



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

Efeito Magnus e Aplicações

(Guia para o professor)

II

Deivid Gomes de Medeiros

Carlos Augusto Domingues Zarro

Carlos Eduardo Aguiar

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Deivid Gomes de Medeiros, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2019

Efeito Magnus e Aplicações

Deivid Gomes de Medeiros

Carlos Augusto Domingues Zarro

Carlos Eduardo Aguiar

Sumário

Capítulo 1	Introdução	1
Capítulo 2	Intervenção teórica.....	2
2.1	Descrição qualitativa do efeito Magnus	2
Capítulo 3	Plano de Aula.....	4
3.1	Roteiro didático	4
Capítulo 4	Pré-questionário de Aplicação.....	6
Capítulo 5	Experimentos	11
5.1	Experimento 1 – Bola	11
5.2	Experimento 2 – Plano inclinado.....	14
5.3	Experimento 3 – Carrinho Flettner	16
5.4	Experimento 4 – Avião de Flettner	21
Apêndice A	Noções teóricas mais aprofundadas	24
A.1	Forças sobre um corpo em movimento imerso num fluido.....	24
A.1.1	Forças de Sustentação.....	25
A.1.2	Forças de Arrasto e descolamento da camada limite.....	27
A.2	Descrição qualitativa do efeito Magnus.....	34
Apêndice B	Avião de Flettner.....	35
B.1	Montagem do avião de Flettner.....	35
Referências Bibliográficas.....		38

Capítulo 1

Introdução

Este material instrucional é direcionado aos colegas professores do Ensino Médio que optarem em fugir um pouco do currículo para poder relacionar os efeitos do cotidiano que utilizam o efeito Magnus.

O material está dividido da seguinte forma:

No Capítulo 2, está a intervenção teórica a ser feita pelo professor em sala de aula. No Capítulo 3, está apresentado o plano de aula sugerido. No capítulo 4, colocamos o pré-questionário e no Capítulo 5, apresentamos como o professor realizará cada um dos quatro experimentos usando nesta aula. No Apêndice A, estão as noções teóricas mais aprofundadas, e, no Apêndice B, apresentamos uma outra montagem relacionada ao efeito Magnus, que é o avião de Flettner, discutido no capítulo 4.

Capítulo 2

Intervenção teórica

2.1 Descrição qualitativa do efeito Magnus

O efeito Magnus é um fenômeno hidrodinâmico descoberto pelo alemão Heinrich Gustav Magnus, no século XIX, onde a trajetória de um corpo quando é imerso em um fluido (Líquidos ou gases) muda devido a rotação do corpo. Essa trajetória é dada pela superposição entre os movimentos de rotação e translação. (ver a Figura 2.1)

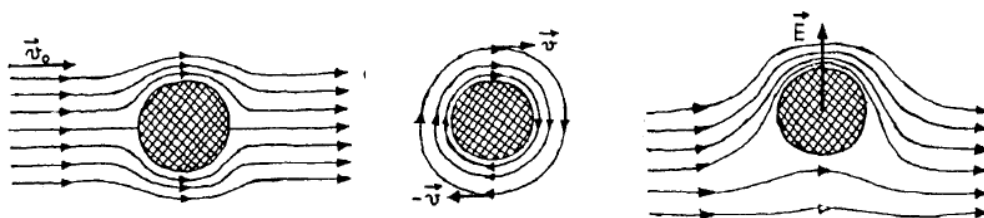


Figura 2.1. Exemplo de aplicação do “Efeito Magnus”, num cilindro com rotação.
(NUSSENZSVEIG, 2001)

A explicação do efeito Magnus, embora tão presente no dia-a-dia do jogador amador de futebol, é bastante complexa conforme veremos no apêndice A. Entretanto, no Ensino Médio podemos motivar e explicar de forma bastante satisfatória o efeito Magnus. Curiosamente, lançaremos mão da mesma explicação de Isaac Newton, citada no Capítulo 1 desta dissertação: princípio da ação e reação.

Primeiramente, o aluno já está familiarizado com a resistência do ar. Isto faz parte do seu cotidiano. Assim não há problemas em fazê-los compreender que o ar é um fluido e que há interação do ar com os objetos.

A discussão sobre viscosidade, também não traz grandes problemas, os alunos intuem que o mel é mais viscoso do que a água. Agora daremos a explicação de viscosidade como atrito entre o líquido e o objeto.

Com isto podemos dar uma explicação qualitativa do efeito Magnus: Suponhamos uma bola que gira no sentido horário num eixo em direção ao leitor para a esquerda, como mostra a Figura 2.2.a Vamos para o referencial do centro de massa da bola. Neste caso o ar que se move para direita, conforme ilustra a figura 2.2b. Notemos que devido ao atrito entre o ar e a bola, o ar é defletido para baixo, portanto, pela Terceira lei de Newton, a bola deve sofrer uma força para cima. Esta força é chamada de força de Magnus. A figura 2.2 mostra exatamente o que discutimos aqui.

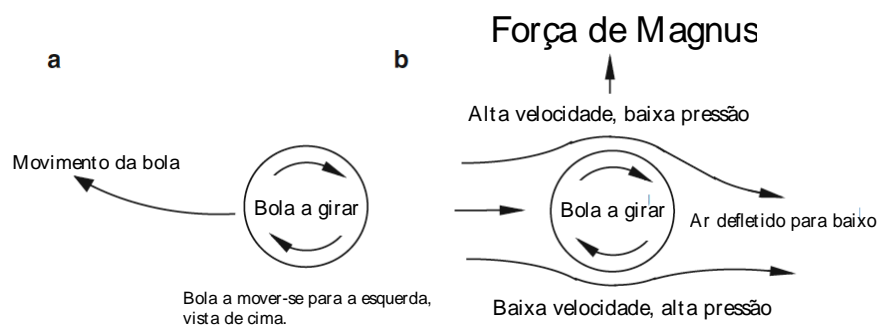


Figura 2.2. Explicação qualitativa do efeito Magnus. Adaptado de (CROSS, 2011, p.45)

Capítulo 3

Plano de Aula

O professor destinará dois tempos de 50 minutos para aplicação. Nesta dissertação esta proposta foi aplicada nas turmas da 1º série e na 2º série, mas creio que uma aplicação mais consistente seja feita numa turma de 3º série, pois os estudantes já que estão mais maduros nos conceitos de física.

A atividade pode ser proposta através do método POE (Predizer, Observar, Explicar). Os alunos fazem um pré-questionário, onde observam e experimentam o fenômeno e depois com base na intervenção do professor explicam-no. Os experimentos que podem ser usados são: uma bola colorida, o carrinho Flettner, um cilindro de papel e o avião Flettner.

3.1 Roteiro didático

O roteiro da aula pode ser aplicado da seguinte maneira:

Passo 1: Pergunta-se se eles já haviam lido ou visto algo sobre o “efeito Magnus” e se sabiam o que era. A resposta pela maioria deve ser “não”. Partindo do princípio que ninguém o conheça, então faz-se uma pergunta simples. Se uma bola for chutada com efeito o que acontece? Provavelmente, eles responderão que faz uma curva por causa do efeito. Nessa hora, o professor pode explicar sobre o efeito Magnus, qualitativamente, usando apenas a terceira lei de Newton.

Passo 2: O professor poderá usar o questionário abaixo que contém 10 questões para que os estudantes possam marcar suposta a trajetória dos objetos quando giram e quando não giram. O tempo para eles responderem pode ser de 20 minutos. O ideal seria que fizessem sozinhos, mas se o professor achar melhor pode dar a opção em fazer em duplas ou em grupos para poderem discutir sobre as trajetórias.

Passo 3: Aplicação do questionário apresentado no capítulo 4.

Passo 4: Após o tempo para os alunos responderem o questionário, o professor poderá passar para a Intervenção Teórica (conforme a seção 2.1) e a correção deve ser feita usando cada experimento (conforme o capítulo 5).

Passo 5: O professor pode começar pela bola, por ser de mais fácil manuseio. Este experimento está descrito na seção 5.1. A bola tem que ser leve, podendo ser uma grande ou uma pequena de plástico.

Passo 6: Procede-se a execução do experimento 2, conforme a seção 5.2.

Passo 7: Procede-se a execução do experimento 3, de acordo a seção 5.3.

Passo 8: Procede-se a execução do experimento 4, conforme descrito na seção 5.4.

Capítulo 4

Pré-questionário de Aplicação

(Questão 1) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura?

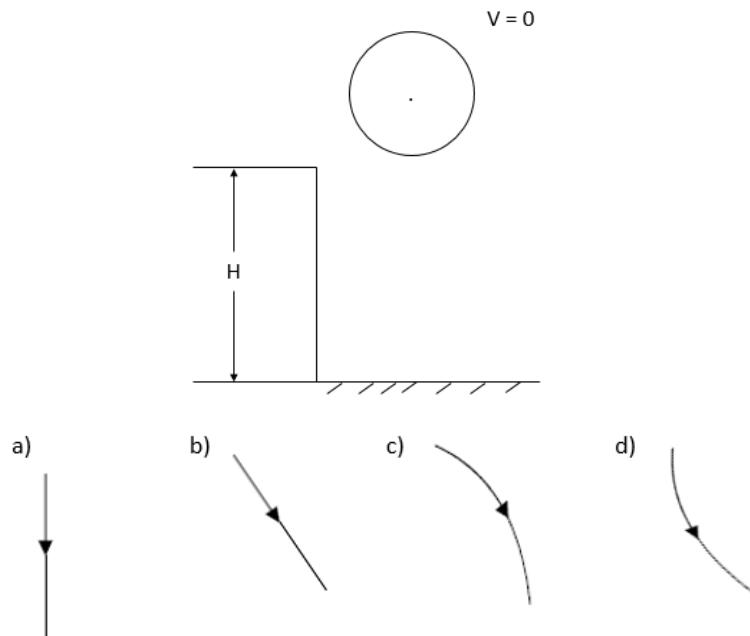


Figura 4.1. Questão 1

Resposta: Letra A

(Questão 2) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura sendo rotacionada para frente ?

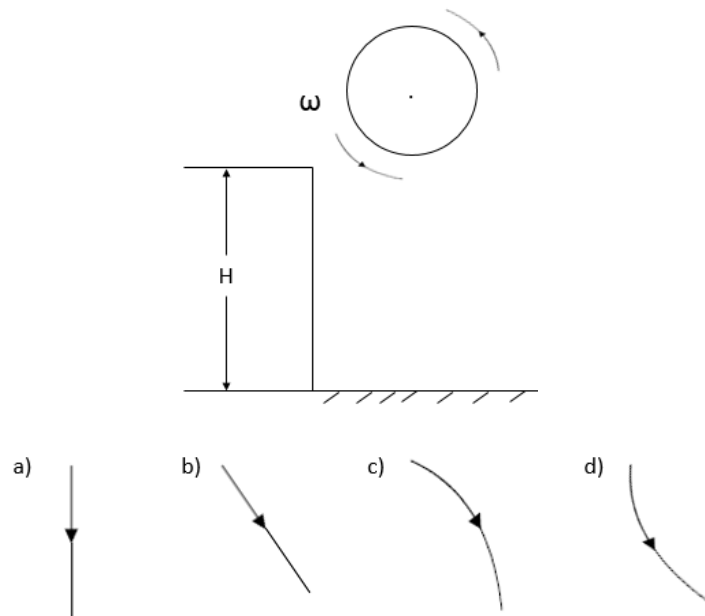


Figura 4.2. Questão 2

Resposta: Letra D

(Questão 3) Qual seria a trajetória de um bloco após abandonar o plano inclinado?

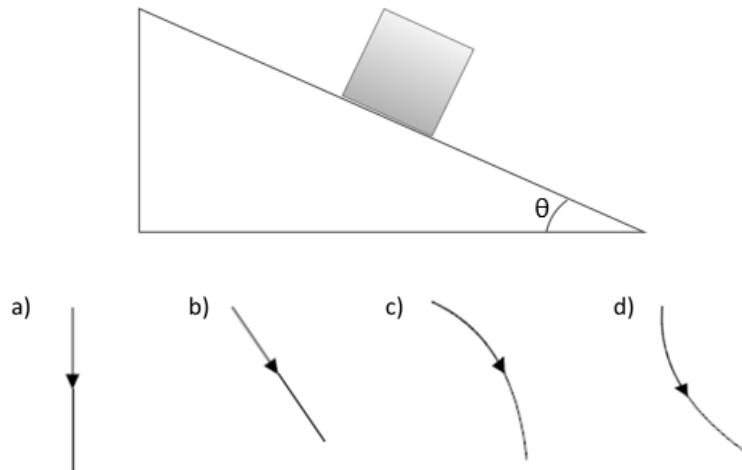


Figura 4.3. Questão 3

Resposta: Letra C

(Questão 4) Qual seria a trajetória de um cilindro feito de papel após abandonar um plano inclinado?

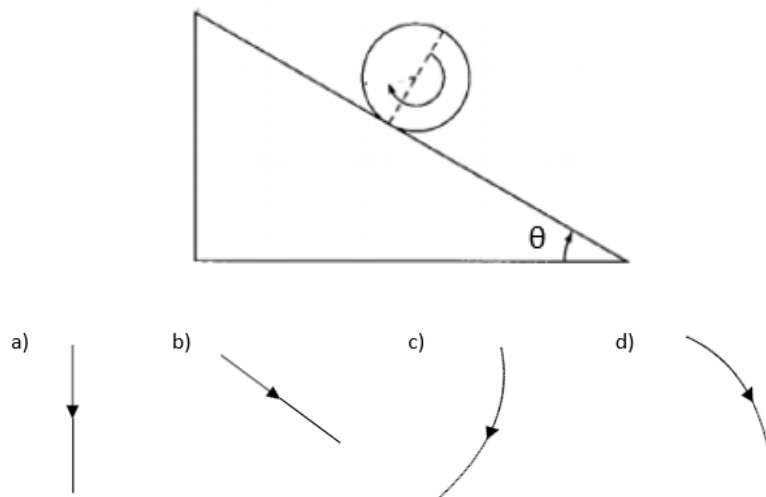


Figura 4.4. Questão 4

Resposta: Letra C

(Questão 5) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?

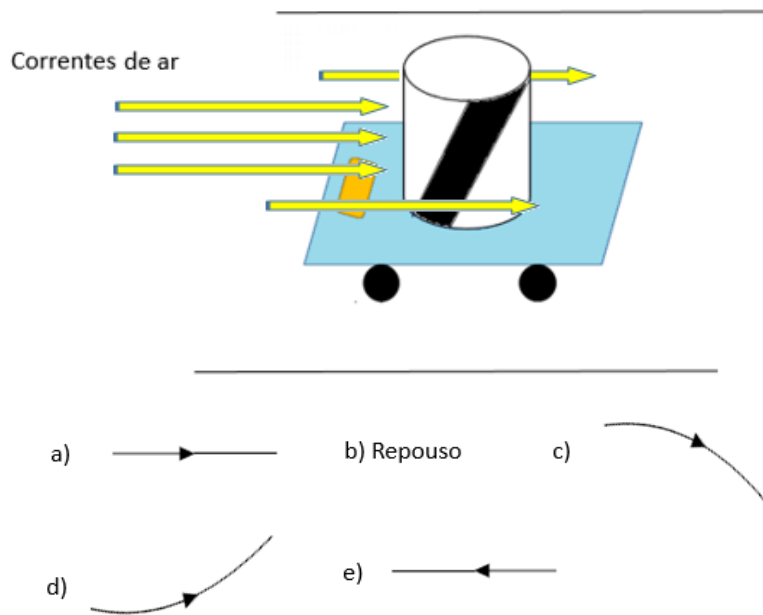


Figura 4.5. Questão 5

Resposta: Letra A

(Questão 6) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

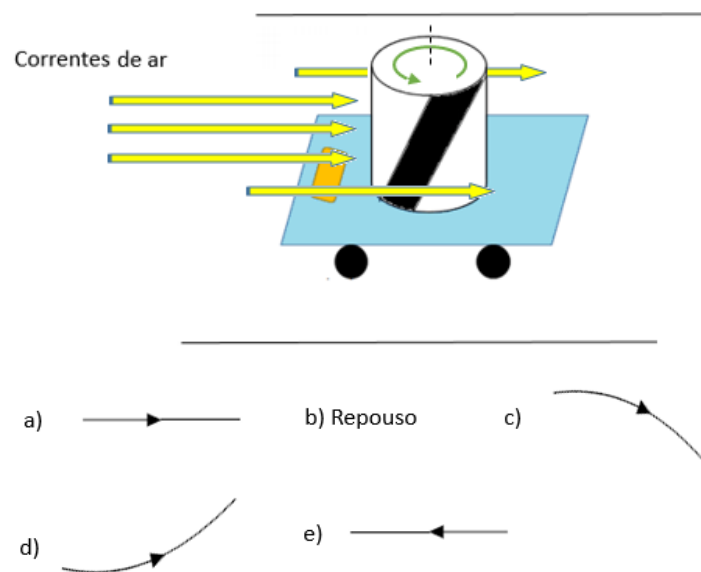


Figura 4.6. Questão 6

Resposta: Letra A

(Questão 7) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?

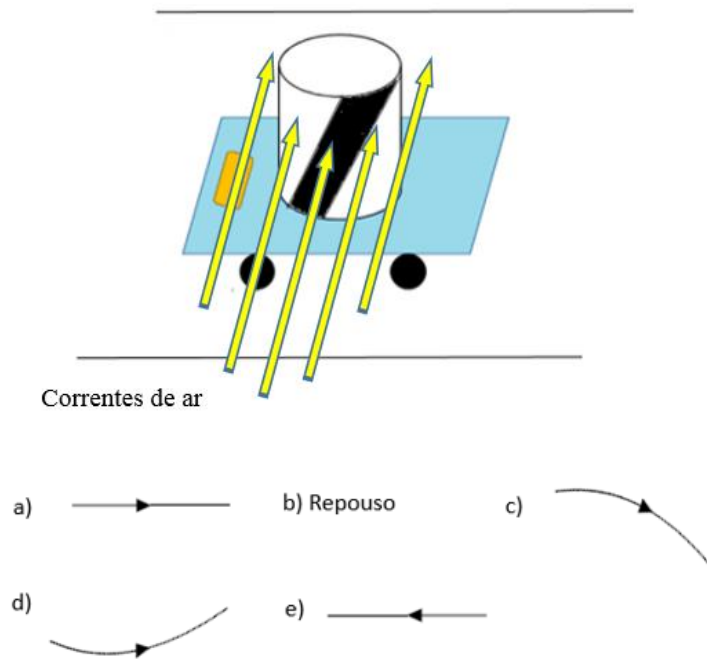


Figura 4.7. Questão 7

Resposta: Letra B

(Questão 8) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?

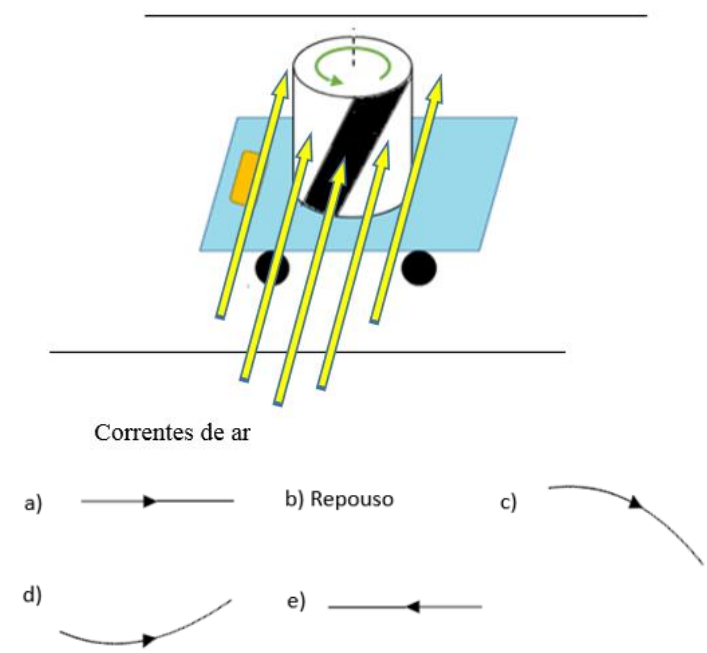


Figura 4.8. Questão 8

Resposta: Letra A

(Questão 9) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocada uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?

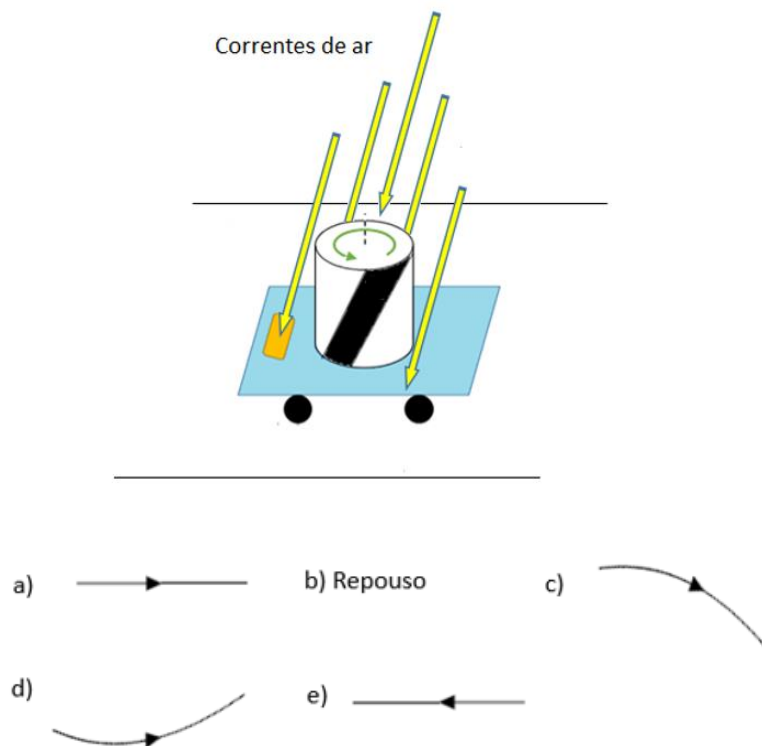


Figura 4.9. Questão 9

Resposta: Letra E

(Questão 10) Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?

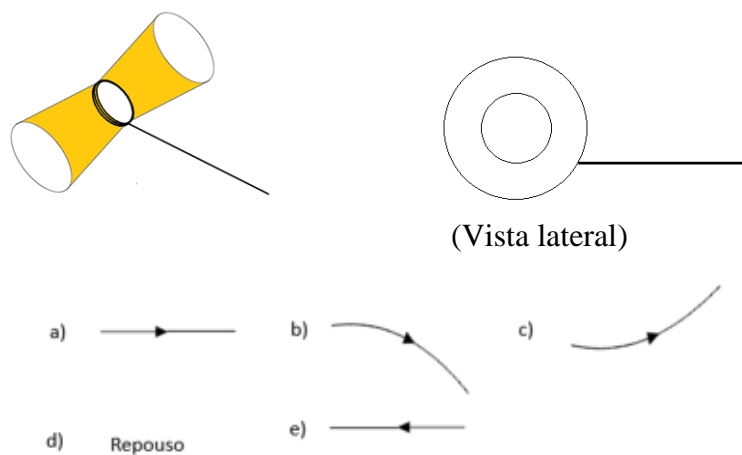


Figura 4.10. Questão 10

Resposta: Letra C

Capítulo 5

Experimentos

5.1 Experimento 1 – Bola



Figura 5.1. Queda da bola

O professor pode começar pela bola, por ser mais fácil o manuseio (cf. mostra a figura 5.1). Para primeira questão deve-se abandonar uma bola de uma certa altura. A bola tem que ser leve, podendo ter qualquer tamanho. Esta questão terá um alto índice de acerto.

(Questão 1) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura ?

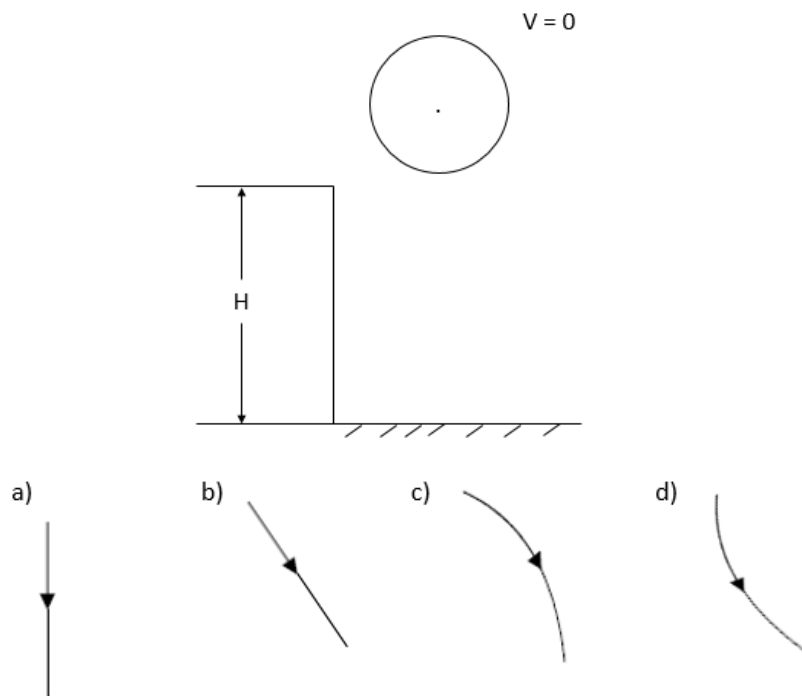


Figura 5.2. Questão 1

Resposta: Letra A

Para a questão 2, o professor continuará a abandonar a bola da mesma altura, só que agora ele irá dar uma rotação inicial a bola com as mãos para frente. Se a altura for suficiente (como a bola lançada do segundo andar), os alunos poderão ver que a trajetória não será a mesma da bola sem rotação da questão 1 e deve ser aqui que eles verão a diferença entre os corpos que giram e os que não giram.

(Questão 2) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura sendo rotacionada para frente ?

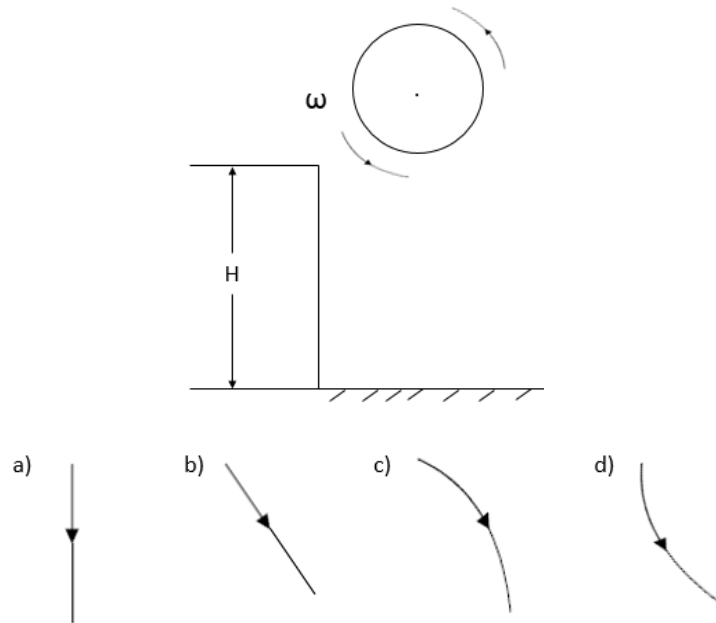


Figura 5.3. Questão 2

Resposta: Letra D

Após as duas experiências, se o professor tiver acesso a internet, pode-se mostrar depois para os alunos o famoso vídeo de uma bola de basquete caindo de uma represa. Segue o link youtube [<https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo>] conforme mostra a figura 5.4.

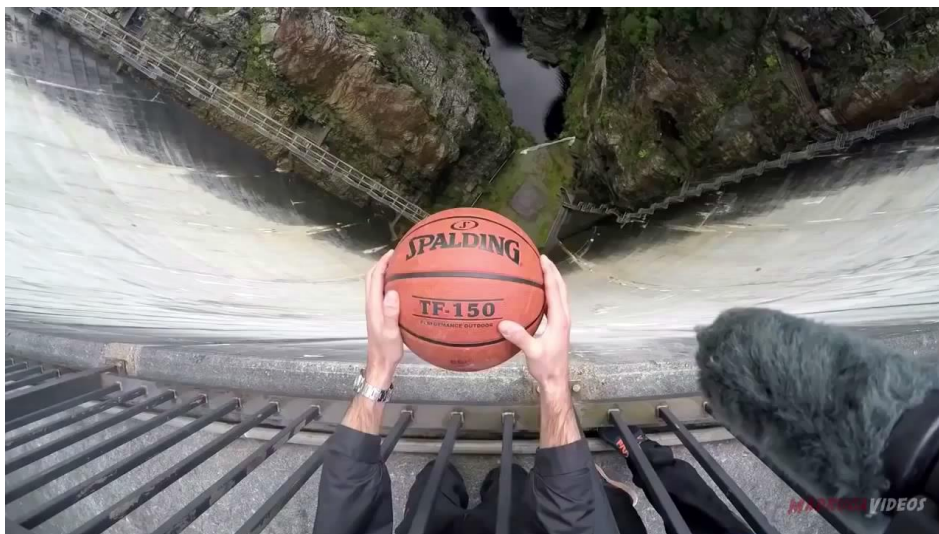


Figura 5.4. Foto do vídeo do YouTube na página <https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo>

5.2 Experimento 2 – Plano inclinado



Figura 5.5. Execução do Experimento 2

Para as questões 3 e 4, o professor pode usar a mesa como um plano inclinado.

Para a questão 3, o professor pode usar, por exemplo, o apagador.

(Questão 3) Qual seria a trajetória de um bloco após abandonar o plano inclinado?

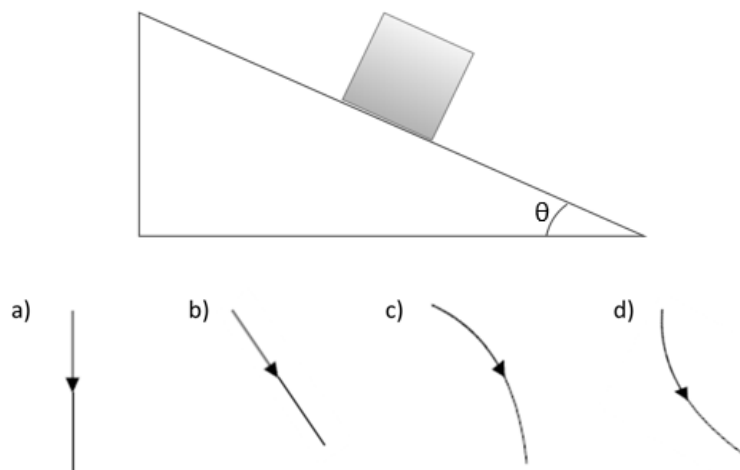


Figura 5.4. Questão 3

Resposta: Letra C

Na próxima questão, o professor deverá fazer um cilindro simples de papel e uma fita adesiva para prender e com isso observar o efeito, conforme ilustrado na figura 5.5. Novamente irá inclinar a mesa, fazendo um plano inclinado e com isso abandonará o cilindro no alto do plano para que ele “role” sobre o mesmo. Ao abandonar o plano os alunos poderão notar que ele não seguirá a mesma trajetória de antes com o apagador.

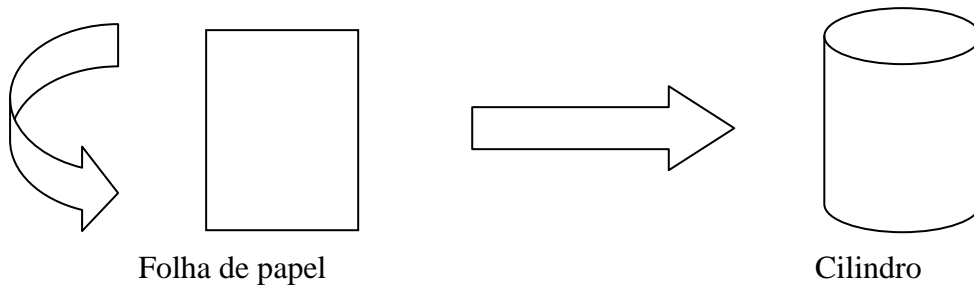


Figura 5.5. Como fazer o cilindro de papel para execução do experimento na questão 4

(Questão 4) Qual seria a trajetória de um cilindro feito de papel após abandonar um plano inclinado?

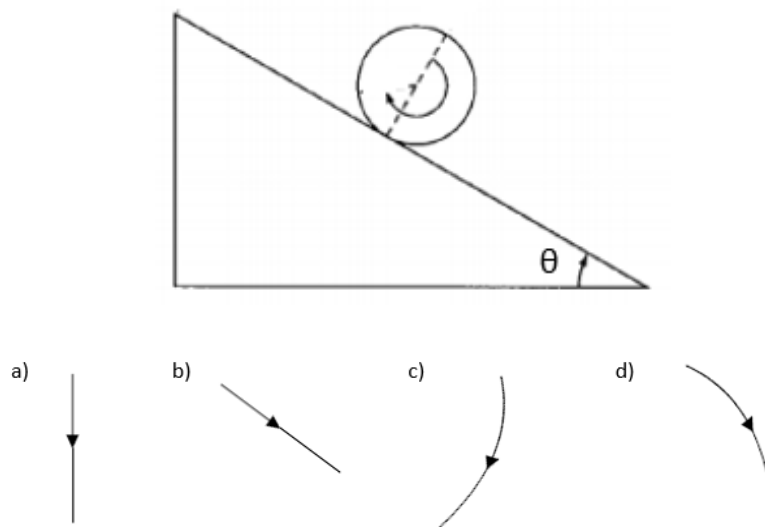


Figura 5.6. Questão 4

Resposta: Letra C

5.3 Experimento 3 – Carrinho Flettner

Nas questões 5, 6, 7, 8 e 9 são onde abordam o carrinho de Flettner. Toda montagem do carrinho estará disponível no Material Instrucional I. Vale lembrar que além do carrinho, o professor deverá duas pilhas AA para o carrinho e levar um secador ou um ventilador, sendo aquele mais viável, para produzir uma corrente de ar para experiência. O material usando está ilustrado na figura 5.7.



Figura 5.7. O carrinho de Flettner e o secador de cabelo usado no experimento 3.

Para resolver a questão 5, o professor deverá manter o rotor desligado e colocar a corrente de ar produzido pelo secador atrás do carrinho. Certamente quase todos os alunos deverão acertar. Mas a ideia é para se ter uma comparação quando ele estiver parado e quando estiver girando.

(Questão 5) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?

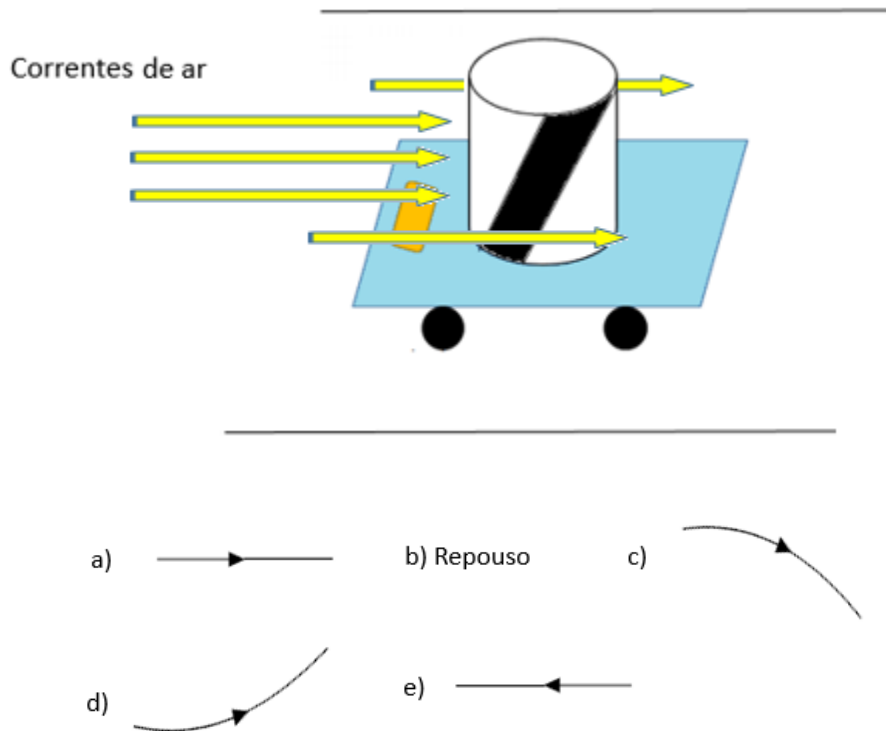


Figura 5.8. - Questão 1

Resposta: Letra A

Nesta o professor fará a mesma coisa da questão anterior, mas o que difere é que agora o rotor estará ligado. Com o carrinho girando eles devem achar que pode ter alguma pegadinha e tem, mas não neste caso. Quando for colocado a corrente de ar atrás do carrinho eles irão ver que logo o carrinho irá para frente. Aí já devem vir algumas perguntas da parte deles como “ué foi para frente também, mas não era da mesma ideia que a bola”. Só que no caso do carrinho existem as rodinhas e o atrito com o chão. Se o professor achar necessário pode-se separar um tempo para se explicar mais sobre o atrito.

(Questão 6) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

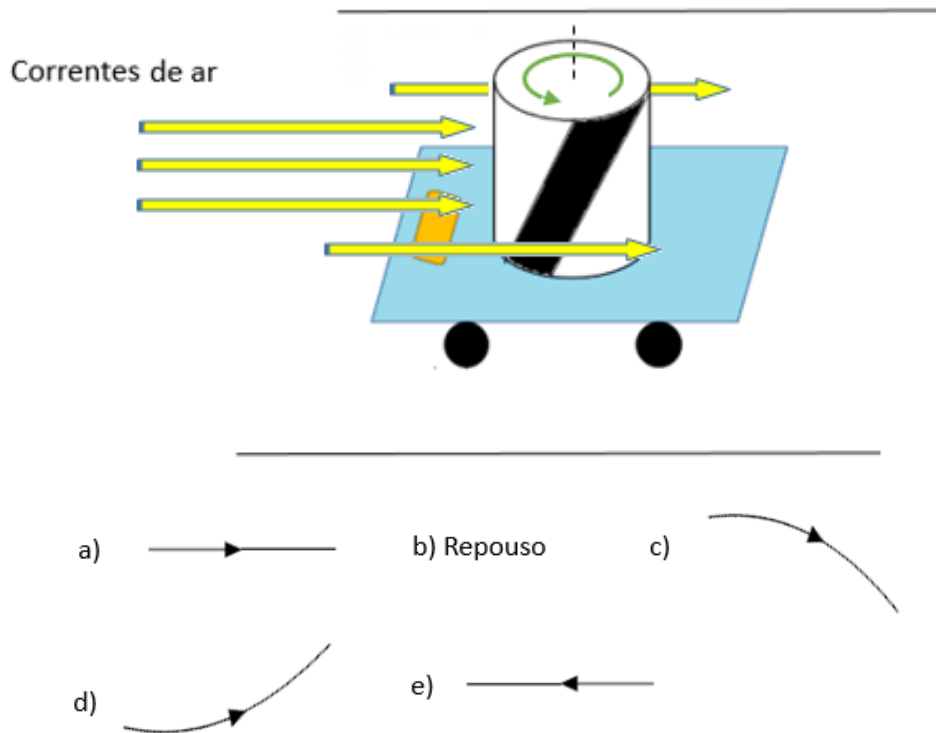


Figura 5.9. - Questão 6

Resposta: Letra A

Na questão 7, o professor volta a fazer a experiência com o rotor desligado para se ter um parâmetro de comparação, só que agora ele mudará a posição da corrente de ar. Irá colocar ao lado do carrinho, neste caso é bem fácil para o aluno observar que o carrinho ficará em repouso. A não ser se for uma corrente de ar muito forte que acabe tombando o carrinho, mas não é este o caso.

(Questão 7) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?

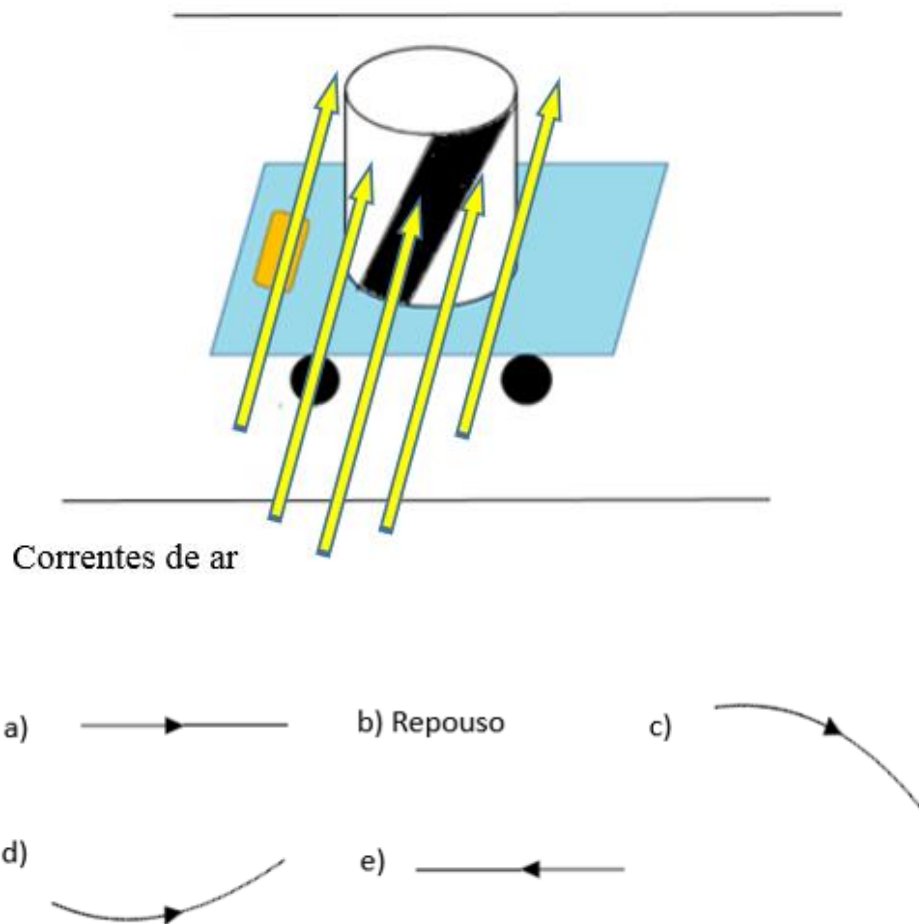


Figura 5.10. Questão 3

Resposta: Letra B

O professor novamente colocará a corrente de ar ao lado do carrinho, mas agora com o rotor ligado e a partir desta questão (questão 8) é que eles começam a ficar impressionados, pois quem poderia imaginar que uma corrente de ar numa direção poderia ocasionar um movimento transversal. Espera-se que os alunos respondam a letra B, em repouso, já que o atrito entre as rodas e o piso não permitiriam o movimento da corrente de ar. Neste momento sugere-se que o professor explique como funciona a parte teórica.

(Questão 8) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?

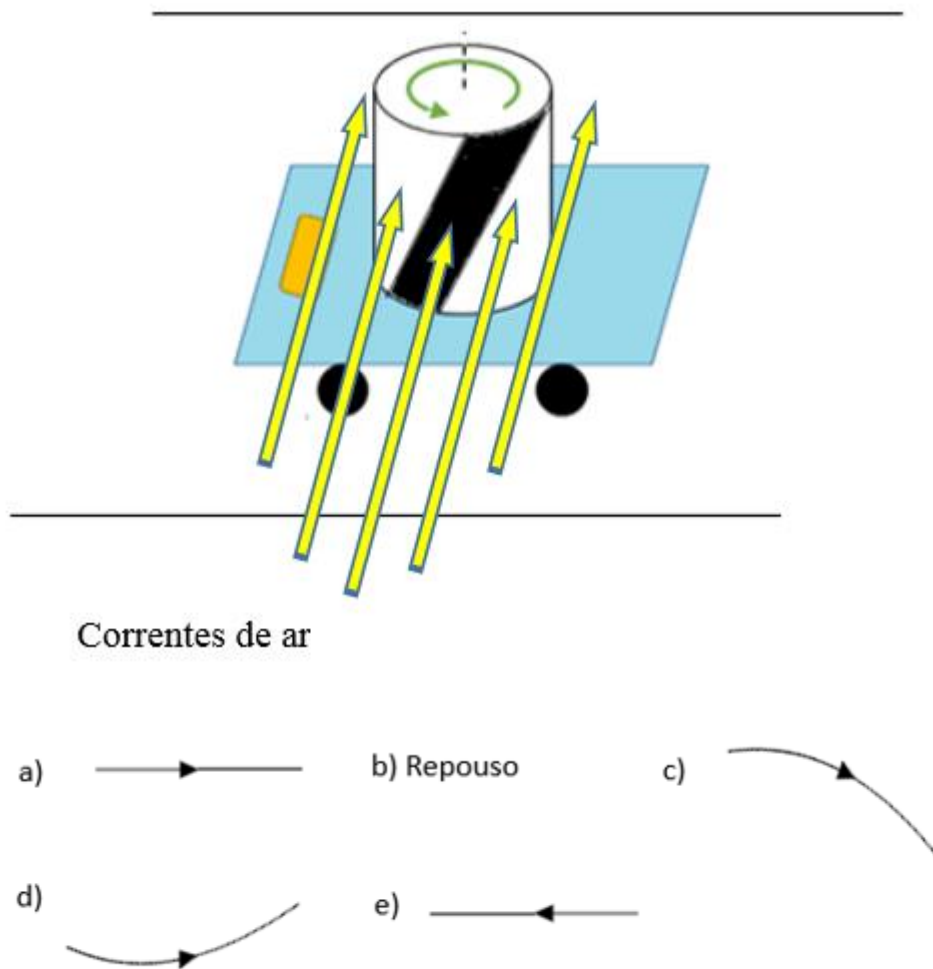


Figura 5.11. Questão 8

Resposta: Letra A

Agora o professor mudará novamente o sentido da corrente de ar e colocará do outro lado (deflexão de 180°). Alguns alunos deverão achar que o carrinho seguirá o mesmo sentido já outros após a explicação qualitativa usando a terceira lei de Newton notarão que o sentido de movimento deve ser o contrário da questão anterior.

(Questão 9) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?

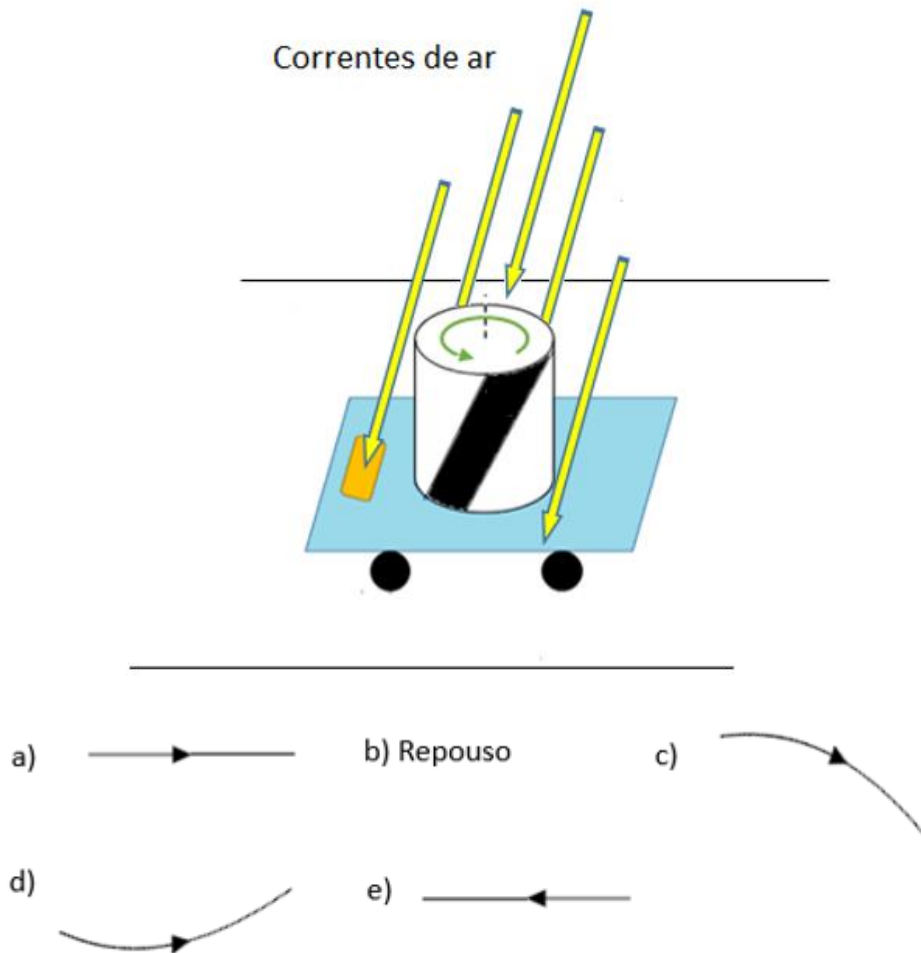


Figura 5.12. Questão 9

Resposta: Letra E

5.4 Experimento 4 – Avião de Flettner



Figura 5.13. Avião de Flettner.

A montagem deste experimento está no Apêndice B. Apesar de ser um experimento simples, o professor deverá ter cuidado por causa do elástico.

Agora estique e amarre o elástico entre os copos dando duas voltas. Para lançar esses copos você deve segurar o centro dos copos com os dedos de uma mão e com a outra mão esticar a ponta do elástico que deve ficar na parte de baixo dos copos e para frente. Depois, mantenha a ponta do elástico firme entre os dedos e solte os copos.

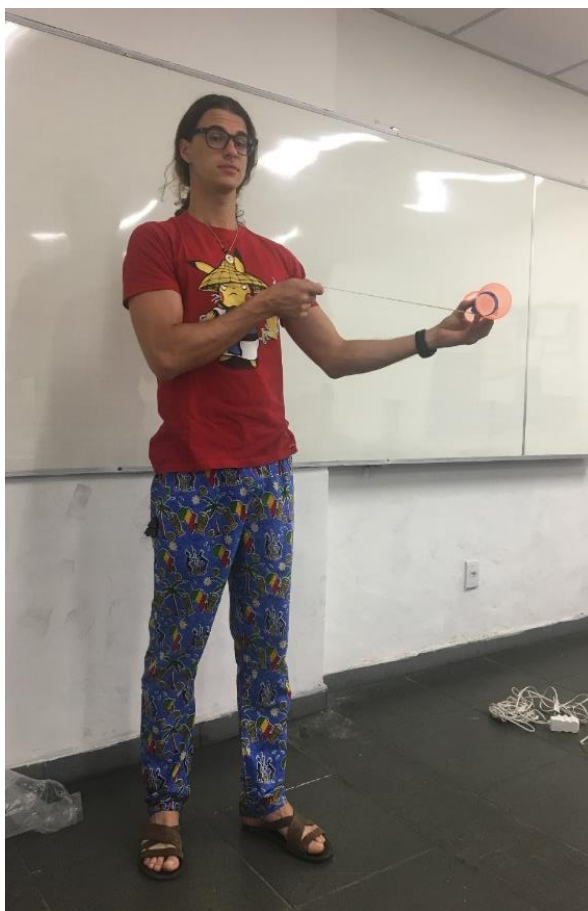


Figura 5.14. Execução do experimento 4.

(Questão 10) Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?

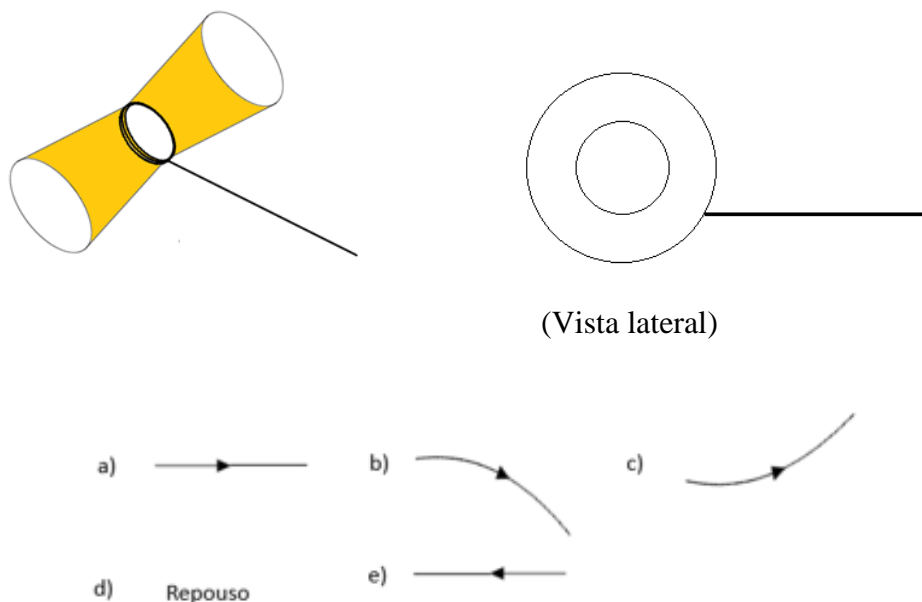


Figura 5.15. Questão 10

Resposta: Letra C

Após ter mostrado os experimentos e os alunos corrigirem as questões e firmando o conceito, o professor poderá dar a chance de os alunos de usarem os experimentos. Se ainda sobrar um tempo, o colega, poderá mostrar o navio Flettner (cf. o capítulo 1 da Dissertação) que faz uso do efeito Magnus.

Apêndice A

Noções teóricas mais aprofundadas

A.1 Forças sobre um corpo em movimento imerso num fluido

Quando um corpo move-se imerso num fluido, é claro que haverá forças de resistência a este movimento. De maneira simplificada, consideraremos dois tipos de força: (i) *forças de sustentação*¹, que são perpendiculares à velocidade do corpo e (ii) *forças de arrasto*, que são antiparalelas à velocidade do corpo.

Para estudar estas forças, como é muito complicado seguir o movimento de um corpo imerso em um fluido, deixamos o centro de massa do corpo em repouso enquanto o fluido se move com respeito ao corpo. Nas figuras A.1 e A.2 vemos alguns regimes de escoamento do fluido realizados em túneis de ar. Na figura A.1, o escoamento é chamado de *laminar*, pois as linhas de corrente do fluido movem-se em camadas.

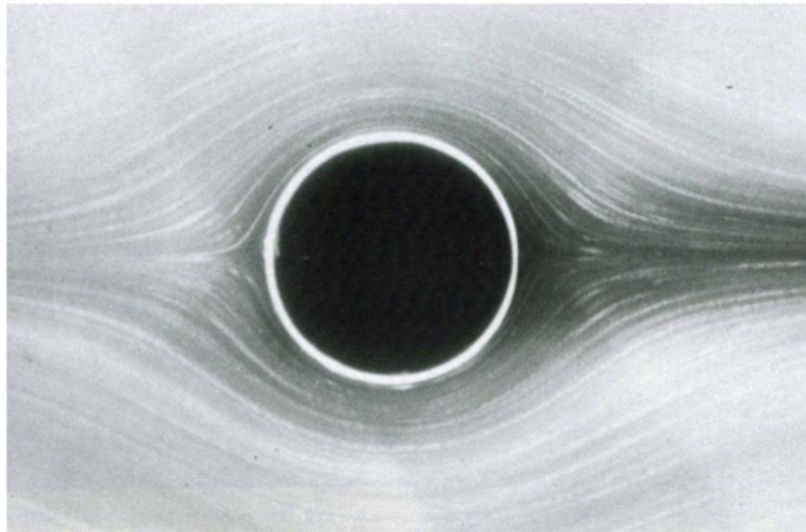


Figura A.1. O escoamento de um fluido a baixas velocidades ao redor de uma esfera. As linhas de corrente são visíveis após colocar-se pó de alumínio, bastante fino, no fluido. Fonte:

(AGUIAR, 2005)

¹ Cabe um comentário sobre a nomenclatura. O nome força de sustentação vem da sua utilização em aerodinâmica (VON KARMAN, 2004). Este nome muitas vezes é enganoso, pois sendo uma força perpendicular à trajetória do corpo, não necessariamente é uma força vertical.

Na figura A.2, notemos que o escoamento do fluido distante do carro continua a ser laminar, entretanto, na traseira, há formação de vórtices, e as linhas de corrente agora misturam-se entre si, de forma aparentemente caótica. Este é o chamado escoamento *turbulento*. Veremos as condições para que ele ocorra e a sua importância na explicação do efeito Magnus ainda neste capítulo.

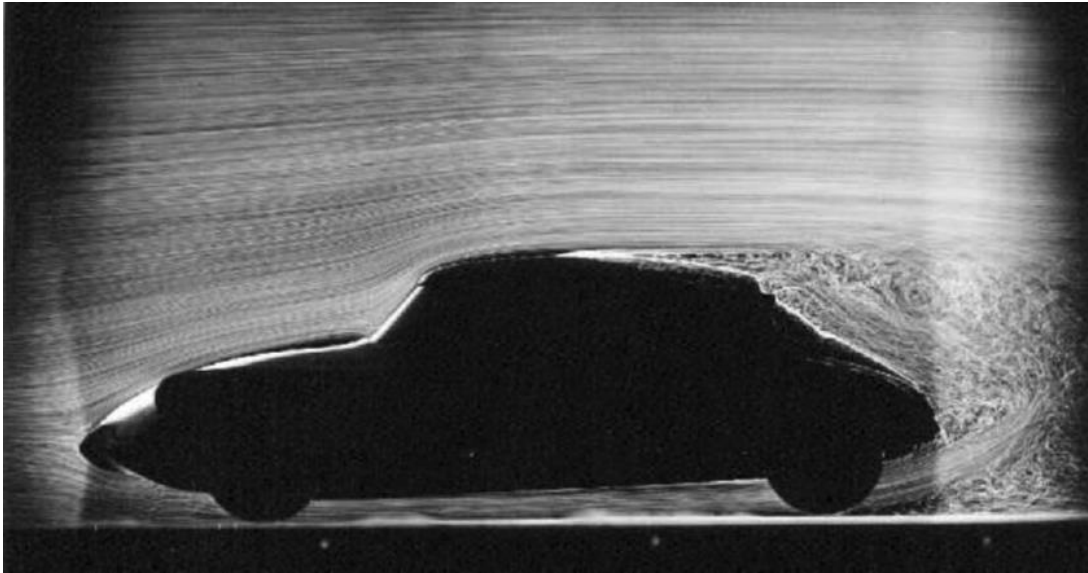


Figura A.2: Um automóvel num túnel de vento. As linhas de corrente são visíveis após colocar-se pó de alumínio, bastante fino, no fluido. Fonte: (AGUIAR, 2005)

A.1.1 Forças de Sustentação

Lord Rayleigh (RAYLEIGH, 1877) investigou o fluxo de um fluido através de um cilindro circular. Seu primeiro experimento foi deixar o cilindro em repouso. Seu resultado foi de que não haveria forças de sustentação sobre o cilindro. Num segundo experimento, ele pôs o cilindro a girar, esta superposição entre o movimento circular do cilindro e o fluxo uniforme do fluido levaria segundo seu modelo uma força perpendicular à direção da velocidade do fluido.

Ele então segue a sua explicação baseada no esquema mostrado na figura A.3. Em (a), temos o cilindro em repouso, e vemos as linhas de escoamento laminar do fluido com velocidade v_0 . Em (b) temos que o cilindro em rotação, gerando as linhas de corrente indicadas. Em (c), há a superposição de (a) com (b), mostrando a distorção das linhas de corrente devido à rotação do cilindro.

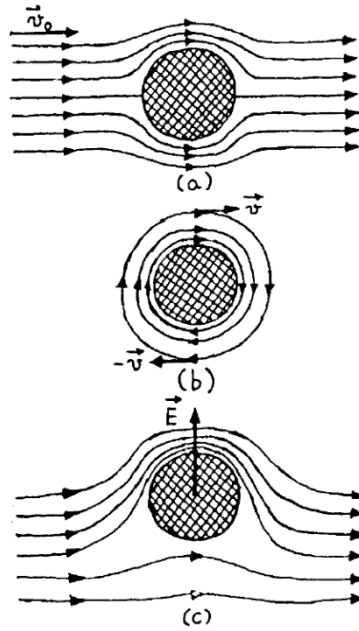


Figura A.3. Esquema usado por Lord Rayleigh para explicar o efeito Magnus. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2001).

Segundo a equação de Bernoulli, que descreve a conservação de energia num fluido incompressível em movimento, temos que ao longo de cada linha de corrente, a soma da pressão com a densidade de energia mecânica do fluido é constante, *i.e.*

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g z = C, \quad (\text{a.1})$$

onde ρ é a densidade do fluido, v a sua velocidade, p é pressão, g é a aceleração da gravidade e z é a altura do ponto na linha de corrente em relação ao “zero” da energia potencial gravitacional. Usando a equação (a.1), Lord Rayleigh mostra que há uma diferença de pressão - maior na parte de baixo e menor na parte de cima - gerando a força de sustentação observada experimentalmente.

Para um cilindro girando em torno de seu eixo de simetria a força de Magnus pode ser escrita como

$$\vec{F}_M = \frac{1}{2} C_M \rho A r \vec{\omega} \times \vec{V}, \quad (\text{a.2})$$

onde $\vec{\omega}$ é o vetor velocidade angular do cilindro, \vec{V} é a velocidade do cilindro em relação ao fluido, ρ é a densidade do fluido, A é a área da seção transversal do cilindro

e r é seu raio. O parâmetro C_M é o chamado coeficiente de Magnus. Notemos que a força de sustentação é perpendicular à velocidade do fluido. O coeficiente de Magnus é determinado experimentalmente e via de regra é positivo e da ordem da unidade. Resultado semelhante vale para uma esfera em rotação.

A.1.2 Forças de Arrasto e descolamento da camada limite

Vimos que embora aparentemente satisfatória, faltou um ingrediente fundamental na explicação de Lord Rayleigh para o efeito Magnus, que foi considerar o atrito entre o fluido e o objeto girante.

A viscosidade é o atrito existente entre as camadas do fluido e entre o fluido e alguma superfície de contato. O primeiro modelo simples de viscosidade é devido à Isaac Newton, que brevemente exporemos aqui (NUSSENZSVEIG, 2001).

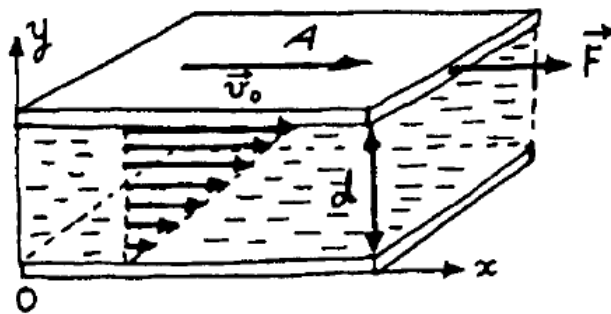


Figura A.4. Escoamento viscoso. Fonte: (NUSSENZSVEIG, 2001)

Consideremos o esquema representado na figura A.4 para representar o escoamento viscoso. Seja uma camada de fluido entre duas placas paralelas de área A e distância d . Experimentalmente, nota-se que num fluido real em contato com um sólido está sempre em repouso em relação à superfície. A placa superior é puxada com força constante \vec{F} , de modo que se move com velocidade constante \vec{v}_0 . A camada de fluido próxima a placa superior possui velocidade \vec{v}_0 enquanto a camada do fluido em contato com a placa inferior fica em repouso. Gera-se então um gradiente vertical de velocidade, dado por

$$\vec{v}(y) = \frac{v_0}{d} y \hat{x}. \quad (\text{a.3})$$

Para a maioria dos fluidos, obtém-se experimentalmente que

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d} \quad (\text{a.4})$$

onde μ é uma constante chamada de *coeficiente de viscosidade* do fluido. No Sistema Internacional sua unidade é Ns/m^2 . Entretanto utiliza-se bastante a unidade não SI, denominado de centipoise (cp), cuja relação com o Sistema internacional é $1\text{cp} = 10^{-2}$ poise = 10^{-3} Ns/m^2 . Fluidos para os quais vale a relação (a.4) são chamados fluidos Newtonianos.

Por completeza, a equação que descreve a dinâmica de um fluido viscoso, denominada de equação de *Navier-Stokes*, na aproximação de que o coeficiente de viscosidade não varia no fluido, é dada por (LANDAU, 1987)

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \left(\zeta + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}), \quad (\text{a.5})$$

onde ζ é chamado de coeficiente de segunda viscosidade. A solução desta equação, bem como suas condições de regularidade, ainda são temas atuais de pesquisa em física e em matemática. Inclusive figura entre os famosos problemas do Milênio do Clay Mathematical Institute (CLAY, 2019).

Desprezando as forças gravitacionais, num fluido agem forças de viscosidade e de pressão. As forças são relacionadas à mudança temporal do momento linear. Se definirmos, uma escala de comprimento característico do objeto, como por exemplo, seu diâmetro, denotando-o como d , definimos a escala de tempo dos fenômenos por d/v , onde v é a velocidade do objeto. Para obtermos a variação temporal do momento linear do objeto façamos a seguinte estimativa, o momento linear do fluido é dado por $\rho d^3 v$, onde ρ é a densidade do fluido assim a variação temporal desta quantidade será dada por $\rho d^3 v \times \frac{v}{d} = \rho d^2 v^2$.

De acordo com a equação (a.4), a força de viscosidade que atua em uma unidade de área é proporcional a $\frac{\mu v}{d}$. Assim a força de viscosidade total é dada por $\frac{\mu v}{d} \times d^2 = \mu v d$.

Podemos então calcular a razão entre as forças de pressão e de viscosidade, encontramos o número de Reynolds

$$\mathcal{R} = \frac{\text{Inércia}}{\text{Viscosidade}} = \frac{\rho d^2 v^2}{\mu v d} = \frac{\rho d v}{\mu} = \frac{v d}{\eta}, \quad (\text{a.6})$$

onde $\eta = \frac{\mu}{\rho}$ é chamado de coeficiente de viscosidade dinâmica. Quando o número de Reynolds é pequeno, os efeitos da viscosidade são muito maiores que os da inércia, neste caso o escoamento é laminar. Quando o número de Reynolds aumenta, formam-se turbilhões e as linhas de corrente deixam de ser individualizadas. É o chamado *escoamento turbulento*.

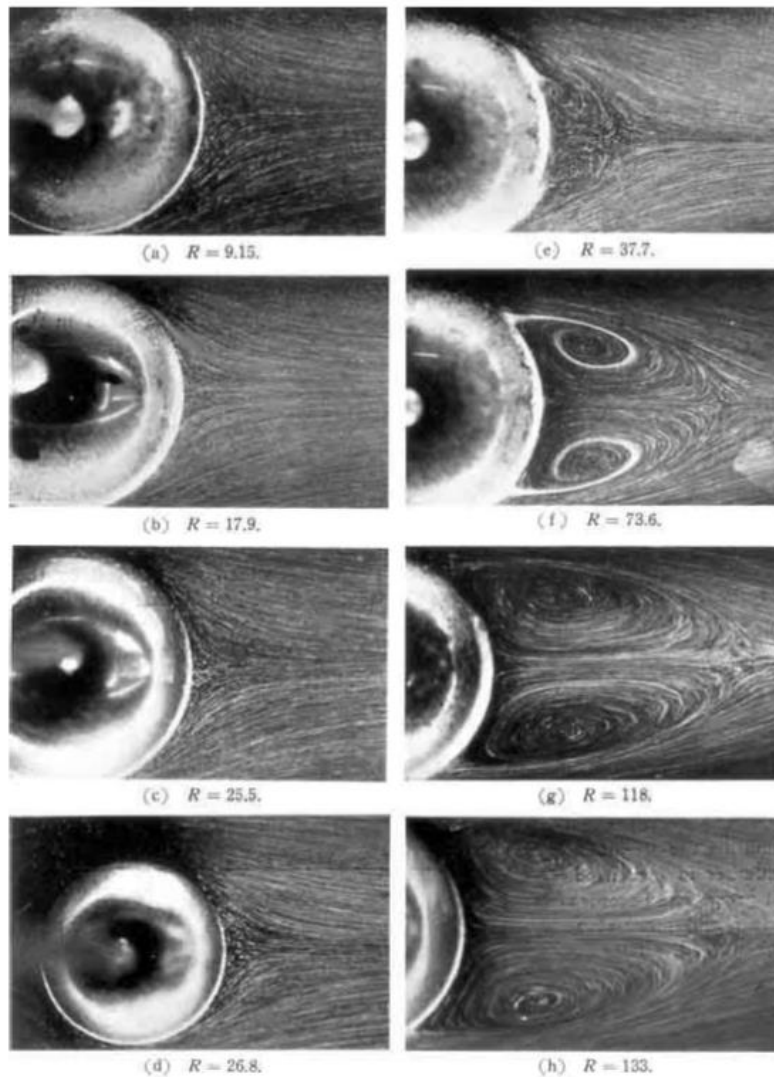


Figura A.5. Formação de vórtices com o aumento da velocidade de escoamento do fluido.

Fonte: (AGUIAR, 2004).

Começamos por olhar a força de resistência do fluido na direção da velocidade de movimento do objeto. Esta força é chamada de *força de arrasto*. Ela possui sentido oposto e mesma direção da velocidade do objeto. Na figura A.5 vemos o experimento de uma esfera em repouso imersa num fluido em movimento. Inicialmente, a velocidade

do fluido é pequena de modo que número de Reynolds seja pequeno, (cf. mostra as figuras A.5a-A.5d), o escoamento é laminar e se medirmos a força de arrasto será proporcional à velocidade de escoamento do fluido. Aumentando a velocidade de escoamento (figuras A.5e a A.5h) vemos a formação de vórtices inicialmente distribuídos num padrão regular.

Experimentalmente, modulo da força de arrasto é dado por

$$F_A = \frac{1}{2} C_A \rho A v^2, \quad (\text{a.7})$$

onde C_A é o coeficiente de arrasto, ρ é a densidade do fluido, A é área da secção transversal do objeto e v a velocidade do objeto. Note que o coeficiente de arrasto é uma grandeza adimensional. Para baixas velocidades comparadas à velocidade do som no meio (fisicamente, isto significa que o fluido pode ser considerado *incompressível*) as grandezas relevantes ao estudo deste problema são ρ , μ , v e d , um parâmetro característico de comprimento do objeto, como *e.g.* seu diâmetro. O coeficiente de arrasto deve depender de combinações adimensionais das grandezas descritas acima. O número de Reynolds é a única grandeza desse tipo que pode ser construída. Logo, podemos escrever o coeficiente de arrasto como (LEROY, 1977)

$$C_A = f(\mathcal{R}). \quad (\text{a.8})$$

Uma explicação bastante completa encontra-se na referência (KARMAN, 1994).

Finalmente podemos incluir o último ingrediente que faltava na explicação do efeito Magnus. É a introdução do conceito de camada limite e seu descolamento. Conforme podemos inferir pela equação (a.5), a solução da equação de Navier-Stokes torna-se um problema formidável de física-matemática. Mesmo considerando o nosso caso de interesse, onde o fluido é incompressível ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$), a equação (a.5) é escrita como

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}. \quad (\text{a.9})$$

Em 1904, Ludwig Prandtl (PRANDTL, 1904) introduziu um novo conceito para tentar resolver a equação acima. A ideia é que os efeitos da viscosidade só seriam relevantes numa fina camada ao redor do objeto. Fora desta região, o fluido seria muito bem descrito pelo regime não viscoso. Podemos então seguir para a descrição dos diferentes regimes de escoamento conforme mostra a figura A.6.

Para baixíssimas velocidades (figura A.6a), os efeitos da viscosidade dominam e temos um escoamento laminar. Aumentando a velocidade do fluido, já começam a aparecer vórtices aos pares na parte traseira do cilindro. Esta é a situação representada na figura A.7b. Quando temos um número de Reynolds por volta de 100, os vórtices conseguem deslocar-se ainda mais para trás do cilindro. Ao deslocar-se, o fluido então ocupa esta região e começa a rodar gerando um novo vórtice. Na figura A.6c vemos esta situação. Esta trilha de vórtices ficou conhecida como rua dos vórtices de Von Karman (VON KARMAN, 1994). Nesta situação o fluxo deixa de ser estacionário.

Podemos perguntar-nos o porquê da criação destes vórtices. A velocidade do fluido deve ser zero na superfície do cilindro, de modo que ela aumenta rapidamente ao longo da camada limite. A vorticidade do fluido é devido a isto, ou seja, quanto maior o gradiente de velocidade, maior é a taxa de criação de vórtices. Quando a velocidade do fluido é pequena, há tempo suficiente para o vórtice ser criado perto da camada limite e difundir para trás do cilindro.

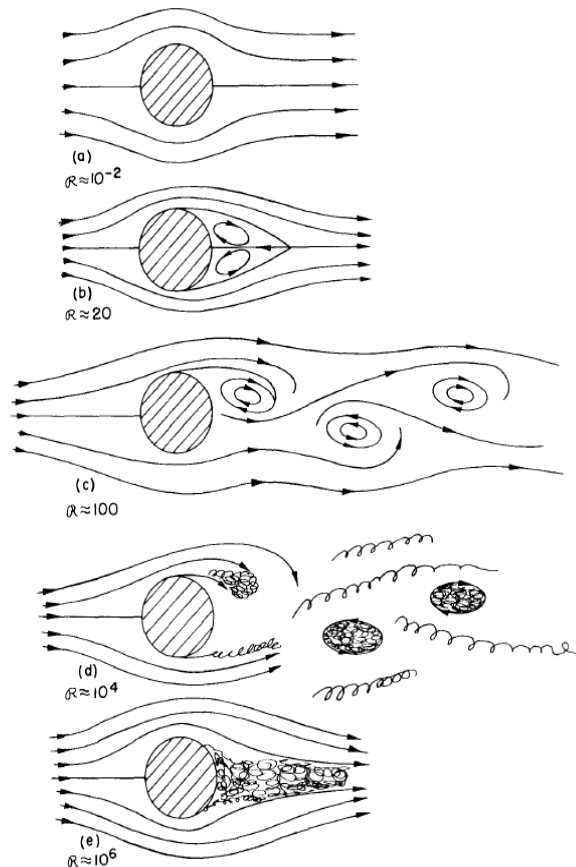


Figura A.6. Escoamento de um fluido através de um cilindro. Fonte: (FEYNMANN, 1977)

Aumentando ainda mais a velocidade do fluido, há cada vez menos tempo para o vórtice ser criado e difundir. Esta situação é ilustrada na figura A.6d, com número de Reynolds da ordem de 10.000. Nesta situação a camada limite, que antes estava “colada” no cilindro, começa a separar-se dele. Começa agora uma região turbulenta no qual a camada limite, não consegue ultrapassar os gradientes de pressão atrás do cilindro. Cada vez mais o ponto de descolamento da camada limite desloca-se para mais a frente no cilindro. Atrás do cilindro existe a região de escoamento turbulento. A explicação da turbulência é um dos grandes problemas em aberto da física atual (FRISCH,1996).

Na figura A.6e, vemos que agora a camada limite torna-se turbulenta, a turbulência toma toda região interna a camada limite.

E no caso de um cilindro em rotação, no eixo perpendicular a velocidade. O que ocorre é que há uma perda de simetria (na média temporal) em torno da linha amarela da figura A.7 no descolamento da camada limite conforme vemos na figura A.7.

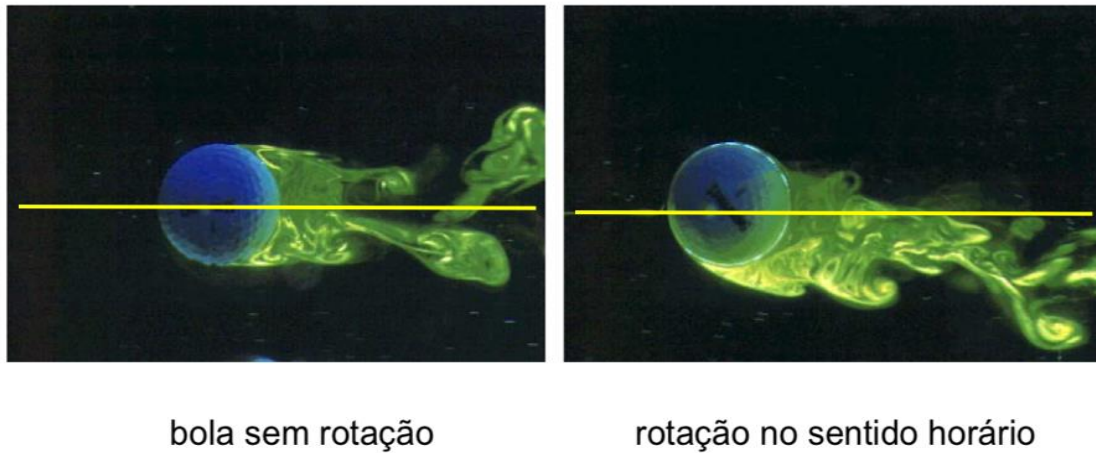


Figura A.7. Descolamento da camada limite no caso da bola com e sem rotação.

Adaptado de (AGUIAR, 2005)

A camada limite da parte inferior da bola desloca-se bem mais a frente do que a da parte superior, isto explica o porquê da força de sustentação vista no efeito Magnus. Ilustramos esta força na Figura A.8. Na próxima seção veremos como explicar de maneira qualitativa, usando a terceira lei de Newton, o efeito Magnus.

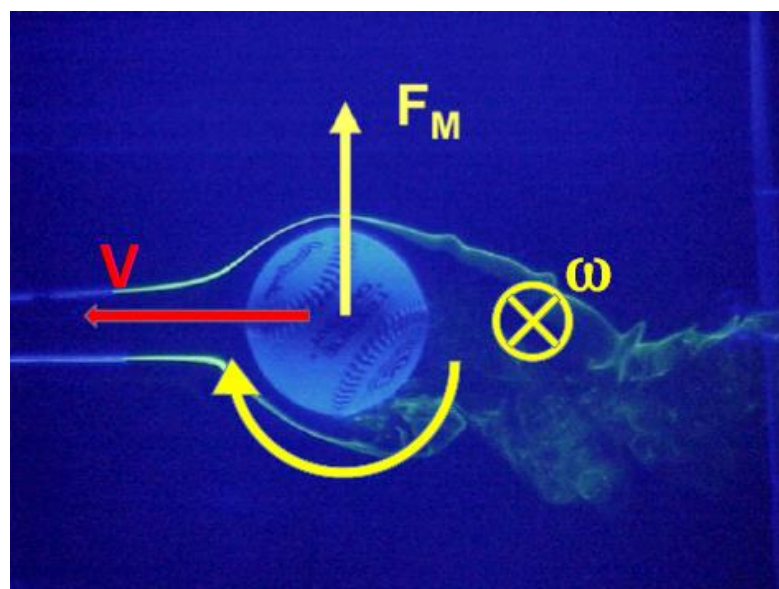


Figura A.8. Ilustração da força de Magnus numa bola de baseball em rotação. Note a assimetria no deslocamento das camadas limites na parte superior e inferior da bola. Adaptado de (AGUIAR, 2005)

A.2 Descrição qualitativa do efeito Magnus

A explicação do efeito Magnus, embora tão presente no dia-a-dia do jogador amador de futebol, é bastante complexa conforme vimos na seção anterior. Entretanto, no Ensino Médio podemos motivar e explicar de forma bastante satisfatória o efeito Magnus. Curiosamente, lançaremos mão da mesma explicação de Isaac Newton, citada no Capítulo 1 desta dissertação: princípio da ação e reação.

Primeiramente, o aluno já está familiarizado com a resistência do ar. Isto faz parte do seu cotidiano. Na linguagem da seção anterior são as forças de arrasto. Assim não há problemas em fazê-los compreender que o ar é um fluido e que há interação do ar com os objetos.

A discussão sobre viscosidade, também não traz grandes problemas, os alunos intuem que o mel é mais viscoso do que a água. Agora daremos a explicação de viscosidade como atrito entre o líquido e o objeto.

Com isto podemos dar uma explicação qualitativa do efeito Magnus: Suponhamos uma bola que gira no sentido horário num eixo em direção ao leitor transladando para a esquerda, como mostra a figura A.9a. Vamos para o referencial do centro de massa da bola. Neste caso o ar que se move para direita, conforme ilustra a figura A.9b. Notemos que devido ao atrito entre o ar e a bola girante (lembre da definição de fluido Newtoniano), o ar é defletido para baixo, portanto, pela Terceira lei de Newton, a bola deve sofrer uma força para cima. Esta força é a força de Magnus. A figura A.9 mostra exatamente o que discutimos aqui.

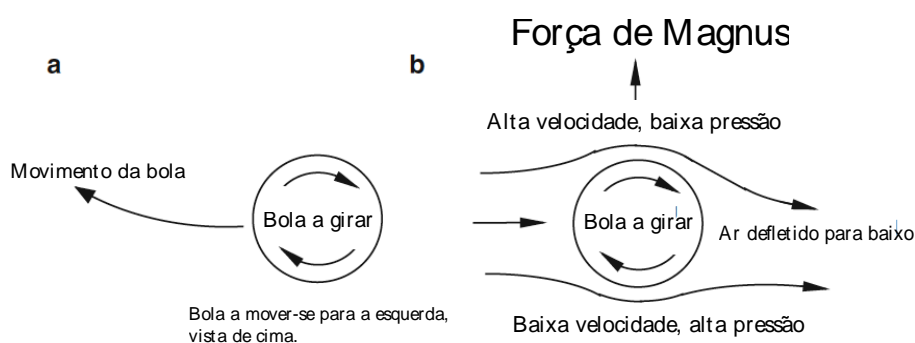


Figura A.9. Explicação qualitativa do efeito Magnus. Adaptado de (CROSS, 2011, p.45)

Apêndice B

Avião de Flettner

Neste apêndice vamos apresentar a montagem de um outro experimento que ilustra o efeito Magnus. Chamamos de “avião de Flettner”, seu princípio é bem parecido com o do Air soft, que consiste em lançar um corpo girando.

Para se explicar o efeito Magnus pode-se usar este brinquedo que é fácil de fazer e muito legal de brincar. A parte em que pode ser um pouco difícil é lançar os copos. Os temas que podem ser abordados são: Ação e Reação, aerodinâmica, atrito, trajetória e resistência.

B.1 Montagem do avião de Flettner

Esta montagem foi baseada na montagem do mesmo experimento no site

<http://parapaiseprofessores.com.br/pesquisa.asp?busca=all&t=&tipo=a&i=&ifinal=&if=&iffinal=&d=&te=&tatv=&ar=&lo=&tem=&mat=&limit=39,13&id=812&janela=1>

Material necessário:

- 2 copos plásticos
- 1 ou 2 – elásticos
- 1 fita adesiva



Figura B.1. Material utilizado na montagem

Passo 1: Junte a parte de trás de 2 copos e prenda-as com fita adesiva conforme mostra a figura B.2.



Figura B.2. Execução do Passo 1.

Passo 2: Depois você pode cortar o elástico se estiver somente com um ou você pode emendar dois elásticos. Ao fim temos a figura B.3.



Figura B.3. Experimento ao final do Passo 2.

Passo 3: Agora estique e amarre o elástico entre os copos dando duas voltas. Para lançar esses copos você deve segurar o centro dos copos com os dedos de uma mão e com a outra mão esticar a ponta do elástico que deve ficar na parte de baixo dos copos e para frente. Depois, mantenha a ponta do elástico firme entre os dedos e solte os copos. A figura B.4 ilustra este passo.



Figura B.4. Lançamento do avião de Flettner.

Referências Bibliográficas

[AGUIAR, 2005] AGUIAR, C. E.; RUBINI, G. A aerodinâmica da bola de futebol. Revista Brasileira do Ensino de Física, **26**, p. 297-306, 2004.

[AGUIAR, 2005] AGUIAR, C. E.; A aerodinâmica da bola de futebol. 2005. Disponível em: < <https://previa.uclm.es/profesorado/xaguado/ASIGNATURAS/BTD/4-Apuntes/Tema8/golPELE.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2019.

[CLAY, 2019] CLAY MATHEMATICAL INSTITUTE; Existence and Smoothness of the Navier-Stokes Equation. Disponível em: < <http://www.claymath.org/sites/default/files/navierstokes.pdf>> Acesso em: 15 jan. 2019.

[CROSS, 2011] CROSS, R. Physics of Baseball and Softball. New York: Springer, 2011. Chapter 3.

[FEYNMAN, 1977] FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. The Feynman Lectures on Physics: Mainly electromagnetism and matter. Reading: Addison-Wesley, 1977. Chapters 40 and 41.

[G1, 2018] G1, <<https://g1.globo.com/educacao/enem/2018/noticia/gol-de-coutinho-contra-a-suica-nao-cai-no-enem-mas-o-do-paulinho-contra-a-servia-pode-cair-entenda-a-razao.ghtml>>. Acessado em 20/07/2018.

[LANDAU, 1987] LANDAU, L; LIFSHITZ, E. M. Fluid Mechanics – Course in Theoretical Physics Volume 6, Second Edition, Oxford: Butterworth-Heinemann , 1987. §15

[LEROY, 1977] LEROY, B. O Efeito “Folha Seca”, Revista Brasileira de Física **7**, p. 693-709, 1977.

[NEWTON, 1672] NEWTON, Isaac. New theory of light and colours. *Philos. Trans. R. Soc. London* **1**, p. 678-688, 1672.

[MAGNUS, 1852] MAGNUS, H. G. Über die Abweichung der Geschosse, *Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, p. 1–23, 1852.

[METHA, 1985] MEHTA, Rabindra D. Aerodynamics of Sports Balls. *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **17**, p. 151-189, 1985.

[RAYLEIGH, 1899] RAYLEIGH, Lord. On the irregular flight of a tennis ball. *Messenger of Mathematics* **7**, p. 14-16. Reimpresso em *Scientific Papers I*, Cambridge, p. 344-346, 1899.

[TIMKOVA, 2017] TIMKOVA, V.; JESKOVA, Z. *How Magnus Bends the Flying Ball: Experimenting and Modeling*. *The Physics Teacher*, **55**, p. 112-114, 2017.

[VON KARMAN, 2004] VON KARMAN, T. *Aerodynamics: Selected Topics in the Light of Their Historical Development*, Dover Publications, 2004. Chapters II e II