajetória como sendo uma reta.

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Novamente uma pergunta puramente geométrica e que também envolve uma ideia variacional. É sabido que na geometria Euclidiana, a reta é a curva que minimiza a distância entre dois pontos dados. A curva de comprimento mínimo entre dois pontos é chamada de geodésica.

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

Esta é uma pergunta mais complicada e puramente geométrica. A resposta é o chamado arco de grande círculo, ou seja, o plano que contiver a curva, conterá também o centro geométrico da esfera. Por exemplo, na figura 2.3, todos os meridianos são arcos de grande círculo, porém somente o Equador, entre os paralelos, é um arco de grande círculo.

8. O que é a gravidade?

Esta é uma pergunta cuja resposta é mais livre. O objetivo é diferenciar se predomina uma visão Newtoniana ou Einsteiniana.

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $|\vec{F}_g| = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$

Esta questão pretende relembrar a lei da gravitação universal, e o que cada símbolo representa. Na expressão acima, todos devem mencionar que é o módulo da força gravitacional entre duas partículas de massa gravitacional M e m , respectivamente, separadas por uma distância r . A letra G representa a constante gravitacional.

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$$\vec{F}_g = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \hat{r} \text{ e } \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

Esperamos que o monitor comente que na lei da gravitação universal, as massas são as gravitacionais, representando uma carga “gravitacional”, enquanto na segunda lei de Newton, a massa envolvida é a massa inercial, representando a inércia de um corpo. Esta questão visa testar as concepções sobre a visão Newtoniana.

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

Esta é uma questão sobre a visão Newtoniana. O monitor deverá perceber que como o referencial é inercial somente haverá a força gravitacional.

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

O monitor deverá perceber que a Terra não deve ser considerado um referencial inercial, portanto deverá considerar as forças de inércia envolvidas: força centrífuga e de Coriolis (SCIAMA, 1969). Esta questão testa novamente a visão Newtoniana.

13. Como acontece o Eclipse Solar?

Esperamos que todos os monitores respondam esta questão. Um eclipse solar ocorre quando a sombra da Lua é projetada na superfície terrestre. Para maiores detalhes consulte o capítulo 5 desta dissertação.

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Esta é uma pergunta cuja resposta é mais livre. Buscamos o conhecimento de história da ciência de cada monitor.

7.2.3 Análise das respostas dos monitores ao questionário

Analisaremos as respostas ao questionário prévio respondidas pelos oito monitores presentes. No Apêndice C, temos todos os questionários prévios respondidos.

1. Por que os corpos caem?

	Visão Einsteiniana	Visão Newtoniana
Correto	3	1
Incompleto	0	3
Incorreto	1	0

Notamos que os monitores dividiram-se igualmente entre as concepções Einsteiniana e Newtoniana. Uma razão possível é que os monitores que descreveram a gravidade através da visão Einsteiniana foram influenciados por previamente terem sido apresentados à caixa relativística. Dentre os monitores que adotaram a visão Newtoniana, a maior parte das respostas foram incompletas. Eles têm a noção desta visão, mas não a conseguiram expressar corretamente.

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?

Correto	5
Incompleto	3
Incorreto	0

O fato de não haver respostas incorretas, leva-nos a explicação de que os monitores têm o domínio das noções de geometria Euclidiana. As respostas foram atribuídas como incompletas quando os estudantes não conseguiram se expressar corretamente, fornecendo apenas noções do conceito de paralelismo.

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

Correto	3
Incompleto	2
Incorreto	3

Nesta questão notamos que o domínio de uma geometria não Euclidiana já é menos presente. Houve igualdade entre as respostas corretas e incorretas. Novamente, atribuímos “incompleto” quando os estudantes apresentaram apenas noções parciais do conceito de paralelismo.

4. O que diz o princípio de Fermat?

Correto	2
Incompleto	0
Incorreto	3
Não sabe	3

Entre as respostas incorretas, todos escreveram o princípio de Fermat como um princípio variacional, porém errado. Nota-se um elevado número de respostas “não sei”. Uma possível explicação é que nos cursos de Bacharelado em Física e de Licenciatura em Física, este princípio é enunciado, porém quase sempre sem enfatizar a sua importância.

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Correto	6
Incompleto	1
Incorreto	0
Não sabe	1

Conforme esperado quase todos os monitores acertaram. A resposta incompleta, foi dada ao estudante que respondeu que a luz se propaga em uma geodésica, o que é correto, mas queríamos uma resposta mais específica.

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano

Correto	8
Incompleto	0
Incorreto	0
Não sabe	0

Foi a única questão com resposta unânime e correta. Isto demonstra que os conceitos de geometria Euclidiana estão bem assimilados pelos monitores.

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

Correto	0
Incompleto	4
Incorreto	3
Não sabe	1

Este resultado reforça os dados da questão 3, mostrando que os monitores já não têm tanta familiaridade com conceitos de geometria não Euclidiana. Entre os incorretos, nota-se uma resposta em que o estudante não percebeu a esfera como uma geometria em si, precisando de imergi-la no plano Euclidiano tridimensional. As respostas incompletas foram devidas aos estudantes terem apenas noções parciais da geometria da esfera.

8. O que é a gravidade?

	Visão Einsteiniana	Visão Newtoniana
Correto	1	0
Incompleto	3	4
Incorreto	0	0

Nota-se novamente um resultado semelhante ao da questão 1. Os monitores, que têm a visão Newtoniana, expressam-se sem o devido aprofundamento. Sobre a visão Einsteiniana: (i) eles podem ter sido influenciados por saberem previamente a atividade que eles fariam e (ii) nota-se também uma dificuldade de expressar-se corretamente, uma possível explicação, pode ser o fato de que os monitores não têm acesso ao ensino formal de relatividade geral na

graduação. As respostas incompletas foram dadas sempre que o aluno apresentou apenas noções parciais das duas visões.

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $|\vec{F}_g| = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$

Correto	0
Incompleto	7
Incorreto	0
Não sabe	0
Não fez	1

Os monitores têm o domínio do significado da lei da gravitação universal. Entretanto, ninguém colocou que a massa desta fórmula é a massa gravitacional de cada corpo.

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

Correto	1
Incompleto	3
Incorreto	3
Não sabe	0
Não fez	1

Dada a dificuldade da questão, houve um número esperado de respostas erradas. Nas respostas incompletas, os monitores perceberam a diferença das massas nestas duas fórmulas, porém não prosseguiram a explicação de sua igualdade, via princípio da equivalência. Mostrase que os monitores não tiveram acesso, na graduação, às ideias da TRG.

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

Correto	6
Incompleto	1
Incorreto	0
Não sabe	0
Não fez	1

Quase que todos os estudantes chegaram a resposta correta. Era esperado, pois é um problema amplamente discutido desde o ensino médio.

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

Correto	0
Incompleto	6
Incorreto	1
Não sabe	0
Não fez	1

Nestas respostas é percebido a grande dificuldade encontrada pelos monitores de utilizar referenciais não-inerciais. Uma razão para esta dificuldade é que este assunto não é mais lecionado nos cursos de Física básica, tanto do Bacharelado quanto da Licenciatura em Física. As respostas incompletas foram dadas quando os monitores não conseguiram perceber que há também força de Coriolis, conforme apresentado em (SCIAMA, 1969).

13. Como acontece o Eclipse Solar?

Correto	5
Incompleto	1
Incorreto	1
Não sabe	0
Não fez	1

Como esperado, os monitores sabem explicar o eclipse solar. A resposta incorreta foi que o monitor esquematizou um eclipse lunar. A resposta incompleta foi dada pois o estudante deveria ter mencionado acerca da sombra a Lua na superfície da Terra.

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Somente um monitor desconhece este fato e a sua importância. Isto decorre do interesse dos monitores em notícias relacionadas à divulgação científica.

Comentários finais: Nota-se a dificuldade dos monitores em ter noções de referenciais não-inerciais e de geometria não-Euclidiana, isso indica que eles necessitam do Apêndice C para um maior aprofundamento. Além do mais, observamos que, em geral, as suas ideias de TRG vêm a partir de uma aprendizagem informal, que segundo a definição adotada nesse trabalho, não recebe sequer o status de educação. Na aprendizagem informal o que é aprendido não está estabelecido e é impossível quantificar resultados ou ganhos educacionais obtidos, como foi discutido nas seções 5.4.5 e 5.4.6.

7.2.4 Críticas à avaliação

Após as respostas ao questionário, avaliamos que algumas perguntas realizadas não são apropriadas. Algumas permitem um leque muito grande de respostas (questões 1, 8, 14). Outras, como as questões 2 e 5, podem induzir às respostas por carregarem uma certa parcia-

lidade. Como um trabalho futuro, serão realizadas algumas alterações nessa avaliação formativa e será criada uma avaliação somativa, visando quantificar a relevância do treinamento. Note-se que por razões de tempo, não se pode fazer uma avaliação somativa junto aos monitores.

7.2.5 Treinamento dos monitores

Após a aplicação da avaliação diagnóstico foi realizado uma treinamento, em função das respostas dos monitores, visando apresentar conceitos como (i) o princípio da equivalência, (ii) a geometria do espaço-tempo e (iii) uma breve história do eclipse de Sobral. No dia do treinamento não dispúnhamos de muito tempo, pois existiam visitas agendadas e os monitores seriam os responsáveis por apresentar os experimentos e aparatos do Ladif para os visitantes (vide item 5.1.5). Começamos expondo a mesa relativística, seus componentes e comandos principais, nessa primeira parte o objetivo era demonstrar o manuseio do produto. Em seguida relatamos o desconforto de Einstein com o referencial absoluto newtoniano. Para Einstein, não poderia existir um referencial privilegiado onde as leis da Física funcionariam melhor, pelo contrário, todos os referenciais precisam ser bons o suficiente para descrever quaisquer fenômenos. Entretanto, as Leis de Newton demandam uma condição necessária para descrever o movimento: o referencial ser inercial. Contudo, acrescentando as forças de inércia: força de Einstein, centrífuga e de Coriolis, se torna possível a descrição mesmo sob a ótica de um referencial não-inercial. Com isso, Einstein pensou em um foguete com aceleração igual a $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ (aceleração gravitacional nas proximidades da superfície terrestre), longe de qualquer campo gravitacional. Ele percebeu que, para um observador no interior desse foguete, seria impossível diferenciar se o corpo estaria mesmo acelerado ou se simplesmente estaria sujeito à ação de um campo gravitacional. Claro, isso porque uma pedra deixada cair no interior do foguete, encontraria o chão da mesma maneira que se estivesse na superfície da Terra (vide figuras 3.1 e 3.5). O mais incrível é o fato de tal resultado não ser exclusivo para a mecânica, por exemplo, suponha um raio luminoso saindo da lateral dos foguete em direção à outra lateral. Com a aceleração ascendente, um observador no interior do foguete verá um movimento parabólico, como mostra a figura 7.2 abaixo (veja também a figuras 3.2).

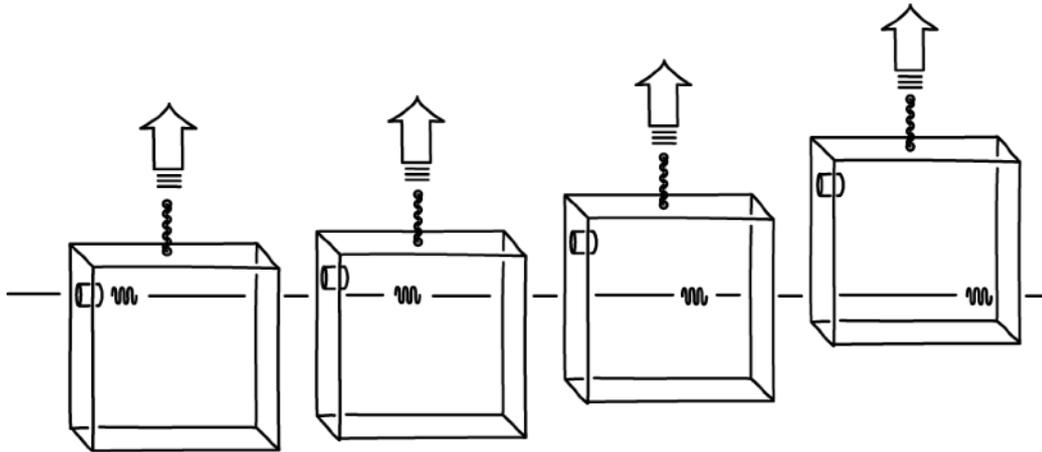


Figura 7.2. O raio luminoso abandona uma das laterais do foguete, na parte superior, e atinge a outra lateral, na parte inferior. É fácil perceber que para um observador externo, o raio percorre uma linha reta, pois quem se move é o corpo acelerado. Porém, para um observador interno, a posição de saída e de chegada não estão na mesma horizontal, resultando em sua visão uma trajetória parabólica. Disponível em: https://www.pitt.edu/~jd-norton/teaching/HPS_0410/chapters/general_relativity_pathway/index.html. (Acessado em 07/01/2020).

Ou seja, o raio luminoso se curvou graças à aceleração! Se Einstein estiver correto na equivalência entre um campo gravitacional e um campo acelerado, esse fenômeno também deverá ocorrer por influência de um campo gravitacional. Um bom teste a ser realizado seria quando o feixe passasse pelo campo gravitacional do Sol. Mas qual raio luminoso poderia ser visualizado com e sem a influência da massa solar? O raio luminoso vindo de uma estrela distante! Ao longo de um ano teríamos o momento em que ele passaria pelo Sol para chegar à Terra e o momento em que ele não precisaria passar para chegar ao nosso planeta. Mas um problema precisava ser contornado, a luz Solar atrapalharia a detecção de tal estrela. Portanto, uma boa sugestão seria realizar o teste durante um eclipse Solar, em que a presença do Sol se confirma, mas seu brilho estaria obstruído pela Lua. Nesse momento entra em cena o eclipse em Sobral e em Príncipe, no ano de 1919. Após algumas tentativas fracassadas em 1912 e 1914, se tornara um teste bastante promissor pela proximidade do aglomerado de Hyade, fornecendo uma quantidade de estrelas brilhantes próximas ao Sol e enchendo de esperanças os astrônomos entusiastas da TRG de Einstein. Foi então, na cidade Cearense, que os dados foram obtidos e uma comprovação da TRG se concretizou. Mas vejamos, a luz executou uma trajetória curva? E o princípio de Fermat? Estaria ele errado? Pouco provável, realmente o caminho percorrido por um raio de luz é aquele que minimiza seu tempo de ação. Então como

a trajetória pode ser curva? Uma possível explicação seria: a geodésica descrita pela luz não é retilínea, e como consequência disso, o espaço que a contém não pode ser Euclidiano (plano), isso levou Einstein, com toda a sua genialidade, a supor que a massa do Sol teria provocado uma curvatura, e finalmente propor uma definição para gravidade como a deformação geométrica do espaço-tempo.

Capítulo 8

Conclusões

Nesta dissertação apresentamos a montagem e a utilização de um experimento, no âmbito do ensino não formal, denominado “caixa relativística”. O objetivo principal foi tornar mais concretos alguns aspectos da teoria da relatividade geral, como por exemplo, a gravidade como geometria do espaço-tempo e o desvio da luz num campo gravitacional gerado por um objeto com massa. Como bônus, este experimento possibilitou mostrar a diferença entre a posição real e aparente de uma fonte luminosa, permitindo a ligação com a ideia de lentes gravitacionais. Por último, pode-se utilizá-lo para discutir o fenômeno do eclipse solar, em especial o eclipse solar de Sobral em 1919, que comemorou seu centenário recentemente.

Testamos a caixa relativística em duas situações: a primeira num espaço aberto ao público, para interessados de todas as idades e diferentes níveis educacionais, e na segunda foi feito um treinamento dos monitores do Ladif, já que a caixa relativística fará parte do inventário deste laboratório didático.

No caso da apresentação no espaço Ciência Viva, notamos que o público demonstrou interesse pelas possibilidades da caixa, porém percebemos que o manuseio do equipamento demanda um mediador previamente treinado.

Na segunda aplicação, começamos por testar suas concepções prévias em gravitação dos monitores do Ladif. Verificamos que, em geral, os monitores têm uma boa noção da visão Newtoniana da gravitação, mas na visão Einsteiniana da gravitação, o conhecimento deste assunto advém quase que completamente através de atividades de divulgação científica. Notamos também a dificuldade dos monitores com conceitos de geometria não Euclidiana e de referenciais não inerciais.

Mesmo assim, acreditamos que as duas aplicações foram bem sucedidas no objetivo de testar a caixa relativística, suas atividades e características. Por exemplo, a caixa relativística é bastante versátil, possibilitando sua utilização para um público de diferentes idades e saberes. Apresenta a analogia da gravidade como curvatura do espaço-tempo e o desvio do raio luminoso pela deformação no espaço causada por um objeto suficientemente pesado. Além disto, a caixa permite discutir os conceitos de imagem real e aparente em Óptica Geométrica e a importância do Eclipse - não somente a formação do eclipse Solar total, mas também exibir uma estrela que estaria oculta pelo brilho do Sol, sem o eclipse. Portanto, o produto, além da aplicação na aprendizagem não formal, tem a perspectiva de ser utilizado também como complemento das aulas de graduação e pós-graduação.

Referências Bibliográficas

2001: UMA odisséia no espaço. Direção de Stanley Kubrick. Reino Unido: Warner Bros., 1968. 1 DVD (141 min.)

BALDY, E. A New Educational Perspective for Teaching Gravity. **International Journal of Science Education** vol. 29 United Kingdom 2007.

BANDYOPADYAY, A.; KUMAR, A. Probing students' understanding of some conceptual themes in general relativity. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. Vol 6, 020104, 2010.

CAZELLI, Sibeles; COSTA, Andréa Fernandes; MAHOMED, Carla. O que precisa ter um futuro professor em seu curso de formação para vir a ser um profissional de educação em museus? **Ensino Em-Revista**, Uberlândia, v.17, n.2, p. 584, 2010)

CRISPINO, L. C.; LIMA, M. C. Expedição norte-americana e iconografia inédita de Sobral em 1919. **Rev. Bras. Ensino Fís.** vol. 40 n. 1 São Paulo 2018.

CUNHA, R. F. F. A gravitação e a precessão de Mercúrio: um texto para professores do ensino médio. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Física. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro 2017

DYSON, F. W.; EDDINGTON, A. S.; DAVIDSON, C. A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations made at the Total Eclipse of May, 29,1919. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London - Series A**, vol. 220 pp. 291-333 1920

Eclipse de Sobral: há 100 anos, evento comprovava a teoria de Einstein. **REVISTA GALILEU**. Disponível em: < <https://www.google.com.br/amp/s/revistagalileu.globo.com/amp/Re->

vista/noticia/2019/05/eclipse-de-sobral-ha-100-anos-evento-comprovava-teoria-de-einstein.html >. Acesso em: 6 jan. 2020.

Eclipse observado no Ceará há 100 anos comprovou teoria de Einstein e revolucionou a ciência. **G1**. Disponível em: < <https://g1.globo.com/ce/ceara/noticia/2019/05/29/eclipse-observado-no-ceara-ha-100-anos-comprovou-teoria-de-einstein-e-revolucionou-a-ciencia.ghtml> >. Acesso em: 6 jan. 2020.

EINSTEIN, A. **Teoria da Relatividade Geral e Especial**: 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007

FERREIRA, C. A. Percepções de estagiários sobre suas práticas de avaliação das aprendizagens. **Educar em revista**. Vol. 24 n. 70, Curitiba, 2018.

GAMOW, G. **Gravity**: New York: Dover, 2002

GLYNN, S.M.; DUIT, R.; THIELE R. B. Teaching Science with analogies: A strategy for constructing knowledge. *In* GLYNN, S. M.; DUIT R. (Eds.). **Learning science in the schools: Research reforming practice**. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1995.

GRIFFIN, J. Learning to learn in informal science settings. **Research in Science Education** vol. 24 1994

JAMMER, M. **Conceitos de espaço: a história das teorias do espaço na física**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2010

JANIS, A. I. On Mass, Spacetime Curvature, and Gravity. **The Physics Teacher** vol. 56 2018

KAUR, T.; BLAIR, D.; MOSHILLA, J.; STANNARD, W.; ZADNIK, M. Teaching Einstein Physics at Schools: Part 1, Models and Analogies for Relativity. **Pré-print ArXiv** 1704.02058 2017.

KENNEFICK, D. **Travelling at the Speed of Thought - Einstein and the quest for gravitational waves**: Princeton: Princeton University Press, 2007

KENNEFICK, D. **No Shadow of a Doubt: The 1919 Eclipse That Confirmed Einstein's Theory of Relativity**: Princeton: Princeton University Press, 2019

KERSTING, M.; HENRIKSEN, E. K.; BØE, M. V.; ANGELL, C. General relativity in upper secondary school: Design and evaluation of an online learning environment using a model of educational reconstruction. **Physical Review Physics Education Research**. vol. 14, 010130, 2018.

KERSTING, M.; STEIER, R. Understanding curved spacetime - The role of the rubber sheet analogy in learning general relativity. **Science & Education**. Vol 27, 593-623, 2018.

Laboratório Didático do Instituto de Física da UFRJ. **Ladif**. Disponível em <<https://www.if.ufrj.br/ladif/>>. Acesso em 20/01/2020.

LENZI, H. C.; POMPEIA, P. J.; STUDART, N. A deflexão gravitacional da luz: De Newton a Einstein. **Rev. Bras. Ensino Fís.** vol. 41 São Paulo 2019

LORENTZ, H. A.; EINSTEIN A.; MINKOWSKI H. **O Princípio da Relatividade - Textos Fundamentais de Física Moderna**: 5a. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1971

MARANDINO, M. Faz sentido ainda propor a separação entre os termos educação formal, não formal e informal? **Ciênc. Educ., Bauru**, v. 23, n. 4, p. 811-816, 2017

MARQUES, J.; FREITAS, D. Fatores de caracterização da educação não formal: uma revisão da literatura. **Educação e Pesquisa** v. 43 n. 4 São Paulo 2017

MARTIN, L. M. W. An emerging research framework for studying the formal learning and school. **Science Education** vol. 88 2004

MLODINOW, L. **A Janela de Euclides: A História da Geometria, das Linhas Paralelas ao Hiperespaço.** 1ª edição São Paulo: Geração Editorial, 2004

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica 1 - Mecânica:** 4ª edição São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2002

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica 4 - Óptica, Relatividade, Física Quântica:** 1ª edição São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1998

OLIVEIRA, F.; MIRANDA, D.; GERBASSI, R. Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores. **Revista Brasileira de Ensino de Física** v. 29 n.3 2007

PRICE, R. Spatial curvature, spacetime curvature and gravity. **American Journal of Physics** vol. 84 2016

RUBINI, G. M. Reelaboração e avaliação de experimentos em física das rotações em museus interativos de ciências. Dissertação de Mestrado em Educação, Difusão e Gestão em Biociências. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro 2008.

SANTOS, L; PINTO, J; RIO, F; PINTO, F; VARANDAS, J. Avaliar para Aprender. Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário. Porto: Porto Editora, 2010.

SANTOS, L. A articulação entre a avaliação somativa e a formativa, na prática pedagógica: uma impossibilidade ou um desafio? **Ensaio: Avaliação e políticas públicas em educação.** Vol. 24 n. 92, Rio de Janeiro, 2016.

SCIAMA, D. W. **The Physical Foundations of General Relativity:** London: Heinemann Educational Books, 1969

Apêndice A

Material Instrucional 1: Montagem da Caixa Relativística

O produto, chamado de caixa relativística, será utilizado para fazermos uma analogia, almejando facilitar a visualização da deformação do espaço e a geodésica percorrida pela luz ao atravessá-lo, vide a figura A.1. A atividade privilegiará aprendizagens coletivas, sendo mediada por um monitor e com uma característica bastante observacional. Tais aspectos são justificados por essa ser uma proposta não formal de aprendizagem, como foi discutido no capítulo 5 deste trabalho, principalmente nos itens 5.1.3 (tentar privilegiar aprendizagens coletivas), 5.1.4 (caracterizada por ser fortemente observacional e participativa) e 5.1.5 (pode ser mediada, mas não por um professor). Ilustraremos, ainda, o Eclipse Solar que ocorreu em Sobral no ano de 1919 e a visualização da estrela durante o fenômeno.

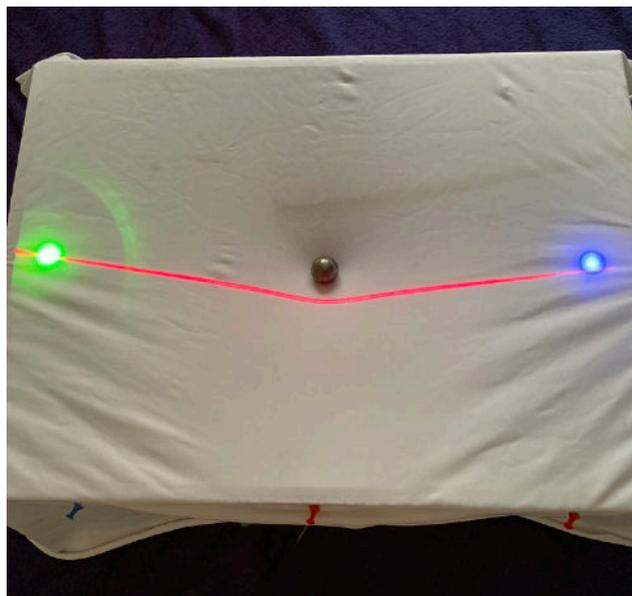


Figura A.1. Caixa Relativística. Figura própria.

A.1 Construção e Montagem

Para a construção do experimento, foram utilizados os seguintes materiais:

- Duas placas de madeira com 41cm x 19cm;
- Duas placas de madeira com 55cm x 19cm;
- Uma placa de madeira com 55cm x 10cm;
- Quatro sólidos de madeira com 6cm x 6cm x 12cm;
- Um tecido de poliéster com 70cm x 55cm;
- Uma placa de cortiça com 10cm x 192cm;
- Três LEDs de 5mm com cores distintas para ajudar na diferenciação;
- Uma lâmpada LED 10mm;
- Dois lasers linha de 650nm com 5mW;
- Dois lasers pontuais de 650nm com 5mW;
- Uma ponteira pontilhada para laser ponto;
- Uma bola de isopor com raio de 1,5cm;
- Uma bilha de metal com raio de 1,5cm;
- Uma caixa de tachinhas;
- Dois metros de fio de diâmetro 0,5mm;
- Um potenciômetro;
- Cinco botões/interruptores;
- Fio de arame 50cm;
- Suporte para duas pilhas AA;
- Nove placas de metal retangulares com 6 cm x 2 cm para fixar os LEDs e lasers;
- Uma placa de metal, circular, com raio de 4 cm, para servir como obstáculo do LED central;
- Vinte e cinco parafusos para prender os suportes feitos com as placas de metal;
- Uma dobradiça de metal com 6 cm x 4 cm;

A estrutura foi montada em formato retangular, utilizando as placas de madeira e a cortiça por toda a volta. Na parte inferior, centralizada, foi colocada uma base, também de madeira, que será utilizada como apoio para a lâmpada Led 10mm . Os sólidos foram utiliza-

dos como os pés do produto, dispostos nos vértices do retângulo (figuras A.2 (a), A.2 (b), A.3 (a), A.3 (b) e A.4):

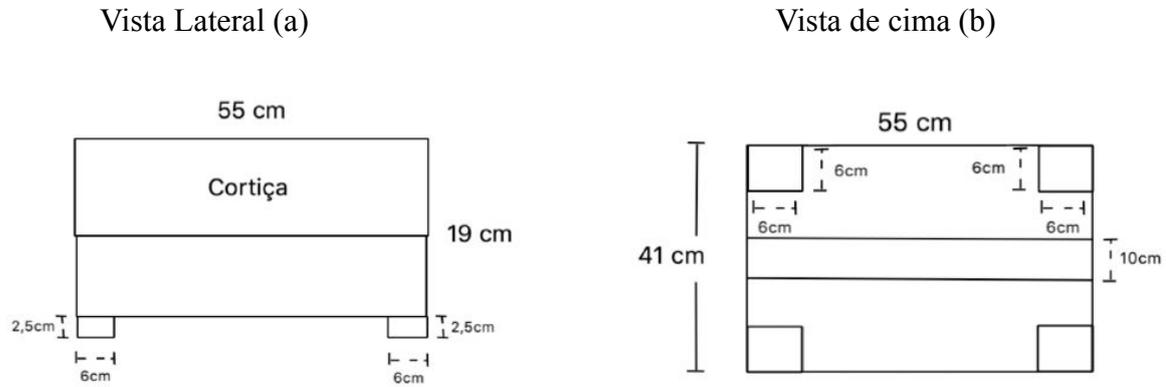


Figura A.2. Esboço em papel para a construção. (a) Vista lateral; (b) Vista de cima. Figura própria.

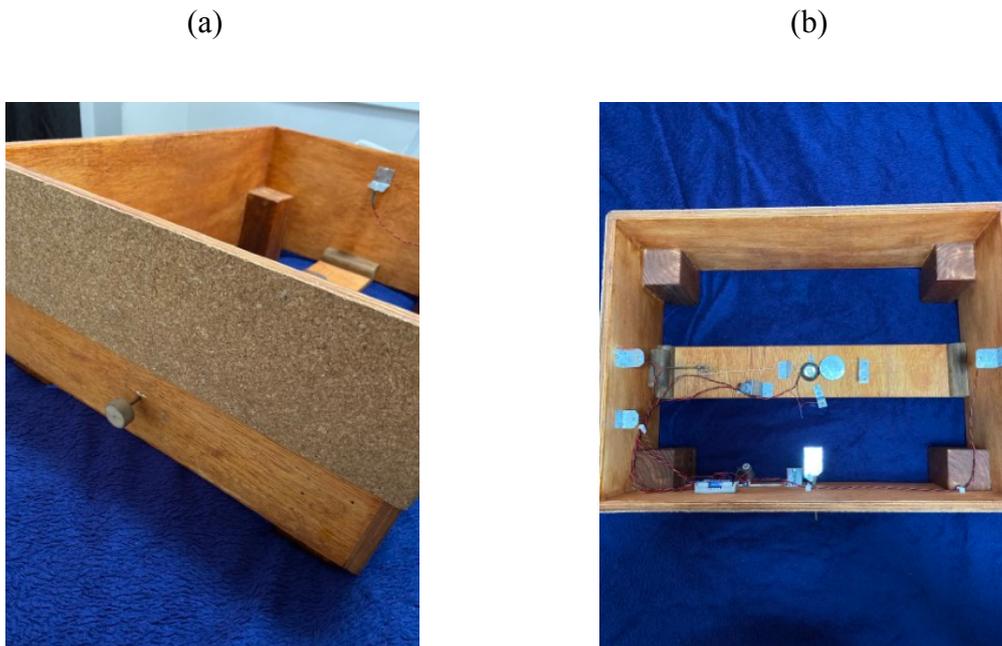


Figura A.3. Produto já construído. (a) Vista Lateral; (b) Vista de cima. Figura própria.

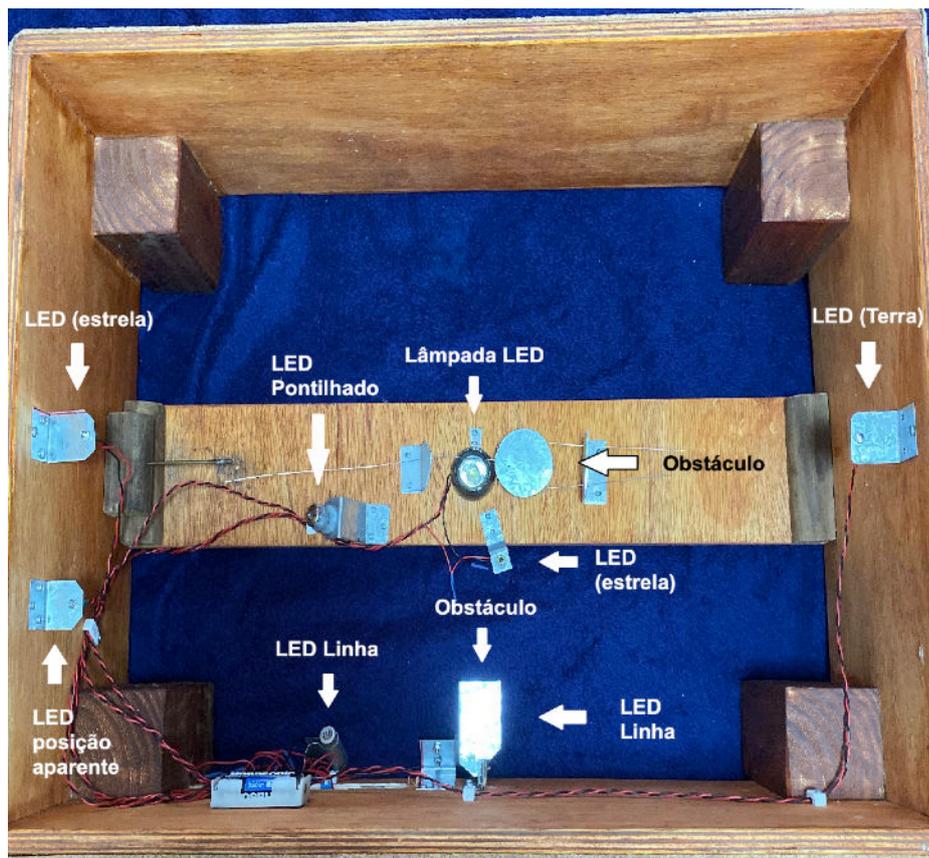


Figura A.4. Caixa Relativística e seus componentes. Figura própria.

As cortiças serão utilizadas para fixar as tachinhas e com isso prender o tecido sobre a caixa. Os LEDs foram presos através de pequenas estruturas metálicas aparafusadas na caixa. Os fios conectam os LEDs aos botões e esses ao suporte de pilhas. O obstáculo circular é movido através de um arame e será utilizado para bloquear a lâmpada LED, mostrado nas figuras A.6 e A.7. O LED que representa a estrela e o LED que representa a Terra são presos nas laterais de madeira, um oposto ao outro. O LED que representa a posição aparente precisa ser colocado ao lado do LED (estrela) e mais próximo dos dois lasers linha. (figura A.4). Os dois Lasers linha representam o raio de luz vindo da estrela e o raio de luz vindo da posição aparente, respectivamente. Ambos são colocados presos a uma das laterais de madeira e com um ângulo de aproximadamente 60° em relação a horizontal. (Figura A.5).



Figura A.5. Os Lasers linha presos a lateral da caixa de madeira com um ângulo de aproximadamente 60° com a horizontal. Figura própria.

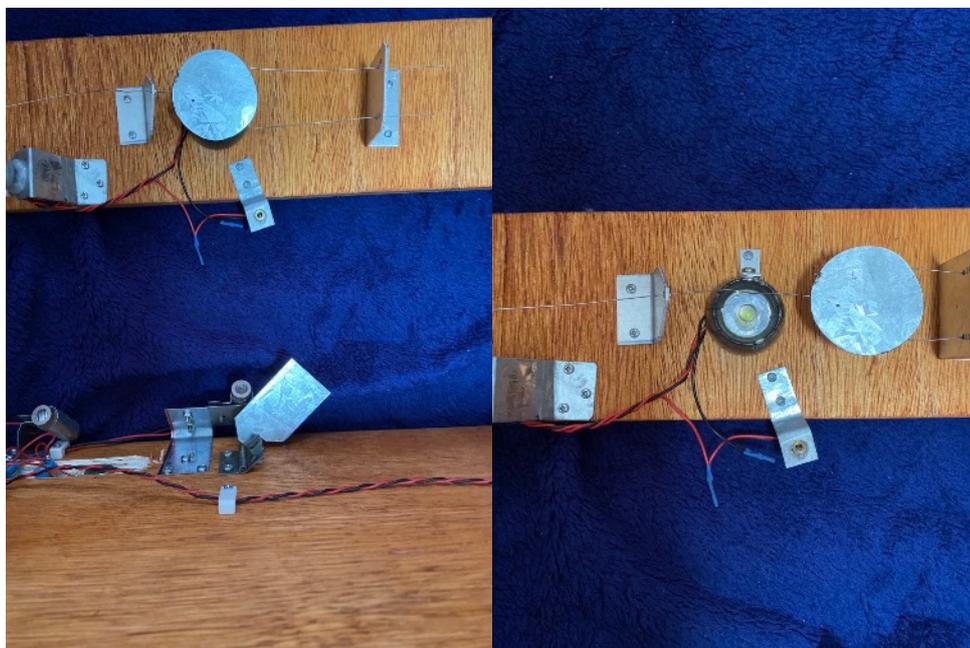


Figura A.6. Obstáculo de metal utilizado para tampar o LED central. Figura própria.

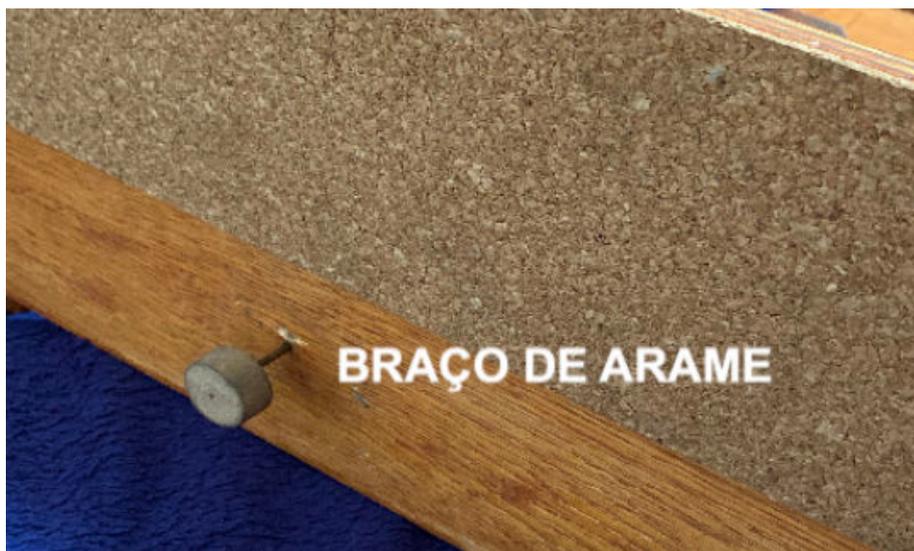


Figura A.7. Braço de arame utilizado para mover o obstáculo de metal. Figura própria.

Em um laser pontual será utilizado a ponteira pontilhada que representará as possíveis posições aparentes da estrela. Ele deve ser fixado na placa de madeira central, voltado para o LED (estrela) e o LED (posição aparente), com o cuidado de coloca-lo em uma posição, tal que seu pontilhado, quando aceso, ligue os dois LEDs (estrela e posição aparente). Vide figura A.8.



Figura A.8. O laser pontual, preso a placa de madeira central, direcionado para os LEDs que representam a estrela e sua posição aparente. Foto própria.

Uma placa retangular será presa a um arame de 8 cm e fará o papel de obstáculo para o laser linha que representa o raio de luz vindo da estrela. Esse obstáculo deve ser preso à dobradiça, que com o auxílio do arame se movimentará, “escondendo” o raio luminoso (Figura A.9).

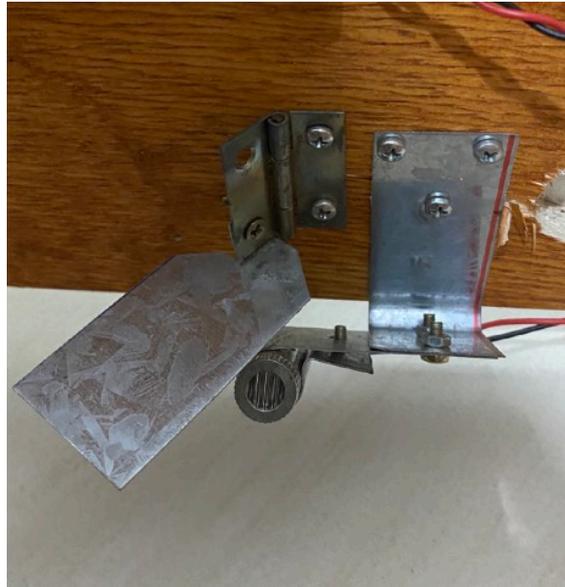


Figura A.9. Obstáculo retangular para o laser linha preso a uma dobradiça. Foto própria.

O potenciômetro (representado na figura A.11) será ligado a um laser pontual (Figura A.10). Sua utilização é devido à luz externa do ambiente, pois a caixa relativística pode ser levada para diversos ambientes, como museus, centros de ciências, espaços ao ar livre ou para uma sala de aula, demonstrando bastante flexibilização. Quanto mais escuro for o recinto em que o produto estará sendo utilizado, menor deverá ser a intensidade do laser ponto, pois o intuito é que seu brilho não seja percebido enquanto o LED central esteja aceso. É importante frisarmos que o potenciômetro não deve ser alterado durante a apresentação do experimento, sua calibração deve ser realizada anteriormente. Este laser representa a estrela distante, durante o eclipse. Veja o resultado obtido nas figuras A.11 e A.12.

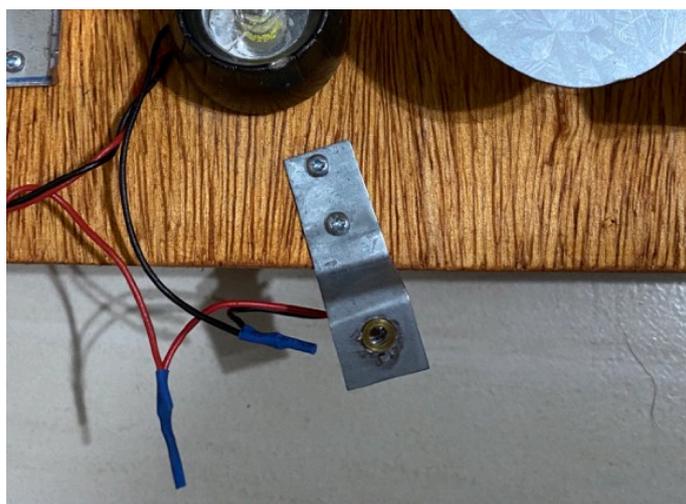


Figura A.10. O laser pontual faz o papel da estrela durante a simulação do eclipse e deve ser preso próximo ao LED central. Figura própria.

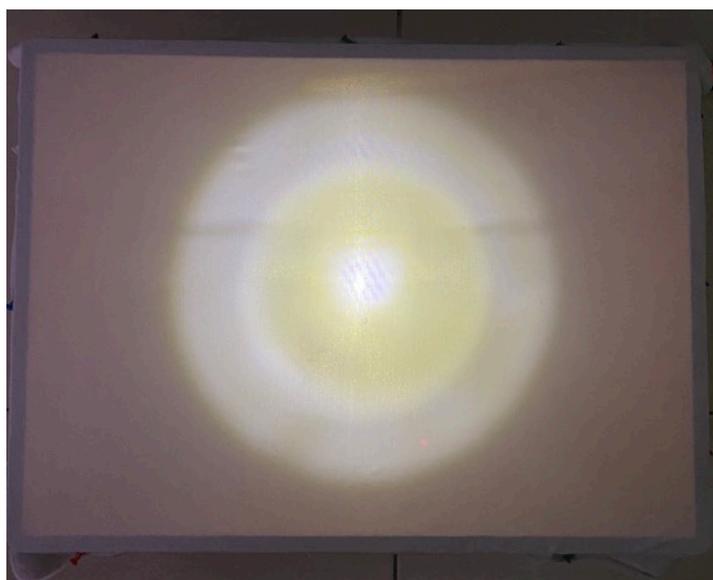


Figura A.11. O LED central fazendo o papel do Sol. Perceba o LED vermelho na parte inferior do brilho, quase indetectável. Figura própria

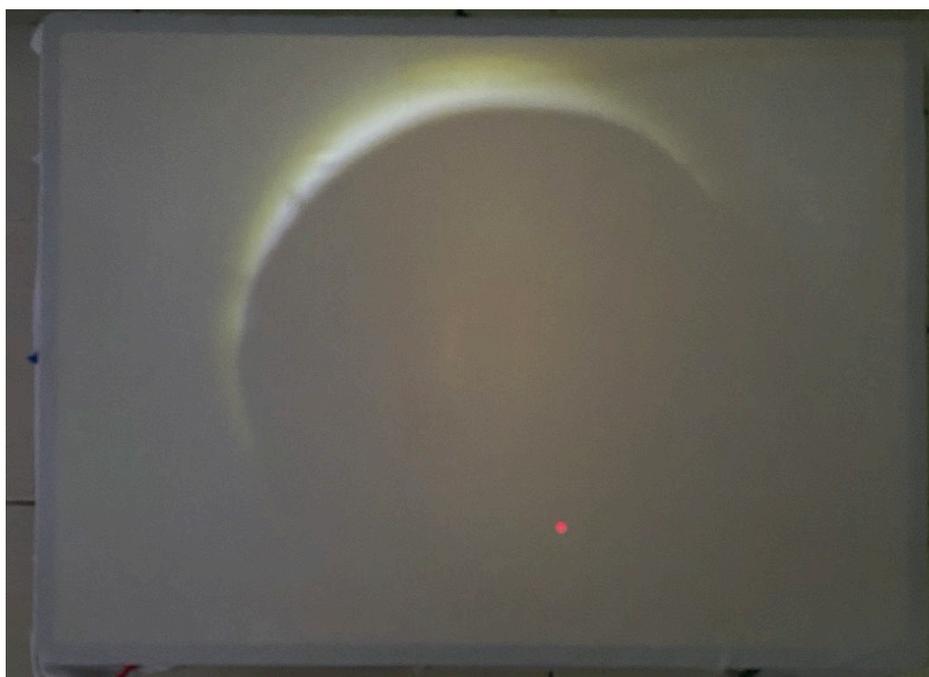


Figura A.12. Agora com o Sol (LED central) ofuscado pela Lua (Obstáculo de metal), o brilho da estrela se torna completamente visível. Figura própria

As cores escolhidas para os LEDs e lasers são com o intuito de destacar e diferenciar cada componente do produto. Elas não representam uma descrição fiel da composição de cada estrela ou dos seus raios luminosos emitidos. É fundamental que o mediador explique que (i) o planeta Terra não emite luz própria, sua representação por um LED azul é meramente ilustrativa; (ii) o LED verde para estrela em sua posição real e amarelo em sua posição aparente, representam a mesma estrela e a sua “cor” não necessariamente muda (embora exista o fenômeno do desvio para o vermelho (*redshift*) quando ocorre o desvio luminoso, esse tópico não será abordado por nossas atividades); (iii) o raio luminoso emitido pela estrela não é obrigatoriamente vermelho, essa escolha foi simplesmente pela maior facilidade de encontrar lasers com esse comprimento de onda.

Para a construção da caixa relativística, incluindo todos os componentes citados, foram gastos aproximadamente R\$ 207,00 (duzentos e sete reais).

A.2 Comandos

A central de comandos do produto possui 5 botões (chaves), um potenciômetro e um braço metálico, como podemos ver na figura A.13.

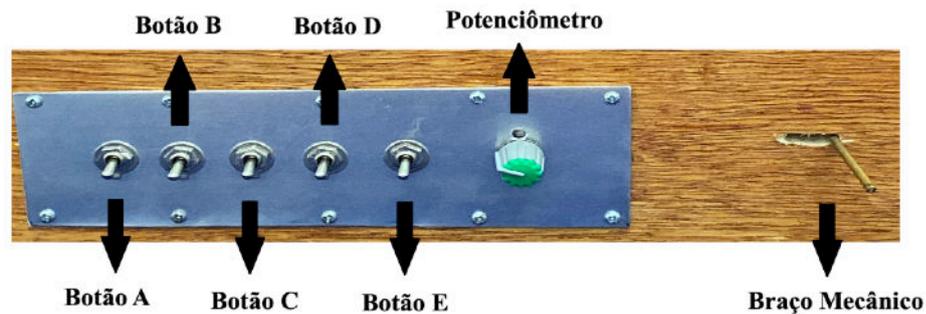


Figura A.13. Central de comando da caixa relativística. Figura própria.

Botão A - Liga e desliga os LEDs azul (que representa a Terra) e verde (que representa a estrela).

Botão B - Liga e desliga o laser linha que representa o raio de luz vindo da estrela.

Botão C - Liga e desliga o laser pontilhado que representa as possíveis posições da estrela aparente.

Botão D - Liga e desliga o laser linha que representa o raio de luz vindo da posição aparente da estrela.

Botão E - Liga e desliga o LED que representa o Sol.

Potenciômetro - Aumenta e diminui a intensidade do laser ponto, representa a estrela durante o Eclipse Solar.

Braço mecânico - Utilizado para tampar o laser linha e controlar o raio de luz vindo da estrela.

Braço de arame - Localizado na lateral da caixa, quando puxado move o obstáculo sobre a lâmpada LED.

Apêndice B

Material Instrucional 2

Roteiro de utilização da caixa relativística

Neste material instrucional vamos apresentar como utilizar a caixa relativística e o roteiro para as quatro atividades possíveis de fazer com o produto.

1 Comandos

A central de comandos do produto possui 5 botões (chaves), um potenciômetro e um braço metálico, como podemos ver na figura B.1.

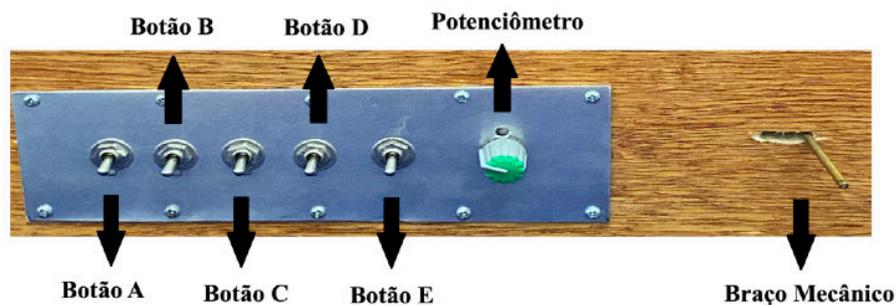


Figura B.1. Central de comando da caixa relativística. Figura própria.

Botão A - Liga e desliga os LEDs azul (que representa a Terra) e verde (que representa a estrela).

Botão B - Liga e desliga o laser linha que representa o raio de luz vindo da estrela.

Botão C - Liga e desliga o laser pontilhado que representa as possíveis posições da estrela aparente.

Botão D - Liga e desliga o laser linha que representa o raio de luz vindo da posição aparente da estrela.

Botão E - Liga e desliga o LED que representa o Sol.

Potenciômetro - Aumenta e diminui a intensidade do laser ponto, representa a estrela durante o Eclipse Solar.

Braço mecânico - Utilizado para tampar o laser linha e controlar o raio de luz vindo da estrela.

Braço de arame - Localizado na lateral da caixa, quando puxado move o obstáculo sobre a lâmpada LED.

2 Utilização do Produto

O experimento visa criar uma analogia para explicar a curvatura que uma massa provoca no espaço (a analogia não inclui a deformação temporal). Para isso, simularemos a curvatura sofrida pela luz ao passar nas proximidades do Sol.

2.1 Atividade 1: Apresentação da Teoria da Relatividade Geral

Nesta atividade, o monitor deverá comentar alguns aspectos da teoria da relatividade geral como o princípio da equivalência e a ideia da gravitação como a curvatura do espaço-tempo. Esta atividade visa fornecer uma outra definição da gravidade, distinta da gravitação Newtoniana.

Para ilustrar a analogia da gravitação com a curvatura do tecido da caixa relativística, com a caixa desligada, primeiramente, coloca-se a bola de isopor. Assim, não haverá uma

curvatura apreciável do tecido (figura B.2). Depois retiramos a bola de isopor e colocamos na mesma posição, bolas maciças de metal com diferentes tamanhos, conforme mostra a figura B.3. É notável que quanto maior a massa da bola de metal, maior será a curvatura no tecido (deformação). Na teoria da relatividade geral, essa curvatura mais acentuada está associada a um campo gravitacional mais intenso. Uma pergunta que surge naturalmente é a possibilidade de detectar algum efeito físico desta curvatura. Responderemos isto na Atividade 2.

2.2 Atividade 2: A deflexão de um raio luminoso por um campo gravitacional

Supondo que a massa do Sol não seja capaz de deformar o espaço-tempo, ou ainda, imaginando não existir tal curvatura, colocaremos sobre o tecido uma bola de isopor que fará o papel do Sol. Obviamente tal bolinha não conseguirá deformar o tecido, assim sendo, a trajetória da luz vinda de uma estrela distante será retilínea, e com o Sol entre a Terra e a estrela, não será possível observá-la (figura B.2).

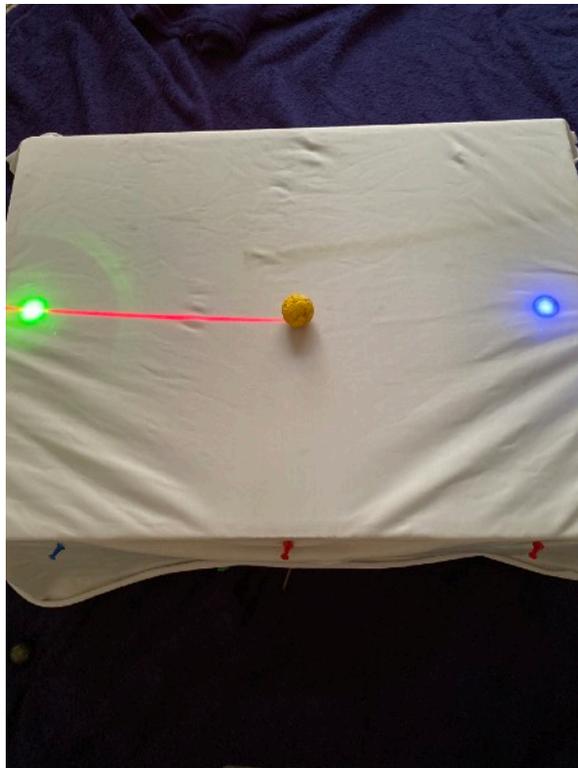


Figura B.2. O Sol representado por uma bola de isopor, portanto não deforma o tecido. Figura própria.

Para isso o botão A e B devem estar ligados. Com o auxílio do braço mecânico, o laser linha é limitado até a bola de isopor. Com essa analogia é possível observar que não seria possível observar uma estrela distante, localizada atrás do Sol, caso a trajetória da luz fosse retilínea, ou seja, caso o espaço-tempo fosse euclidiano e indeformável.

Em seguida, substituiremos o “Sol” de isopor por um “Sol” de metal, uma bilha. Desta vez, o tecido será deformado representando (através de uma analogia) a curvatura do espaço provocada pela massa do Sol (figura B.3). Podemos utilizar bolas de metal com diferentes massas “fazendo papel do Sol”, observando assim diferentes desvios provocados na trajetória da luz.



Figura B.3. O Sol representado por uma bola de metal deformando o tecido. Figura própria.

Vejam os que através do tecido deformado, a luz percorrerá uma trajetória curva desde a estrela (LED verde) até a Terra (LED azul), ou seja, uma geodésica através dessa superfície não-euclidiana.

Assim como Einstein previu, graças a essa curvatura, um observador na Terra veria a estrela em uma posição aparente diferente de sua posição original. Fato que foi observado du-

rante um Eclipse Solar. Acionando o botão C do produto, o laser pontilhado é ligado indicando possíveis posições aparentes da estrela.

Então, antes de acender o laser amarelo (posição aparente), o laser pontilhado será ligado, permitindo ao espectador indicar a posição em que ele acredita ser a localização aparente da estrela, em seguida, poderá constatar se sua suposição inicial era correta (figura B.4). Fica claro que a atividade precisa ser completamente mediada, apesar de ser totalmente voltada para o espectador, ele não é capaz de contemplar as atividades sozinho.

2.3 Atividade 3: A diferença entre a posição aparente da estrela e sua posição real

Acionando o botão C do produto, o laser pontilhado é ligado indicando possíveis posições aparentes da estrela. Antes de acender o laser amarelo (posição aparente), o laser pontilhado será ligado, permitindo ao espectador indicar a posição em que ele acredita ser a localização aparente da estrela, em seguida, poderá constatar se sua suposição inicial era correta (figura B.4). Sugerimos um questionamento aos expectadores: onde a imagem da estrela atrás do Sol será vista por um observador na Terra? Neste ponto pode-se fazer uma analogia com a Óptica Geométrica, como por exemplo, no fenômeno das miragens e da formação de imagens por espelhos, lentes e dioptros planos.

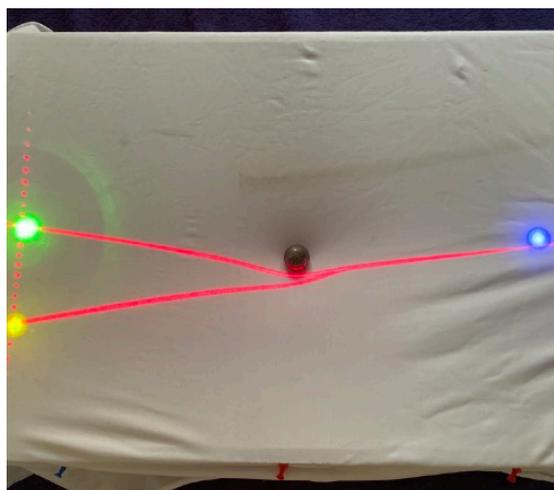


Figura B.4. A luz vinda da estrela sofre um desvio ao passar pelo Sol “pesado”, portanto sua posição aparente é diferente da posição real. Figura própria

2.4 Atividade 4: Eclipse

A luz vinda de uma estrela distante ao passar pelo Sol sofrerá um desvio, porém durante o dia, com o brilho do Sol, fica praticamente impossível observá-la. Portanto era necessário que o Sol estivesse lá mas com seu brilho contido, ou seja, o melhor cenário seria durante um eclipse solar. Vamos representar a importância de tal fenômeno na comprovação da relatividade geral com um experimento utilizando a caixa relativística.

O LED central aceso (botão E) representa o Sol brilhando e ofuscando a estrela distante. Em seguida com o auxílio do braço de arame, coloca-se o obstáculo de metal sobre o LED e caracterizamos o eclipse. É notório que o brilho da estrela distante (LED vermelho) se torna mais perceptível com o ofuscamento do Sol (LED central), podemos observar nas figura B.5 e B.6.

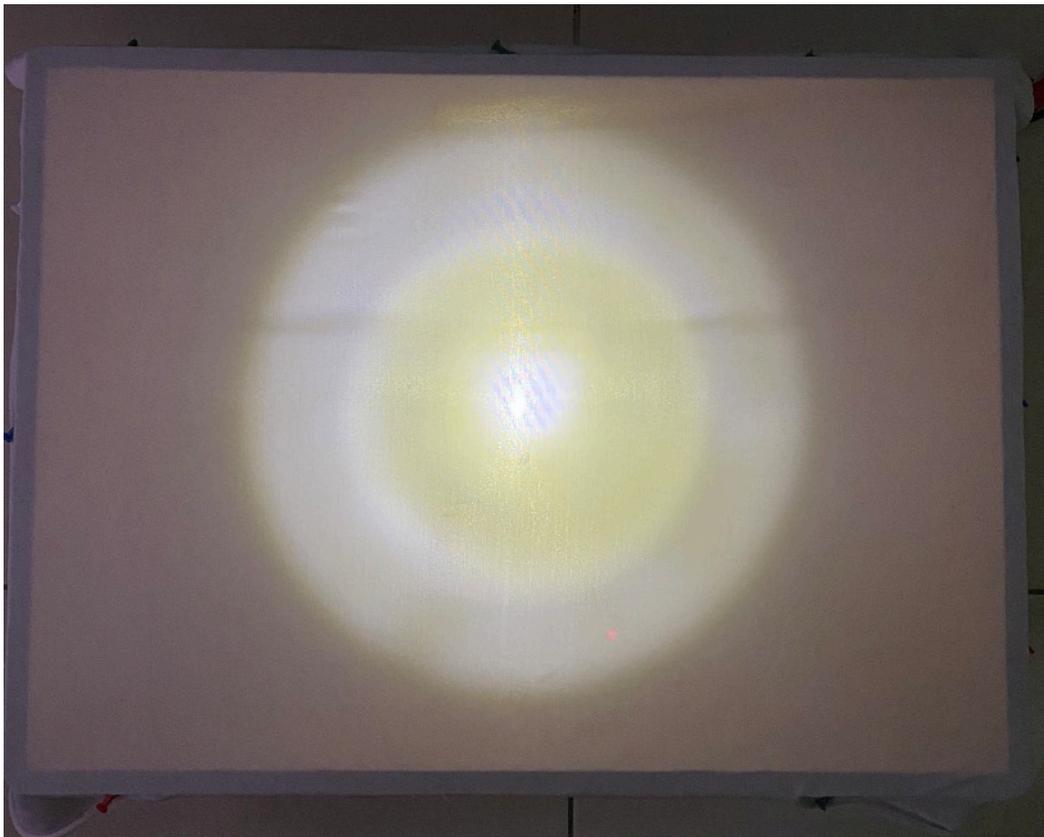


Figura B.5. O LED central fazendo o papel do Sol. Perceba o LED vermelho na parte inferior do brilho, quase indetectável. Figura própria



Figura B.6. Agora com o Sol (LED central) ofuscado pela Lua (Obstáculo de metal), o brilho da estrela se torna completamente visível. Figura própria

Apêndice C

Material Instrucional 3

Textos de Apoio

1 A Teoria da Relatividade Geral

Em 1905, Albert Einstein propõe a teoria da relatividade restrita (EINSTEIN, 2007). É baseada em dois postulados: o primeiro, chamado de *princípio da relatividade restrita*, afirma que todas as leis físicas são as mesmas para quaisquer referenciais inerciais, e o segundo, chamado de *postulado da constância da velocidade da luz*, estabelece que a velocidade da luz é um invariante, *i.e.*, tem o mesmo valor em qualquer referencial. Esta teoria resolve o aparente conflito entre o eletromagnetismo de Maxwell e a mecânica Newtoniana, levando a uma nova maneira de ver as relações do espaço e do tempo, em particular a noção de simultaneidade deixa de ser absoluta, como na mecânica Newtoniana. Para um leitor interessado em teoria da relatividade restrita, vide o Apêndice C e as referências nele citados.

O caráter privilegiado dos referenciais inerciais incomodou Einstein e este pôs-se a buscar uma teoria em que todas as leis físicas seriam as mesmas independentemente do referencial adotado. Ele chamou este fato de *princípio da relatividade geral* (EINSTEIN, 2007).

Como introduzir referenciais não inerciais? Na mecânica Newtoniana, nos referenciais não inerciais, existem as chamadas forças de inércia (NUSSENZVEIG, 2002). Uma característica destas forças é que são proporcionais a massa inercial. No capítulo 3, faremos uma exposição dos referenciais não inerciais em mecânica Newtoniana.

Houve uma pista inesperada, quando Galileu notou que todos os corpos caíam pela força gravitacional, nas proximidades da superfície terrestre, com a mesma aceleração independente da forma, composição ou massa gravitacional. Isto leva a igualdade entre duas massas inicialmente distintas: a massa inercial, que mediria a inércia de um corpo e a massa gravitacional, que funciona como uma “carga gravitacional”. Este resultado passou como um detalhe curioso na mecânica Newtoniana, sem grandes consequências. Porém, para Einstein, isto foi fundamental no seu raciocínio, pois localmente, campos gravitacionais seriam equivalentes aos campos de aceleração, com isto enunciando o *princípio da equivalência*. No capítulo 3, discutiremos de maneira mais aprofundada tal princípio.

Assim, chegamos à gravidade. A lei da gravitação universal apresenta uma força de ação à distância, *i.e.*, a interação gravitacional ocorre instantaneamente e simultaneamente entre os corpos. Porém, posteriormente, vimos com a teoria da relatividade restrita que há um limite de velocidade máximo dado pela velocidade da luz no vácuo. Temos agora um outro problema que seria como descrever a gravitação como uma interação satisfazendo os princípios da teoria da relatividade restrita. Einstein, em 1909, obteve um outro grande avanço, descrevendo a gravidade como uma teoria geométrica do espaço e do tempo (JAMMER, 2010). A identificação entre a gravidade e a geometria, ocorreu para Einstein na sua interpretação do chamado paradoxo de Ehrenfest (NUSSENZVEIG, 1998). Suponha um disco de raio R girando com velocidade angular constante ω . A borda do disco possui velocidade tangencial de $v = \omega R$. Pela relatividade restrita, o perímetro do disco sofrerá uma contração, sendo menor do que o esperado, ou seja, $2\pi R$. Os postulados fundamentais da geometria Euclidiana não são satisfeitos. Einstein então argumenta que a geometria adequada a este problema seria uma geometria não Euclidiana. O fato do disco estar girando leva-nos a um referencial não inercial e pelo princípio de equivalência, podemos pensar que um campo gravitacional pode ser descrito por uma geometria não Euclidiana. Para maiores detalhes sobre geometria não Euclidiana, consulte o capítulo 2 desta dissertação.

Pela gravitação universal, não esperamos que a luz, dado que sua massa gravitacional é nula, seja influenciada pela interação gravitacional, mesmo havendo uma previsão clássica para o desvio, calculada através de artifícios matemáticos. Tal fato altera-se completamente na TRG, a luz será defletida pelo campo gravitacional, conforme discutido no capítulo 3.

Temos então um teste para a TRG. Se medirmos a deflexão da luz num campo gravitacional, poderemos verificá-la ou não (KENNEFICK, 2019). Podemos mostrar que a deflexão de um raio luminoso passando tangencialmente ao Sol é dada por (LENZI, POMPEIA E STUDART, 2019)

$$\delta = \frac{4GM_{\odot}}{c^2R_{\odot}}, \quad (1.1)$$

onde $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ é a constante, $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ é a massa do Sol, $R_{\odot} \approx 7 \times 10^8 \text{ m}$ é o raio do Sol e $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ é a velocidade da luz no vácuo. Substituindo estes valores na equação (1.1) acima, temos que o desvio da luz neste caso é de $\delta \approx 1,75''$. Este foi o valor obtido por Einstein em 1915 (LORENTZ, EINSTEIN E MIN-KOWSKI, 1971). Einstein propôs que se poderia observar estrelas durante um eclipse solar total e depois comparar a sua posição com a localização da mesma estrela sem a influência do Sol. Em 1919, este experimento foi realizado em Sobral, no Ceará e na ilha de Príncipe, antiga colônia portuguesa na África, por A. Eddington e F. Dyson. Discutiremos os eclipses no capítulo 4. Um leitor interessado numa obra bastante completa sobre o assunto deve consultar a referência (KENNEFICK, 2019). Uma referência bastante acessível em língua portuguesa é (CRISPINO E LIMA, 2018).

2 A Geometria do Espaço-tempo

Quando olhamos ao nosso redor, em casa, na escola, no trabalho, é inevitável nos depararmos com entes da geometria “básica”, a geometria de Euclides. Planos, retas, pontos, são utilizados por todos muitas vezes sem conhecer a fundo a “verdade” intrínseca existente, que está associada aos axiomas (uma espécie de definições que não se podem desconfiar). Possivelmente tais axiomas são obtidos com o auxílio de réguas, compassos e transferidores, tornando-os concretos e palpáveis ao homem. Por exemplo, podemos citar a reta que passa por dois pontos, está enraizado em nossos pensamentos que ela é unívoca, além de sabermos que o segmento que une os dois pontos é a menor distância entre eles. Este capítulo é inspirado na referência (EINSTEIN, 2007).

O sistema de coordenadas utilizado pela mecânica clássica é completamente refém de tais “verdades” da geometria. Para determinar a posição de um ponto, basta medirmos suas distâncias em relação à três planos perpendiculares entre si, então definimos a localização em relação a um sistema de coordenadas. Mas é fácil perceber que se nos baseássemos em outro conjunto de três planos, as medidas das distâncias seriam diferentes, obviamente, há uma dependência das coordenadas que faz toda a diferença. Isso se torna ainda mais evidente quando representamos uma trajetória, um conjunto de pontos ocupados no decorrer de um intervalo de tempo. Por exemplo, suponha um objeto caindo da janela de um trem em movimento uniforme, para o observador no interior do vagão a trajetória é vertical, mas alguém no solo veria um arco de parábola sendo descrito pelo mesmo objeto.

Vamos supor uma mesa, plana, de mármore, onde vamos apoiar bastõezinhos iguais, de maneira a formar quadrados idênticos, onde cada vértice pertence a quatro quadrados ao mesmo tempo. Com a superfície plana da mesa não há nenhuma surpresa em conseguir tal feito, entretanto se pudéssemos alterar a planicidade do mármore, os quadrados deixariam de ficar perfeitamente alinhados. Imaginemos que o centro da mesa seja aquecido gerando uma dilatação dos bastõezinhos, toda a configuração plana que temos será desfeita, já que os tamanhos dos bastões não serão mais uniformes. Podemos dizer que a mesa não é mais um contínuo euclidiano, o mesmo acontece com um espaço curvo. Para representar tal situação precisaremos de outras geometrias, como a de Riemann, de Minkowski ou de Lobachevsky, figuras C.1 e C.2. Para uma referência bastante acessível sobre a história da Geometria, em especial sobre as geometrias não Euclidianas sugerimos (MLODINOW, 2004).

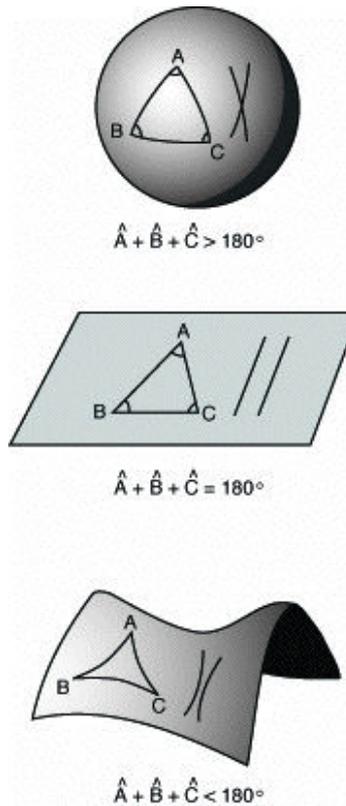


Figura C.1. Concepção de espaços por Riemann, Euclides e Lobachevsky. Disponível em <https://medium.com/@eltonwade/geometrias-não-euclidianas-136daa0b82b6> (Acessado em 05/01/2020)

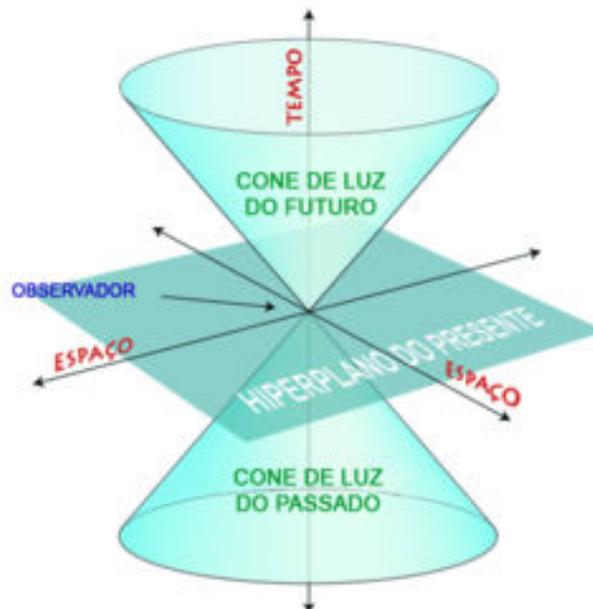


Figura C.2. Concepção de Minkowski. Disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Cone_de_luz (Acessado em 05/01/2020)

É fácil perceber que algumas “verdades” do espaço Euclidiano não valem em outros espaços, como por exemplo, duas retas paralelas que num plano jamais se tocam, mas sobre uma superfície esférica irão se cruzar nos polos e caso elas percorressem uma superfície tipo "cela de cavalo”, elas se afastariam. Outro exemplo interessante seria a soma dos ângulos internos de um triângulo, o resultado é maior que 180° quando a superfície é esférica, como indicado nas figura C.3.

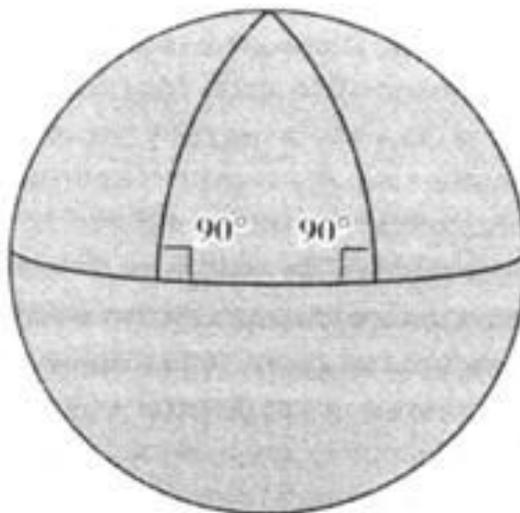


Figura C.3. Um triângulo representado sobre uma superfície esférica pode conter dois ângulos retos, por exemplo Disponível em <https://sites.google.com/site/matematicainicio/geometria-nao-euclidiana> (Acessado em 05/01/2020)

Vejamus que uma “linha reta” sobre uma superfície esférica, pode ser encarada como uma curva quando analisada sob aspecto Euclidiano, porém essa “linha curva” está em total acordo com o princípio de Pierre Fermat (1601-1665), que diz: a luz percorre o caminho que minimiza o tempo entre dois pontos, que localmente podemos imaginar esse caminho sendo uma reta, no sentido de ser uma curva que minimiza a distância entre dois pontos, também chamada de *geodésica*. Então se a relatividade geral de Einstein apresenta a gravidade como resultado da deformação do espaço-tempo provocado por uma massa, atribuindo uma geometria não Euclidiana ao Universo, ao percorrer o espaço curvo a luz não seguirá um caminho retilíneo, mas sim um caminho que minimiza a distância entre dois pontos neste espaço. Obviamente uma geodésica no espaço Euclidiano é uma reta e qualquer superfície quando obser-

vada localmente pode ser aproximada para uma superfície plana e contínua, mas ao atravessar um espaço curvo a geodésica não será retilínea.

Apesar das superfícies apresentarem aspectos distintos, existem características que são comuns aos espaços, por exemplo, ambos são tridimensionais. Isto é, podemos descrever a posição de qualquer ponto em repouso através de três números: x , y e z , chamados de coordenadas, onde cada ponto possuirá apenas um conjunto de coordenadas, não podendo ser representado por outro. No entanto, Hermann Minkowski, matemático alemão de ascendência judia-lituana, teve uma ideia para o que ele chama de mundo dos eventos físicos, sua concepção está representada na figura C.2. Além das três coordenadas de espaço, acrescentemos uma coordenada do tempo no nosso, agora, espaço-tempo. O fato dessa quarta coordenada não ser tão habitual, ocorre porque antes da relatividade restrita de Einstein o tempo era absoluto e independente do referencial, a relatividade restrita mostrou que o tempo também depende desse sistema de referência, caracterizando-o como uma quarta coordenada capaz de descrever, com o auxílio das coordenadas do espaço, a “localização” de um ponto no espaço-tempo, conhecido como *evento*.

3 Princípio da Equivalência

Inegavelmente a teoria de Newton sobre o movimento dos corpos celestes fez um enorme sucesso, perdurou por longos anos como a teoria mais aceita para descrever a gravidade. Hoje, porém, sabemos que existem limitações. Uma observação curiosa em seus trabalhos é a igualdade entre a massa inercial e a massa gravitacional, que a princípio deveriam ser distintas, já que a inercial define a “dificuldade” dos corpos em alterarem seu estado de movimento, *i.e.* em obterem aceleração quando sofrem a ação de uma força, e a massa gravitacional está associada a uma espécie de “carga gravitacional”. O nome carga gravitacional ocorre pela analogia com a carga elétrica, sendo a constante de proporcionalidade entre a força gravitacional que age no corpo e o campo gravitacional gerado pelos corpos ao redor. A igualdade entre as massas inercial e gravitacional, conforme mencionado no capítulo 1, permite que todos os corpos caiam com a mesma aceleração quando atraídos pela mesma massa central. Porém, as leis de Newton são válidas apenas em referenciais inerciais, gerando a necessidade de

existir uma classe de referencias privilegiados. Esta condição foi rejeitada por Albert Einstein em sua Teoria da Relatividade Geral.

Albert Einstein propôs então uma experiência de pensamento (GAMOW, 2002), suponha um astronauta flutuando no interior de um foguete sem janelas, suficientemente distante de qualquer massa, a ponto do campo gravitacional sentido ser desprezível, conforme mostra a figura C.4. Quando os motores forem ligados, acelerando o foguete, o astronauta experimentará essa aceleração no sentido oposto, em direção ao piso da nave. Para ele, não será possível distinguir o que está ocorrendo, a nave está acelerando ou ela se encontra imersa em algum campo gravitacional uniforme? Ele não pode ter certeza, pois nos dois casos os resultados seriam equivalentes. Agora, nosso amigo astronauta deixará cair duas esferas de massas distintas dentro do foguete acelerado, tal qual Galileu havia previsto, ele observará as duas esferas atingindo o “piso” do foguete simultaneamente, como se estivessem submetidas a uma atração gravitacional, contudo, um observador do lado de fora, veria o “piso” do foguete atingir as esferas e não uma queda das mesmas. Com isso, Einstein iniciou sua nova teoria da Gravitação estabelecendo o Princípio da Equivalência entre um campo gravitacional uniforme e uma “sala” acelerada. Analogamente, para o mesmo foguete acima, em queda livre nas proximidades da superfície da Terra (desprezando-se a resistência do ar), um observador dentro do foguete terá uma sensação de imponderabilidade e qualquer experimento realizado será incapaz de distinguir se o foguete é um referencial inercial ou está em queda livre. Isso indica que as leis físicas são as mesmas quando estamos em um referencial em queda livre num campo gravitacional uniforme ou num referencial inercial na ausência de campo gravitacional. Mas isso não ficou restrito à mecânica, ele também teve a ideia de utilizar o princípio para fenômenos ópticos e eletromagnéticos. Nas palavras de Einstein, em 1908:

Num recinto suficientemente pequeno para que o campo gravitacional dentro dele para que o campo gravitacional dentro dele possa ser tomado como uniforme, em queda livre dentro deste campo, todas as leis físicas são as mesmas que num referencial inercial, na ausência de um campo gravitacional.
(NUSSENZVEIG, 1998 apud EINSTEIN, 1908)



Figura C.4 O experimento pensado do foguete de Einstein. (GAMOW, 2002)

Vamos imaginar nosso foguete acelerado com um feixe de luz que se propagará em seu interior, entre suas paredes opostas, conforme indicado na figura C.5. Ao longo de sua trajetória, colocaremos vidros transparentes que deixarão um ponto marcado assim que a luz passar. Enquanto o feixe de luz se propaga, o foguete acelera em uma direção perpendicular e os pontos deixados nas placas vão sendo fixados em posições cada vez mais inferiores, gerando um caminho parabólico. Um observador externo ao foguete concluirá que a luz percorreu uma linha reta, atingindo a parede oposta do foguete, mas para um observador interno, o raio luminoso descreve uma parábola, como se estivesse atravessando um campo gravitacional. Esse fenômeno é praticamente indetectável quando tratamos de distâncias curtas, entretanto para campos gravitacionais maiores como o do Sol e para percursos mais extensos dos raios, a observação passa a ser perceptível, portanto, se o princípio da equivalência estiver correto, o percurso da luz vinda de estrelas distantes deveria se curvar ao passar nas proximidades do Sol conforme indica a figura C.6.

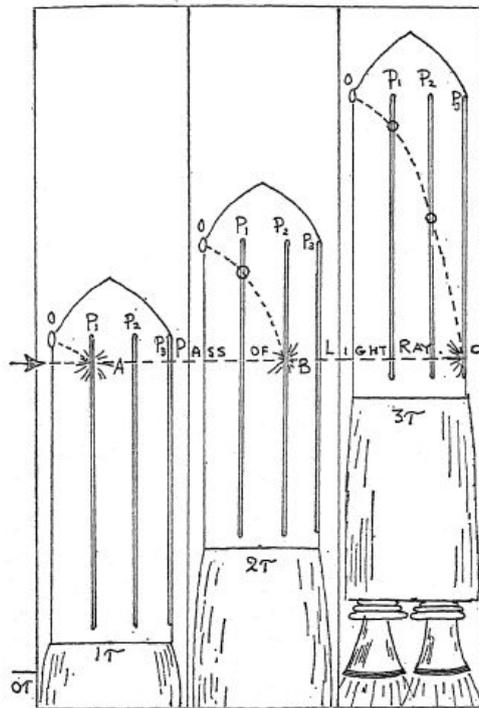


Figura C.5. Trajetória da luz dentro de um foguete acelerado. (GAMOW, 2002)

Essa comprovação aconteceu no Eclipse de 1919, durante expedições de astrônomos ingleses em Sobral, no Ceará - Brasil e outra na África, na ilha de Príncipe. Foram observadas as posições aparentes de estrelas distantes, contando com a “presença da massa do Sol” nas proximidades da trajetória luminosa e os resultados foram de acordo com a teoria de Einstein, algo em torno de $1,75''$. Tais resultados foram anunciados na *Royal Society* e na *Royal Astronomical Society* como “a maior descoberta sobre a gravitação desde que Newton enunciou os seus princípios” (KENNEFICK, 2019).

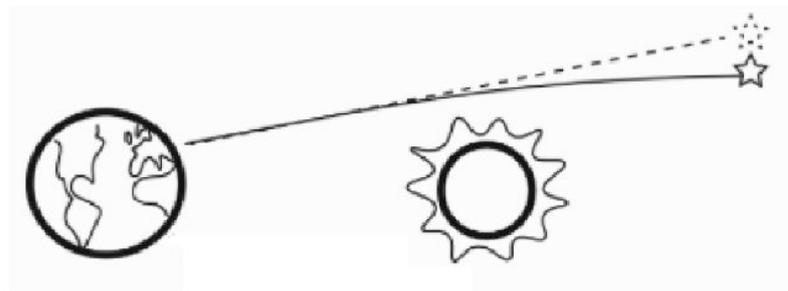


Figura C.6. A linha tracejada indica a posição aparente da estrela e a linha cheia indica a posição real da estrela. Adaptado de (KENNEFICK, 2019, figure 5)

4 Forças Inerciais

Nesta seção, fortemente baseada na referência (NUSSENZVEIG, 2002), faremos um breve resumo sobre referenciais não inerciais e forças inerciais. O princípio da relatividade de Galileu comparando um referencial em repouso com um referencial em movimento uniforme, mostra que as velocidades de um partícula vistas nesses dois referenciais se diferem pelo decréscimo da velocidade relativa entre eles, mas as acelerações são iguais, vide figura C.7.

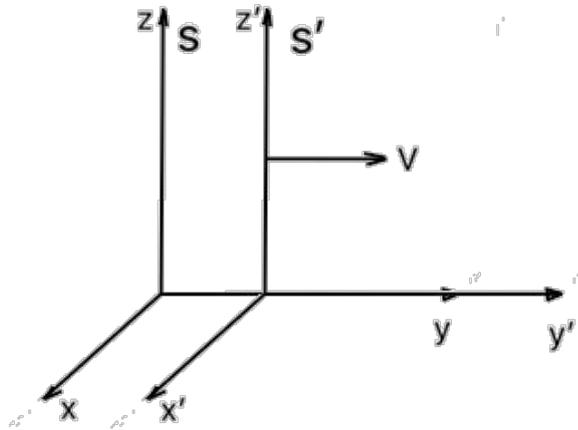


Figura C.7. O referencial S' se move com velocidade V em relação ao referencial S. Figura preparada pelo próprio autor.

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}, \quad (\text{C.1})$$

$$\vec{a}' = \vec{a}, \quad (\text{C.2})$$

onde \vec{v} e \vec{a} são a velocidade e a aceleração da partícula medida no referencial S respectivamente; \vec{v}' e \vec{a}' é a velocidade da mesma partícula de acordo com S' respectivamente e \vec{V} é a velocidade de S' com respeito a S. Porém se o referencial S' possui aceleração em relação a S, dada por \vec{A} , teríamos:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_0 - \vec{A}t, \quad (\text{C.3})$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}, \quad (\text{C.4})$$

onde \vec{V}_0 é a velocidade do referencial S' no instante de tempo $t = 0$. Portanto, a 2ª Lei de Newton que é válida para o caso de S' estar em movimento uniforme, não será válida quando este estiver acelerado, pois.

$$\vec{F}' = m\vec{a}' + m\vec{A}, \quad (\text{C.5})$$

Onde \vec{F}' é a resultante das forças sobre a partícula de acordo com o referencial S e m é a massa inercial da partícula. Reescrevendo equação (C.5), temos:

$$m\vec{a}' = \vec{F}' - m\vec{A} \quad (\text{C.6})$$

Com isso, \vec{F}' será a “força verdadeira” e $-m\vec{A}$ a *força de inércia*.

Um exemplo de interesse segue (conforme as situação ilustrada na figura 3.1): imaginemos um foguete no espaço livre de qualquer campo gravitacional, portanto $\vec{F}' = \vec{F} = \vec{0}$ (força verdadeira), mas que seus motores são ligados e iniciam uma aceleração \vec{A} . A equação de movimento de uma massa m no referencial do foguete será:

$$m\vec{a}' = -m\vec{A} \quad (\text{C.7})$$

Se supusermos que a aceleração \vec{A} do foguete seja tal que, $|\vec{A}| = g$, onde g é o módulo da aceleração da gravidade nas proximidades da superfície da Terra, um observador interno (dentro do foguete) experimentará uma perfeita simulação do campo gravitacional na superfície da Terra. De fato, ele visualizará um corpo abandonado “caindo” com aceleração g . Já para um observador externo é o foguete que sobe com aceleração g em direção ao objeto, como indicado na figura C.8.

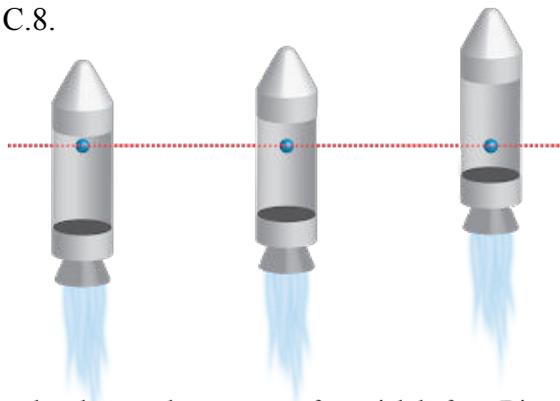


Figura C.8. Foguete subindo acelerado em relação a um referencial de fora. Disponível em <http://fisicailustrada.blogspot.com/2017/08/principio-da-equivalencia.html> (Acessado em 05/01/2020)

Para terminar a motivação do princípio de equivalência apresentado na seção anterior, vamos resolver seguinte problema: seja agora o foguete em queda livre, com aceleração \vec{g} , constante, nas proximidades da superfície da Terra. Aplicando a equação (C.6), para uma partícula de massa m , temos que

$$m\vec{a}' = \vec{F}' - m\vec{g} \Leftrightarrow m\vec{a}' = m\vec{g} - m\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{0}. \quad (\text{C.8})$$

Assim no referencial do foguete, a partícula permanecerá em repouso. O observador então dirá que não existe nenhum campo gravitacional atuando.

Além de trabalharmos com referenciais que sofrem uma translação, podemos imaginar também referenciais em rotação e analisarmos as forças de inércia que aparecem (figura C.9). O nosso planeta é um referencial desse tipo, portanto esse estudo é bastante relevante. Suponha um disco girando com velocidade angular de módulo ω e uma partícula de massa inercial m presa por uma corda a uma haste localizada no centro. Para um referencial inercial, a força de tração (\vec{F}_A) é a resultante centrípeta sobre o corpo, com isso a 2ª lei de Newton resulta em:

$$\vec{F}_A = -m\omega^2 r \hat{r}, \quad (\text{C.9})$$

onde \hat{r} é o vetor unitário na direção radial do disco, no sentido da borda. Mas no referencial do corpo, aparecerá uma força de inércia que equilibrará \vec{F}_A :

$$\vec{F}_A + \vec{F}_{in} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{in} = -\vec{F}_A = m\omega^2 r \hat{r}, \quad (\text{C.10})$$

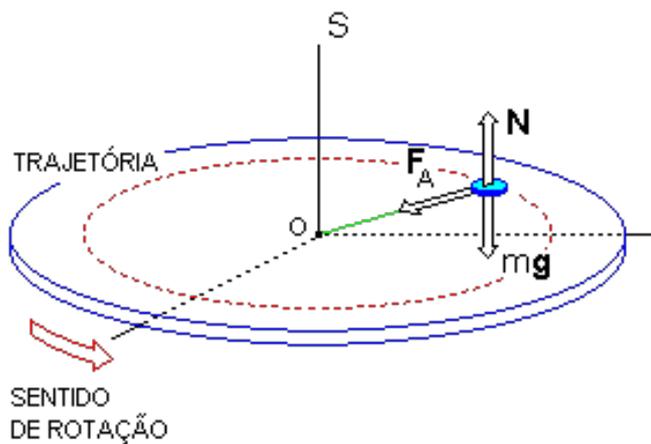


Figura C.9. Disco girante. Disponível em <https://www.algosobre.com.br/fisica/forca-centrifuga.html> (Acessado em 05/01/2020)

Essa força de Inércia só existe no referencial em rotação e aponta na direção radial para fora da curva, é conhecida como *força centrífuga*. Esse conceito é utilizado, por exemplo, no processo de centrifugação utilizado em laboratórios, com o intuito de separar pequenas partículas ou substâncias com densidades diferentes. Além disso, é com a força centrífuga que criamos a “gravidade artificial” em estações espaciais, como no filme: 2001: Uma Odisséia no Espaço (1968).

Vimos então que a força centrífuga é uma força de inércia que atua sobre um corpo parado em relação a um referencial S' girante. Mas o que ocorrerá se o objeto move-se em relação à S' , como na figura C.10?

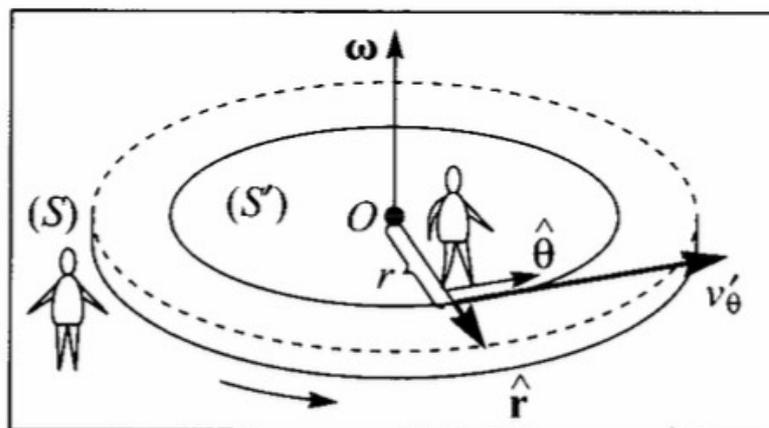


Figura C.10. Referencial S' girante e referencial S em repouso. Retirada de (NUSSENZVEIG, 2002)

Comecemos por considerar que o objeto move-se numa plataforma girante descrevendo um círculo de raio r . Assim só possui uma velocidade tangencial (na direção de θ) - usaremos as coordenadas r e θ para facilitarmos a descrição - além da velocidade de rotação do disco. No referencial S' , que gira solidariamente ao disco, temos que a partícula move-se com velocidade v'_θ . Portanto para o referencial S , teremos, pela adição Galileana de velocidades:

$$v_\theta = v'_\theta + \omega r. \quad (\text{C.11})$$

Se a massa inercial do objeto é m , a força resultante para o referencial S será a centrípeta:

$$\vec{F} = -\frac{mv_\theta^2}{r}\hat{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = -m\left(\frac{v'^2_\theta}{r} + \omega^2 r + 2\omega v'_\theta\right)\hat{r}, \quad (\text{C.12})$$

onde substituímos na última passagem, o resultado a equação (C.12). Para o referencial S' , o objeto só possui a velocidade com que ela se move em relação à plataforma (v'_θ) e a força resultante sobre o objeto será:

$$m\vec{a}' = -\frac{mv'^2_\theta}{r}\hat{r}. \quad (\text{C.13})$$

Portanto, substituindo a equação acima na equação (C.12), temos

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in}, \quad (\text{C.14})$$

onde

$$\vec{F}_{in} = m\omega^2 r\hat{r} + 2m\omega v'_\theta\hat{\theta}. \quad (\text{C.15})$$

Observe que o primeiro termo é a força centrífuga $m\omega^2 r\hat{r}$, e o segundo termo só aparece quando há movimento entre o corpo e o referencial girante, essa força é chamada de *força de Coriolis*, dada por

$$\vec{F}_{Coriolis} = 2m\omega v'_\theta\hat{\theta}. \quad (\text{C.16})$$

Diferente da força centrífuga, ela não depende da posição r da partícula, mas depende de sua velocidade (v'_θ) e da velocidade angular da plataforma. A direção da força será sempre per-

pendicular à velocidade da partícula desviando a trajetória para a direita, em relação ao sentido de ω .

Agora vamos analisar o caso da partícula com movimento radial, com velocidade na direção \hat{r} em relação ao referencial S' , visto na figura C.11.

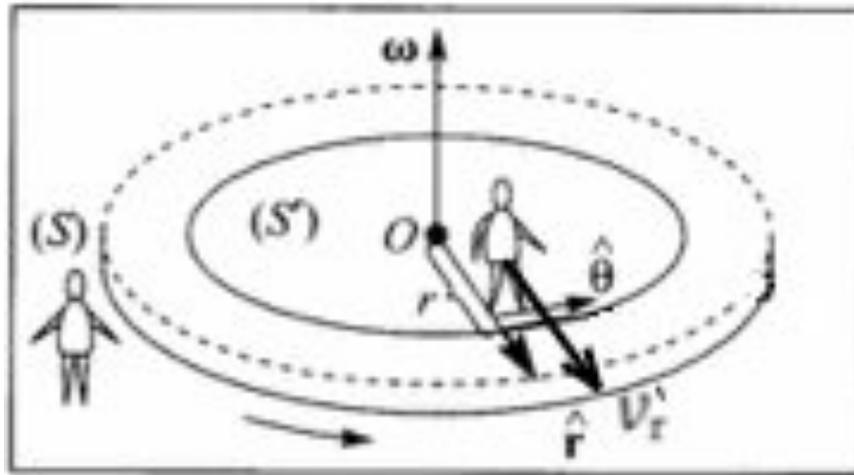


Figura C.11. Pessoa se movendo no sentido radial em relação ao referencia girante S' . Retirada de (NUSSENZ-VEIG, 2002)

Apesar do movimento da pessoa em relação a S' ser unicamente radial, visto do referencial S , ele possuirá uma componente da velocidade na direção tangencial, $\hat{\theta}$, graças ao movimento da plataforma. Sendo assim, em S existirá uma aceleração centrípeta e uma aceleração tangencial, pois como a pessoa caminha em direção à borda, sua velocidade tangencial aumenta com o raio

$$v_{\theta} = \omega r. \quad (\text{C.17})$$

Como queremos calcular a aceleração tangencial, precisamos da seguinte quantidade

$$\Delta v_{\theta} = v_{\theta}(r + \Delta r) - v_{\theta}(r) = \omega(r + \Delta r) - \omega r = \omega \Delta r. \quad (\text{C.18})$$

Encontramos a aceleração tangencial média, dividindo por Δt :

$$\frac{\Delta v_\theta}{\Delta t} = \omega \frac{\Delta r}{\Delta t} . \quad (\text{C.19})$$

Tomando o limite $\Delta t \rightarrow 0$, temos a aceleração tangencial do objeto, de acordo com S :

$$a_\theta^{(1)} = \omega v_r, \quad (\text{C.20})$$

onde $v_r = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$ é a velocidade radial instantânea do objeto. Mas a aceleração tangencial receberá outra contribuição, após um intervalo de tempo Δt , a plataforma gira um ângulo $\Delta\theta = \omega\Delta t$, isso altera a direção de v_r , ficando (conforme mostra a figura C.12):

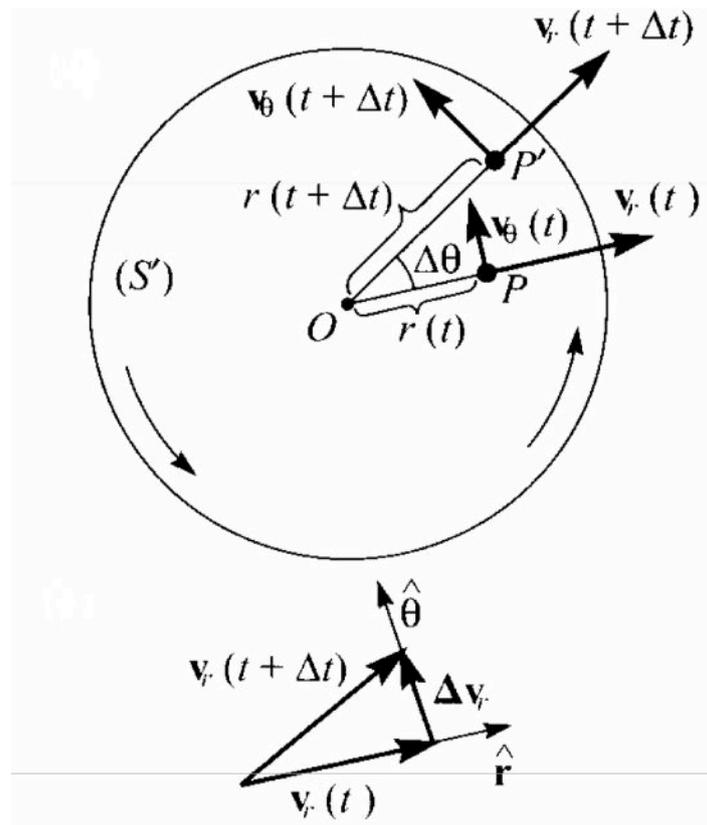


Figura C.12. Cálculo do vetor variação da velocidade na direção radial. Retirada de (NUSSENZVEIG, 2002)

$$\Delta \vec{v}_r = \vec{v}_r(t + \Delta t) - \vec{v}_r(t). \quad (\text{C.21})$$

Este vetor possui direção $\hat{\theta}$ e módulo dado por

$$\Delta v_r = v_r \Delta \theta. \quad (\text{C.22})$$

Dividindo a equação acima por Δt ,

$$a_\theta^{(2)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_r}{\Delta t} = v_r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \omega v_r. \quad (\text{C.23})$$

A aceleração tangencial final é dada por

$$a_\theta = a_\theta^{(1)} + a_\theta^{(2)} = 2\omega v_r = 2\omega v'_r. \quad (\text{C.24})$$

Pois as velocidades radiais são iguais nos dois referenciais. Portanto, visto de S , a aceleração fica:

$$\vec{a} = -\omega^2 r \hat{r} + 2\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (\text{C.25})$$

O primeiro termo é a força centrípeta, sendo assim, a força de inércia visto em S' será:

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a} = m\omega^2 r \hat{r} - 2m\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (\text{C.26})$$

Novamente o 1º termo é a força centrífuga e o 2º termo, a força de Coriolis

$$\vec{F}_{Coriolis} = -2m\omega v'_r \hat{\theta}. \quad (\text{C.27})$$

Comparando os dois valores encontrados para a força de Coriolis é fácil visualizar que ambos possuem as mesmas características. A direção $-\hat{\theta}$ indica um desvio para direita do movimento.

O próprio planeta Terra é um corpo girante onde podemos perceber a presença da força de Coriolis.

5 O Eclipse

Para ocorrer um eclipse, independentemente se é um eclipse solar, ou lunar, os astros precisam se alinhar. Como as órbitas da Terra em torno do Sol e da Lua em torno da Terra não são coplanares, os eclipses acontecerão apenas nos nós (pontos onde as órbitas se cruzam), conforme mostra a figura C.13, e apenas durante as fases de Lua Cheia e Lua Nova. Por exemplo, quando a Terra se localiza entre o Sol e a Lua, fazendo o papel de obstáculo, ela impede que a luz Solar atinja a Lua e com isso não a vemos por reflexão, esse é o eclipse lunar, e só ocorre durante a Lua Cheia. Ele pode ser visto em qualquer parte da Terra, devido a sombra produzida ser muito maior do que a própria Lua, vide a figura C.14.

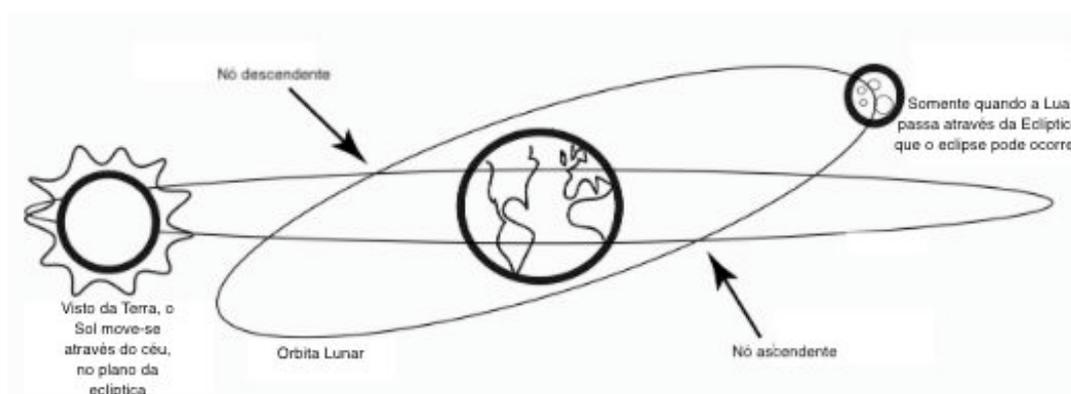


Figura C.13. As condições para que haja um eclipse total do sol. Legendas traduzidas da figura da referência (KENNEFICK, 2019)

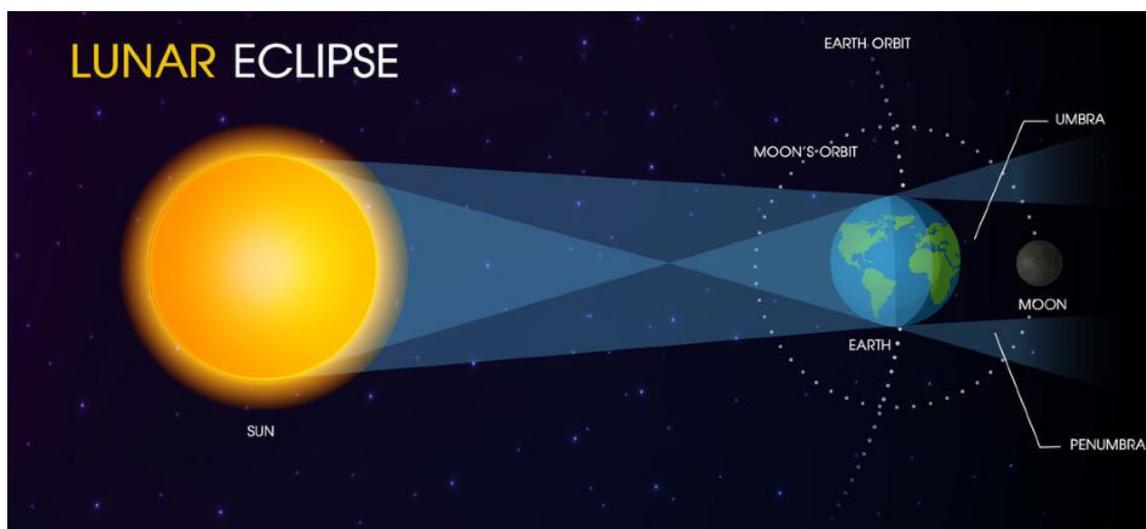


Figura C.14. O eclipse lunar. Disponível em <https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/594167-eclipse-lunar-da-lua> (Acessado dia 05/01/2020)

Outra possibilidade de alinhamento é com a Lua fazendo o papel de obstáculo, impedindo que parte dos raios solares atinjam a Terra. Isso acontece durante a fase da Lua nova e só pode ser visto por uma pequena área do planeta Terra, uma vez que a sombra projetada pela Lua é menor que o planeta, portanto teremos regiões com eclipse total, eclipse parcial e regiões onde o eclipse não será visível. Isto é visto na figura C.15.

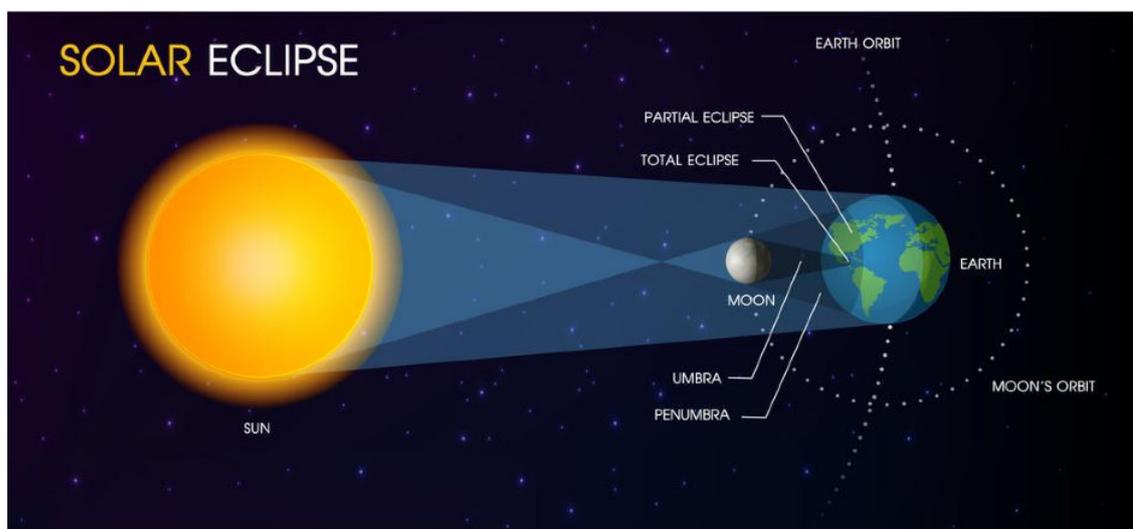


Figura C.15. O eclipse solar. Disponível em <https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/594167-eclipse-lunar-da-lua> (Acessado dia 05/01/2020)

Além disso, a Lua pode estar mais próxima ou mais afastada da Terra ao longo de sua órbita. Quando está mais afastada, sua superfície não é suficiente para obstruir todo o Sol e deixa os raios da borda Solar passarem, provocando assim um eclipse anular (figura C.16).



Figura C.16. O eclipse anelar. Disponível em <https://gizmodo.uol.com.br/eclipse-anular-sol-decada/> (Acessado dia 05/01/2020)

Um eclipse Solar total é, portanto, um evento bastante raro, ele não acontece em nenhum outro planeta do nosso sistema solar e mesmo aqui, apenas em uma superfície bem pequena. Isso é devido à exata distância da Lua ao Sol, que mesmo sendo muito menor consegue ficar “do mesmo tamanho” para alguns pontos do planeta. A figura C.17 ilustra a imagem obtida no eclipse solar de Sobral de 1919.

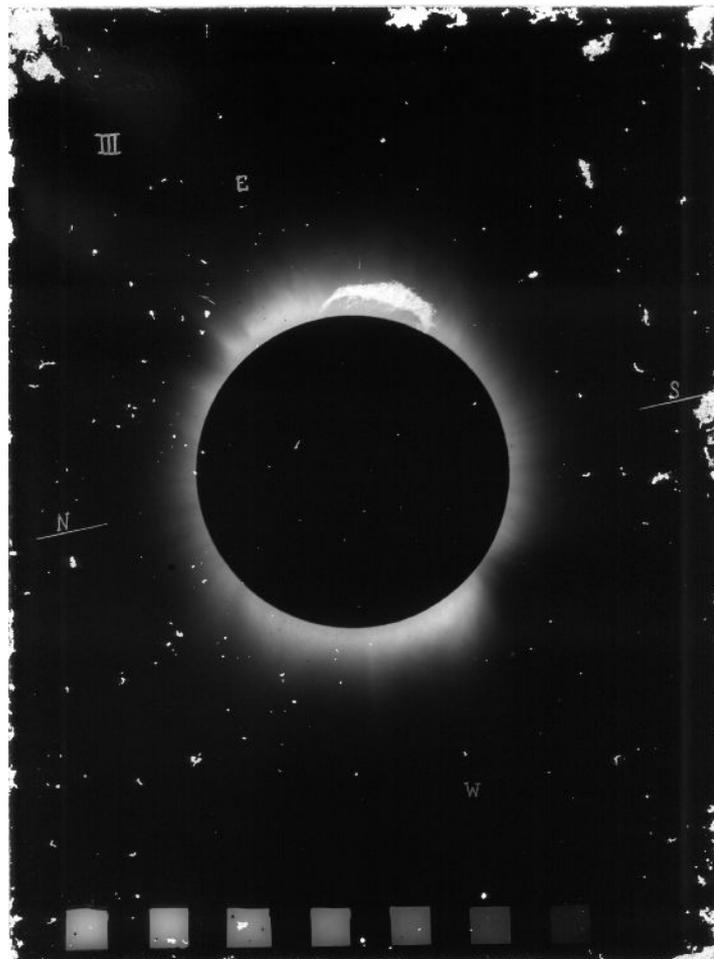


Figura C.17. Foto do eclipse total feita durante a expedição para observar o Eclipse de Sobral em 1919. Disponível em <https://daed.on.br/sobral/index.php?lang=en-us> (Acessado dia 07/01/2020)

Frank Dyson, astrônomo inglês e presidente do Comitê Conjunto do Eclipse Permanente (JPEC), era responsável pelos planejamentos de expedições para observar eclipses. Logo após o início da primeira Guerra Mundial, o ano de 1914, foram enviadas expedições para a Suécia e Rússia com o objetivo de observar a deflexão da luz, mas o governo Russo, permeado por tensões nacionalistas e rivalidades econômicas entre os países envolvidos na guerra, impediu o experimento e confiscou os instrumentos, pois encarou a expedição como

inimiga do governo. Sendo assim a teoria de Einstein não pôde ser testada. Outro astrônomo inglês, Arthur Eddington, entusiasta da teoria de Einstein, se uniu a Dyson e planejaram a expedição para observar o eclipse de 1919, eles já tinham testemunhado juntos outros dois eclipses, em 1900 e 1912, inclusive experiências obtidas nesses eventos foram importantes posteriormente. A primeira observação de um eclipse com o propósito de testar a teoria de Einstein foi o de 1912, obviamente em 1900 o objetivo não poderia ser a teoria da relatividade, naquele contexto outra missão estava muito mais presente: a observação de um planeta muito próximo do Sol, batizado de Vulcano. Alguns astrônomos acreditavam na existência de tal planeta e seria ele o responsável por anomalias na órbita do planeta Mercúrio, posteriormente a TRG explicou a precessão de Mercúrio. Para um leitor interessado em aprofundar seus conhecimentos sobre a anomalia na órbita de Mercúrio vide a dissertação (CUNHA, 2017).

Em 1919, haviam alguns problemas para medir a posição das estrelas durante o eclipse, o primeiro com relação a alguns instrumentos que ainda estavam confiscados na Rússia desde 1914, equipamentos enormes e pesados que dificultavam o seu transporte, sem contar que o governo Russo utilizava, naquela época, navios civis para o serviço de guerra. Outro problema é prever onde e quando será o eclipse. As datas dos eclipses foram anotadas em almanaques e efemérides com alguns anos de antecedência e boa precisão, tudo calculado através de tabelas astronômicas publicadas, que fornecem as posições dos planetas e da Lua, como as de Copérnico ou Kepler. Porém, determinar o local que sofrerá um eclipse total é bem mais complexo, já que tal totalidade costuma ter aproximadamente 100 quilômetros de extensão e pequenos erros podem vencer toda a luta para contemplar o fenômeno. Vemos, na figura C.18, a faixa do eclipse total do dia 29 de maio de 1919.

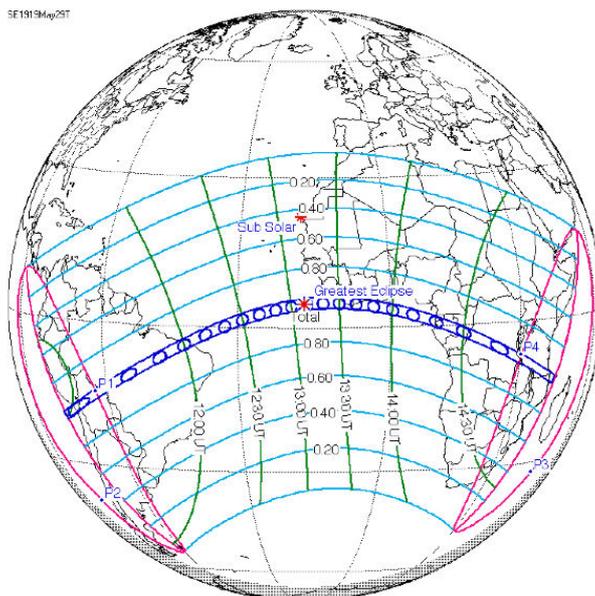


Figura C.18. A trajetória do eclipse total (faixa em azul) do dia 29 de maio de 1919. Disponível em https://en.wikipedia.org/wiki/Eddington_experiment (Acessado dia 07/01/2020)

Mas mesmo assim o eclipse de 1919 era bastante promissor para testar a teoria da relatividade geral, pois o Sol estava próximo do aglomerado de estrelas Hyades, o mais próximo da Terra, e com isso, a quantidade de estrelas brilhantes era abundante. Portanto, duas expedições foram enviadas: a Príncipe, na África e a Sobral, no Brasil. Na ilha de Príncipe, Eddington não teve sorte, o céu nublado não permitiu contemplar o fenômeno da maneira esperada e os dados obtidos não foram satisfatórios. Na cidade cearense, no dia 29 de maio de 1919, o dia também amanheceu nublado, o que aumentou a tensão com o risco de perder o tão esperado acontecimento. No entanto, um pouco antes da 9 horas da manhã, uma fenda nas nuvens desvendou o majestoso disco solar encoberto pela Lua. Em meio a alguns sobralenses pavorosos com o que parecia o dia do juízo final, os astrônomos aproveitavam os cinco minutos e treze segundos para tirarem inúmeras fotos e estabelecer um dos eclipses mais importantes de toda a história, marcando a supremacia do modelo relativístico de Einstein sobre o mecanicismo Newtoniano. Os dados obtidos correspondiam com o esperado e a deflexão da estrela estava na margem prevista por Einstein, que era aproximadamente $1,75''$. Os resultados da expedição foram publicados na referência (DYSON, EDDINGTON E DAVIDSON, 1920).

Apêndice D

Questionários Corrigidos

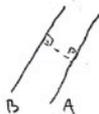
Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Visão Einsteiniana - Correto**

Matéria curva o espaço-tempo e os corpos seguem as "retas" das variedades curvadas, isto é o que entendemos por cair.

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?

Correto



Qualquer retas que interceptam A perpendicularmente também se fogem para B.

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

Incorreta

Quando as retas, como geodésicas, ~~é~~ é possível.

Precisa-se de noções de ângulos, que pode ser pensada através de um espaço ^{plano} tangente à esfera.

4. O que diz o princípio de Fermat?

Os corpos seguem uma trajetória que minimiza o ~~tempo~~ intervalo entre dois pontos do espaço-tempo. **Correto**

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Retilínea **Correto**

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Um segmento de reta. **Correto**

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

Incompleto



São segmentos de meridianos

8. O que é a gravidade?

A curvatura do espaço-tempo devido a corpos massivos
Visão Einsteiniana - Correto

Falta indicar que a massa é a gravitacional

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$

$G \rightarrow$ Constante universal da gravitação $F \rightarrow$ Módulo da força gravitacional.

$M \rightarrow$ massa de um dos corpos

$m \rightarrow$ massa de outro corpo

10. Existe alguma diferença entre as massas M que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

Não.

$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$ e $F_R = m \cdot a$

Incorreto

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

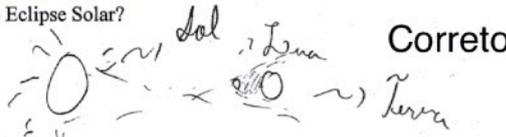
Força gravitacional **Correto**

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

Força gravitacional

Incompleto, falta mencionar as forças de inércia.

13. Como acontece o Eclipse Solar?



Correto

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Sim. Foi uma das principais evidências da teoria da relatividade geral.

Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Visão Einsteiniana - Correto**

Porque massa distorce o espaço-tempo e os corpos "respondem" a essa distorção tomando trajetórias que entendemos como "cair".

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?



Quo o vetor diretor sejam múltiplos

Correto

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas? **Correto**

sendo a reta uma extremização de métrica, é possível. Mas entre a condição a cima não é respeitada, é preciso definir outra condição.

4. O que diz o princípio de Fermat?

Que o caminho que a luz percorre é sempre uma extremização de métrica do espaço ($ds^2 = 0$)

Incorreto

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

retilínea

Correto

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Uma reta

Correto

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando). **Incompleto**

Uma curva que extremize a métrica de um espaço esférico.

8. O que é a gravidade?

Uma das 4 forças fundamentais

Incompleto

Incompleto, faltou mencionar que G é a massa gravitacional.

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G.M.m}{r^2}$

F → força

G → constante de gravitação universal

r → distância entre os corpos

M e m → a massa dos corpos que interagem gravitacionalmente

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$$F = \frac{G.M.m}{r^2} \text{ e } F_R = m \cdot a$$

Coincidentemente não.

Incompleto

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

Correto

A força gravitacional que o Sol faz na Terra

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

~~A força gravitacional que o Sol faz na Terra~~

Incompleto, faltam as forças de inércia.

13. Como acontece o Eclipse Solar?

Acontece quando a Lua entre na frente do Sol, bloqueando a sua luz.

Correto

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Sim, foi o evento no qual foram tomados dados sobre lentos gravitacionais para testar as previsões da relatividade (com sucesso)

Respondá com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Visão Einsteiniana - Correto**

Por causa da curvatura do espaço-tempo

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?



Existe uma reta perpendicular a ambas.

Correto

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?



sim

Correto

4. O que diz o princípio de Fermat? **Incorreto**

O caminho preferível é aquele que extremiza a ação

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

A luz se propaga em uma geodésica

Incompleto

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Uma reta **Correto**

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

Um círculo.

Incompleto. Qual dos círculos?

8. O que é a gravidade?

Gravidade é a expressão da curvatura do espaço tempo.

Visão Einsteiniana - Correto

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$
- ↑ força constante da gravitação universal*
→ massa
↳ distância

Incompleto, falta mencionar que é a massa gravitacional.

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$ e $F_R = m \cdot a$

Correto

Sim, uma é a massa inercial e outra gravitacional, porém, ambas são iguais.

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

Força gravitacional, como força centrípeta.

Incompleto, confusão da resultante com a força.

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

Incompleto. Falta a força de Coriolis

Força gravitacional, como força centrífuga.

13. Como acontece o Eclipse Solar?

Incorreto.



14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

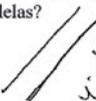
Foi o eclipse que confirmou o ângulo de deflexão da luz pelo sol, fornecendo evidência experimental para a teoria da relatividade geral.

Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Visão Newtoniana - Correto**

Porque existe uma força que ~~aplica~~ faz com que dois corpos se atraiam. Essa força é proporcional à massa dos corpos e como a Terra tem a maior massa ~~resulta~~ ^{tem} a maior distância o corpo se aproxima dela, caindo.

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?

 Para que elas sejam paralelas é necessário que a distância entre as duas seja sempre igual. **Correto.**

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item

2 será(ão) respeitadas? Não é possível. As condições acima podem ser respeitadas, mas as linhas não podem ser definidas como retas. **Correto.**

4. O que diz o princípio de Fermat?

Diz que a luz sempre percorre o caminho de menor tempo. **Correto.**

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Reta. **Correto.**

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Uma Reta. **Correto.**

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando). Uma geodésica.

Incompleto. Qual é esta curva?

8. O que é a gravidade?

Uma força atrativa entre dois corpos

Incompleto. Faltou ser mais específico.

Incompleto. Faltou mencionar a massa gravitacional..

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$

$M \rightarrow$ massa maior

$m \rightarrow$ massa menor

$r \rightarrow$ distância entre os corpos

$G \rightarrow$ constante gravitacional

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal? Não.

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \text{ e } F_R = m \cdot a$$

Incompleto, faltou explicar melhor.

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

Força gravitacional

Correto

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

Força gravitacional.

Incompleto, faltaram as forças de inércia.

13. Como acontece o Eclipse Solar?

Acontece quando a Terra, o sol e a lua se alinham e a lua está entre o sol e a Terra. Incompleto.

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Sim. Confirmou a teoria de Einstein sobre a curvatura do espaço-tempo massa curvar o espaço-tempo

Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Incorreto. Resposta circular.**

Por causa da aceleração da gravidade

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?



São duas retas com a mesma grau de inclinação

Incompleto.

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

Sim, se ambas as retas tangenciarem a esfera



Incorreto

4. O que diz o princípio de Fermat?

?

Não sabe.

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

?

Não sabe.

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Uma reta

Correto.

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

? **Não sabe.**

8. O que é a gravidade? **Incompleto. Faltou ser mais específico.**

É a atração que dois corpos que têm massa fazem entre si

NÃO RESPONDEU ESTA PÁGINA.

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G.M.m}{r^2}$

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$$F = \frac{G.M.m}{r^2} \text{ e } F_R = m \cdot a$$

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

13. Como acontece o Eclipse Solar?

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem?

Por conta da atração entre corpos por conta da gravidade

Incompleto.

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?

Incompleto.

As condições: O ângulo formado pelas duas é 0°

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

Sim

Incorreto.

4. O que diz o princípio de Fermat?

Não sei

Não sabe.

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Retas

Correto

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano? **Correto**

Uma reta entre os pontos

Incorreto, considerou que a esfera está imersa no espaço Euclidiano.

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

Se o caminho puder passar por dentro da esfera, é uma reta que liga os dois pontos

8. O que é a gravidade?

Uma das forças naturais relacionadas à proporcional a massa do corpo

Incompleto. Faltou ser mais específico.

Incompleto. Falta indicar que a massa é gravitacional.

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G.M.m}{r^2}$

$f = \text{força}$

$G = \text{constante gravitacional}$

M e $m = \text{massas dos corpos interagindo}$

$r = \text{distância entre os corpos}$

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$$F = \frac{G.M.m}{r^2} \text{ e } F_R = m \cdot a$$

Não, ambas são a massa de um corpo que está sofrendo a ação de uma força

Incorreto

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

força gravitacional

Incorreto

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

força gravitacional

Incompleto. Faltam as forças de inércia.

13. Como acontece o Eclipse Solar?

A lua passa na frente do sol em relação a terra, impedindo que sua luz passe e chegue na terra

Correto

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Sim, a importância foi de dar evidências que uma teoria estava correta

Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Visão Newtoniana - Incompleta**

Por causa da força atrativa que a terra exerce sobre eles

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?



Os vetores diretores são iguais a menos de
um esc. multiplicativo **Correto**

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

Incorreto

Sim, não pois não há como, segundo um vetor diretor

4. O que diz o princípio de Fermat?

Incorreto

que a trajetória deve ser extremizada em um caminho real

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Linear

Correto

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Uma reta

Correto

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando)

Incorreto. Nem todo arco de círculo é...

um arco de círculo

8. O que é a gravidade?

Incompleto, falta ser mais específico.

é uma força de atração entre 2 corpos

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G.M.m}{r^2}$

O valor da força da gravidade **Incompleto.**

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

$F = \frac{G.M.m}{r^2}$ e $F_R = m \cdot a$ **Incorreto**

não, as massas são as mesmas.

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

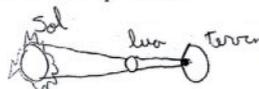
Somente força gravitacional **Correto**

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

Incorreto

Somente força gravitacional

13. Como acontece o Eclipse Solar?



Correto

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

Não

Responda com suas palavras, utilizando argumentos científicos.

1. Por que os corpos caem? **Visão Newtoniana - Incompleta.**

Devida ação gravitacional.

2. Desenhe duas retas paralelas. Qual(is) a(s) condição(ões) para que sejam consideradas paralelas?

Incompleto. Equivocou-se na condição de paralelismo.

3. É possível desenhar duas retas paralelas sobre uma esfera? A(s) condição(ões) citada(s) no item 2 será(ão) respeitadas?

Não, Não Correto

4. O que diz o princípio de Fermat?

Não lembro! Não sabe

5. Como é a trajetória da luz ao se propagar por um meio homogêneo?

Correto

Em meios homogêneos, a luz se propaga em linha reta.

6. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem a um plano?

Uma linha reta. Correto

7. Qual é o menor caminho entre dois pontos que pertencem à superfície de uma esfera? (Se preferir faça um desenho explicando).

Uma curva. Incorreto

8. O que é a gravidade? **Visão Einsteiniana - Incompleta. O que é distorcer?**

Essa é Bragança

mas devido a sua ação ela distorce o espaço-tempo.

Incompleto. Falta dizer que a massa é gravitacional.

9. Indique o que representa cada letra na fórmula: $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$

F = Força gravitacional

M = massa maior

G = constante gravitacional

m = massa menor

r = distância radial

10. Existe alguma diferença entre as massas m que aparecem na 2ª Lei de Newton e na Lei da Gravitação Universal?

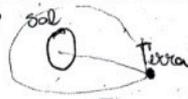
Sim!

$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$ e $F_R = m \cdot a$

Incompleto. Qual diferença?

11. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial do Sol?

Correto



Força gravitacional

12. Supondo um sistema formado apenas pelo Sol e pela Terra, quais são as forças que atuam na Terra, no referencial da Terra?

Incorreto. Confusão na terceira lei de Newton.

Força gravitacional, Item 11 e 12, Não fazes de ação e reação.

13. Como acontece o Eclipse Solar?

Correto

Quando o movimento de translação da lua, coincide com a direção do Sol, "tapando", temporariamente.

14. Você conhece o Eclipse de Sobral que aconteceu em 1919? Se sim, qual foi sua importância para a Ciência?

foi o eclipse com a qual foi comprovada a teoria da Relatividade de Einstein.

Pois, o luz de uma estrela distante ao passar pelo Sol curva-se devido a distorção do espaço.