



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Profissional em Ensino de Física

## **Efeito Magnus e Aplicações**

Deivid Gomes de Medeiros

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(es):  
Carlos Augusto Domingues Zarro  
Carlos Eduardo Aguiar

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2019

Efeito Magnus e aplicações

Deivid Gomes de Medeiros

Orientador(es):  
Carlos Augusto Domingues Zarro  
Carlos Eduardo Aguiar

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Dr. Carlos Augusto Domingues Zarro  
(Presidente)

---

Dr. José Augusto Oliveira Huguenin

---

Dr. Reinaldo Faria de Melo e Souza

Rio de Janeiro  
Fevereiro 2019

## FICHA CATALOGRÁFICA

G488e Gomes de Medeiros, Deivid  
Efeito Magnus e Aplicações / Deivid Gomes de  
Medeiros. -- Rio de Janeiro, 2019.  
79 f.  
Orientador: Carlos Augusto Domingues Zarro  
Coorientador: Carlos Eduardo Aguiar  
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós  
Graduação em Ensino de Física, 2019.  
1. Ensino de Física. 2. Dinâmica dos Fluidos. 3. Efeito  
Magnus. I. Domingues Zarro, Carlos Augusto II. Aguiar, Carlos  
Eduardo.

Dedico esta dissertação ao meu filho,  
Isaac Caetano Goku.

## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer, em primeiro lugar, a Deus por tudo que ele me proporcionou, pois sem ele não conseguiria esta conquista.

Agradeço também aos meus pais por me apoiarem e a minha esposa, Dayana, por sempre estar do meu lado me dando força para não desistir.

Ao meu querido orientador Carlos Augusto Domingues Zarro que esteve comigo a todo momento sempre mostrando os caminhos mais fantásticos para poder ser um profissional melhor e que foi fundamental nesta dissertação. Obrigado a banca também por toda paciência e críticas, pois me ajudaram muito a crescer. Ao Hercílio Cordova que me auxiliou na montagem do experimento.

A melhor turma de mestrado que já passou pelo instituto de Física, companheiros que estiveram unidos do início ao fim e que levarei esta amizade para sempre. Aos professores do programa, certamente esta dissertação leva um pouquinho de vocês. Obrigado pelas ótimas aulas. Um carinho enorme pela Dilma que tem um papel fundamental na vida dos alunos. Sem ela estaríamos perdidos.

A todos os meus colegas de trabalho e alunos que me deram força e participaram deste trabalho. Em especial ao amigo Pablo Cabral por sempre estar ao meu lado e me defender rs.

Em especial ao meu filho Isaac Caetano Goku que nasceu pré-maturo, deixou minha vida de pernas para o ar e mesmo assim me deu uma força incrível para terminar esta dissertação. Papai te ama.

## RESUMO

Efeito Magnus e Aplicações

Deivid Gomes de Medeiros

Orientador(es):

Carlos Augusto Domingues Zarro

Carlos Eduardo Aguiar

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

A dinâmica dos fluidos não é um assunto comum nos colégios, mas está presente no nosso dia a dia. Um exemplo disso é efeito Magnus, que aparece quando corpos em rotação movimentam-se imersos num fluido e é importante em esportes com bola como o futebol e o tênis de mesa. Através de experimentos e situações simples propomos uma maneira de expor esse efeito surpreendente. Na atividade proposta os alunos respondem a um pré-questionário, observam o fenômeno e depois, com base na intervenção, explicam-no. Os experimentos usados envolveram o 'carrinho Flettner', a queda de um cilindro e de uma bola em rotação e um avião baseado no efeito Magnus. Os resultados da aplicação em sala de aula são relatados.

Palavras-chave: Ensino de Física, Dinâmica dos Fluidos, Efeito Magnus.

Rio de Janeiro  
Fevereiro, 2019

# **ABSTRACT**

Magnus effect and its applications

Deivid Gomes de Medeiros

Advisors:

Carlos Augusto Domingues Zarro

Carlos Eduardo Aguiar

Abstract of the Master's Dissertation submitted to the Graduate Program in Physics Teaching, Institute of Physics, Federal University of Rio de Janeiro, as part of the requirements to obtain the Master's degree in Physics Teaching.

Fluid dynamics is not commonly taught at High Schools, but it is present in our everyday life. An example is the so-called Magnus effect, which occurs when a rotating body is moving inside a fluid. This effect is important in some ball sports such as football and table tennis. By means of experiments and simple situations, we suggest a way to present this effect in classrooms. In the proposed activities, students answer to preliminary questions, observe the phenomena and, finally, after an explanation, they try to explain it. The experiments comprise the 'Flettner car', the free-fall of a rotating cylinder and of a ball and an aircraft based on the Magnus effect. The results of that activity are discussed.

Keywords: Physics Teaching, Fluid Dynamics, Magnus Effect.

Rio de Janeiro  
February 2019

## Sumário

Capítulo 1 Introdução .....	1
1.1 Motivação 1 - O Sobrenatural de Almeida, afinal, não desafia as leis da física. ...	1
1.2 Motivação 2 – Como trazer para o currículo de ensino médio algo tão corriqueiro num jogo de futebol? .....	2
1.3. O que é efeito o Magnus? .....	2
1.4 Pequeno histórico .....	3
1.5. Exemplos de situações onde o efeito Magnus é relevante .....	4
1.5.1 Rotores de Flettner .....	4
1.5.2 Efeito Magnus no futebol .....	6
1.5.3 Airsoft .....	7
1.6 Efeito Magnus no Ensino Médio .....	9
1.6.1 Dinâmica dos fluidos no ensino médio: livros didáticos .....	10
1.7 Estrutura da Dissertação .....	12
Capítulo 2 Breves noções teóricas .....	13
2.1 Forças sobre um corpo em movimento imerso num fluido .....	13
2.1.1 Forças de Sustentação .....	14
2.1.2 Forças de Arrasto e descolamento da camada limite .....	16
2.2 Descrição qualitativa do efeito Magnus .....	22
Capítulo 3 Carro de Flettner .....	24
3.1 Construção do Carro .....	24
3.1.1 Lista de material para o projeto. ....	24
3.2 Sequência didática proposta .....	31
3.2.1 Questionário – Efeito Magnus .....	32
Capítulo 4 Avião de Flettner .....	37
4.1 Montagem do avião de Flettner .....	37
4.2 Questão sobre o avião de Flettner .....	40
4.3 Roteiro Didático .....	40
Capítulo 5 Aplicação em Sala de Aula .....	41
5.1 Primeira aplicação .....	41
5.2 Segunda aplicação .....	46
5.2.1 Questionário aplicado .....	47
5.2.2 Relatos da aplicação .....	53
Capítulo 6 Conclusões .....	61
Referências Bibliográficas .....	62
Apêndice 1 Material Instrucional I – Montagem do carro de Flettner .....	64
Resumo .....	64
1. Carrinho Flettner .....	65
1.1 Construção do Carrinho .....	66
1.1.1 Lista de material para o projeto. ....	66
1.1.2 Descrição das peças. ....	69
2. Processo de montagem do carrinho .....	70
3. Custo total do Carrinho de Flettner .....	75
4. Referências Bibliográficas .....	75
Apêndice 2 Material Instrucional II – Guia do Professor .....	76
Capítulo 1 Introdução .....	76
Capítulo 2 Intervenção teórica .....	77
2.1 Descrição qualitativa do efeito Magnus .....	77



Capítulo 3 Plano de Aula.....	79
3.1 Roteiro didático .....	79
Capítulo 4 Pré-questionário de Aplicação .....	81
Capítulo 5 Experimentos .....	86
5.1 Experimento 1 – Bola .....	86
5.2 Experimento 2 – Plano inclinado.....	88
5.3 Experimento 3 – Carrinho Flettner .....	90
5.4 Experimento 4 – Avião de Flettner .....	95
Apêndice A Noções teóricas mais aprofundadas .....	97
A.1 Forças sobre um corpo em movimento imerso num fluido .....	97
A.1.1 Forças de Sustentação.....	98
A.1.2 Forças de Arrasto e descolamento da camada limite.....	100
A.2 Descrição qualitativa do efeito Magnus .....	107
Apêndice B Avião de Flettner .....	108
B.1 Montagem do avião de Flettner .....	108
Referências Bibliográficas.....	111
Apêndice 3 Material Instrucional III – Questionários dos alunos .....	113

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação 1 - O Sobrenatural de Almeida, afinal, não desafia as leis da física.

O futebol é a paixão nacional brasileira. Uma das maiores surpresas de uma criança que ganha uma bola é ver que nem sempre ela segue na direção em que foi chutada, muitas das vezes ela faz uma curva. Depois de um tempo, ela percebe que o truque é chutar a bola de raspão, o famoso “três dedos” ou trivela, fazendo a bola girar enquanto se move.

Os chutes curvos, ou com efeito, geram os momentos mais surpreendentes do futebol. Por exemplo, o gol olímpico. Nele a bola é atirada da posição de escanteio, inicialmente parece que tem como destino o meio da área, entretanto, caprichosamente, faz a curva em direção à meta... Ao que parece, o primeiro gol desta forma em território nacional ocorreu em 1928, na inauguração da iluminação artificial do Estádio Vasco da Gama, feito por Santana contra o Wanders do Uruguai.

Vamos agora para o dia 21 de abril de 1957, no Estádio Mário Filho. O Brasil precisava de ganhar do Peru para classificar-se para a Copa do Mundo de 1958. O primeiro jogo, em Lima, terminou empatado em 1 a 1. No jogo do Maracanã, o futebol passou ao largo, foi um jogo bastante ruim de acordo com os relatos da época. Entretanto, este jogo vivenciou um dos lances mais mágicos da história do Maracanã, Waldir Pereira, o Didi, craque do Botafogo, aos onze do primeiro tempo, coloca a bola para cobrar a falta na entrada da área. Inicialmente a trajetória da bola parecia que ela teria como destino a Geral do Maracanã. De repente, a bola começa a cair, lentamente, e quase que na vertical. O goleiro peruano ficou parado, catatônico, enquanto a bola caprichosamente estufava as redes do Maracanã. Este chute ficou conhecido como folha-seca, pois a queda da bola assemelhar-se-ia a trajetória de uma folha a cair.

Uma outra trajetória curva impressionante ocorreu na copa das confederações entre Brasil e França, no ano de 1997. Roberto Carlos chuta uma bola que literalmente deu a volta na barreira, para entrar no canto esquerdo do goleiro Fabian Barthez.

Um conhecido narrador brasileiro, num chute em que a bola faz a curva por trás das balizas e foi marcado tiro de meta, disse que era impossível tal situação porque as leis da física não permitiam...

Todos estes lances estão gravados na história do futebol e parecem ir contra a nossa intuição de como a bola porta-se no chute. Nelson Rodrigues, o maior cronista do futebol brasileiro, criou um personagem que seria o responsável por estas situações, como fazer uma curva no ar, ou mudar a direção ao quicar no gramado – o Sobrenatural de Almeida. Em que pese que ele só ajudava o Fluminense, time do qual Nelson Rodrigues era torcedor, veremos nesta dissertação que o Sobrenatural de Almeida, no caso de um chute com efeito ou de uma falta batida como Didi e sua folha seca, nada tem de sobrenatural e as trajetórias curvas tampouco desafiam as leis da física.

O que há de comum em tudo isto? Todos referem-se ao movimento de um corpo girante num fluido. Esta mudança de direção é conhecida como efeito Magnus, em honra a Heinrich Gustav Magnus, físico e químico alemão que o descreveu em 1852.

## **1.2 Motivação 2 – Como trazer para o currículo de ensino médio algo tão corriqueiro num jogo de futebol?**

Mesmo sendo bastante comum nos jogos de futebol, a explicação do chute com efeito não tem seu espaço nos currículos de ensino médio. Podemos apontar alguns motivos para isto: hidrodinâmica (ou aerodinâmica) é um assunto bastante complexo, e, mesmo nos cursos de física básica universitários, sua apresentação é muito pobre. Muitas vezes é simplificada de maneira a dar uma explicação errada ao fenômeno. Porém a interação do ar com um objeto girante a mover-se embora de discussão quantitativa bastante difícil (veja o Capítulo 2 desta dissertação), pode ser analisada de forma simplificada usando-se a Terceira lei de Newton, ou princípio da ação e reação.

## **1.3. O que é efeito o Magnus?**

Dá-se o nome de efeito Magnus ao aparecimento de forças perpendiculares à velocidade de um corpo girante a mover-se num meio fluido, como o ar, por exemplo.

## 1.4 Pequeno histórico

Embora o nome deste efeito seja dado a Magnus, sua observação é muito anterior. A primeira observação deste efeito foi feita por Isaac Newton em 1672, no seu famoso artigo “New Theory of Light and Colours” (NEWTON,1672). Ele notou a alteração da trajetória da bola de tênis quando esta está girando.

Para um movimento circular bem como um movimento progressivo (...) suas partes num lado, onde os movimentos conspiram, devem pressionar e bater no ar contíguo mais violentamente do que no outro lado, e lá excitará a relutância e a reação do ar de forma proporcionalmente maior. (NEWTON, 1672, tradução nossa)

Em 1852, Heinrich Magnus descreve este efeito sem entretanto dar-lhe maiores explicações

Para fazer um cilindro em rotação, um pequeno fio de seda é enrolado em torno do cilindro. Um puxão nesta corda, dará ao cilindro uma rotação, que continua por dois ou três minutos. Se um ventilador centrífugo é colocado para seguir o cilindro, o mesmo move-se lateralmente. Quando o cilindro roda no outro sentido, ele move-se em direção ao lado oposto. (MAGNUS, 1852, tradução nossa)

O nome efeito Magnus é devido a Lord Rayleigh. Em 1877, Lord Rayleigh (RAYLEIGH, 1877) consegue a primeira explicação para este efeito. Ela era baseada na equação de Bernoulli. Também consegue a descrição quantitativa desta força transversal ao movimento (força de Magnus), mostrando que era proporcional ao produto da velocidade do ar ao redor do cilindro com a velocidade angular do mesmo.

A explicação com base na equação de Bernoulli, embora seja satisfatória à primeira vista, apresenta seus problemas. No caso do efeito Magnus para uma bola girante, sua explicação é simplificada, pois desprezamos os efeitos de atrito entre o ar e a bola.

Somente em 1904 (METHA, 1985), Ludwig Prandtl deu a explicação correta. Em primeiro lugar é necessário considerar o atrito entre o ar e o corpo girante (viscosidade). No seu modelo, Prandtl separa o problema em duas regiões, uma próxima a bola girante, onde os efeitos da viscosidade eram relevantes e outra onde a viscosidade poderia ser desprezada, sendo a análise baseada na lei de Bernoulli bastante satisfatória.

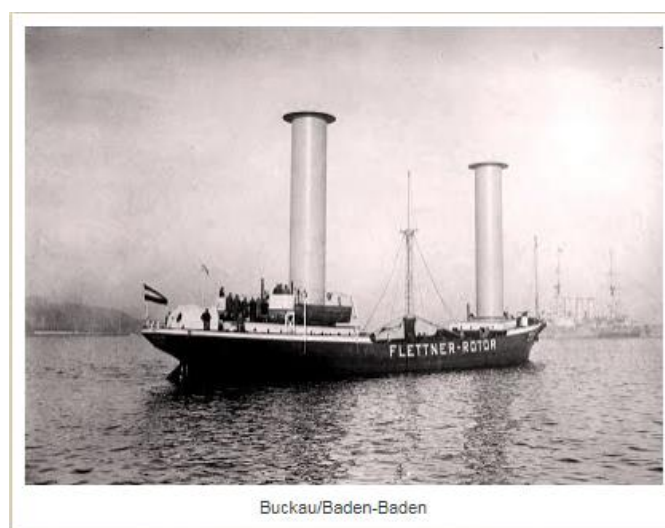
Esta região, onde os efeitos da viscosidade são relevantes é chamada de camada limite. Prandtl demonstrou que o efeito Magnus é devido à uma assimetria na maneira como a camada limite separa-se do corpo girante. Uma explicação mais detalhada foge do escopo desta dissertação. Uma apresentação um pouco mais aprofundada será feita no próximo capítulo.

## 1.5. Exemplos de situações onde o efeito Magnus é relevante

Citaremos três aplicações do efeito Magnus: nos navios de Flettner, no futebol e no *Airsoft*. Escolhemos o futebol, pois é uma paixão nacional. Poderíamos ainda citar o basquete, o beisebol e o tênis.

### 1.5.1 Rotores de Flettner

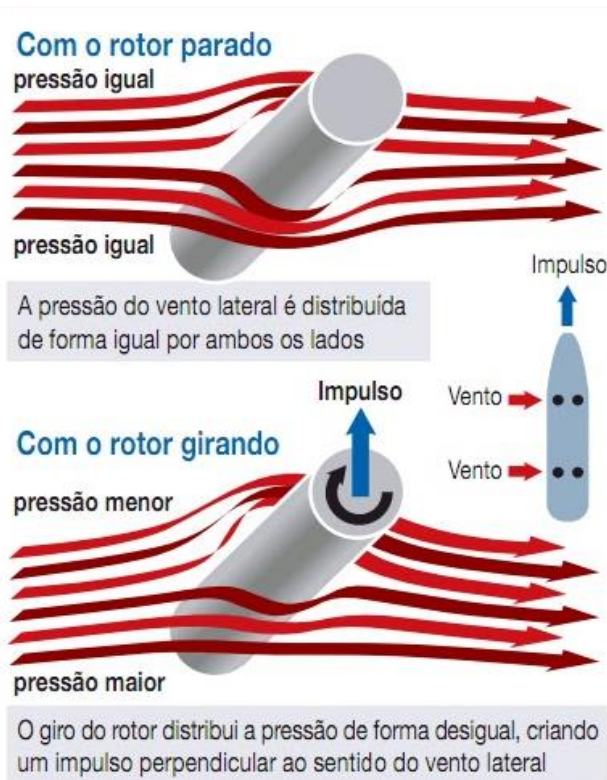
O primeiro navio de rotor que usou a força dos ventos para a propulsão foi o “Buckau”, que futuramente passaria a ser chamado de Baden-Baden e que teve sua viagem inaugural em Fevereiro de 1925. O navio possuía duas grandes torres cilíndricas, com cerca de 27 metros de altura e 3 metros de diâmetro, e foi desenvolvido pelo engenheiro alemão Anton Flettner. A foto deste navio está na figura 1.1. O sistema de propulsão elétrico era de 37 kW de potência.



**Figura 1.1.** Navio de Flettner (Fonte: <http://energiaeolica2e.blogspot.com/2012/01/buckau-o-primeiro-navio-movido-rotor.html> Acesso em 18 jan. 2019)

Os rotores fazem o papel das velas dos navios tradicionais. Esses cilindros, que são presos a um motor, possuem uma rotação constante. Com o rotor parado as correntes de ar (vento) passam por ele normalmente, ou seja, com pressões iguais em ambos os lados. Agora, quando o rotor é ligado a distribuição da pressão é diferente e sobre o rotor aparece duas regiões, uma de baixa pressão e na outra uma de alta pressão fazendo com que surja uma força perpendicular ao vento o que ajuda na propulsão do navio. (conforme figura 1.2)

Atualmente um navio que faz uso do efeito Magnus para a propulsão é o E-ship 1. Suas características principais estão ilustradas na figura 1.3. Diferente do navio Baden-Baden (figura 1.1) que usava somente dois cilindros, ele utiliza quatro grandes rotores Flettner, de 27 metros de altura e 4 m de diâmetro, na propulsão.



**Figura 1.2.** Funcionamento dos rotores de Flettner (Adaptado da fonte: [rotaractclubpalmareadosul.blogspot.com](http://rotaractclubpalmareadosul.blogspot.com). Acesso em 19 jan. 2019)



**Figura 1.3.** Característica do navio E-Ship 1 (Adaptado da fonte: rotaractclubpalmaresdosul.blogspot.com. Acesso em 19 jan. 2019)

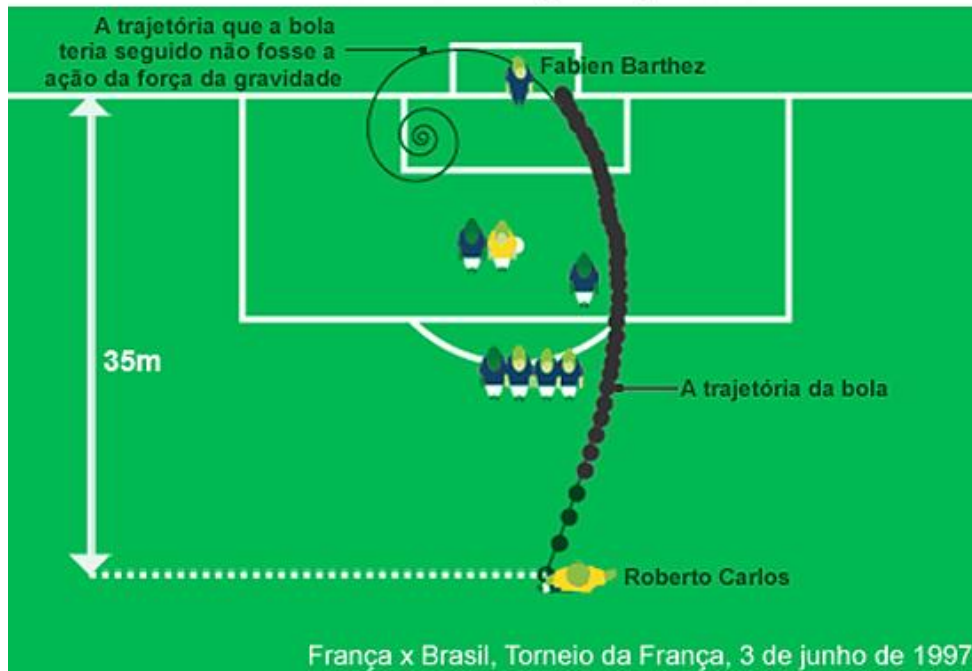
### 1.5.2 Efeito Magnus no futebol

O futebol passou a ser um jogo oficial, na Inglaterra, no século XX, e o principal objetivo do jogo é chutar a bola para dentro do gol. Foram vários tipos de bolas começando pelo couro, passando pelos materiais sintéticos e hoje os polímeros vieram para ficar, diferente da bola de couro que era pesada, as bolas modernas são bem mais leves.

Como mencionamos, o efeito Magnus é um fenômeno onde a trajetória de um corpo imerso em um fluido muda devido à sua rotação. Então, em um cruzamento, uma falta ou um passe esse efeito pode ser notado.

Recentemente saiu uma matéria em jornal sobre o chute do Philippe Coutinho na Copa de 2018 (Rússia) no jogo contra a Suíça, falando sobre o Efeito Magnus (G1, 2018). Não é a primeira vez que o efeito Magnus aparece nos jornais. Em 1997, contra França, o gol do Roberto Carlos pelo Brasil na cobrança de falta foi notícia no mundo inteiro (ver figura 1.4).

## Como Roberto Carlos marcou o 'gol impossível'



**Figura 1.4.** Fonte: <https://www.curtoecurioso.com/2016/01/bola-com-efeito-truque-revela-efeito-magnus.html>

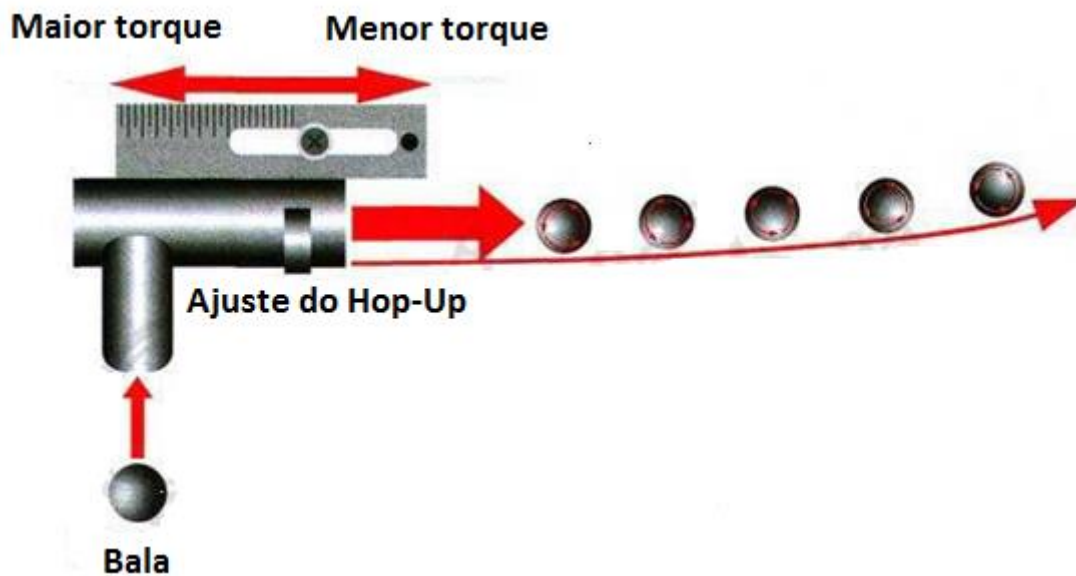
### 1.5.3 Airsoft

O Airsoft foi criado no Japão na década de 70 e no Brasil só foi regulamentado em 2003. Nele, há simulação de situações de combate usando réplicas de armas de fogo que disparam bolinhas de plástico com 6 mm de diâmetro e pesando entre 0,12 g e 0,50 g.

O princípio utilizado também é o efeito Magnus. Há uma força de sustentação (ascensional) que fará com que o corpo tenha um desvio para cima, conforme mostra a figura 1.6.

A maneira de gerar a rotação na bolinha é ilustrada na figura 1.5. O elemento chave, chama-se *Hop-Up*. É um sistema que impõe uma rotação no projétil, fazendo aparecer o efeito Magnus. Ele consiste de uma borrachinha colocada na parte de cima dentro da arma que faz com que a bolinha sofra um torque, gerando rotação. A intensidade do torque pode ser ajustada (ver figura 1.6), variando a velocidade angular da bolinha. A vantagem do *Hop-Up* é que o projétil tem um alcance maior (ver figura 1.5). Fazendo um ajuste correto no *Hop-Up*, pode-se ter uma trajetória que aumenta o alcance conforme mostra a figura 1.5.

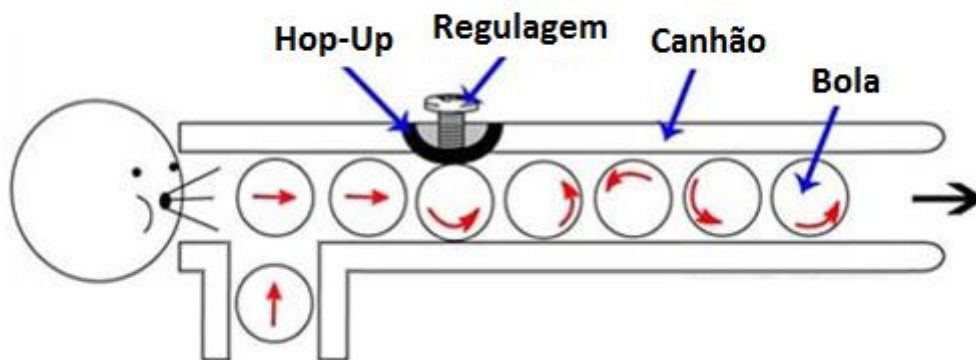




**Figura 1.5.** Funcionamento do *Hop-up*. Adaptado de

<https://airsoftsantacatarina.blogspot.com.br/2017/04/hop-up-e-o-efeito-magnus.html>, Acesso em

19 jan. 2019.

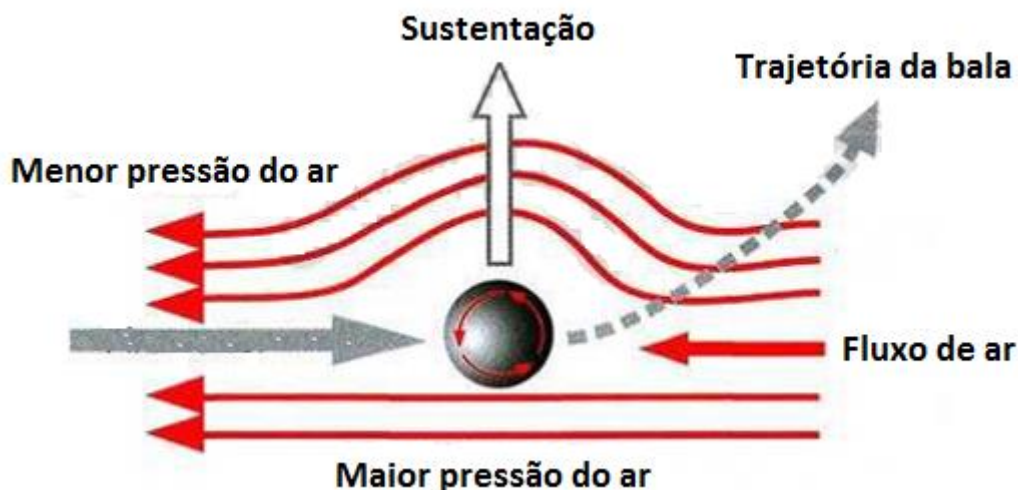


**Figura 1.6.** Funcionamento do *Hop-up*. Adaptado de

<https://airsoftsantacatarina.blogspot.com.br/2017/04/hop-up-e-o-efeito-magnus.html>, Acesso em

19 jan. 2019.

A explicação é semelhante ao rotor de Flettner, usada nos barcos, como mostra a figura 1.7



**Figura 1.7.** Funcionamento do *Hop-up*. Adaptado de <https://airsoftsantacatarina.blogspot.com.br/2017/04/hop-up-e-o-efeito-magnus.html>, Acesso em 19 jan. 2019.

## 1.6 Efeito Magnus no Ensino Médio

Uma maneira de inserir o efeito Magnus no ensino Médio seria através de um exemplo de terceira Lei de Newton já que esse efeito só aparece em alguns livros na parte da Dinâmica dos Fluidos. De acordo com o currículo mínimo do Estado do Rio de Janeiro a chance de se comentar este assunto seria na primeira série e no segundo bimestre, pois é quando o currículo fala sobre “Forças”. (Ver figura 1.8).

Dois tópicos chamam a atenção no currículo

- i) Compreender que a ação da resultante das forças altera o estado de movimento de um corpo.
- ii) Compreender o princípio da ação e reação.

Campo	Forças
<p><b>Habilidades e Competências</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreender o conhecimento científico como resultado de uma construção humana, inserido em um processo histórico e social.</li> <li>- Reconhecer a importância da Física Newtoniana e sua influência sobre o pensamento ocidental, tendo sido considerada a doutrina científica do Iluminismo.</li> <li>- Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos explicativos para fenômenos naturais ou sistemas tecnológicos.</li> <li>- Reconhecer o modelo das quatro forças fundamentais da natureza: força gravitacional, força eletromagnética, força nuclear forte e força nuclear fraca.</li> <li>- Compreender as interações gravitacionais, identificando a força gravitacional e o campo gravitacional para explicar aspectos do movimento de planetas, cometas, satélites e naves espaciais.</li> <li>- Perceber a relação entre causa, movimento e transformação de estado e as leis que regem o movimento.</li> <li>- Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.</li> <li>- Compreender fenômenos naturais ou sistemas tecnológicos, identificando e relacionando as grandezas envolvidas.</li> <li>- Perceber a relação algébrica de proporcionalidade direta com o produto das massas e inversa com o quadrado da distância da Lei da Gravitação Universal de Newton.</li> <li>- Reconhecer a diferença entre massa e peso e suas unidades de medida.</li> <li>- Compreender o conceito de inércia.</li> <li>- Compreender que a ação da resultante das forças altera o estado de movimento de um corpo.</li> <li>- Compreender o princípio da ação e reação.</li> </ul>

**Figura 1.8.** <http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=5687842> . Acesso em 05 Mar. 2019.

### 1.6.1 Dinâmica dos fluidos no ensino médio: livros didáticos

Os seguintes livros abordam o assunto de dinâmica dos fluidos. A escolha destes livros deve-se a sua ampla utilização por professores do ensino médio.

- Tópicos de Física 1 – Helou, Gualter e Newton. Editora Saraiva. São Paulo – 21º ed. 2012.

O livro colocou em um apêndice como Dinâmica dos Fluidos na página 476. Fez um breve comentário sobre escoamentos, vazão, equação da continuidade, Efeitos de Bernoulli e um caso importante sobre tubos de Venturi. Na seção destinada a leitura ele menciona “O pesadelo dos Goleiros” para falar sobre o Efeito Magnus . (página 479).

- Física Clássica 1- Mecânica. Caio Sérgio Calçada e José Luiz Sampaio – Editora Atual – SP – 2012

Ele trata como Fluidodinâmica no capítulo 27, página 533. O conceito de vazão é abordado no capítulo 1, página 25, e o item “equação de continuidade”, no capítulo 3, página 59. Os conteúdos propostos foram: escoamento de fluidos, Pressão e volume, equação de Bernoulli, equação de Torricelli, tubo de Venturi e tubo de Pitot. Na página

536, ele cita o efeito Magnus, exemplificando-o com um jogador batendo uma falta em um jogo de futebol, dizendo que ao bater na bola consegue imprimir uma trajetória curva à bola. Também cita que esse efeito pode ser encontrado em jogos de tênis, beisebol e golfe.

- Os Fundamentos da Física 1 – Ramalho, Nicolau e Toledo. Editora Moderna Plus – 10 ed . 2009

O livro segue o básico como Hidrodinâmica. Capítulo 21, página 453: Considera um fluido ideal e não viscoso. Conteúdos abordados: vazão, equação da continuidade, efeito de Bernoulli, efeito Magnus (página 459), tubo de Venturini e tubo de Pitot.

- Física – Mecânica – Luiz Alberto Guimarães e Marcelo Fonte Boa- Editora Galera – 2º edição

O livro aborda como Dinâmica dos Fluidos, no Capítulo 20 e página 418. Os assuntos: O fluido ideal, equação da continuidade, equação de Bernoulli e viscosidade. Ele cita como exemplo O chute de “trivela” para exemplificar o Efeito Magnus (página 425).

- Física 1 – Guimarães, Piqueira e Carron. Editora Ática -1º ed – 2014.

Capítulo 11, página 302. Ele só retrata a equação da continuidade, equação de Bernoulli e coloca em “Física explica” o tubo de Pitot. Ele não cita corpos girando, ou seja, não tem Efeito Magnus.

- Física Conceitual – Paul G. Hewitt -11º Edição

O livro cita no capítulo 14 – Gases alguns princípios de Bernoulli como a pressão em um telhado, a asa de um avião, movimento da bola no ar, mas não cita em nenhum momento sobre o efeito Magnus. Ele explica até o motivo de uma bola de Beisebol fazer uma curva, porém sem mencionar o efeito Magnus.

Os seguintes livros não abordam o assunto de dinâmica dos fluidos:

- Os Alicerces da Física – Mecânica – Volume 1 – Kazuhito, Fuke e Carlos. Editora Saraiva – 15º ed - 2007

- Conexões com a Física – Volume 1- Gloria Martini, Walter Spinelli, Hugo Carneiro Reis, Blaidi Sant’ana . Editora Moderna – 2º ed – 2013
- Ser Protagonista – Física 1 – Organizadora Edições SM, Editor responsável Angelo Stefanovits. São Paulo- 2013

Comparando os livros, percebemos que todos seguem a mesma linha. Em Hidrodinâmica citam o efeito Magnus e exemplificam, seja em uma bola de futebol ou de tênis. Em todos os livros vistos quando o efeito Magnus nenhum deles cita a terceira lei de Newton (ação e reação), só mencionam que a diferença de pressão que aparece quando corpos movem-se a girar em um fluido faz aparecer uma força que é chamada de sustentação que muda a trajetória do corpo.

## **1.7 Estrutura da Dissertação**

Esta dissertação é organizada como: no capítulo 2, daremos uma descrição teórica, um pouco mais profunda, sobre o efeito Magnus. Este capítulo é destinado aos professores e estará presente no Material Instrucional para o Professor. No capítulo 3, descreveremos a montagem carrinho de Flettner e sua utilização na sala de aula. No capítulo 4, apresentamos a montagem do avião de Flettner e sua utilização em sala de aula. No capítulo 5, faremos o relato da aplicação em sala de aula e uma análise das respostas dos estudantes. As conclusões e perspectivas são apresentadas no capítulo 6. Os materiais instrucionais - Montagem do carrinho de Flettner, Material Instrucional para o Professor e o questionário do Aluno - encontram-se nos Apêndices 1, 2 e 3.

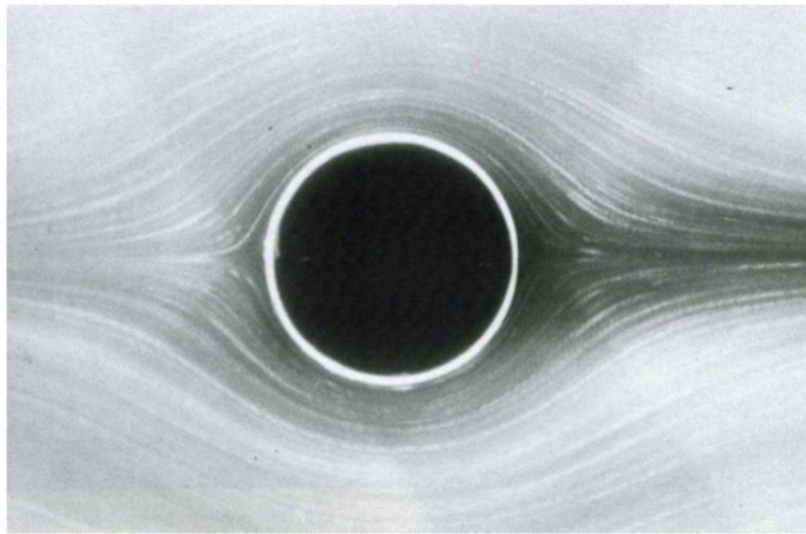
## Capítulo 2

### Breves noções teóricas

#### 2.1 Forças sobre um corpo em movimento imerso num fluido

Quando um corpo move-se imerso num fluido, é claro que haverá forças de resistência a este movimento. De maneira simplificada, consideraremos dois tipos de força: (i) *forças de sustentação*<sup>1</sup>, que são perpendiculares à velocidade do corpo e (ii) *forças de arrasto*, que são antiparalelas à velocidade do corpo.

Para estudar estas forças, como é muito complicado seguir o movimento de um corpo imerso em um fluido, deixamos o centro de massa do corpo em repouso enquanto o fluido se move com respeito ao corpo. Nas figuras 2.1 e 2.2 vemos alguns regimes de escoamento do fluido realizados em túneis de ar. Na figura 2.1, o escoamento é chamado de *laminar*, pois as linhas de corrente do fluido movem-se em camadas.

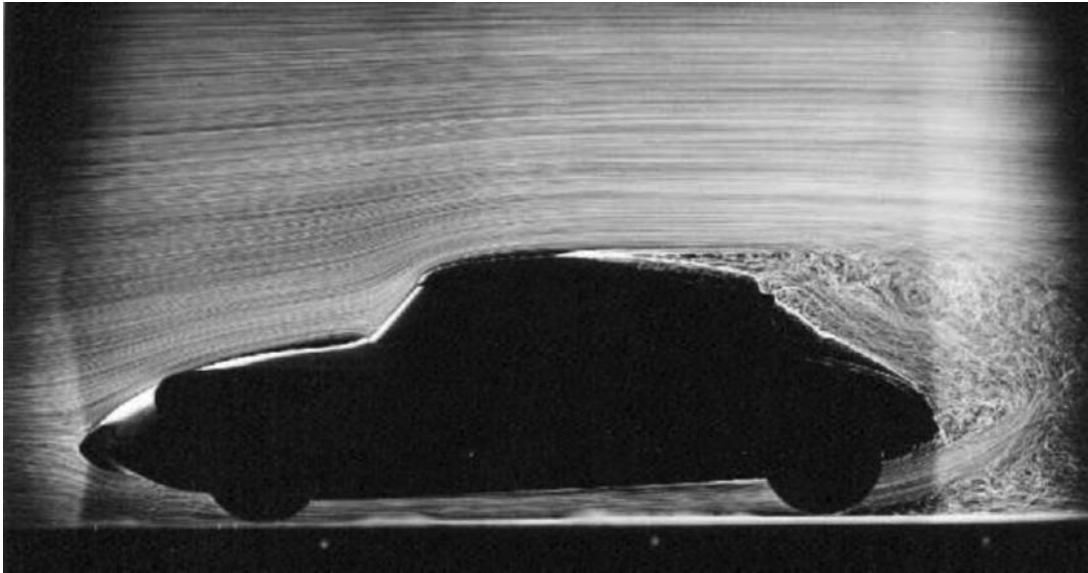


**Figura 2.1.** O escoamento de um fluido a baixas velocidades ao redor de uma esfera. As linhas de corrente são visíveis após colocar-se pó de alumínio, bastante fino, no fluido. Fonte: (AGUIAR, 2005)

---

<sup>1</sup> Cabe um comentário sobre a nomenclatura. O nome força de sustentação vem da sua utilização em aerodinâmica (VON KARMAN, 2004). Este nome muitas vezes é enganoso, pois sendo uma força perpendicular à trajetória do corpo, não necessariamente é uma força vertical.

Na figura 2.2, notemos que o escoamento do fluido distante do carro continua a ser laminar, entretanto, na traseira, há formação de vórtices, e as linhas de corrente agora misturam-se entre si, de forma aparentemente caótica. Este é o chamado escoamento *turbulento*. Veremos as condições para que ele ocorra e a sua importância na explicação do efeito Magnus ainda neste capítulo.

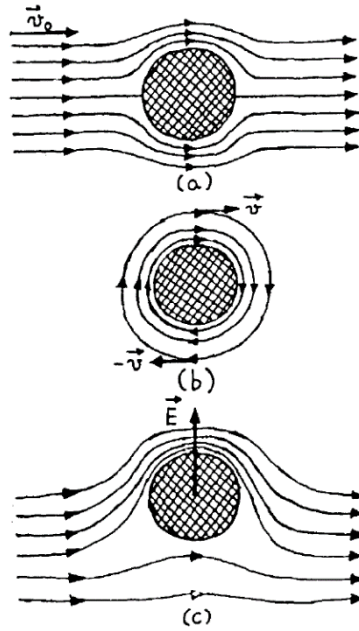


**Figura 2.2:** Um automóvel num túnel de vento. As linhas de corrente são visíveis após colocar-se pó de alumínio, bastante fino, no fluido. Fonte: (AGUIAR, 2005)

### 2.1.1 Forças de Sustentação

Lord Rayleigh (RAYLEIGH, 1877) investigou o fluxo de um fluido através de um cilindro circular. Seu primeiro experimento foi deixar o cilindro em repouso. Seu resultado foi de que não haveria forças de sustentação sobre o cilindro. Num segundo experimento, ele pôs o cilindro a girar, esta superposição entre o movimento circular do cilindro e o fluxo uniforme do fluido levaria segundo seu modelo uma força perpendicular à direção da velocidade do fluido.

Ele então segue a sua explicação baseada no esquema mostrado na figura 2.3. Em (a), temos o cilindro em repouso, e vemos as linhas de escoamento laminar do fluido com velocidade  $v_0$ . Em (b) temos que o cilindro em rotação, gerando as linhas de corrente indicadas. Em (c), há a superposição de (a) com (b), mostrando a distorção das linhas de corrente devido à rotação do cilindro.



**Figura 2.3.** Esquema usado por Lord Rayleigh para explicar o efeito Magnus. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2001).

Segundo a equação de Bernoulli, que descreve a conservação de energia num fluido incompressível em movimento, temos que ao longo de cada linha de corrente, a soma da pressão com a densidade de energia mecânica do fluido é constante, *i.e.*

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g z = C, \quad (2.1)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $v$  a sua velocidade,  $p$  é pressão,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $z$  é a altura do ponto na linha de corrente em relação ao “zero” da energia potencial gravitacional. Usando a equação (2.1), Lord Rayleigh mostra que há uma diferença de pressão - maior na parte de baixo e menor na parte de cima - gerando a força de sustentação observada experimentalmente.

Para um cilindro girando em torno de seu eixo de simetria a força de Magnus pode ser escrita como

$$\vec{F}_M = \frac{1}{2} C_M \rho A r \vec{\omega} \times \vec{V}, \quad (2.2)$$

onde  $\vec{\omega}$  é o vetor velocidade angular do cilindro,  $\vec{V}$  é a velocidade do cilindro em relação ao fluido,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $A$  é a área da seção transversal do cilindro

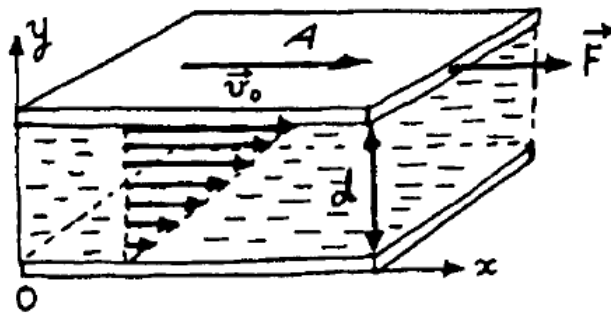


e  $r$  é seu raio. O parâmetro  $C_M$  é o chamado coeficiente de Magnus. Notemos que a força de sustentação é perpendicular à velocidade do fluido. O coeficiente de Magnus é determinado experimentalmente e via de regra é positivo e da ordem da unidade. Resultado semelhante vale para uma esfera em rotação.

### 2.1.2 Forças de Arrasto e descolamento da camada limite

Vimos que embora aparentemente satisfatória, faltou um ingrediente fundamental na explicação de Lord Rayleigh para o efeito Magnus, que foi considerar o atrito entre o fluido e o objeto girante.

A viscosidade é o atrito existente entre as camadas do fluido e entre o fluido e alguma superfície de contato. O primeiro modelo simples de viscosidade é devido à Isaac Newton, que brevemente exporemos aqui (NUSSENZSVEIG, 2001).



**Figura 2.4.** Escoamento viscoso. Fonte: (NUSSENZSVEIG, 2001)

Consideremos o esquema representado na figura 2.4 para representar o escoamento viscoso. Seja uma camada de fluido entre duas placas paralelas de área  $A$  e distância  $d$ . Experimentalmente, nota-se que num fluido real em contacto com um sólido está sempre em repouso em relação à superfície. A placa superior é puxada com força constante  $\vec{F}$ , de modo que se move com velocidade constante  $\vec{v}_0$ . A camada de fluido próxima a placa superior possui velocidade  $\vec{v}_0$  enquanto a camada do fluido em contacto com a placa inferior fica em repouso. Gera-se então um gradiente vertical de velocidade, dado por

$$\vec{v}(y) = \frac{v_0}{d} y \hat{x}. \quad (2.3)$$

Para a maioria dos fluidos, obtém-se experimentalmente que

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d} \quad (2.4)$$

onde  $\mu$  é uma constante chamada de *coeficiente de viscosidade* do fluido. No Sistema Internacional sua unidade é  $\text{Ns/m}^2$ . Entretanto utiliza-se bastante a unidade não SI, denominado de centipoise (cp), cuja relação com o Sistema internacional é  $1\text{cp} = 10^{-2}$  poise =  $10^{-3} \text{Ns/m}^2$ . Fluidos para os quais vale a relação (2.4) são chamados fluidos Newtonianos.

Por completeza, a equação que descreve a dinâmica de um fluido viscoso, denominada de equação de *Navier-Stokes*, na aproximação de que o coeficiente de viscosidade não varia no fluido, é dada por (LANDAU, 1987)

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \left( \zeta + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}), \quad (2.5)$$

onde  $\zeta$  é chamado de coeficiente de segunda viscosidade. A solução desta equação, bem como suas condições de regularidade, ainda são temas atuais de pesquisa em física e em matemática. Inclusive figura entre os famosos problemas do Milênio do Clay Mathematical Institute (CLAY, 2019).

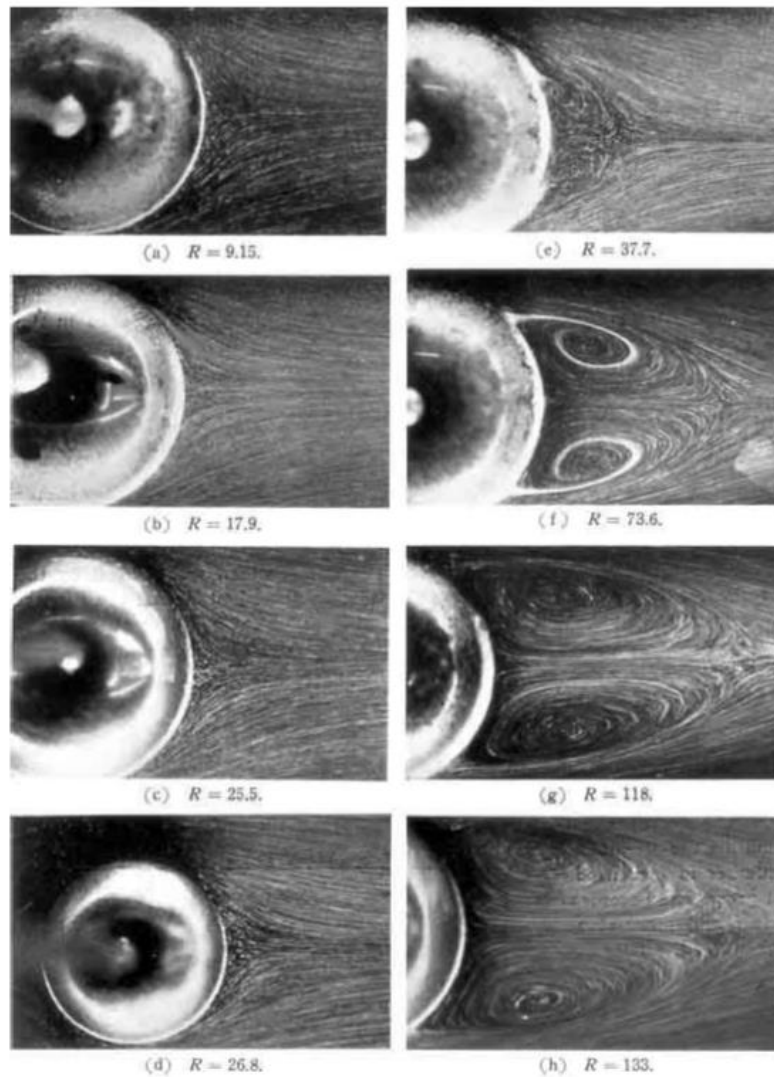
Desprezando as forças gravitacionais, num fluido agem forças de viscosidade e de pressão. As forças são relacionadas à mudança temporal do momento linear. Se definirmos, uma escala de comprimento característico do objeto, como por exemplo, seu diâmetro, denotando-o como  $d$ , definimos a escala de tempo dos fenômenos por  $d/v$ , onde  $v$  é a velocidade do objeto. Para obtermos a variação temporal do momento linear do objeto façamos a seguinte estimativa, o momento linear do fluido é dado por  $\rho d^3 v$ , onde  $\rho$  é a densidade do fluido assim a variação temporal desta quantidade será dada por  $\rho d^3 v \times \frac{v}{d} = \rho d^2 v^2$ .

De acordo com a equação (2.4), a força de viscosidade que atua em uma unidade de área é proporcional a  $\frac{\mu v}{d}$ . Assim a força de viscosidade total é dada por  $\frac{\mu v}{d} \times d^2 = \mu v d$ .

Podemos então calcular a razão entre as forças de pressão e de viscosidade, encontramos o número de Reynolds

$$\mathcal{R} = \frac{\text{Inércia}}{\text{Viscosidade}} = \frac{\rho d^2 v^2}{\mu v d} = \frac{\rho d v}{\mu} = \frac{v d}{\eta}, \quad (2.6)$$

onde  $\eta = \frac{\mu}{\rho}$  é chamado de coeficiente de viscosidade dinâmica. Quando o número de Reynolds é pequeno, os efeitos da viscosidade são muito maiores que os da inércia, neste caso o escoamento é laminar. Quando o número de Reynolds aumenta, formam-se turbilhões e as linhas de corrente deixam de ser individualizadas. É o chamado *escoamento turbulento*.



**Figura 2.5.** Formação de vórtices com o aumento da velocidade de escoamento do fluido.

Fonte: (AGUIAR, 2004).

Começamos por olhar a força de resistência do fluido na direção da velocidade de movimento do objeto. Esta força é chamada de *força de arrasto*. Ela possui sentido oposto e mesma direção da velocidade do objeto. Na figura 2.5 vemos o experimento de uma esfera em repouso imersa num fluido em movimento. Inicialmente, a velocidade do

fluido é pequena de modo que número de Reynolds seja pequeno, (cf. mostra as figuras 2.5a-2.5d), o escoamento é laminar e se medirmos a força de arrasto será proporcional à velocidade de escoamento do fluido. Aumentando a velocidade de escoamento (figuras 2.5e a 2.5h) vemos a formação de vórtices inicialmente distribuídos num padrão regular.

Experimentalmente, modulo da força de arrasto é dado por

$$F_A = \frac{1}{2} C_A \rho A v^2, \quad (2.7)$$

onde  $C_A$  é o coeficiente de arrasto,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $A$  é área da secção transversal do objeto e  $v$  a velocidade do objeto. Note que o coeficiente de arrasto é uma grandeza adimensional. Para baixas velocidades comparadas à velocidade do som no meio (fisicamente, isto significa que o fluido pode ser considerado *incompressível*) as grandezas relevantes ao estudo deste problema são  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $v$  e  $d$ , um parâmetro característico de comprimento do objeto, como *e.g.* seu diâmetro. O coeficiente de arrasto deve depender de combinações adimensionais das grandezas descritas acima. O número de Reynolds é a única grandeza desse tipo que pode ser construída. Logo, podemos escrever o coeficiente de arrasto como (LEROY, 1977)

$$C_A = f(\mathcal{R}). \quad (2.8)$$

Uma explicação bastante completa encontra-se na referência (KARMAN, 1994).

Finalmente podemos incluir o último ingrediente que faltava na explicação do efeito Magnus. É a introdução do conceito de camada limite e seu descolamento. Conforme podemos inferir pela equação (2.5), a solução da equação de Navier-Stokes torna-se um problema formidável de física-matemática. Mesmo considerando o nosso caso de interesse, onde o fluido é incompressível ( $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ ), a equação (2.5) é escrita como

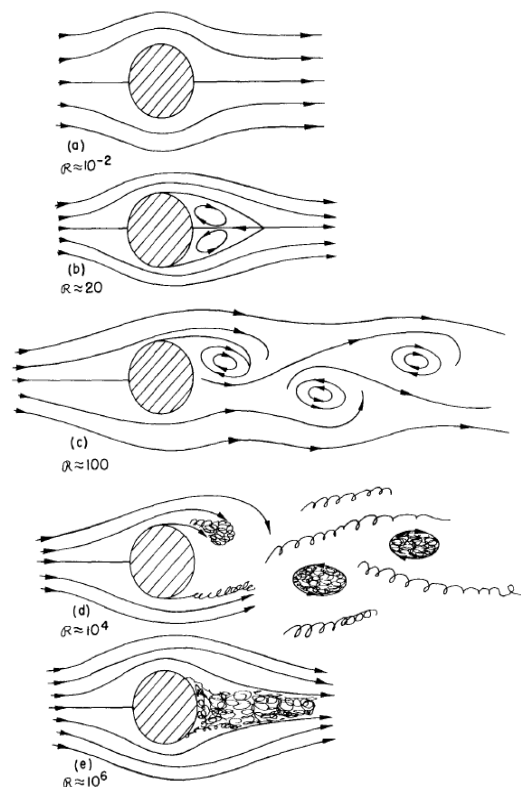
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}. \quad (2.9)$$

Em 1904, Ludwig Prandtl (PRANDTL, 1904) introduziu um novo conceito para tentar resolver a equação acima. A ideia é que os efeitos da viscosidade só seriam

relevantes numa fina camada ao redor do objeto. Fora desta região, o fluido seria muito bem descrito pelo regime não viscoso. Podemos então seguir para a descrição dos diferentes regimes de escoamento conforme mostra a figura 2.6.

Para baixíssimas velocidades (figura 2.6a), os efeitos da viscosidade dominam e temos um escoamento laminar. Aumentando a velocidade do fluido, já começam a aparecer vórtices aos pares na parte traseira do cilindro. Esta é a situação representada na figura 2.7b. Quando temos um número de Reynolds por volta de 100, os vórtices conseguem deslocar-se ainda mais para trás do cilindro. Ao deslocar-se, o fluido então ocupa esta região e começa a rodar gerando um novo vórtice. Na figura 2.6c vemos esta situação. Esta trilha de vórtices ficou conhecida como rua dos vórtices de Von Karman (VON KARMAN, 1994). Nesta situação o fluxo deixa de ser estacionário.

Podemos perguntar-nos o porquê da criação destes vórtices. A velocidade do fluido deve ser zero na superfície do cilindro, de modo que ela aumenta rapidamente ao longo da camada limite. A vorticidade do fluido é devido a isto, ou seja, quanto maior o gradiente de velocidade, maior é a taxa de criação de vórtices. Quando a velocidade do fluido é pequena, há tempo suficiente para o vórtice ser criado perto da camada limite e difundir para trás do cilindro.

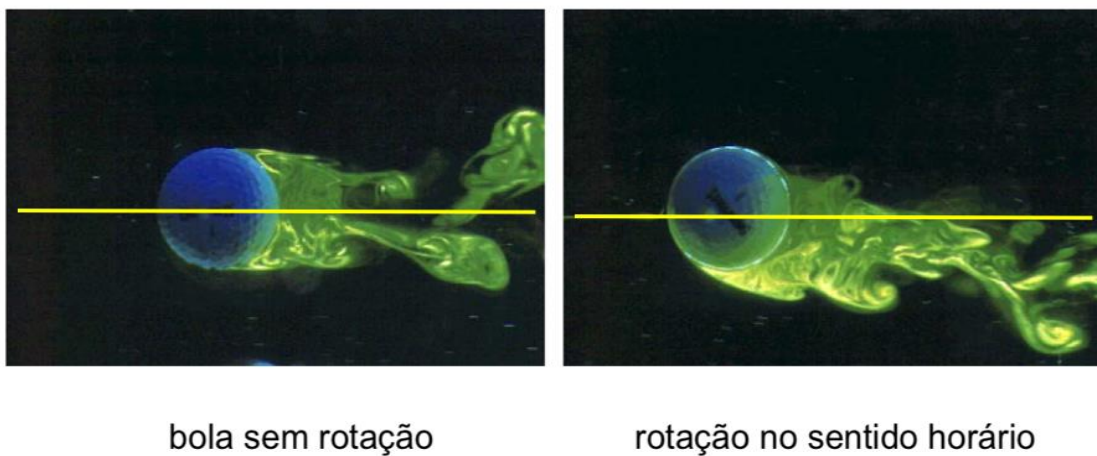


**Figura 2.6.** Escoamento de um fluido através de um cilindro. Fonte: (FEYNMANN, 1977)

Aumentando ainda mais a velocidade do fluido, há cada vez menos tempo para o vórtice ser criado e difundir. Esta situação é ilustrada na figura 2.6d, com número de Reynolds da ordem de 10.000. Nesta situação a camada limite, que antes estava “colada” no cilindro, começa a separar-se dele. Começa agora uma região turbulenta no qual a camada limite, não consegue ultrapassar os gradientes de pressão atrás do cilindro. Cada vez mais o ponto de descolamento da camada limite desloca-se para mais a frente no cilindro. Atrás do cilindro existe a região de escoamento turbulento. A explicação da turbulência é um dos grandes problemas em abertos da física atual (FRISCH,1996).

Na figura 2.6e, vemos que agora a camada limite torna-se turbulenta, a turbulência toma toda região interna a camada limite.

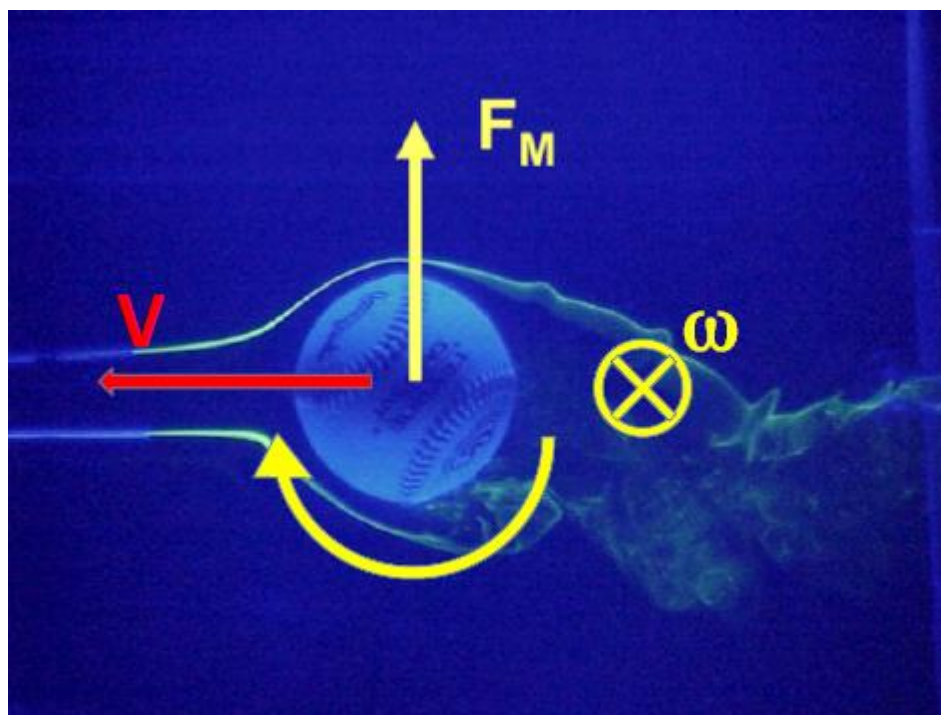
E no caso de um cilindro em rotação, no eixo perpendicular a velocidade. O que ocorre é que há uma perda de simetria (na média temporal) em torno da linha amarela da figura 2.7 no descolamento da camada limite conforme vemos na figura 2.7.



**Figura 2.7.** Descolamento da camada limite no caso da bola com e sem rotação.

Adaptado de (AGUIAR, 2005)

A camada limite da parte inferior da bola desloca-se bem mais a frente do que a da parte superior, isto explica o porquê da força de sustentação vista no efeito Magnus. Ilustramos esta força na Figura 2.8. Na próxima seção veremos como explicar de maneira qualitativa, usando a terceira lei de Newton, o efeito Magnus.



**Figura 2.8.** Ilustração da força de Magnus numa bola de baseball em rotação. Note a assimetria no deslocamento das camadas limites na parte superior e inferior da bola. Adaptado de (AGUIAR, 2005)

## 2.2 Descrição qualitativa do efeito Magnus

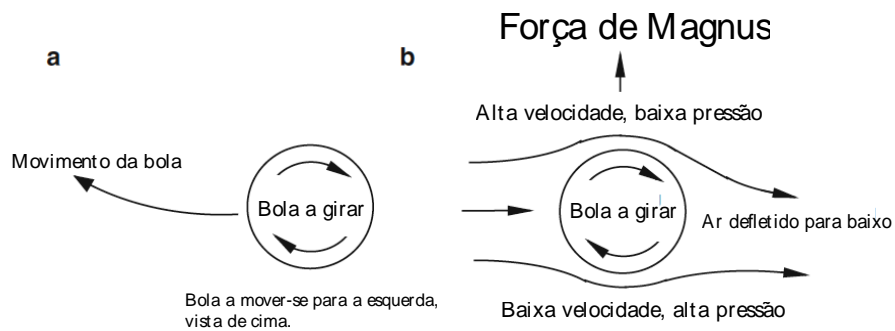
A explicação do efeito Magnus, embora tão presente no dia-a-dia do jogador amador de futebol, é bastante complexa conforme vimos na seção anterior. Entretanto, no Ensino Médio podemos motivar e explicar de forma bastante satisfatória o efeito Magnus. Curiosamente, lançaremos mão da mesma explicação de Isaac Newton, citada no Capítulo 1 desta dissertação: princípio da ação e reação.

Primeiramente, o aluno já está familiarizado com a resistência do ar. Isto faz parte do seu cotidiano. Na linguagem da seção anterior são as forças de arrasto. Assim não há problemas em fazê-los compreender que o ar é um fluido e que há interação do ar com os objetos.

A discussão sobre viscosidade, também não traz grandes problemas, os alunos intuem que o mel é mais viscoso do que a água. Agora daremos a explicação de viscosidade como atrito entre o líquido e o objeto.

Com isto podemos dar uma explicação qualitativa do efeito Magnus: Suponhamos uma bola que gira no sentido horário num eixo em direção ao leitor

transladando para a esquerda, como mostra a figura 2.9a. Vamos para o referencial do centro de massa da bola. Neste caso o ar que se move para direita, conforme ilustra a figura 2.9b. Notemos que devido ao atrito entre o ar e a bola girante (lembre da definição de fluido Newtoniano), o ar é defletido para baixo, portanto, pela Terceira lei de Newton, a bola deve sofrer uma força para cima. Esta força é a força de Magnus. A figura 2.9 mostra exatamente o que discutimos aqui.



**Figura 2.9.** Explicação qualitativa do efeito Magnus. Adaptado de (CROSS, 2011, p.45)

No apêndice daremos uma explicação mais detalhada do efeito Magnus.



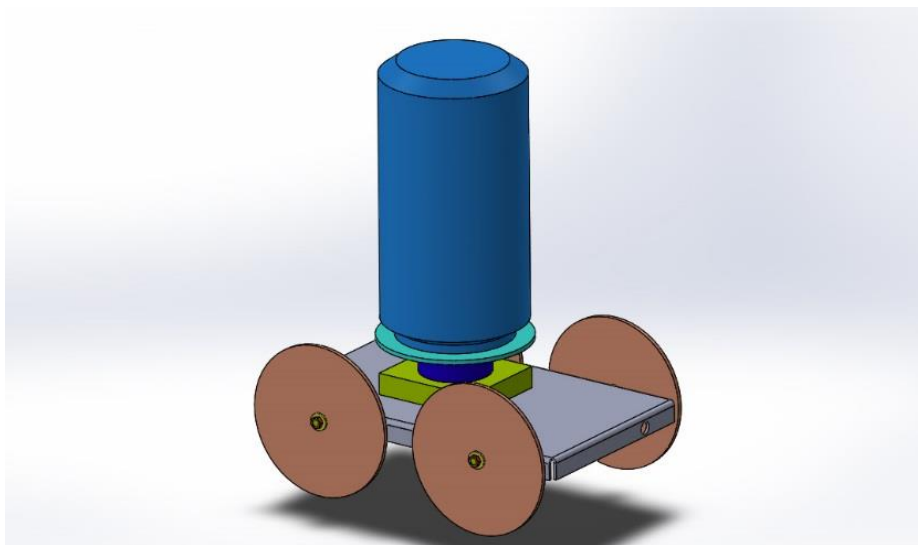
## Capítulo 3

### Carro de Flettner

O Carrinho de Flettner consiste em um carro que contém uma estrutura cilíndrica (rotor), que é mantida em rotação por um motor instalado no carro. A ideia original deve-se a Flettner [Nussenzveig 2002], que em 1920, propôs que se poderia substituir as velas de um barco por um cilindro vertical em rotação rápida (ver figura 1.1).

#### 3.1 Construção do Carro

Nesta subseção vamos apresentar o procedimento para a montagem do carrinho de Flettner (cf. mostra a figura 3.1). No Apêndice 1, mostraremos com mais detalhes como construir o carro de Flettner.



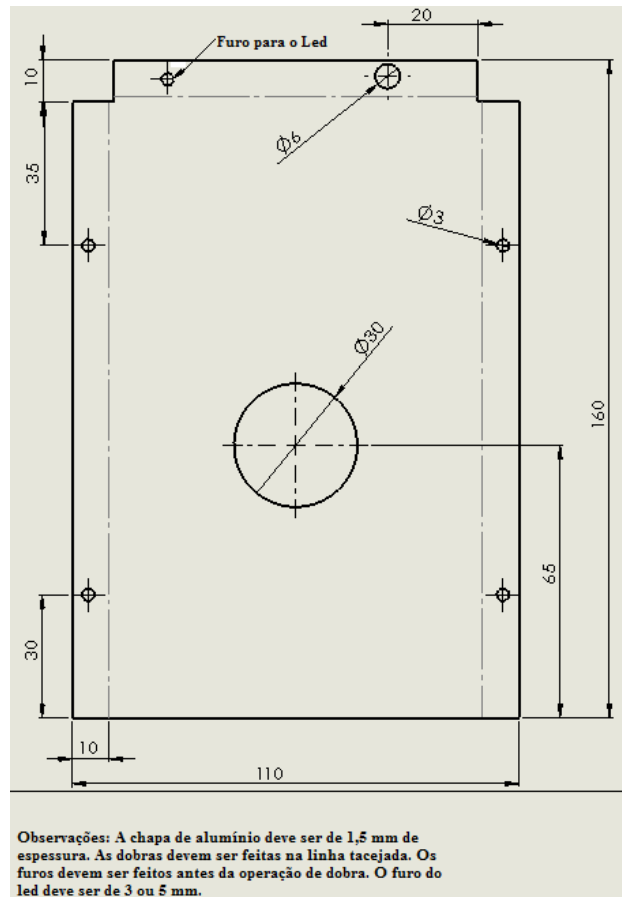
**Figura 3.1.** Carro de Flettner

#### 3.1.1 Lista de material para o projeto.

- 1- 1 m Haste rosqueável de 1/8 de polegada.
- 2- 8 arruela de 1/8 de polegada.
- 3- 8 porcas de 1/8 de polegada.

- 4- 2 parafuso M3 cabeça panela de 15mm com porca.
- 5- Acrílico ou Nylon de 50x40mm com 10 mm de espessura.
- 6- Chapa de alumínio de 110x160mm com 1,5mm de espessura;
- 7- Disco de madeira de 70mm de diâmetro com 10 mm de espessura.
- 8- Lata de bebida, lixada e sem a tampa e fundo.
- 9- 10 Chave lig/des alavanca 102 3A.
- 10- Motor DC de 3 V.
- 11- Led difuso verde de 3 mm.
- 12- Resistor de 82 Ohms.
- 13- 20 cm de fio flexível 0,1mm<sup>2</sup>.
- 14- Resina epóxi bicomponente (araldite ou similar)
- 15- Suporte para 2 pilhas AA tipo canoa.
- 16- 7 cm de fita dupla face.

Nas figuras 3.2, 3.3 e 3.4 encontram-se os esquemas para as montagens da base do carrinho, do suporte do motor e um esquema simplificado do motor elétrico.



**Figura 3.2.** Esquema da base do carro

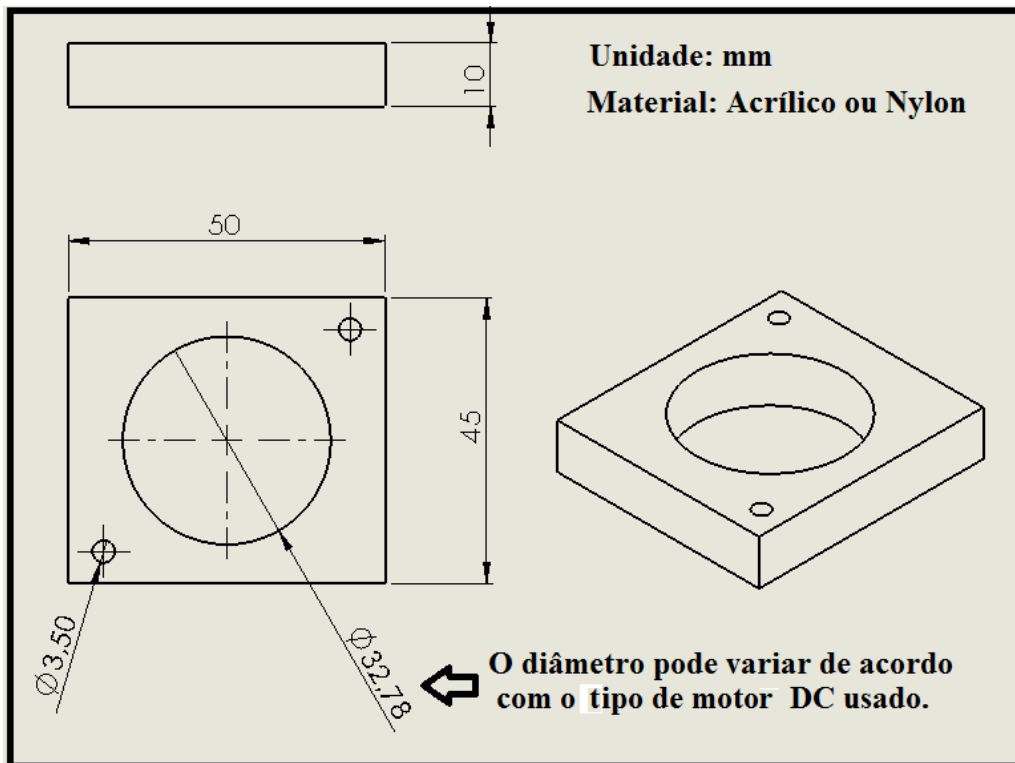


Figura 3.3. Medidas do suporte do motor

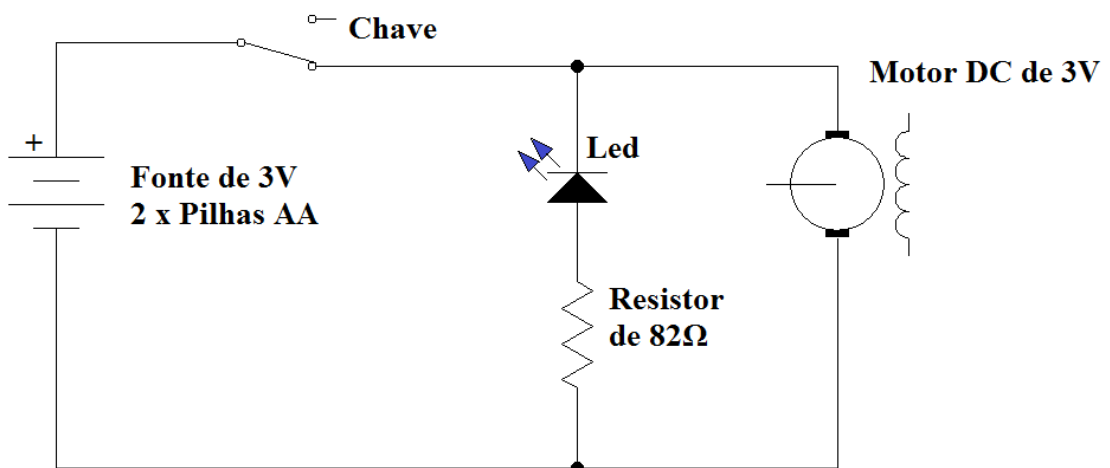
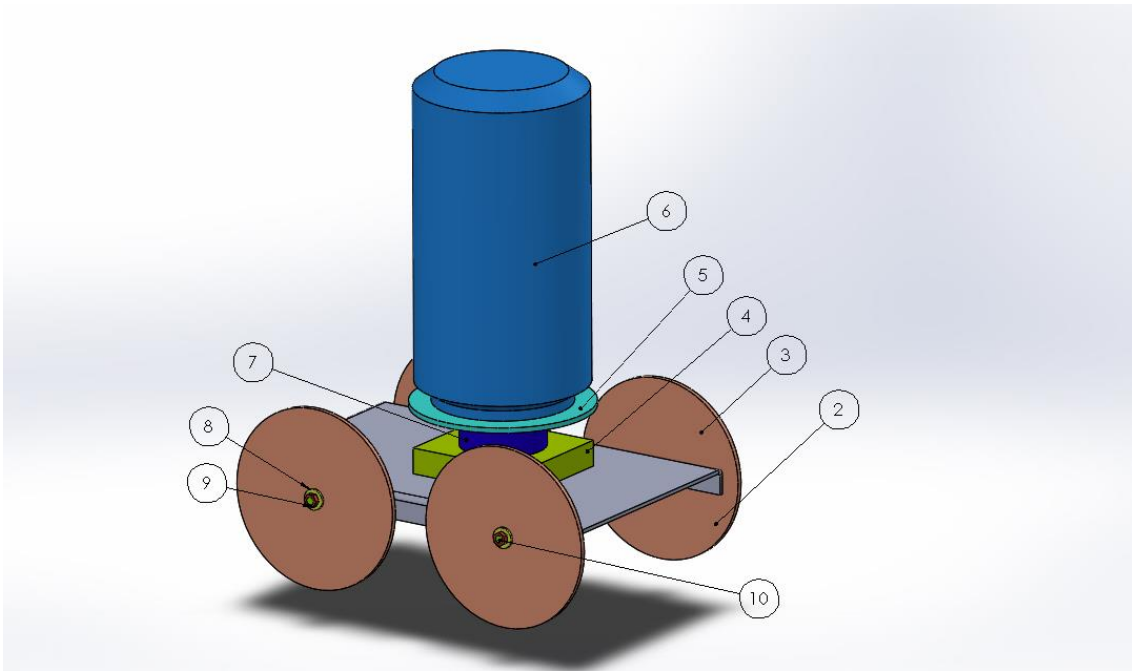


Figura 3.4. Esquema do motor elétrico



**Figura 3.5.** Carro de Flettner com o motor

Nome das peças da figura em referência a figura 3.5

- 1- Eixo de haste rosqueável de 1/8 de polegada por 115 mm. 2 unidades.
- 2- Roda de PS com 70 mm dia diâmetro. O furo do eixo é com 3 mm de diâmetro. 4 unidades
- 3- Base de alumínio. Ver desenho técnico com as medidas.
- 4- Suporte do motor. Ver desenho técnico com as medidas.
- 5- Disco de madeira de 70 mm de diâmetro com 10 mm de espessura. O furo no centro deve ter 2 mm de diâmetro. Usar cola araldite para fixar.
- 6- Lata de bebida vazia. Ela deve ter a tampa e o fundo removidas para reduzir a massa e vibrações.
- 7- Motor DC de 3V.
- 8- Arruela de 1/8 de polegada. 8 unidades.
- 9- Porca de 1/8 de polegada. 8 unidades.

A montagem foi feita em 2017 na oficina de Hercílio Cordova, mestre em Ensino de Física pela UFRJ. O preço de dois carrinhos mais os desenhos saíram por R\$ 280 reais. Para uma montagem de baixo custo sugere-se a leitura de (BOFF, 2012). As fotos da montagem seguem abaixo nas figuras.



**Figura 3.6.** Montagem das rodas

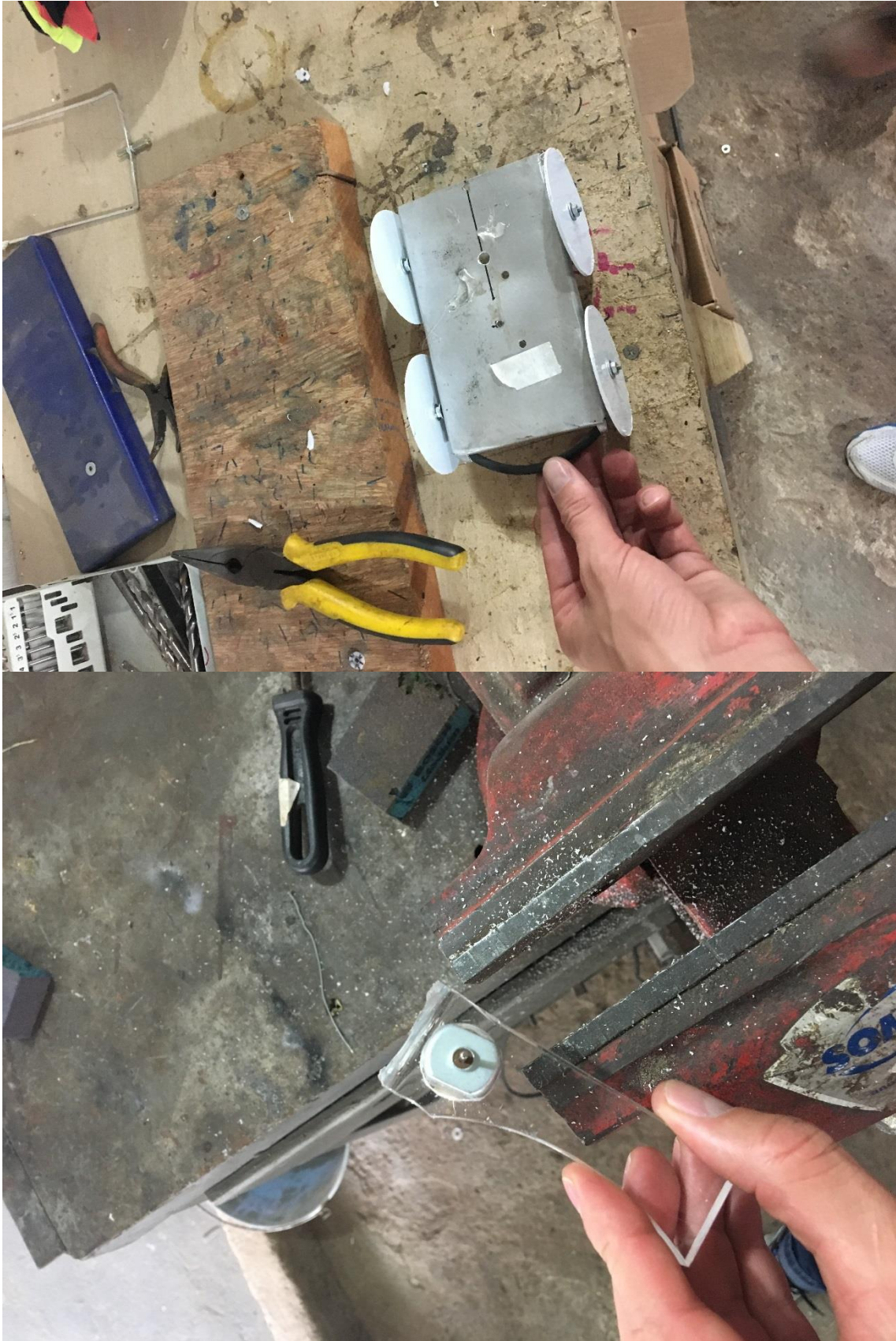


**Figura 3.7.** Rodas de acrílico sendo colocadas na base do carro.



**Figura 3.8.** Montagem do rotor





**Figura 3.9.** Montagem da base do carrinho



**Figura 3.10.** Carro de Flettner montado.

Nas figuras 3.6 a 3.10 temos as fotos da montagem do carro de Flettner. Uma vez construído o carrinho podemos passar para a sequência didática proposta:

### **3.2 Sequência didática proposta**

É interessante usar o experimento com o rotor ligado e também desligado para o aluno poder ver a diferença que ocorre quando corpos ficam girando. O professor poderá usar o questionário abaixo que contém cinco perguntas sobre a trajetória do carrinho quando colocado uma corrente de ar. Como é um assunto complexo, os detalhes matemáticos não foram feitos. Entretanto, uma ideia qualitativa do que é o efeito Magnus e suas consequências podem ser feitas usando a terceira lei de Isaac Newton (ação e reação). A corrente de ar pode ser feita com um secador ou até mesmo um ventilador. Só tem que tomar cuidado com o ventilador, pois o diâmetro e a sua potência são maiores que a do secador e se for colocado muito perto o aluno poderá ver que a trajetória mudará e o carrinho ao invés de seguir para frente ou para trás, vai depender de onde foi colocada a corrente, seguirá em diagonal. É claro que o piso onde for feito a experiência também é importante, pois não podemos descartar o atrito que existe entre o piso e as rodas do carrinho.

Provavelmente os alunos do ensino médio nunca ouviram falar no efeito Magnus, mas se o professor perguntar o porquê da curva de uma bola ao ser chutada de trivela eles irão responder que foi por causa do efeito que se colocou na bola. Pensamos



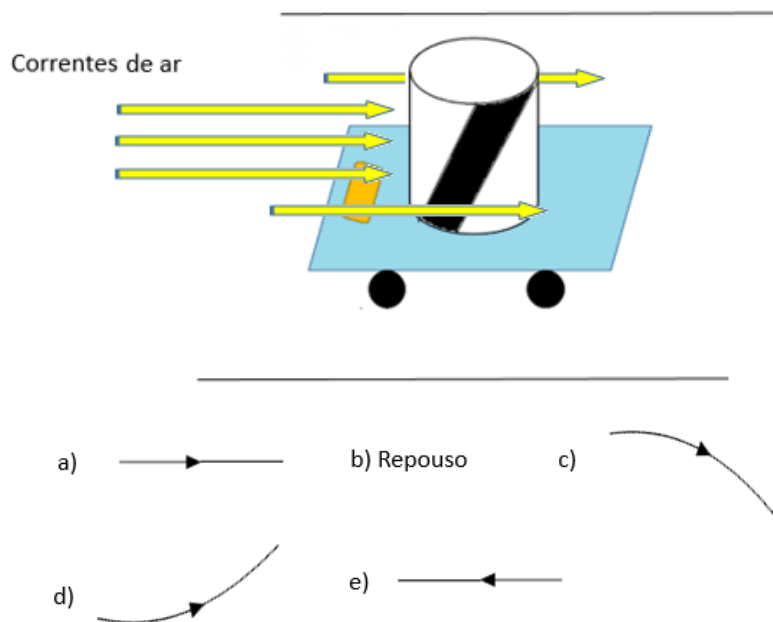
que esse seria a maneira mais simples de se começar a falar sobre o efeito Magnus. Mostrar que corpos quando giram e entram em contato com uma corrente de ar sofrem um desvio na sua trajetória.

A atividade pode ser proposta através do método POE (Predizer, Observar, Explicar). Os alunos fazem um pré-questionário, onde observam e experimentam o fenômeno e depois com base na intervenção do professor explicam-no.

A intervenção do professor consta de uma breve introdução teórica. Seguida de diversos exemplos.

### 3.2.1 Questionário – Efeito Magnus

(**Questão 1**) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?



**Figura 3.12.** Questão 1

**Resposta: Letra A**

Esta deve ser a mais fácil e que certamente quase todos os alunos deverão acertar. Mas a ideia é para se ter uma comparação quando ele estiver parado e quando estiver girando.

(Questão 2) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

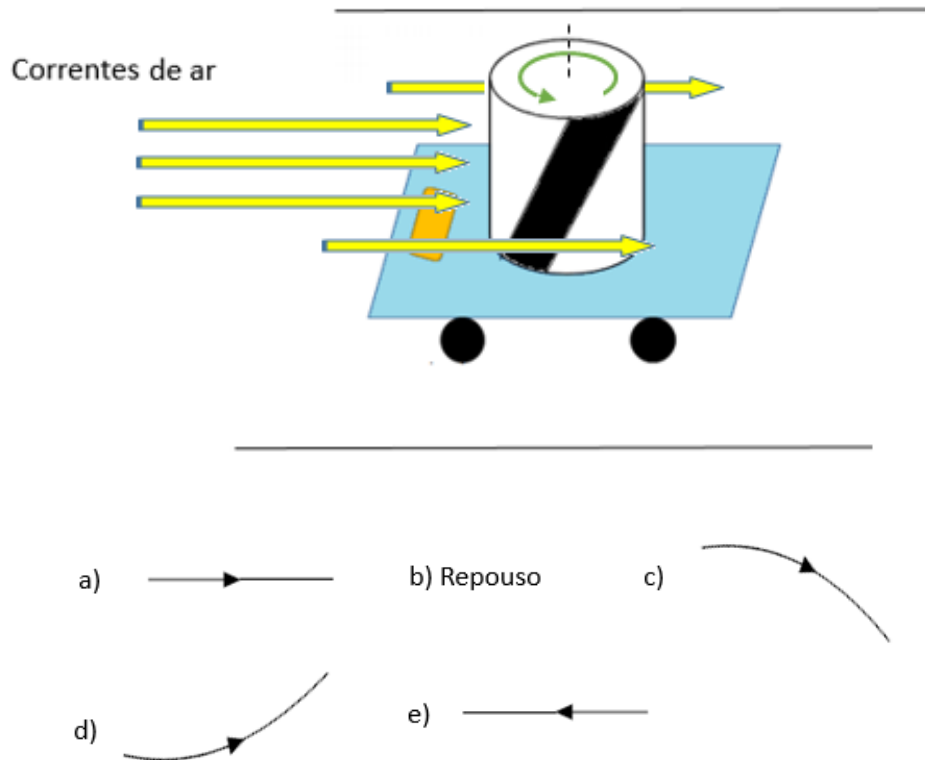


Figura 3.13. Questão 2

**Resposta: Letra A**

Com o carrinho girando eles devem achar que pode ter alguma pegadinha e tem, mas não neste caso. Quando for colocado a corrente de ar atrás do carrinho eles irão ver que logo o carrinho irá para frente. Aí já devem vir algumas perguntas da parte deles como “ué foi para frente também, mas não era da mesma ideia que a bola”. Só que no caso do carrinho existem as rodinhas e o atrito com o chão. Se o professor achar necessário pode-se separar um tempo para se explicar mais sobre o atrito.

(Questão 3) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?

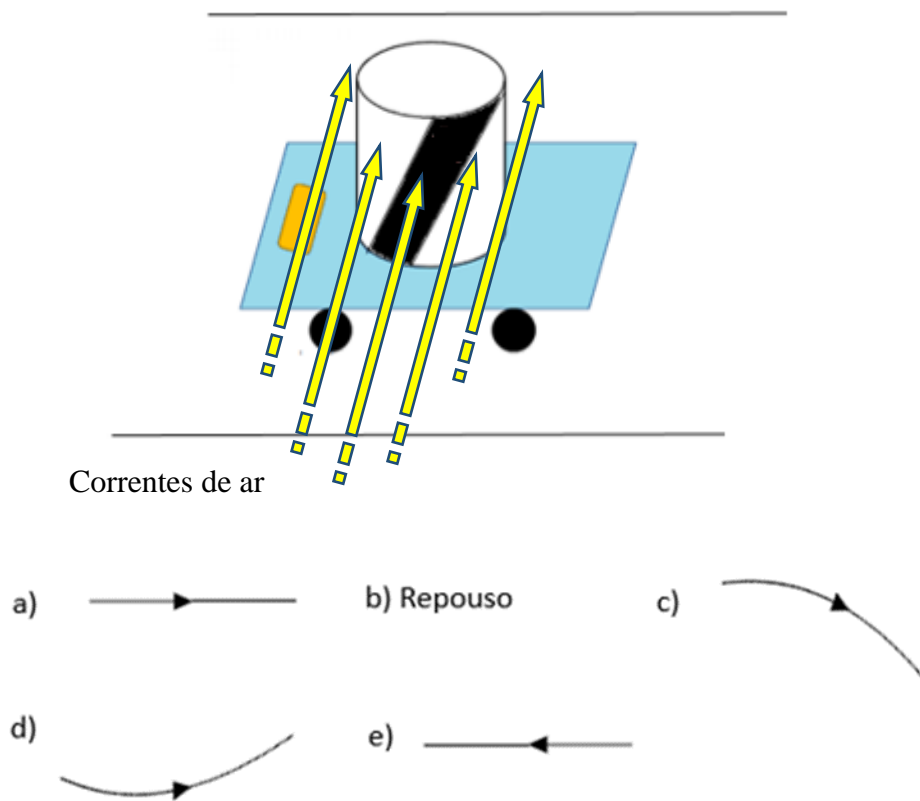


Figura 3.14. Questão 3

**Resposta: Letra B**

O professor novamente deve colocar o carrinho sem girar primeiro para poder ter um parâmetro de comparação. Neste caso é bem fácil para o aluno observar que o carrinho ficará em repouso. A não ser se for uma corrente de ar muito forte que acabe tombando o carrinho, mas não é este o caso.

(Questão 4) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?

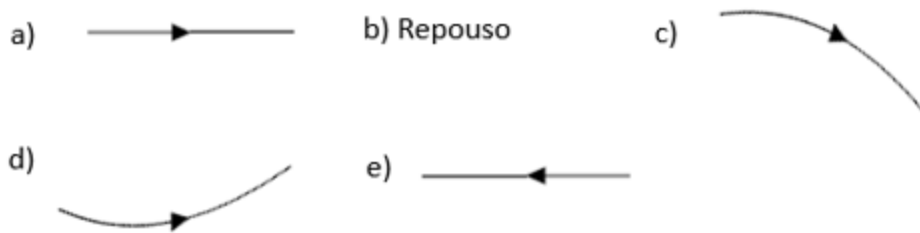
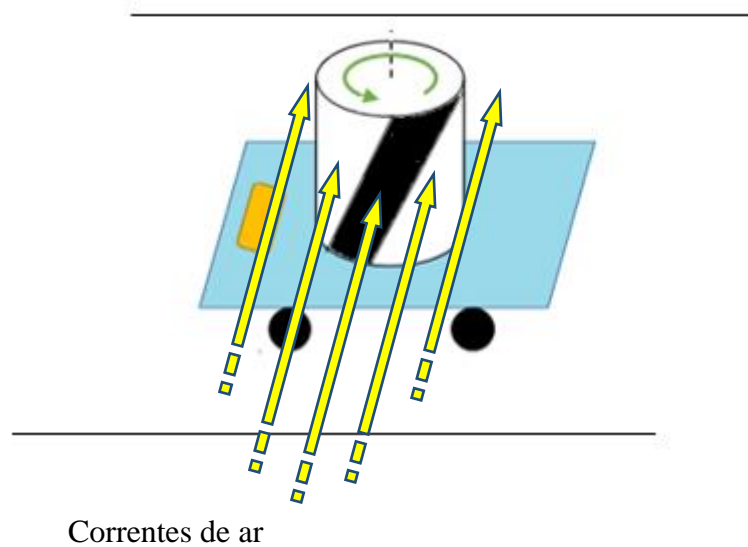


Figura 3.15. Questão 4

**Resposta: Letra A**

A partir desta questão é que eles começam a ficar impressionados, pois quem poderia imaginar que uma corrente de ar numa direção poderia ocasionar um movimento transversal. Espera-se que os alunos respondam a letra B, em repouso, já que o atrito entre as rodas e o piso não permitiriam o movimento da corrente de ar. Neste momento sugere-se que o professor explique como funciona a parte teórica.

(Questão 5) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?

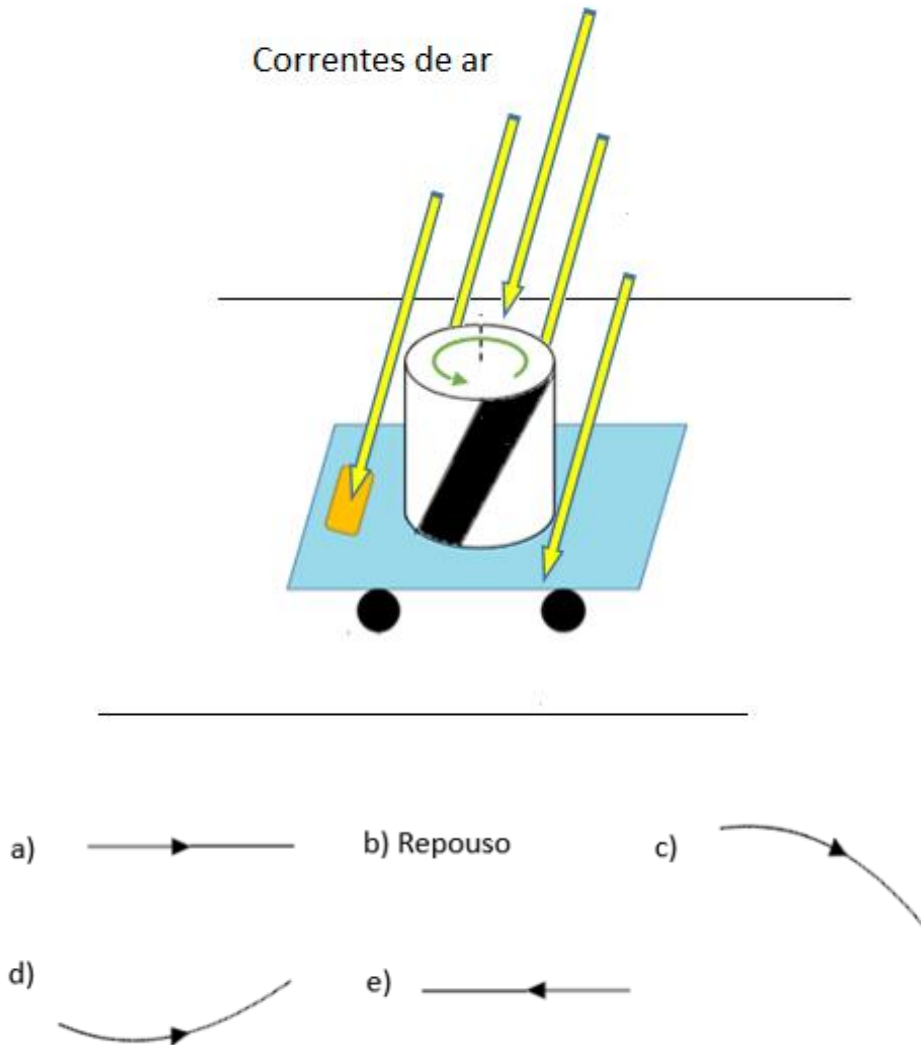


Figura 3.16. Questão 5

**Resposta: Letra E**

Alguns alunos deverão achar que o carrinho seguirá o mesmo sentido já outros após a explicação qualitativa usando a terceira lei de Newton notarão que o sentido de movimento deve ser o inverso. Já que o sentido da corrente de ar mudou.

## Capítulo 4

### Avião de Flettner

Neste capítulo vamos apresentar a montagem de um outro experimento que ilustra o efeito Magnus. Chamamos de “avião de Flettner”, seu princípio é bem parecido com o do *Air soft*, que consiste em lançar um corpo girando.

Para se explicar o efeito Magnus pode-se usar este brinquedo que é fácil de fazer. A parte em que pode ser um pouco difícil é lançar os copos. Os temas que podem ser abordados são: Ação e Reação, aerodinâmica, atrito, trajetória e resistência do ar.

#### 4.1 Montagem do avião de Flettner

Esta montagem foi baseada na montagem do mesmo experimento no site

<http://parapaiseprofessores.com.br/pesquisa.asp?busca=all&t=&tipo=a&i=&ifinal=&if=&iffinal=&d=&te=&tatv=&ar=&lo=&tem=&mat=&limit=39,13&id=812&janela=1>

Material necessário: (ilustrado na figura 4.1)

- 2 copos plásticos
- 1 ou 2 – elásticos
- 1 fita adesiva



**Figura 4.1.** Material utilizado na montagem



**Passo 1:** Junte a parte de trás de 2 copos e prenda-as com fita adesiva conforme mostra a figura 4.2.



**Figura 4.2.** Execução do Passo 1.

**Passo 2:** Depois você pode cortar o elástico se estiver somente com um ou você pode emendar dois elásticos. Ao fim temos a figura 4.3.



**Figura 4.3.** Experimento ao final do Passo 2.

**Passo 3:** Agora estique e amarre o elástico entre os copos dando duas voltas. Para lançar esses copos você deve segurar o centro dos copos com os dedos de uma mão e com a outra mão esticar a ponta do elástico que deve ficar na parte de baixo dos copos e para frente. Depois, mantenha a ponta do elástico firme entre os dedos e solte o copos. A figura 4.4 ilustra este passo.



**Figura 4.4.** Lançamento do avião de Flettner.



## 4.2 Questão sobre o avião de Flettner

(Questão) Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?

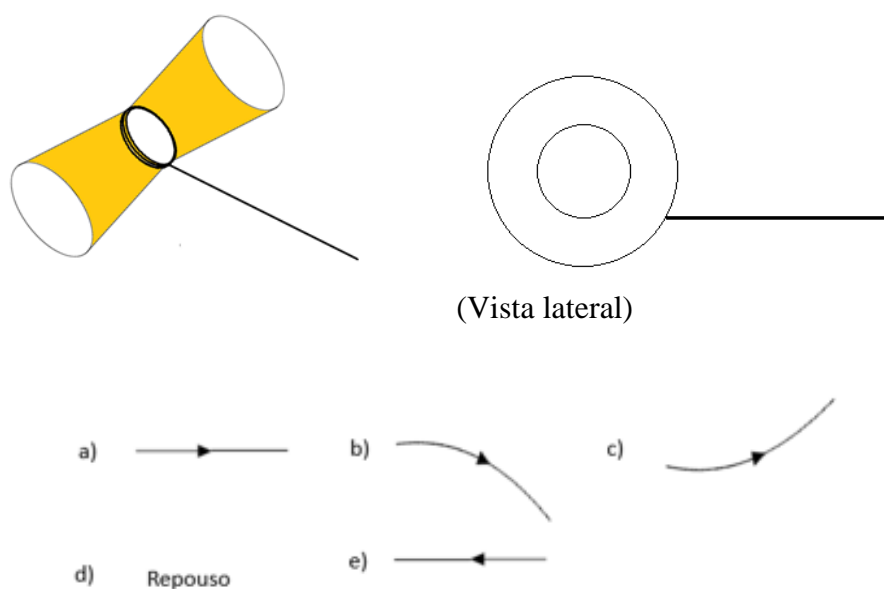


Figura 4.5. Questão sobre o avião de Flettner

**Resposta: Letra C**

## 4.3 Roteiro Didático

O professor depois de montar com os seus alunos ou trazendo a montagem de casa. Eles irão responder a questão acima que pede para poder representar a trajetória dos copos assim que o conjunto for liberado. O professor irá usar o experimento com cuidado por causa do elástico e os notarão que ao soltar o elástico os copinhos irão para cima no primeiro momento e não para baixo como se poderia supor.

## Capítulo 5

### Aplicação em Sala de Aula

#### 5.1 Primeira aplicação

A aplicação foi feita no colégio estadual Guilherme da Silveira Filho, no dia 22 de novembro de 2017, no turno na tarde para as turmas do primeiro ano: 1009, 1010 e 1013.

O período de aula era de 1h 30 min para cada série.

Seriam usados três objetos para a experiência: Uma bola, um cilindro feito de papel e o carrinho Flettner. Infelizmente a bola furou e ficaram somente dois.

A aplicação aconteceu no período em que eles estavam tendo impulso e quantidade de movimento e o ano letivo já estava terminando. Uma pena não ter sido aplicado no terceiro ano, mas em 2018 tentaremos aplicar em todas as séries.

O roteiro da aula foi aplicado da seguinte maneira: Foi perguntado se eles já haviam lido ou visto algo sobre o “Efeito Magnus” e se sabiam o que era. A resposta foi 100 % não. Ninguém conhecia, então foi feita uma pergunta simples. Se uma bola for chutada com efeito o que aconteceria? A resposta foi 100% positiva, e eles responderam que iria fazer uma curva por causa do efeito. Nessa hora foi dado um questionário para que eles somente representem a trajetória dos objetos quando giram e quando não giram.

Segue abaixo o questionário apresentado aos alunos (Pré - teste)

#### **Questionário:**

- 1) Sobre uma bola caindo. Qual seria a trajetória ?
  - a) Sem rotação;
  - b) Com rotação.
- 2) Em relação a um plano inclinado. Qual seria a trajetória?
  - a) Um bloco descendo;
  - b) Um cilindro de papel descendo.

3) O que acontece com o carrinho Flettner quando uma corrente de ar é colocada na lateral quando:

- a) O rotor está parado;
- b) O rotor está girando.

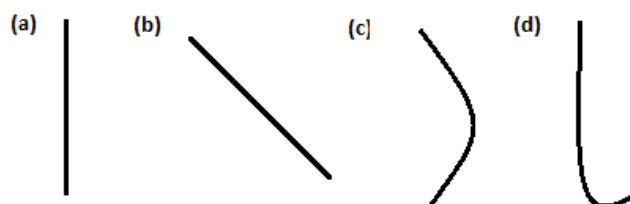
No total foram 80 alunos que fizeram o questionário: 31 da turma 1013, 25 da turma 1009 e 24 da turma 1010. Os resultados referentes ao questionário foram obtidos assim.

		<b>Turma 1009</b>	<b>Turma 1010</b>	<b>Turma 1013</b>
1º questão	Alternativa (a)	25	24	31
1º questão	Alternativa (b)	2	3	5
2º questão	Alternativa (a)	25	24	31
2º questão	Alternativa (b)	0	1	1
3º questão	Alternativa (a)	23	24	30
3º questão	Alternativa (b)	0	0	0

**Tabela 5.1.** Quantidade de acertos

Ficou evidente que eles não têm a noção da trajetória de quando os corpos estão girando. Muitos tiveram um pouco de dificuldade em desenhar, por isso na nova aplicação o novo questionário deverá conter mais alternativas e com ilustrações das possíveis trajetórias.

**Exemplo:** Na questão 1. Alternativa (a)



**Figura 5.1:** As possíveis trajetórias de uma bola sendo abandonada sem rotação.

**Resposta: A**

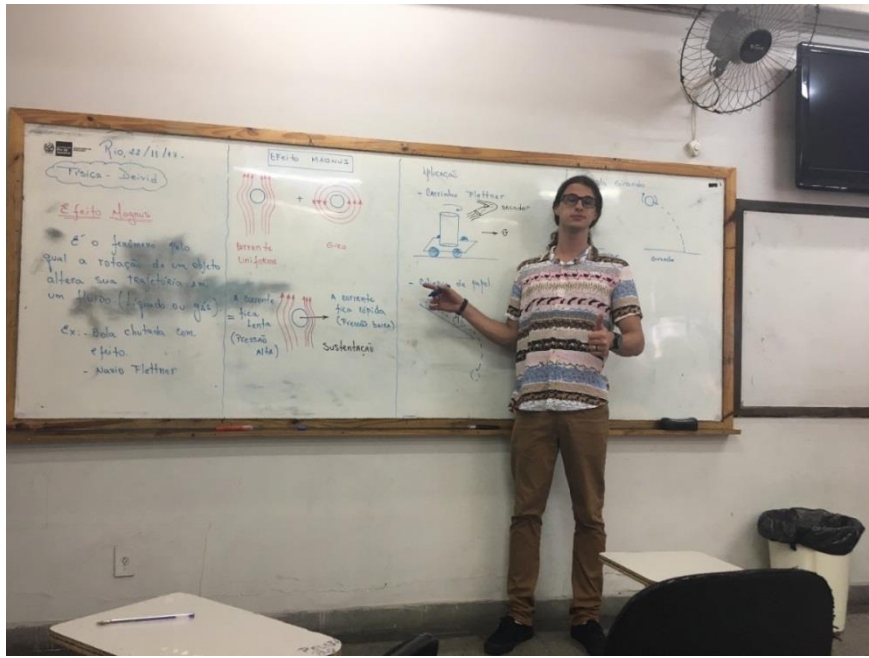
Após o questionário foi passado qualitativamente no quadro o que era o Efeito Magnus. A partir daí eles entenderam melhor e depois foi apresentado um vídeo retirado

do youtube [<https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo> ] que mostrava uma bola de basquete caindo de uma represa, o cilindro de papel caindo sobre a mesa também foi mostrado e o carrinho Flettner com ajuda de um secador para formar as correntes de ar e foi onde eles ficaram encantados. O que mais chamou a atenção deles foi a parte do carrinho, pois para uma pessoa que não conhece o efeito Magnus iria sempre responder a que nada aconteceria se colocasse uma corrente de ar ao lado do carrinho.

Os registros da aplicação seguem nas figuras 5.2 até 5.7.



**Figura 5.2.** Turma do 1º ano onde foi aplicado o material. (Colégio Estadual Guilherme da Silveira Filho)



**Figura 5.3.** Intervenção teórica sobre o efeito Magnus



**Figura 5.4.** Estudantes fazendo o pré-teste.





**Figura 5.5.** Foto do vídeo do YouTube na página <https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo>



**Figura 5.6.** Cilindro de papel caindo da mesa.



**Figura 5.7.** Carrinho Flettner

## 5.2 Segunda aplicação

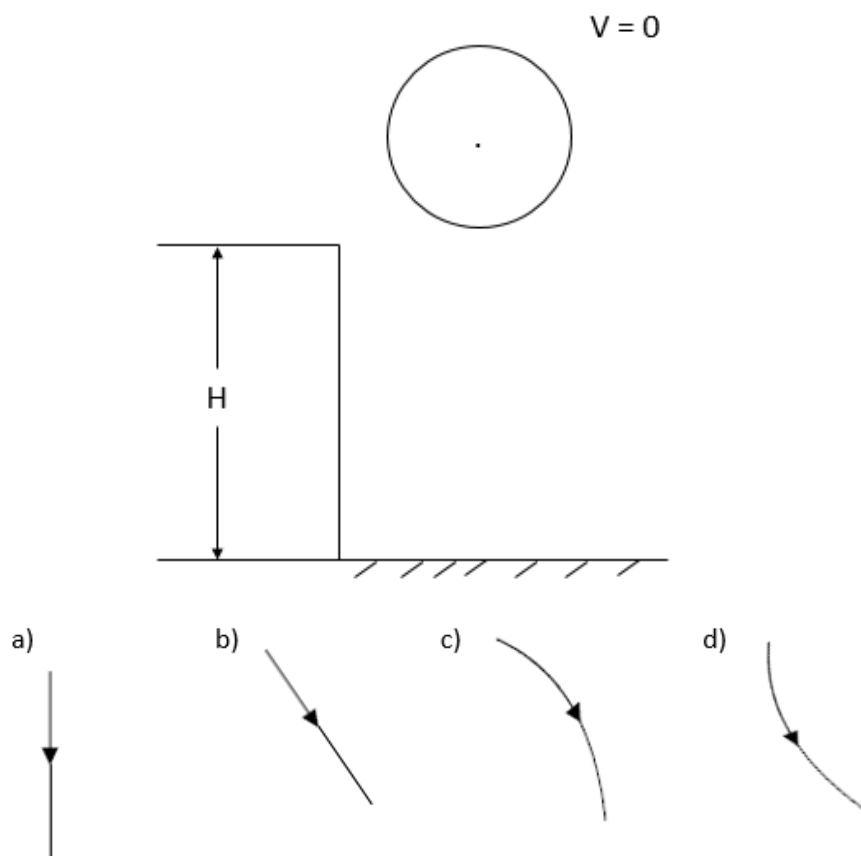
A nova aplicação foi realizada no dia 14 de novembro de 2018 no Colégio Curso Miguel Couto na unidade de Campo Grande para as turmas do 1º ano e 2º ano. Na turma do 1º ano tiveram 23 alunos e na do 2º ano 15 alunos. Tendo no total 38 alunos. Acreditamos que por ser um dia antes do feriado muitos alunos faltaram. Foram dois tempos de 45 min para cada turma.

A ideia da aplicação foi mais ou menos da mesma forma de aplicação que a primeira só que com algumas mudanças. Primeiro foi perguntado se eles tinham alguma noção sobre o “Efeito Magnus? A resposta foi a mesma “não”!

Foi citado exemplos de que corpos mudam a trajetória quando passam a girar no ar como em um chute na bola de futebol que faz uma curva. Após a ideia eles fizeram um questionário com 10 questões. Demoraram cerca de 35 minutos para responder e então eles iam corrigindo, assim que era demonstrado com os experimentos de cada questão. Segue abaixo o questionário que foi aplicado.

### 5.2.1 Questionário aplicado

(Questão 1) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura ?



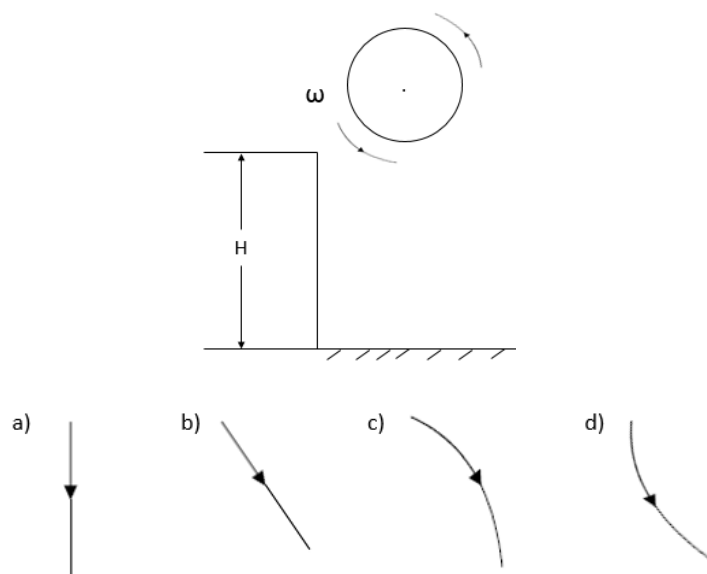
**Resposta: Letra A**

[ Questão 1 ] - Respostas

<b>1º Série</b>	a) 22 alunos	b)	c) 1 aluno	d)
<b>2º Série</b>	a) 15 alunos	b)	c)	d)



(Questão 2) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura sendo rotacionada para frente ?

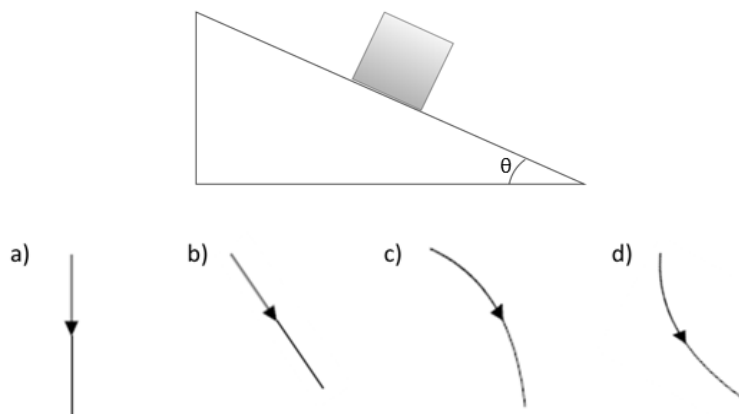


**Resposta: Letra D**

[ Questão 2] - Respostas

<b>1º Série</b>	a)	b) 3 alunos	c) 17 alunos	d) 3 alunos
<b>2º Série</b>	a)	b)	c) 2 alunos	d) 13 alunos

(Questão 3) Qual seria a trajetória de um bloco após abandonar o plano inclinado?

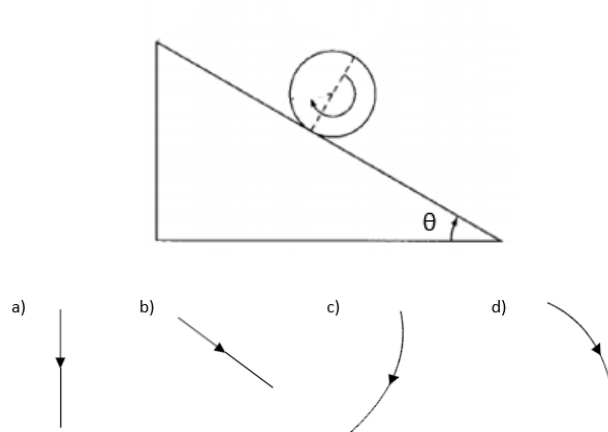


**Resposta: Letra C**

[ Questão 3] - Respostas

<b>1º Série</b>	a) 1 aluno	b) 18 alunos	c) 2 alunos	d) 2 alunos
<b>2º Série</b>	a)	b) 4 alunos	c) 11 alunos	d)

(Questão 4) Qual seria a trajetória de um cilindro feito de papel após abandonar um plano inclinado?

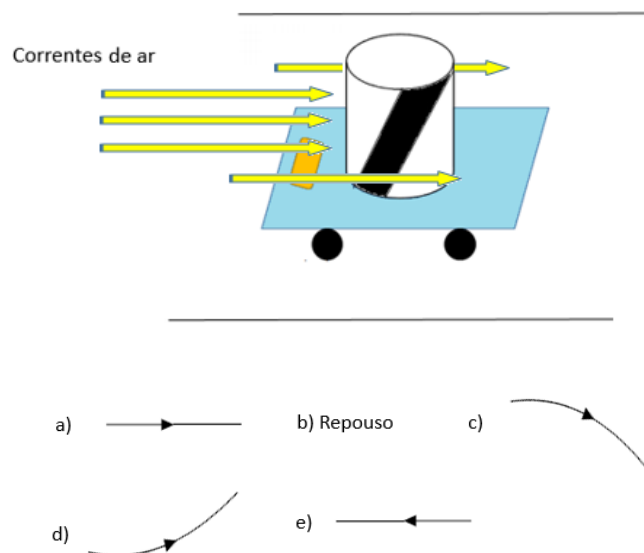


**Resposta: Letra C**

[ Questão 4] - Respostas

<b>1º Série</b>	a)	b) 10 alunos	c) 7 alunos	d) 6 alunos
<b>2º Série</b>	a)	b)	c) 12 alunos	d) 3 alunos

(Questão 5) Qual seria a trajetória do carrinho flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?

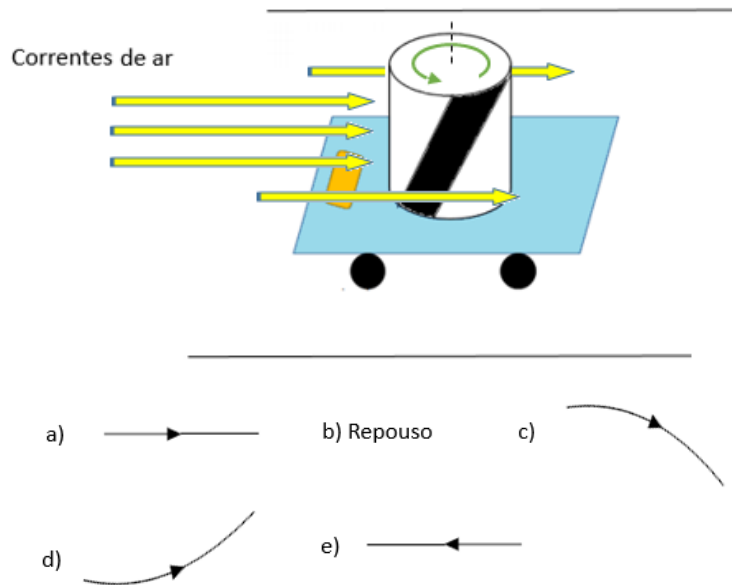


**Resposta: Letra A**

[ Questão 5] - Respostas

<b>1º Série</b>	a) 23alunos	b)	c)	d)	e)
<b>2º Série</b>	a) 14alunos	b) 1 aluno	c)	d)	e)

(Questão 6) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

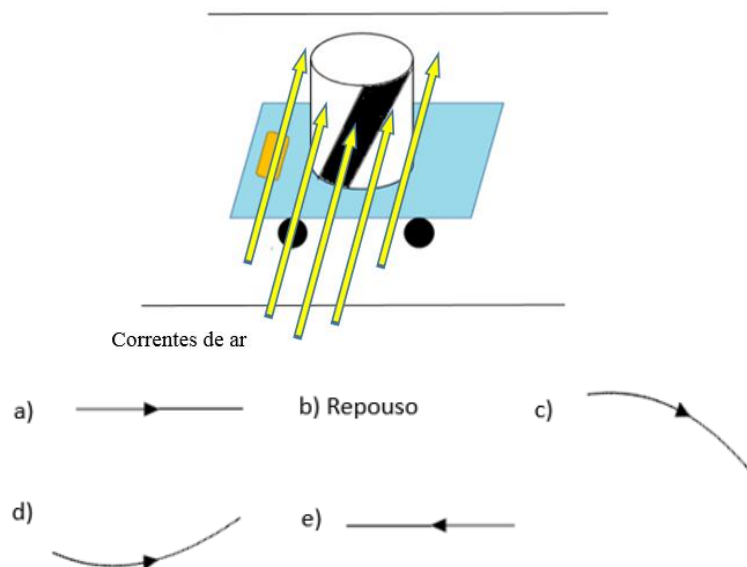


**Resposta: Letra A**

[ Questão 6] - Respostas

<b>1º Série</b>	a) 7 alunos	b) 7 alunos	c) 2 alunos	d) 1 aluno	e) 6 alunos
<b>2º Série</b>	a) 12alunos	b)	c) 1 aluno	d)	e) 2 alunos

(Questão 7) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?

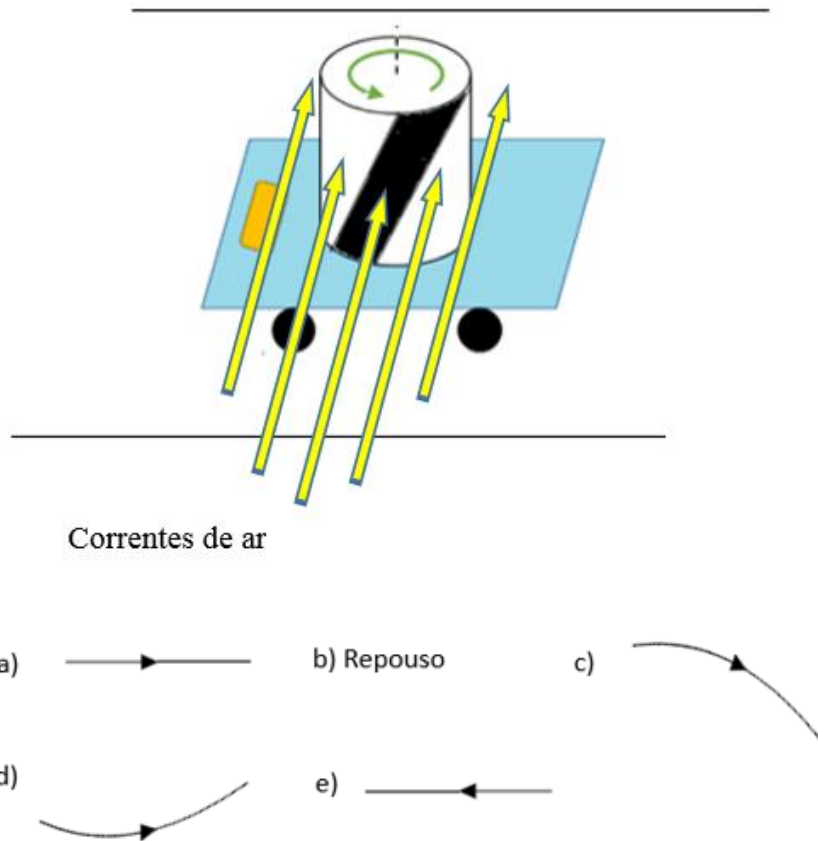


**Resposta: Letra B**

[ Questão 7] - Respostas

<b>1º Série</b>	a)	b) 23 alunos	c)	d)	e)
<b>2º Série</b>	a)	b) 14 alunos	c)	d) 1 aluno	e)

(Questão 8) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?

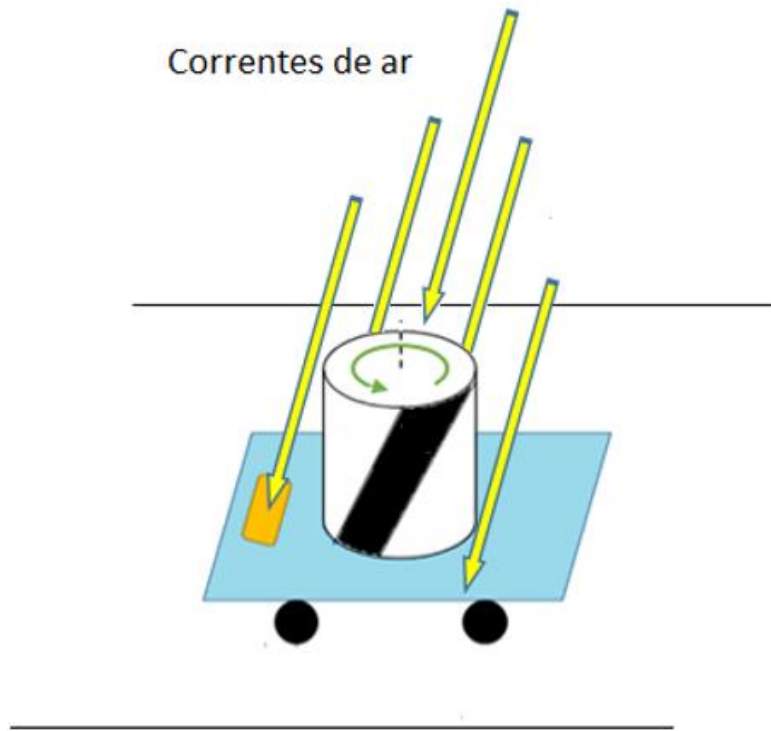


**Resposta: Letra A**

[ Questão 8] - Respostas

<b>1º Série</b>	a) 3 alunos	b) 9 alunos	c) 4 alunos	d) 3 alunos	e) 4 alunos
<b>2º Série</b>	a) 8 alunos	b) 3 alunos	c) 1 aluno	d) 2 alunos	e) 1 aluno

(Questão 9) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?



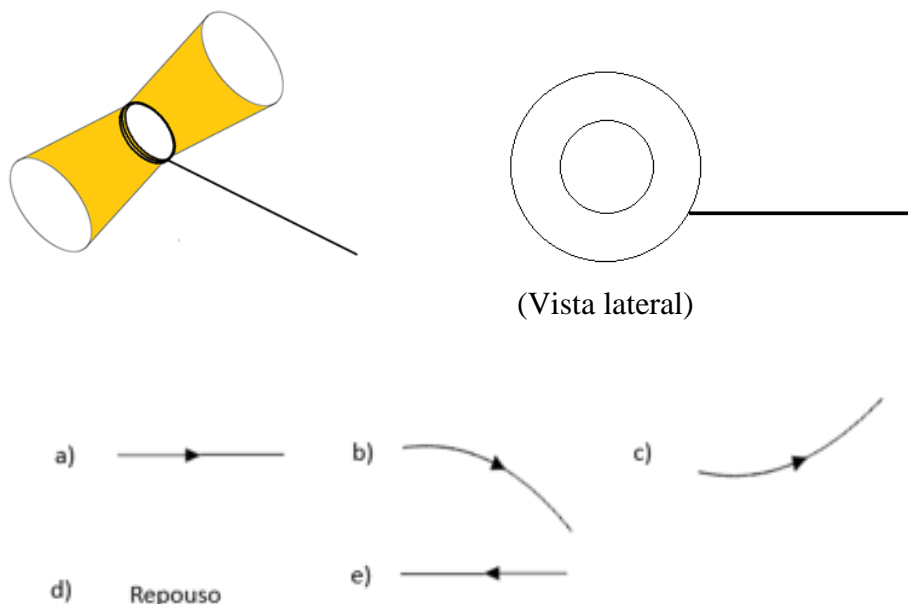
- a)      b) Repouso      c)
- d)      e)

**Resposta: Letra E**

[ Questão 9] - Respostas

<b>1º Série</b>	a) 3 alunos	b) 8 alunos	c) 3 alunos	d) 3 alunos	e) 6 alunos
<b>2º Série</b>	a) 1 aluno	b)	c) 6 alunos	d)	e) 8 alunos

**(Questão 10)** Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?



**Resposta: Letra C**

[ Questão 10] - Respostas

<b>1º Série*</b>	a) 5 alunos	b) 5 alunos	c) 2 alunos	d) 5 alunos
<b>2º Série</b>	a)	b) 1 aluno	c) 11 alunos	d) 3 alunos

\* 6 alunos do 1º série não marcaram

### 5.2.2 Relatos da aplicação

A questão 1 foi a mais fácil do questionário. Só um aluno errou e depois relatou que não prestou atenção. Duas bolas de plástico foram abandonadas (cf. mostra a figura 5.8), alternadamente, de uma certa altura e todos puderam concluir que a trajetória seria uma linha reta.



**Figura 5.8.** Realizando o experimento da bola em queda livre sem rotação

A questão 2 deixava-se a bola cair, mas só com uma pequena rotação e o segundo ano teve uma imaginação melhor. Isto está ilustrado na figura 5.9. Eles pegaram a bola e ficaram fazendo testes com ela. A experiência foi feita com as mesmas bolas só que girando.



**Figura 5.9.** Realizando o experimento da bola em queda livre com rotação

Após as duas questões terem sido respondidas foi colocado um vídeo do you tube [<https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo> ] no qual mostra uma bola de basquete caindo de uma represa, pois a altura era muito maior e a bola era mais pesada. Na primeira parte do vídeo nenhuma surpresa já que era intuitivo a trajetória de uma bola caindo quando abandonada. Só que eles ficaram impressionado com a segunda parte, pois em sala a altura era pequena, e o efeito Magnus apareceu e os surpreenderam. Quase todos falaram ao mesmo tempo: “Nossa, nunca vi isso antes”.

A questão 3 relacionou um bloco descendo em um plano inclinado. Muitos fizeram inclinando a mesa e observando o estojo descendo. A turma do primeiro ano marcou a alternativa B que representava uma linha reta inclinada. Já a turma do segundo ano marcaram mais a alternativa C, onde tinha uma curva como trajetória. Eles até alegaram que tinha a gravidade e com isso o bloco iria cair e que aquela questão era fácil de se observar.

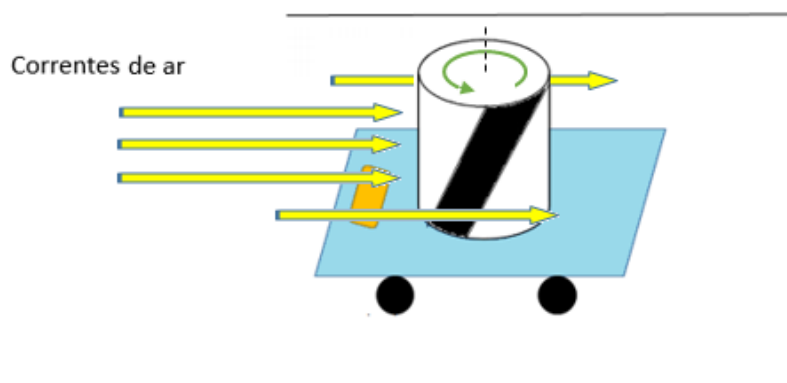
Na questão 4 foi feito um cilindro de papel que foi rolando pela mesa inclinada e que ao sair da mesma devido a rotação sofreu o efeito Magnus e mudou a trajetória. Mais uma vez a turma do segundo ano se saiu melhor. Um experimento simples e que mostra bem o tema proposto. Vide figura 5.10. Uma análise completa, usando o tracker de um experimento semelhante é feita na referência [TIMKOVA, 2017].





**Figura 5.10.** Realizando o experimento com o cilindro de papel.

Nas questões 5, 6, 7 e 8 foi usado o carrinho Flettner. O que diferenciou foi de onde a corrente de ar estava vindo e se o rotor estava ligado ou desligado. Toda construção do carrinho está no Capítulo 3. Vide figura 5.11.



**Figura 5.11.** Um dos esquemas experimentais do carrinho de Flettner.

A corrente de ar foi feita através de um secador Profissional TAIFF SMART:

Dados do Secador

- 1300 Watts de Potência;
- 2 velocidades e 4 temperaturas;
- Cabo de 1,80 m;
- Jato de ar frio;
- Superleve 480 g.



**Figura 5.12.** Experimento do carrinho de Flettner sendo executado.

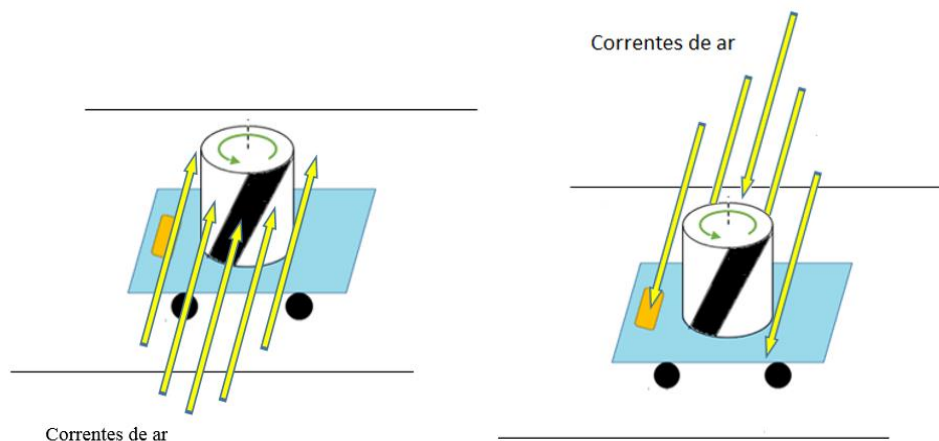
Na quinta questão foi colocada a corrente atrás com o rotor desligado e praticamente todos responderam que ele iria para frente, mas só uma aluna do segundo ano que questionou por que segundo ela “o carrinho poderia ser mais pesado do que a força que o vento estava fazendo e que com isso o carrinho poderia ficar parado”.

Na sexta questão abordou-se colocando a corrente de ar atrás do rotor novamente só que agora com ele ligado e a turma do primeiro ano ficou mais dividida. Muitos acharam que o carrinho fosse para frente, para trás ou até mesmo que ele ficasse em repouso. Já a do segundo ano 80% dos alunos responderam que o carrinho iria para frente.

Na sétima questão foi colocada uma corrente de ar só que pelo lado e o rotor estava desligado. Só uma aluna não concordou que o carrinho ficaria parado e foi a mesma do questionamento da questão 5. Ela achou que mesmo estando sem rodar que a força do vento poderia deslocar o carrinho. E ela não está errada, pois a corrente de ar foi feita com um secador e não com um ventilador potente.

Nas questões 8 e 9 foi onde eles mais ficaram impressionados, pois como uma corrente de ar sendo colocada ao lado do carrinho com ele girando poderia fazê-lo se mover. Vide figura 5.13. Como antes foi feito com o rotor desligado e eles puderam constatar que era óbvio o carrinho ficaria parado. Ao ligar o rotor alguns ainda brincaram dizendo “vai continuar em repouso”. Como eles tiveram exemplos no início sobre o efeito Magnus, alguns acertaram. Na questão 8, a corrente de ar foi colocada pelo lado direito do rotor, fazendo com que o carrinho fosse para frente. Já na questão 9, o espanto foi maior, pelo fato da corrente de ar ter sido colocada do outro lado

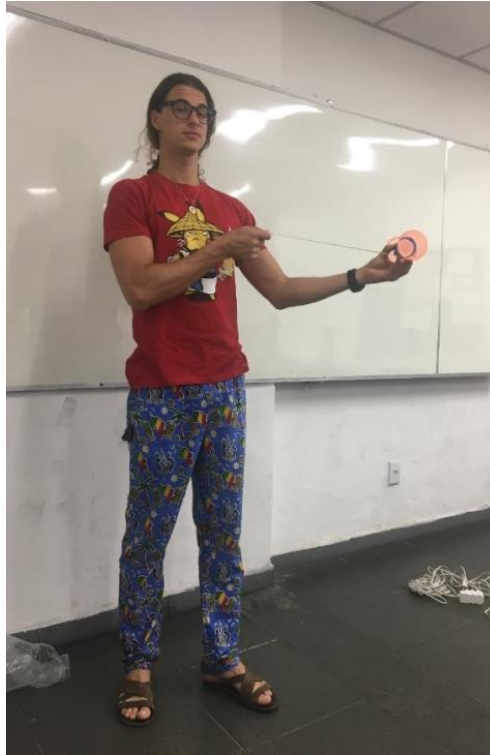
(esquerdo) fez com que o carrinho fosse para trás. Após estas questões terem sido corrigidas eles quiseram testar também.



**Figura 5.13.** Montagem experimental das questões 8 e 9.

Depois que alguns brincaram, foi mostrado no slide uma aplicação no dia a dia que era o Navio Flettner, onde ele era impulsionado pela força dos ventos quando os rotores estavam ligados. Nas duas turmas os alunos comentaram que nunca tinham visto um navio assim.

Na última questão (décima) foi abordado o efeito Magnus com copos. Foram usados dois copos, uma fita adesiva e três elásticos juntos. A experiência foi feita com copos diferentes. Dois copos plásticos NEON de 300mL e os outros dois foram copos plásticos EPS (poliestireno expandido) ou simplesmente isopor de 240 mL. Vide figuras 5.14 e 5.15.



**Figura 5.14.** Apresentação do experimento do avião de Flettner.



**Figura 5.15.** Os alunos brincando com o avião de Flettner.

Após ter sido finalizado o questionário as duas turmas gostaram do efeito Magnus e certamente não será mais surpresa para eles depois desta experiência em sala de aula.

## Capítulo 6

### Conclusões

Apesar de ser um assunto bastante complexo, a dinâmica dos fluidos pode ser apresentada a estudantes de ensino médio em seus aspectos qualitativos. O efeito Magnus, por ser presente no dia a dia dos estudantes, principalmente em seus jogos de bola, foi escolhido para ilustrar alguns aspectos de dinâmica dos fluidos.

Desenvolvemos um conjunto de demonstrações do efeito Magnus e as aplicamos em sala de aula em turmas do ensino médio. A aplicação foi feita numa perspectiva semelhante à do POE (predição, observação e explicação), onde os alunos responderam a um pré-questionário, depois observaram as demonstrações e após uma discussão conduzida pelo professor, procuraram explicar os resultados.

Notamos que apesar do índice de acertos dos estudantes iniciais seja baixo na maioria das questões, uma intervenção teórica sucinta foi suficiente para que os alunos melhorassem seus índices de acertos numa segunda tentativa.

Devido à atividade ter um caráter experimental, a participação dos alunos foi mais intensa do que a usual. Após o término da atividade a maior parte dos estudantes continuou a brincar com os experimentos e testaram novas condições do problema.

Acreditamos que este projeto tenha um grande potencial pedagógico pois através de experimentos simples ilustram aspectos do cotidiano dos alunos, além de ser uma boa motivação para o ensino de fluidos no Ensino Médio.

## Referências Bibliográficas

[AGUIAR, 2004] AGUIAR, C. E.; RUBINI, G. A aerodinâmica da bola de futebol. Revista Brasileira do Ensino de Física, **26**, p. 297-306, 2004.

[AGUIAR, 2005] AGUIAR, C. E.; A aerodinâmica da bola de futebol. 2005. Disponível em: < <https://www.if.ufrj.br/~carlos/palestras/futebol/futebol.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2019.

[BOFF, 2012] Boff D., Jorge L. S., Macedo L. C., Serejo R., Pinto W. T. e Fonseca W. S., *Demonstração Experimental do Efeito Magnus Utilizando Material de Baixo Custo*, XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Belém-PA, 2012.

[CLAY, 2019] CLAY MATHEMATICAL INSTITUTE; Existence and Smoothness of the Navier-Stokes Equation. Disponível em: < <http://www.claymath.org/sites/default/files/navierstokes.pdf>> Acesso em: 15 jan. 2019.

[CROSS, 2011] CROSS, R. Physics of Baseball and Softball. New York: Springer, 2011. Chapter 3.

[FEYNMAN, 1977] FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. The Feynman Lectures on Physics: Mainly electromagnetism and matter. Reading: Addison-Wesley, 1977. Chapters 40 and 41.

[FRISCH, 1996] FRISCH, U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press 1996.

[G1, 2018] G1, <<https://g1.globo.com/educacao/enem/2018/noticia/gol-de-coutinho-contra-a-suica-nao-cai-no-enem-mas-o-do-paulinho-contra-a-servia-pode-cair-entenda-a-razao.ghml>>. Acessado em 20/07/2018.

[LANDAU, 1987] LANDAU, L; LIFSHITZ, E. M. Fluid Mechanics – Course in Theoretical Physics Volume 6, Second Edition, Oxford: Butterworth-Heinemann , 1987. §15

[LEROY, 1977] LEROY, B. O Efeito “Folha Seca”, *Revista Brasileira de Física* **7**, p. 693-709, 1977.

[NEWTON, 1672] NEWTON, Isaac. New theory of light and colours. *Philos. Trans. R. Soc. London* **1**, p. 678-688, 1672.

[MAGNUS, 1852] MAGNUS, H. G. Über die Abweichung der Geschosse, *Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, p. 1–23, 1852.

[METHA, 1985] MEHTA, Rabindra D. Aerodynamics of Sports Balls. *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **17**, p. 151-189, 1985.

[RAYLEIGH, 1899] RAYLEIGH, Lord. On the irregular flight of a tennis ball. *Messenger of Mathematics* **7**, p. 14-16. Reimpresso em *Scientific Papers 1*, Cambridge, p. 344-346, 1899.

[TIMKOVA, 2017] TIMKOVA, V.; JESKOVA, Z. *How Magnus Bends the Flying Ball: Experimenting and Modeling*. *The Physics Teacher*, **55**, p. 112-114, 2017.

[VON KARMAN, 2004] VON KARMAN, T. *Aerodynamics: Selected Topics in the Light of Their Historical Development*, Dover Publications, 2004. Chapters II e III.



## **Apêndice 1**

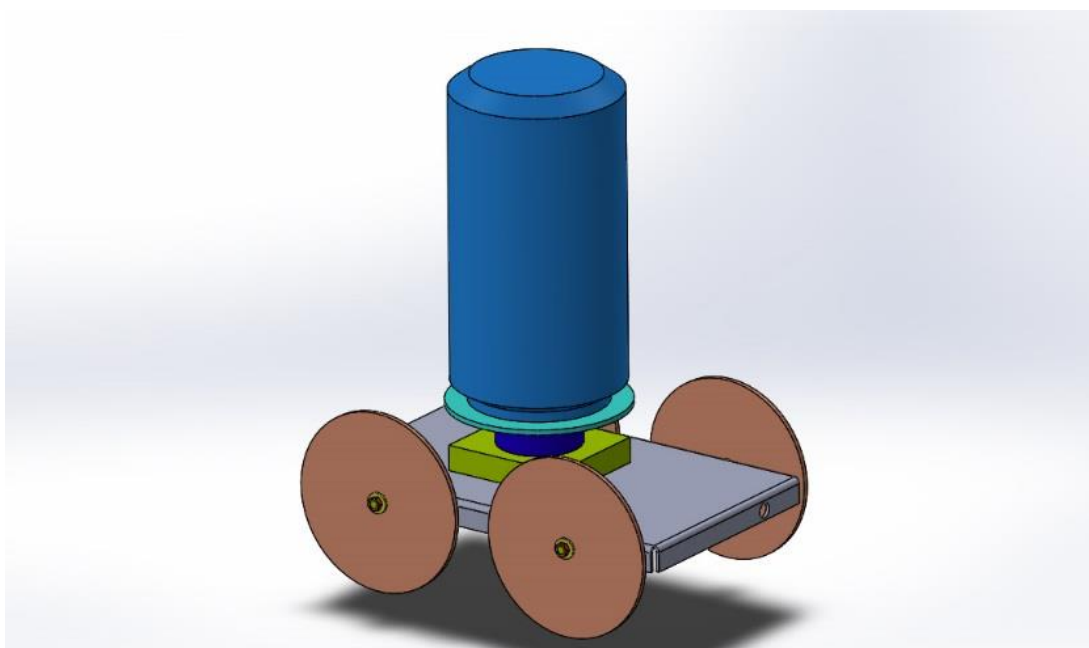
### **Material Instrucional I – Montagem do carro de Flettner**

#### **Resumo**

Este material instrucional mostra em detalhe o procedimento da montagem do Carrinho Flettner utilizado na tese de dissertação “Efeito Magnus e Aplicações” [Medeiros, 2019]. O carrinho foi construído com a ajuda e na oficina de Hercílio Pereira Cordova ([hercilioc@hotmail.com](mailto:hercilioc@hotmail.com)).

## 1. Carrinho Flettner

Neste Capítulo iremos expor a montagem de um dos materiais de aplicação em sala de aula, o carrinho de Flettner (cf. mostra a figura 1.1), utilizado para demonstração do Efeito Magnus [Medeiros, 2019].



**Figura 1.1.** Carro de Flettner

O Carrinho de Flettner consiste em um carro que contém uma estrutura cilíndrica (rotor), que é mantida em rotação por um motor instalado no carro. A ideia original deve-se a Flettner [Nussenzveig 2002], que em 1920, propôs que se poderia substituir as velas de um barco por um cilindro vertical em rotação rápida. Maiores detalhes sobre o movimento do carrinho devido ao efeito Magnus são analisados na dissertação [Medeiros, 2019].

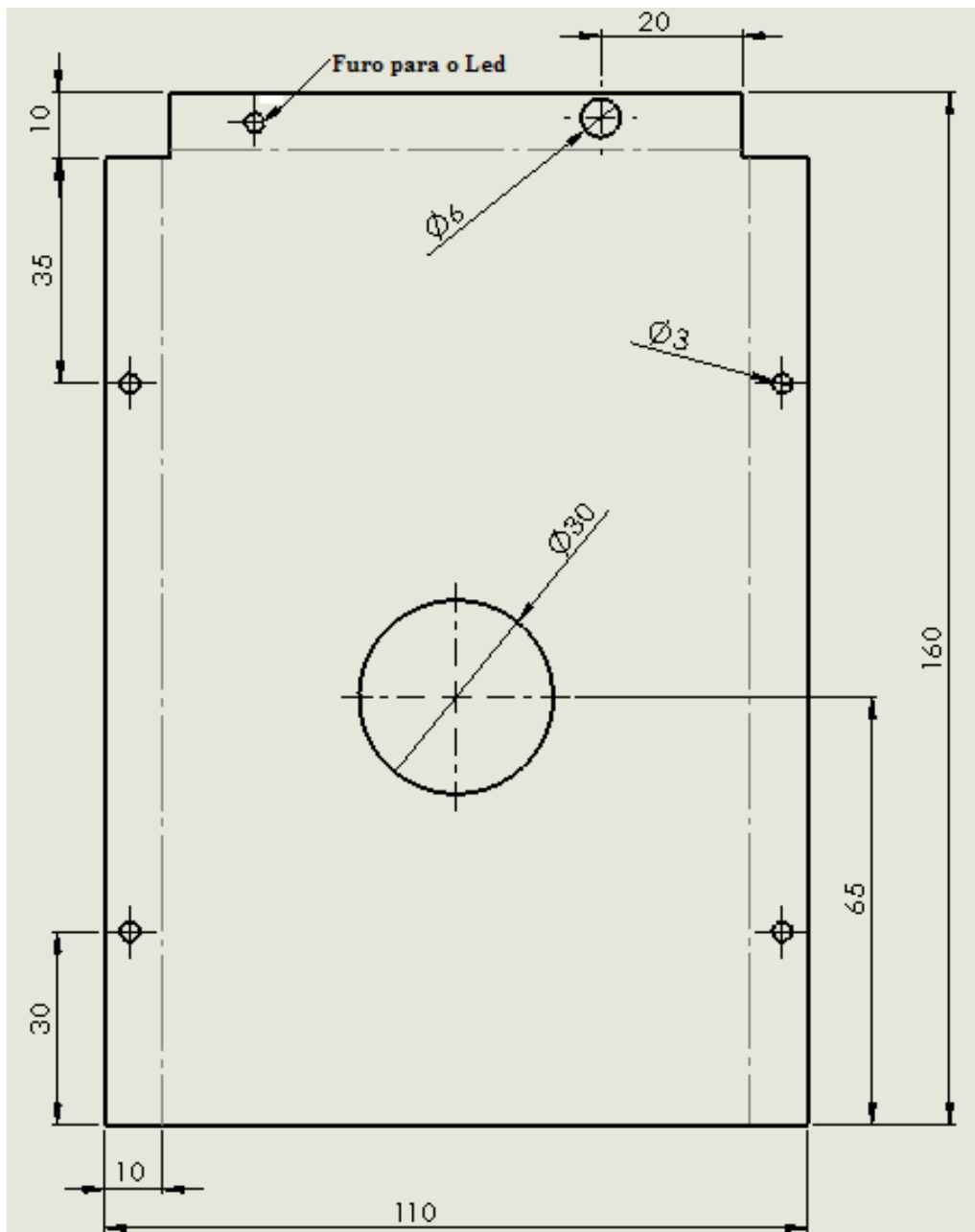
## 1.1 Construção do Carrinho

Nesta subseção vamos apresentar o procedimento para a montagem do carrinho de Flettner.

### *1.1.1 Lista de material para o projeto.*

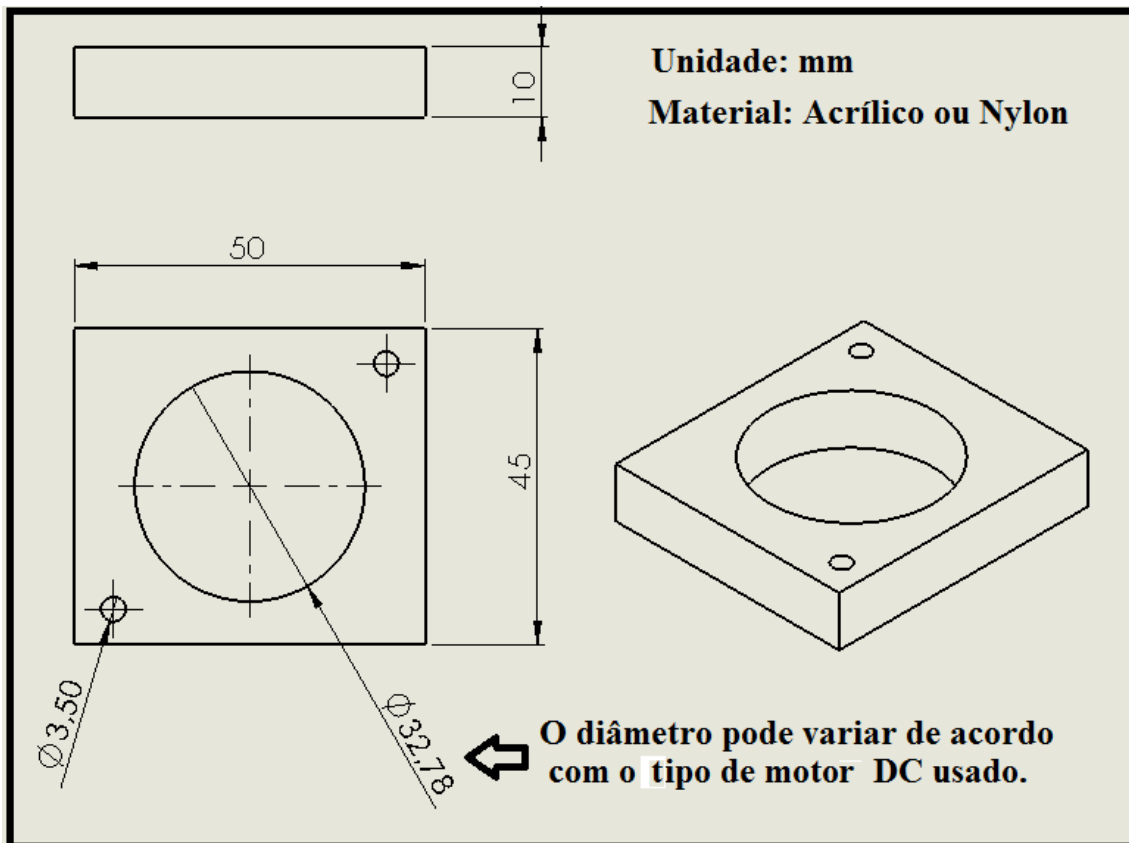
- 1- 1 m Haste rosqueável de 1/8 de polegada.
- 2- 8 arruela de 1/8 de polegada.
- 3- 8 porcas de 1/8 de polegada.
- 4- 2 parafuso M3 cabeça panela de 15mm com porca.
- 5- Acrílico ou Nylon de 50x40mm com 10 mm de espessura.
- 6- Chapa de alumínio de 110x160mm com 1,5mm de espessura;
- 7- Disco de madeira de 70mm de diâmetro com 10 mm de espessura.
- 8- Lata de bebida, lixada e sem a tampa e fundo.
- 9- 10 Chave lig/des alavanca 102 3A.
- 10- Motor DC de 3 V.
- 11- Led difuso verde de 3 mm.
- 12- Resistor de 82 Ohms.
- 13- 20 cm de fio flexível 0,1mm<sup>2</sup>.
- 14- Resina epóxi bicomponente (araldite ou similar)
- 15- Suporte para 2 pilhas AA tipo canoa.
- 16- 7 cm de fita dupla face.

Nas figuras 1.2, 1.3 e 1.4 encontram-se os esquemas para as montagens da base do carrinho, do suporte do motor e um esquema simplificado do motor elétrico.

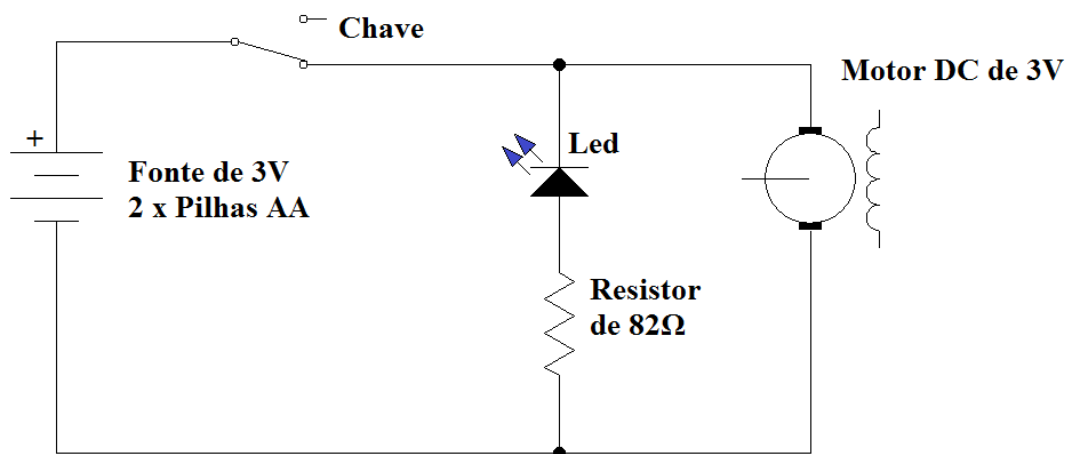


**Observações:** A chapa de alumínio deve ser de 1,5 mm de espessura. As dobras devem ser feitas na linha tracejada. Os furos devem ser feitos antes da operação de dobra. O furo do led deve ser de 3 ou 5 mm.

**Figura 1.2.** Esquema da base do carro

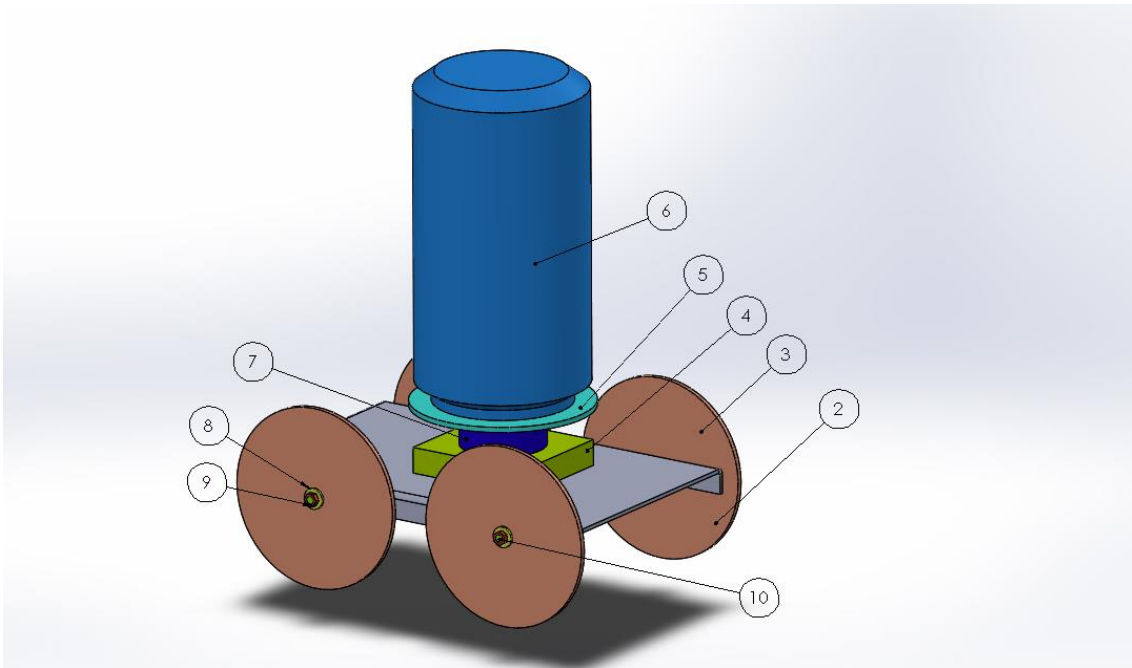


**Figura 1.3.** Medidas do suporte do motor



**Figura 1.4.** Esquema do motor elétrico

### 1.1.2 Descrição das peças.



**Figura 1.5.** Carro de Flettner com o motor

Os nomes das peças da Figura 1.5 estão apresentados abaixo:

- 1- Eixo de haste rosqueável de 1/8 de polegada por 115 mm. 2 unidades.
- 2- Roda de PS com 70 mm dia diâmetro. O furo do eixo é com 3 mm de diâmetro. 4 unidades
- 3- Base de alumínio. Ver desenho técnico com as medidas.
- 4- Suporte do motor. Ver desenho técnico com as medidas.
- 5- Disco de madeira de 70 mm de diâmetro com 10 mm de espessura. O furo no centro deve ter 2 mm de diâmetro. Usar cola araldite para fixar.
- 6- Lata de bebida vazia. Ela deve ter a tampa e o fundo removidas para reduzir a massa e vibrações.
- 7- Motor DC de 3V.
- 8- Arruela de 1/8 de polegada. 8 unidades.
- 9- Porca de 1/8 de polegada. 8 unidades.

## 2. Processo de montagem do carrinho

Os passos para fabricação do carrinho com motor Flettner estão representados abaixo:

### **Passo 1:** Rodas do carrinho (Figura 2.1)

Roda de PS com 70 mm de diâmetro. O furo do eixo é com 3 mm de diâmetro. 4 unidades



**Figura 2.1.** Rodas do carrinho

### **Passo 2:** Base do carinho

A base é de alumínio. Dobras a chapa da base do carrinho de acordo com o esquema técnico.

1. Fazer furos para a passagem do eixo, LED e chave e motor.



**Figura 2.2.** Base do carrinho

2. Com as rodas já prontas, coloque uma roda em cada eixo. Reservando 1 cm para cada roda. (Cf. Figura 2.2).
3. Coloque a eixo já com uma roda nos furos da placa. Em seguida coloque a segunda roda no mesmo eixo. Deixe de 1 a 2 mm de folga para o eixo não travar. (Cf. Figura 2.3).



**Figura 2.3.** Colocando as rodas na base



4. Repita o processo para o segundo eixo. Após a instalação dos dois eixos com as rodas, coloque uma gota de óleo em cada apoio do eixo na chapa da base. Isso vai reduzir o atrito. (Cf. Figura 2.3).



**Figura 2.4.** Base com as rodas

### **Passo 3:** Motor do carrinho

5. Instale o motor no suporte e o fixe no carrinho conforme mostra a Figura 2.5.



**Figura 2.5.** Motor a ser instalado no suporte

6. Conforme mostra a Figura 2.6, cole o suporte de pilhas AA na parte oposta ao motor.



**Figura 2.6.** Pilhas

7. Coloque a chave liga/Desliga e o LED nos locais indicados na figura.
8. Faça a ligação elétrica entre o motor e a chave.
9. Antes de ligar o LED, coloque o resistor de 82 Ohm. Tome o cuidado de verificar a polaridade do LED.

#### **Passo 4:** O Rotor do carrinho

Para o rotor pode ser usado uma latinha de alumínio. (Cf. Figura 2.7).



**Figura 2.7.** Rotor do carrinho

10. Encaixe a base da lata no eixo do motor. É um passo muito crítico, o encaixe deve ser bem concêntrico e o disco deve estar perpendicular ao eixo do motor, do contrário o carrinho irá vibrar.
11. Coloque a lata em cima da base e a centralize. Após conferir se está bem centrada cole com resina epóxi ou mesmo super-cola.



**Figura 2.8.** Carrinho Flettner montado

### **3. Custo total do Carrinho de Flettner**

Nosso objetivo não foi um material de baixo custo para construção do carrinho de Flettner. O gasto total foi de R\$ 140,00 para cada carrinho. Caso o leitor esteja interessado na montagem de um carrinho de Flettner de baixo custo, sugerimos que consulte a referência [Boff 2012].

### **4. Referências Bibliográficas**

[Boff 2012] D. Boff, L. S. Jorge, L. C. Macedo, R. Serejo, W. T. Pinto e W. S. Fonseca, *Demonstração Experimental do Efeito Magnus Utilizando Material de Baixo Custo*, XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Belém-PA, 2012.

[Medeiros 2019] D. G. de Medeiros, *Efeito Magnus e Aplicações*, Dissertação de Mestrado em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2019.

[Nussenzveig 2002] H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica Volume 2: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor*, 4<sup>a</sup> edição revista, São Paulo-SP, 2002.

## **Apêndice 2**

### **Material Instrucional II – Guia do Professor**

#### **Capítulo 1**

##### **Introdução**

Este material instrucional é direcionado aos colegas professores do Ensino Médio que optarem em fugir um pouco do currículo para poder relacionar os efeitos do cotidiano que utilizam o efeito Magnus.

O material está dividido da seguinte forma:

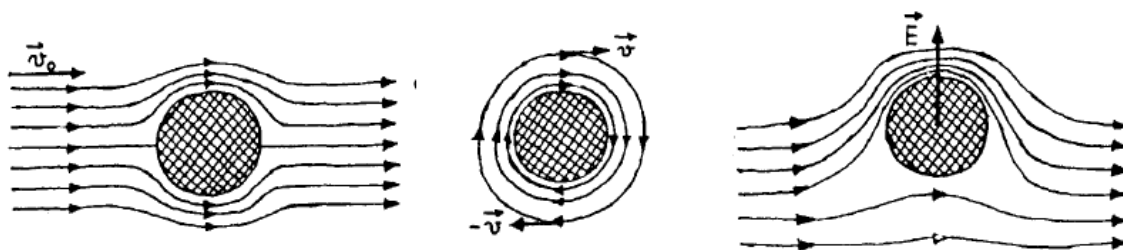
No Capítulo 2, está a intervenção teórica a ser feita pelo professor em sala de aula. No Capítulo 3, está apresentado o plano de aula sugerido. No capítulo 4, colocamos o pré-questionário e no Capítulo 5, apresentamos como o professor realizará cada um dos quatro experimentos usando nesta aula. No Apêndice A, estão as noções teóricas mais aprofundadas, e, no Apêndice B, apresentamos uma outra montagem relacionada ao efeito Magnus, que é o avião de Flettner, discutido no capítulo 4.

## Capítulo 2

### Intervenção teórica

#### 2.1 Descrição qualitativa do efeito Magnus

O efeito Magnus é um fenômeno hidrodinâmico descoberto pelo alemão Heinrich Gustav Magnus, no século XIX, onde a trajetória de um corpo quando é imerso em um fluido (Líquidos ou gases) muda devido a rotação do corpo. Essa trajetória é dada pela superposição entre os movimentos de rotação e translação. (ver a Figura 2.1)



**Figura 2.1** Exemplo de aplicação do “Efeito Magnus”, num cilindro com rotação.  
(NUSSENZSVEIG, 2001)

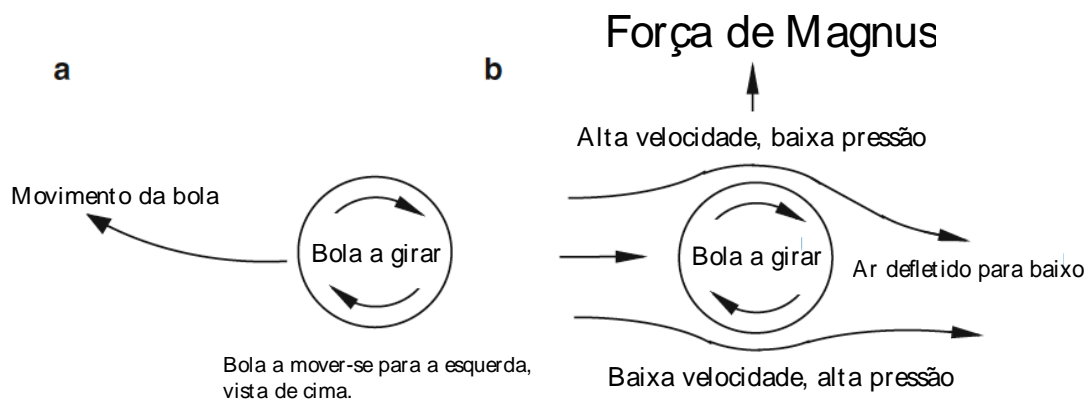
A explicação do efeito Magnus, embora tão presente no dia-a-dia do jogador amador de futebol, é bastante complexa conforme veremos no apêndice A. Entretanto, no Ensino Médio podemos motivar e explicar de forma bastante satisfatória o efeito Magnus. Curiosamente, lançaremos mão da mesma explicação de Isaac Newton, citada no Capítulo 1 desta dissertação: princípio da ação e reação.

Primeiramente, o aluno já está familiarizado com a resistência do ar. Isto faz parte do seu cotidiano. Assim não há problemas em fazê-los compreender que o ar é um fluido e que há interação do ar com os objetos.

A discussão sobre viscosidade, também não traz grandes problemas, os alunos intuem que o mel é mais viscoso do que a água. Agora daremos a explicação de viscosidade como atrito entre o líquido e o objeto.

Com isto podemos dar uma explicação qualitativa do efeito Magnus: Suponhamos uma bola que gira no sentido horário num eixo em direção ao leitor para a esquerda, como mostra a Figura 2.2. Vamos para o referencial do centro de massa da

bola. Neste caso o ar que se move para direita, conforme ilustra a figura 2.10b. Notemos que devido ao atrito entre o ar e a bola, o ar é defletido para baixo, portanto, pela Terceira lei de Newton, a bola deve sofrer uma força para cima. Esta força é chamada de força de Magnus.



**Figura 2.2.** Explicação qualitativa do efeito Magnus. Adaptado de (CROSS, 2011, p.45)

## Capítulo 3

### Plano de Aula

O professor destinará dois tempos de 50 minutos para aplicação. Nesta dissertação esta proposta foi aplicada nas turmas da 1º série e na 2º série, mas creio que uma aplicação mais consistente seja feita numa turma de 3º série pois os estudantes já que estão mais maduros nos conceitos de física.

A atividade pode ser proposta através do método POE (Predizer, Observar, Explicar). Os alunos fazem um pré-questionário, onde observam e experimentam o fenômeno e depois com base na intervenção do professor explicam-no. Os experimentos que podem ser usados são: uma bola colorida, o carrinho Flettner, um cilindro de papel e o avião Flettner.

#### 3.1 Roteiro didático

O roteiro da aula pode ser aplicado da seguinte maneira:

**Passo 1:** Pergunta-se se eles já haviam lido ou visto algo sobre o “Efeito Magnus” e se sabiam o que era. A resposta pela maioria deve ser “não”. Partindo do princípio que ninguém o conheça, então faz-se uma pergunta simples. Se uma bola for chutada com efeito o que acontece? Provavelmente, eles responderão que faz uma curva por causa do efeito. Nessa hora, o professor pode explicar sobre o efeito Magnus, qualitativamente, usando apenas a terceira lei de Newton.

**Passo 2:** O professor poderá usar o questionário abaixo que contém 10 questões para que os estudantes possam marcar suposta a trajetória dos objetos quando giram e quando não giram. O tempo para eles responderem pode ser de 20 minutos. O ideal seria que fizessem sozinhos, mas se o professor achar melhor pode dar a opção em fazer em duplas ou em grupos para poderem discutir sobre as trajetórias.

**Passo 3:** Aplicação do questionário apresentado no capítulo 4.



**Passo 4:** Após o tempo para os alunos responderem o questionário, o professor poderá passar para a Intervenção Teórica (conforme a seção 2.1) e a correção deve ser feita usando cada experimento (conforme o capítulo 5).

**Passo 5:** O professor pode começar pela bola, por ser de mais fácil manuseio. Este experimento está descrito na seção 5.1. A bola tem que ser leve, podendo ser uma grande ou uma pequena de plástico.

**Passo 6:** Procede-se a execução do experimento 2, conforme a seção 5.2.

**Passo 7:** Procede-se a execução do experimento 3, de acordo a seção 5.3.

**Passo 8:** Procede-se a execução do experimento 4, conforme descrito na seção 5.4.

## Capítulo 4

### Pré-questionário de Aplicação

(Questão 1) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura?

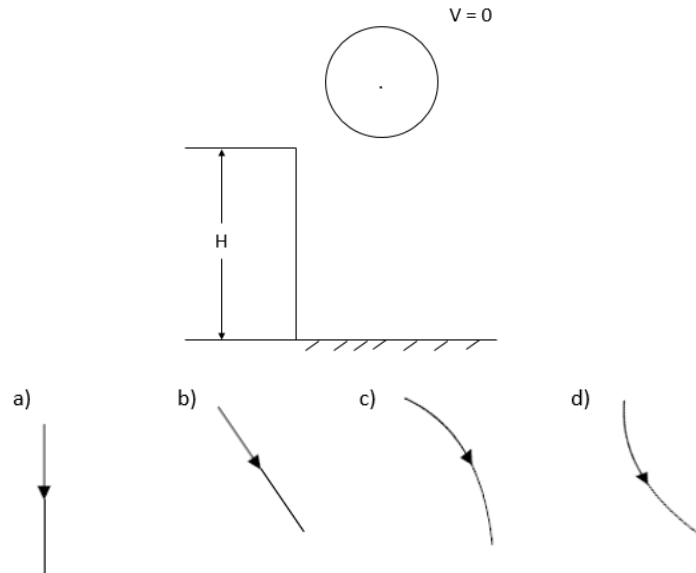


Figura 4.1. Questão 1

**Resposta: Letra A**

(Questão 2) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura sendo rotacionada para frente ?

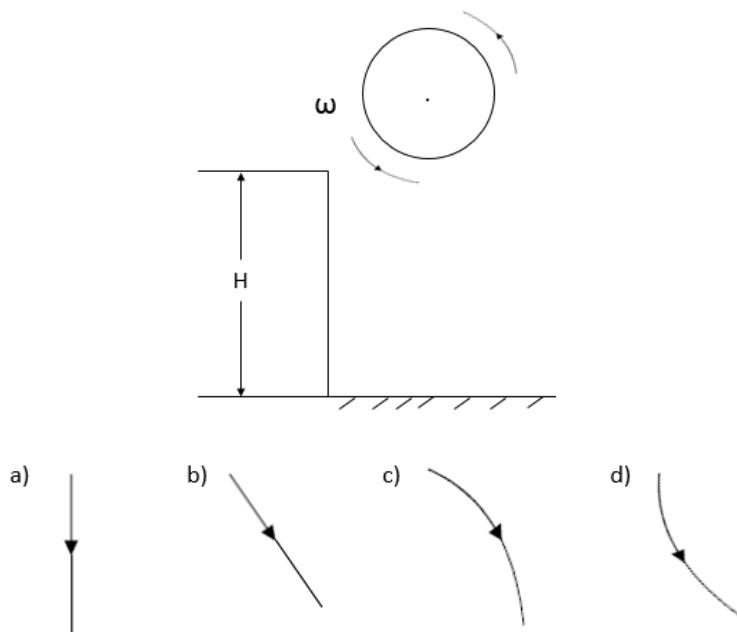


Figura 4.2. Questão 2

**Resposta: Letra D**

(Questão 3) Qual seria a trajetória de um bloco após abandonar o plano inclinado?

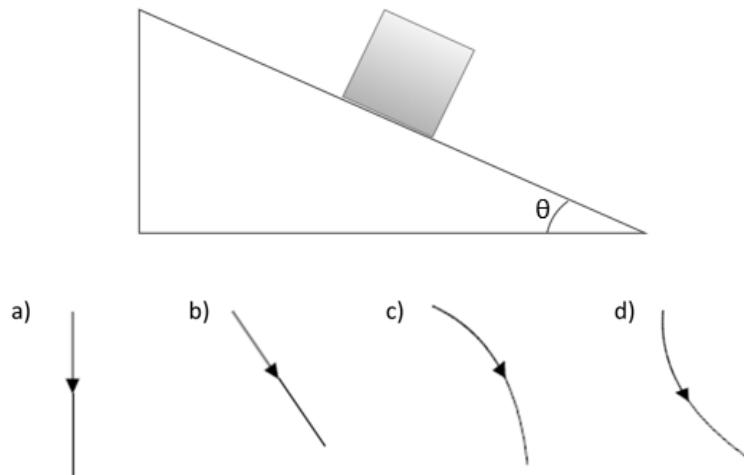


Figura 4.3. Questão 3

**Resposta: Letra C**

(Questão 4) Qual seria a trajetória de um cilindro feito de papel após abandonar um plano inclinado?

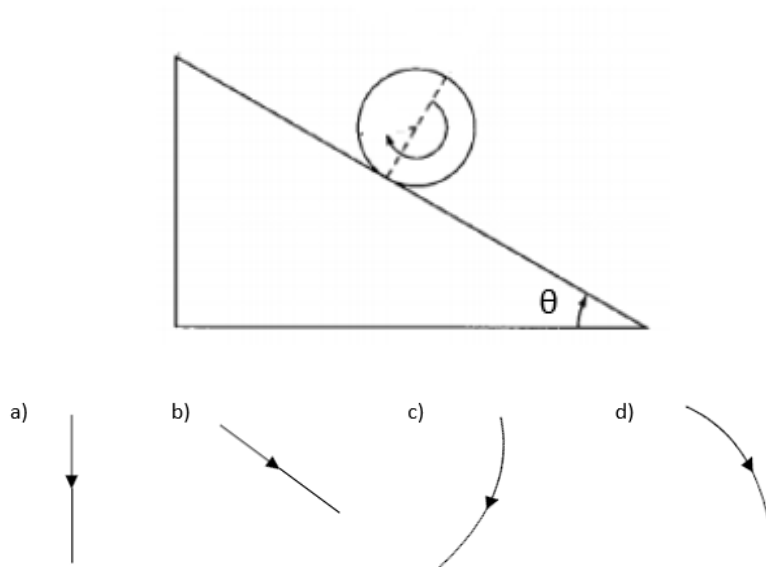


Figura 4.4. Questão 4

**Resposta: Letra C**

(Questão 5) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?

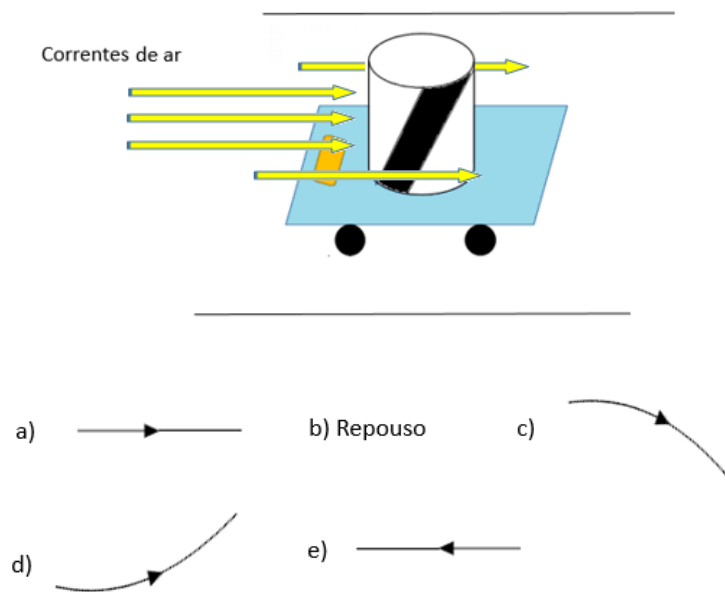


Figura 4.5. Questão 5

**Resposta: Letra A**

(Questão 6) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

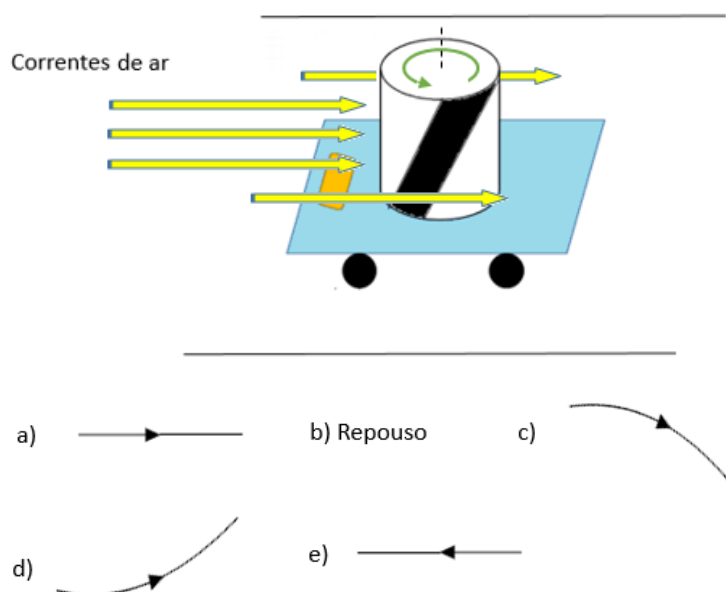


Figura 4.6. Questão 6

**Resposta: Letra A**

(Questão 7) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?

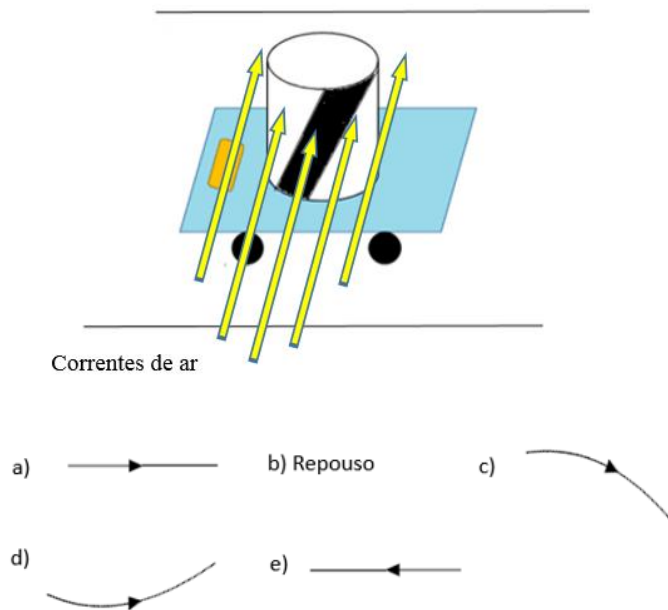


Figura 4.7. Questão 7

**Resposta: Letra B**

(Questão 8) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?

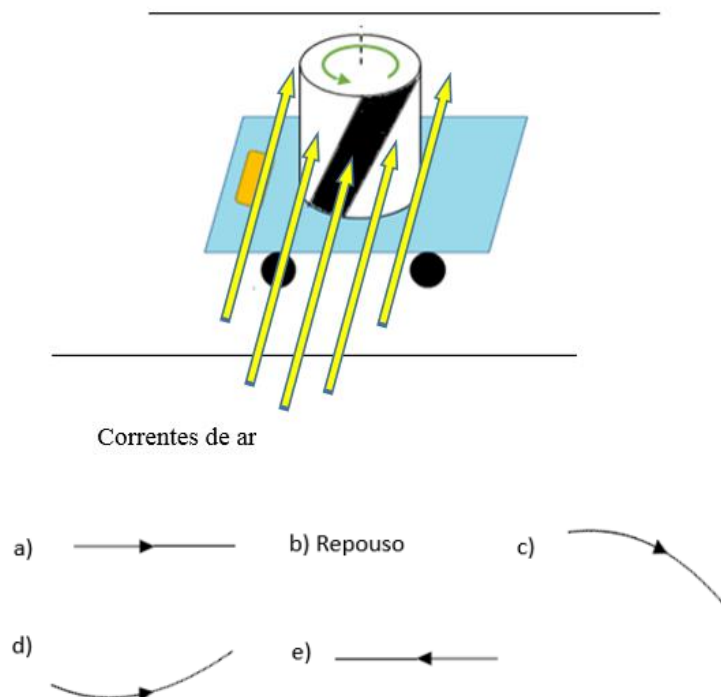


Figura 4.8. Questão 8

**Resposta: Letra A**

(Questão 9) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?

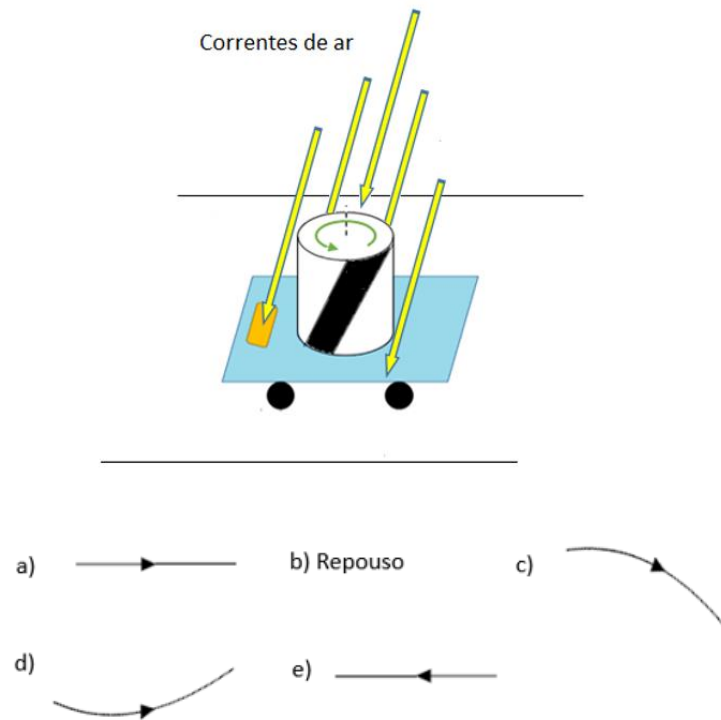


Figura 4.9. Questão 9

**Resposta: Letra E**

(Questão 10) Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?

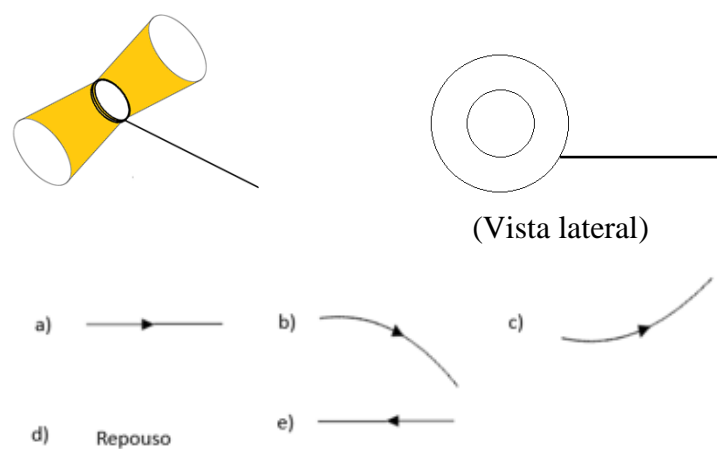


Figura 4.10. Questão 10

**Resposta: Letra C**

## Capítulo 5

### Experimentos

#### 5.1 Experimento 1 – Bola



**Figura 5.1.** Lançamento da bola

O professor pode começar pela bola, por ser mais fácil o manuseio (cf. mostra a figura 5.1). Para primeira questão deve-se abandonar uma bola de uma certa altura. A bola tem que ser leve, podendo ter qualquer tamanho. Esta questão terá um alto índice de acerto

(Questão 1) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura ?

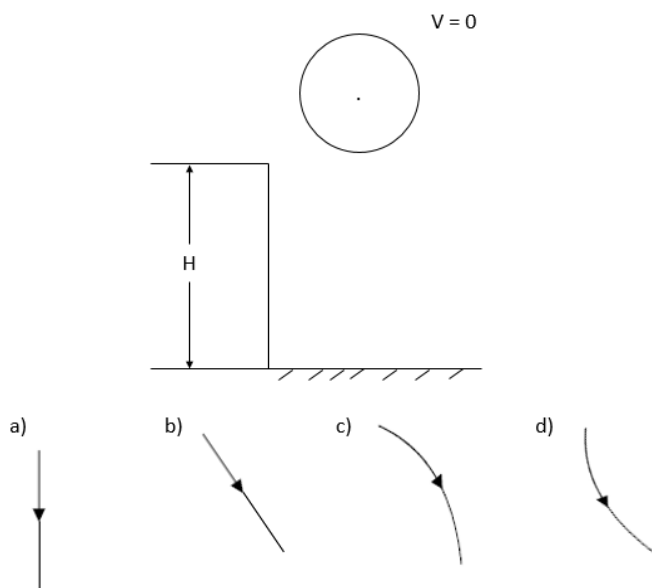


Figura 5.2. Questão 1

**Resposta: Letra A**

Para a questão 2, o professor continuará a abandonar a bola da mesma altura, só que agora ele irá dar uma rotação inicial a bola com as mãos para frente. Se a altura for suficiente (como a bola lançada do segundo andar), os alunos poderão ver que a trajetória não será a mesma da bola sem rotação da questão 1 e deve ser aqui que eles verão a diferença entre os corpos que giram e os que não giram.

(Questão 2) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura sendo rotacionada para frente ?

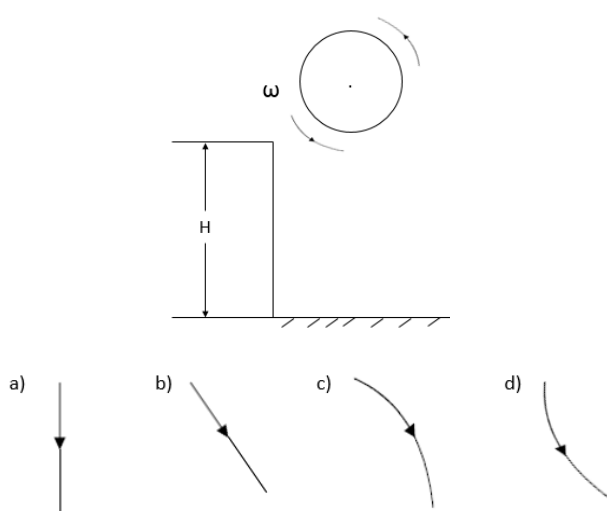


Figura 5.3. Questão 2

**Resposta: Letra D**



Após as duas experiências, se o professor tiver acesso a internet, pode-se mostrar depois para os alunos o famoso vídeo de uma bola de basquete caindo de uma represa. Segue o link youtube [<https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo> ] conforme mostra a figura 5.4.



**Figura 5.4.** Foto do vídeo do YouTube na página <https://www.youtube.com/watch?v=M4aBTinRENo>

## 5.2 Experimento 2 – Plano inclinado



**Figura 5.5.** Execução do Experimento 2

Para as questões 3 e 4, o professor pode usar a mesa como um plano inclinado. Para a questão 3, o professor pode usar, por exemplo, o apagador.

(Questão 3) Qual seria a trajetória de um bloco após abandonar o plano inclinado?

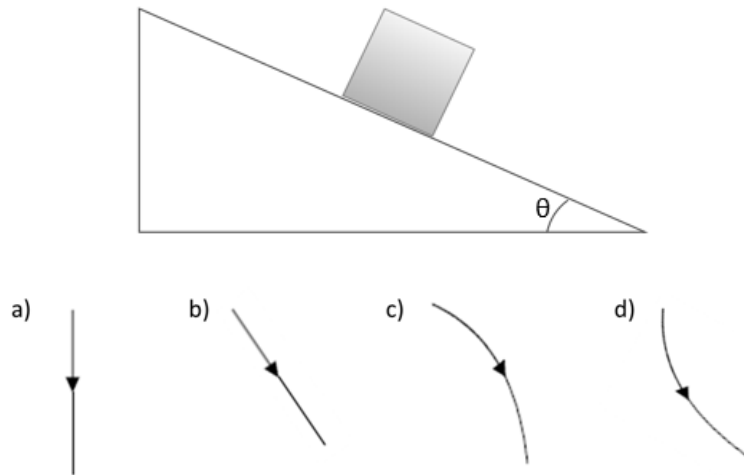


Figura 5.6. Questão 3

**Resposta: Letra C**

Na próxima questão, o professor deverá fazer um cilindro simples de papel e uma fita adesiva para prender e com isso observar o efeito, conforme ilustrado na figura 5.7. Novamente irá inclinar a mesa, fazendo um plano inclinado e com isso abandonará o cilindro no alto do plano para que ele “role” sobre o mesmo. Ao abandonar o plano os alunos poderão notar que ele não seguirá a mesma trajetória de antes com o apagador.

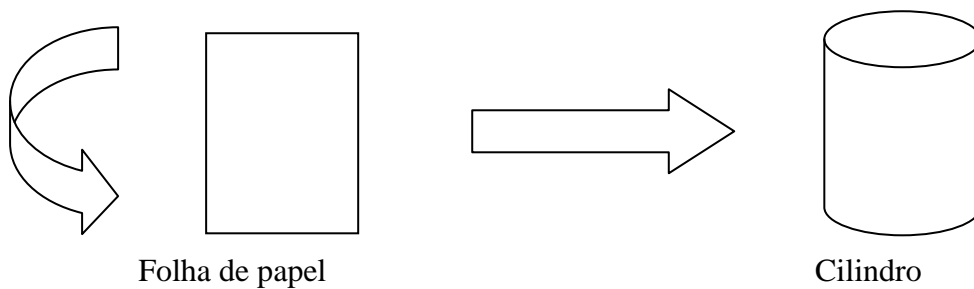


Figura 5.7. Como fazer o cilindro de papel para execução do experimento na questão 4

(Questão 4) Qual seria a trajetória de um cilindro feito de papel após abandonar um plano inclinado?

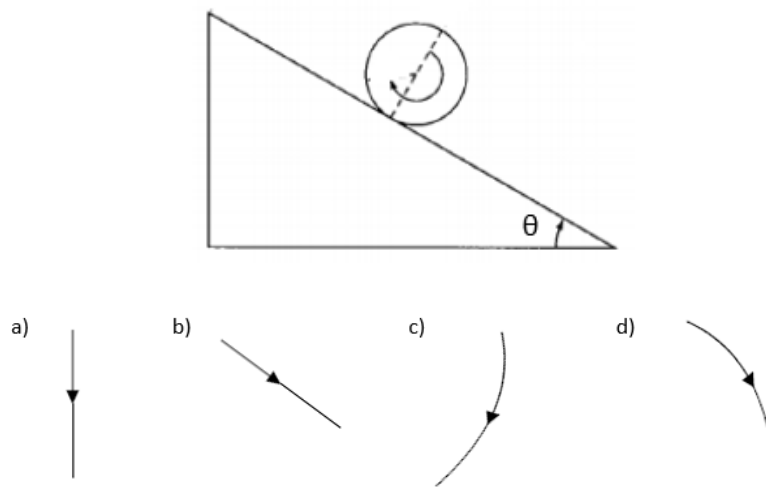


Figura 5.8. Questão 4

**Resposta: Letra C**

### 5.3 Experimento 3 – Carrinho Flettner

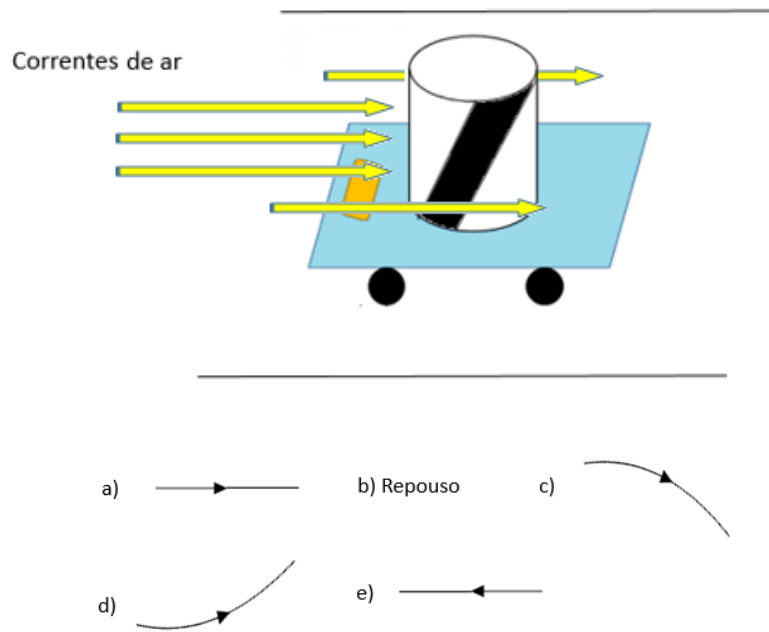
Nas questões 5, 6, 7, 8 e 9 são onde abordam o carrinho de Flettner. Toda montagem do carrinho estará disponível no Material Instrucional I. Vale lembrar que além do carrinho, o professor deverá duas pilhas AA para o carrinho e levar um secador ou um ventilador, sendo aquele mais viável, para produzir uma corrente de ar para experiência. O material usando está ilustrado na figura 5.9.



Figura 5.9. O carrinho de Flettner e o secador de cabelo usado no experimento 3.

Para resolver a questão 5, o professor deverá manter o rotor desligado e colocar a corrente de ar produzido pelo secador atrás do carrinho. Certamente quase todos os alunos deverão acertar. Mas a ideia é para se ter uma comparação quando ele estiver parado e quando estiver girando.

**(Questão 5)** Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?



**Figura 5.10.** Questão 5

**Resposta: Letra A**

Nesta o professor fará a mesma coisa da questão anterior, mas o que difere é que agora o rotor estará ligado. Com o carrinho girando eles devem achar que pode ter alguma pegadinha e tem, mas não neste caso. Quando for colocado a corrente de ar atrás do carrinho eles irão ver que logo o carrinho irá para frente. Aí já devem vir algumas perguntas da parte deles como “ué foi para frente também, mas não era da mesma ideia que a bola”. Só que no caso do carrinho existem as rodinhas e o atrito com o chão. Se o professor achar necessário pode-se separar um tempo para se explicar mais sobre o atrito.

(Questão 6) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

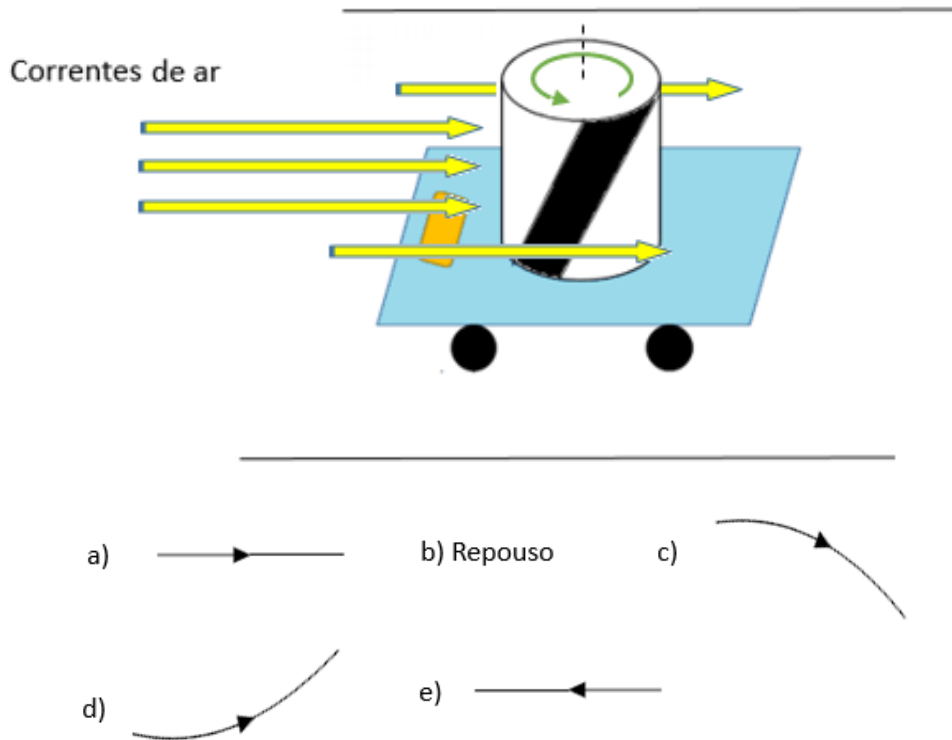


Figura 5.11. Questão 6

**Resposta: Letra A**

Na questão 7, o professor volta a fazer a experiência com o rotor desligado para se ter um parâmetro de comparação, só que agora ele mudará a posição da corrente de ar. Irá colocar ao lado do carrinho, neste caso é bem fácil para o aluno observar que o carrinho ficará em repouso. A não ser se for uma corrente de ar muito forte que acabe tombando o carrinho, mas não é este o caso.

(Questão 7) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?

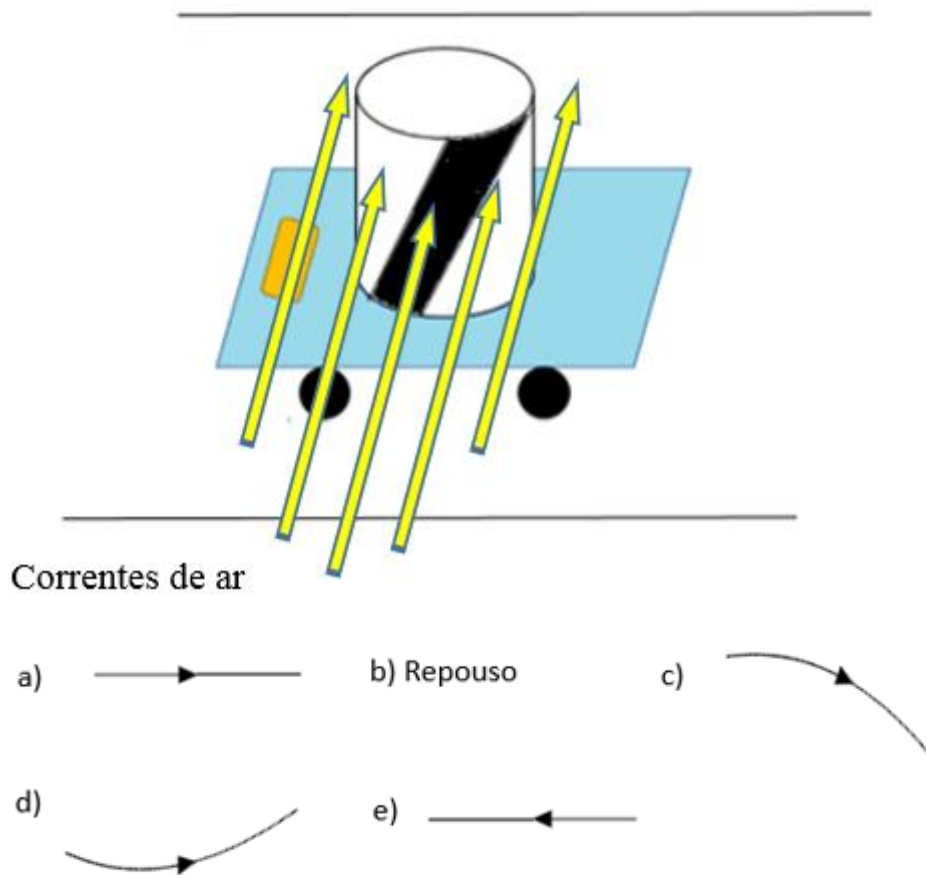


Figura 5.12. Questão 7

**Resposta: Letra B**

O professor novamente colocará a corrente de ar ao lado do carrinho, mas agora com o rotor ligado e a partir desta questão (questão 8) é que eles começam a ficar impressionados, pois quem poderia imaginar que uma corrente de ar numa direção poderia ocasionar um movimento transversal. Espera-se que os alunos respondam a letra B, em repouso, já que o atrito entre as rodas e o piso não permitiriam o movimento da corrente de ar. Neste momento sugere-se que o professor explique como funciona a parte teórica.

(Questão 8) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?

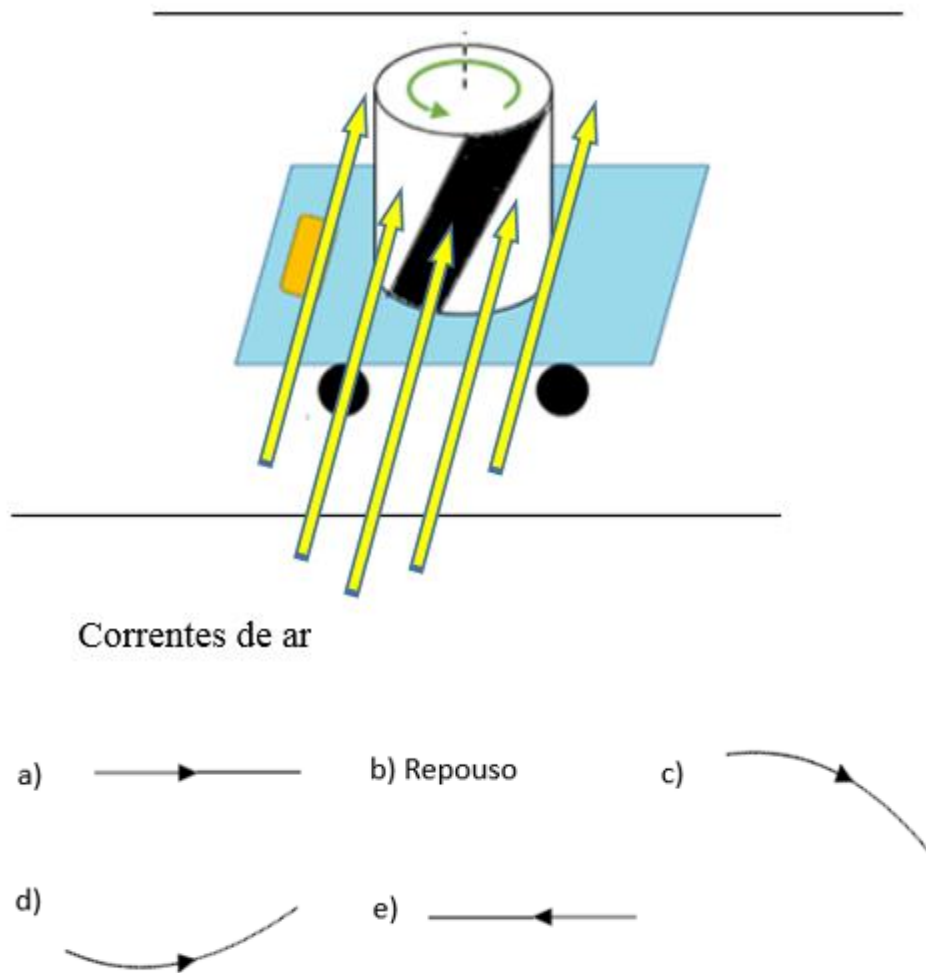


Figura 5.13. Questão 8

**Resposta: Letra A**

Agora o professor mudará novamente o sentido da corrente de ar e colocará do outro lado (deflexão de  $180^\circ$ ). Alguns alunos deverão achar que o carrinho seguirá o mesmo sentido já outros após a explicação qualitativa usando a terceira lei de Newton notarão que o sentido de movimento deve ser o contrário da questão anterior.

(Questão 9) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?

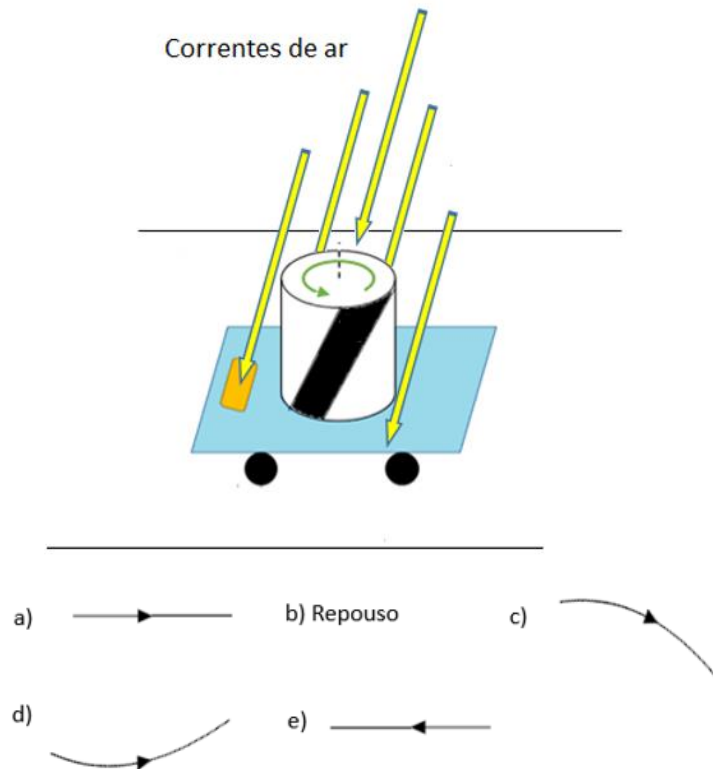


Figura 5.14. Questão 9

**Resposta: Letra E**

#### 5.4 Experimento 4 – Avião de Flettner



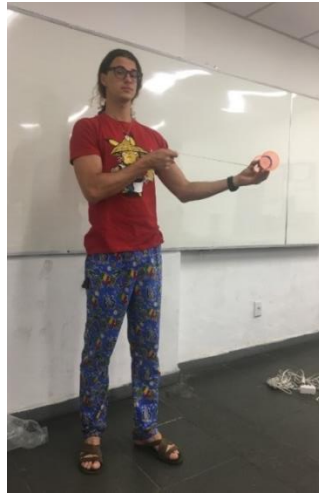
Figura 5.15 .Avião de Flettner.

A montagem deste experimento está no Apêndice B. Apesar de ser um experimento simples, o professor deverá ter cuidado por causa do elástico.

Agora estique e amarre o elástico entre os copos dando duas voltas. Para lançar esses copos você deve segurar o centro dos copos com os dedos de uma mão e com a

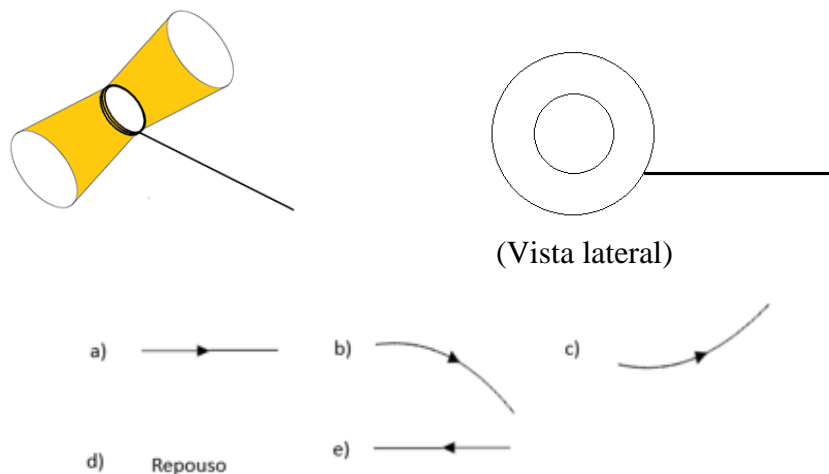


outra mão esticar a ponta do elástico que deve ficar na parte de baixo dos copos e para frente. Depois, mantenha a ponta do elástico firme entre os dedos e solte os copos.



**Figura 5.16.** Execução do experimento 4.

**(Questão 10)** Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?



**Figura 5.17.** Questão 10

**Resposta: Letra C**

Após ter mostrado os experimentos e os alunos corrigirem as questões e firmando o conceito, o professor poderá dar a chance de os alunos de usarem os experimentos. Se ainda sobrar um tempo, o colega, poderá mostrar o navio Flettner (cf. o capítulo 1 da Dissertação) que faz uso do efeito Magnus.

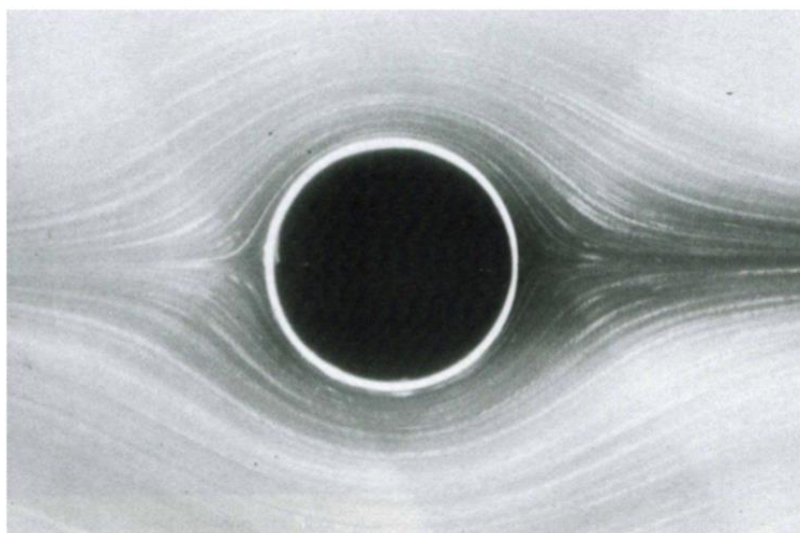
## Apêndice A

### Noções teóricas mais aprofundadas

#### A.1 Forças sobre um corpo em movimento imerso num fluido

Quando um corpo move-se imerso num fluido, é claro que haverá forças de resistência a este movimento. De maneira simplificada, consideraremos dois tipos de força: (i) *forças de sustentação*<sup>2</sup>, que são perpendiculares à velocidade do corpo e (ii) *forças de arrasto*, que são antiparalelas à velocidade do corpo.

Para estudar estas forças, como é muito complicado seguir o movimento de um corpo imerso em um fluido, deixamos o centro de massa do corpo em repouso enquanto o fluido se move com respeito ao corpo. Nas figuras A.1 e A.2 vemos alguns regimes de escoamento do fluido realizados em túneis de ar. Na figura A.1, o escoamento é chamado de *laminar*, pois as linhas de corrente do fluido movem-se em camadas.



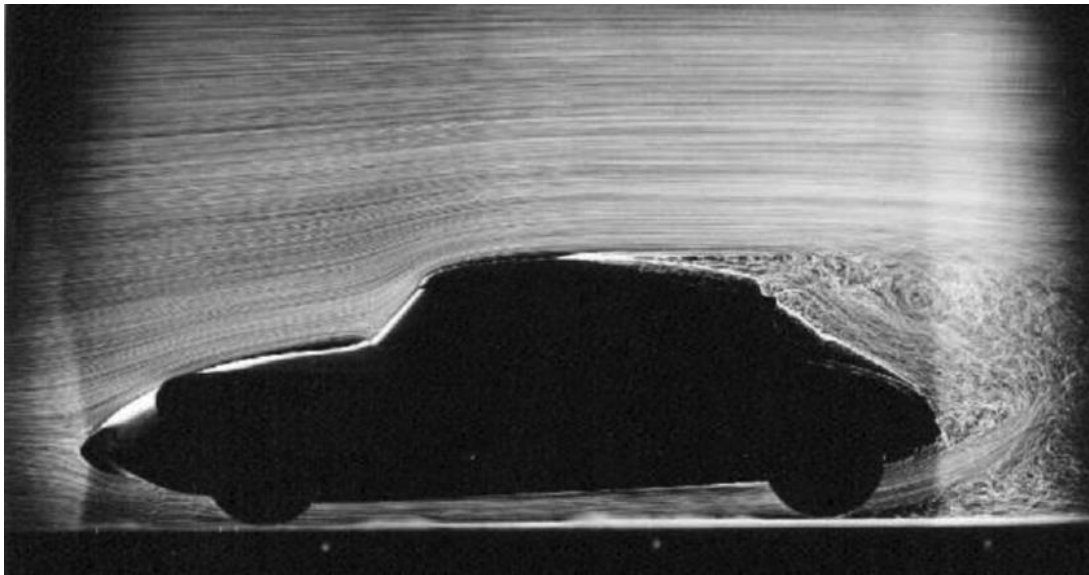
**Figura A.1.** O escoamento de um fluido a baixas velocidades ao redor de uma esfera. As linhas de corrente são visíveis após colocar-se pó de alumínio, bastante fino, no fluido. Fonte:

(AGUIAR, 2005)

---

<sup>2</sup> Cabe um comentário sobre a nomenclatura. O nome força de sustentação vem da sua utilização em aerodinâmica (VON KARMAN, 2004). Este nome muitas vezes é enganoso, pois sendo uma força perpendicular à trajetória do corpo, não necessariamente é uma força vertical.

Na figura A.2, notemos que o escoamento do fluido distante do carro continua a ser laminar, entretanto, na traseira, há formação de vórtices, e as linhas de corrente agora misturam-se entre si, de forma aparentemente caótica. Este é o chamado escoamento *turbulento*. Veremos as condições para que ele ocorra e a sua importância na explicação do efeito Magnus ainda neste capítulo.

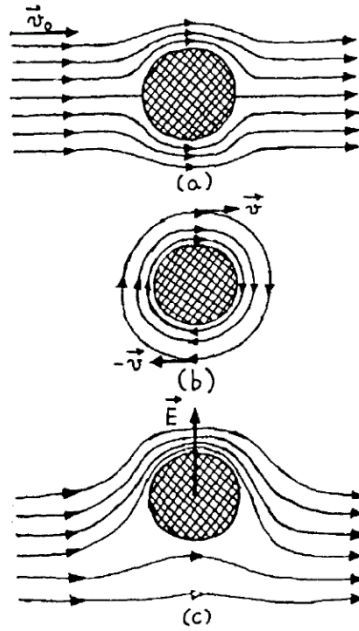


**Figura A.2:** Um automóvel num túnel de vento. As linhas de corrente são visíveis após colocar-se pó de alumínio, bastante fino, no fluido. Fonte: (AGUIAR, 2005)

### *A.1.1 Forças de Sustentação*

Lord Rayleigh (RAYLEIGH, 1877) investigou o fluxo de um fluido através de um cilindro circular. Seu primeiro experimento foi deixar o cilindro em repouso. Seu resultado foi de que não haveria forças de sustentação sobre o cilindro. Num segundo experimento, ele pôs o cilindro a girar, esta superposição entre o movimento circular do cilindro e o fluxo uniforme do fluido levaria segundo seu modelo uma força perpendicular à direção da velocidade do fluido.

Ele então segue a sua explicação baseada no esquema mostrado na figura A.3. Em (a), temos o cilindro em repouso, e vemos as linhas de escoamento laminar do fluido com velocidade  $v_0$ . Em (b) temos que o cilindro em rotação, gerando as linhas de corrente indicadas. Em (c), há a superposição de (a) com (b), mostrando a distorção das linhas de corrente devido à rotação do cilindro.



**Figura A.3.** Esquema usado por Lord Rayleigh para explicar o efeito Magnus. Fonte: (NUSSENZVEIG, 2001).

Segundo a equação de Bernoulli, que descreve a conservação de energia num fluido incompressível em movimento, temos que ao longo de cada linha de corrente, a soma da pressão com a densidade de energia mecânica do fluido é constante, *i.e.*

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g z = C, \quad (\text{a.1})$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $v$  a sua velocidade,  $p$  é pressão,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $z$  é a altura do ponto na linha de corrente em relação ao “zero” da energia potencial gravitacional. Usando a equação (a.1), Lord Rayleigh mostra que há uma diferença de pressão - maior na parte de baixo e menor na parte de cima - gerando a força de sustentação observada experimentalmente.

Para um cilindro girando em torno de seu eixo de simetria a força de Magnus pode ser escrita como

$$\vec{F}_M = \frac{1}{2} C_M \rho A r \vec{\omega} \times \vec{V}, \quad (\text{a.2})$$

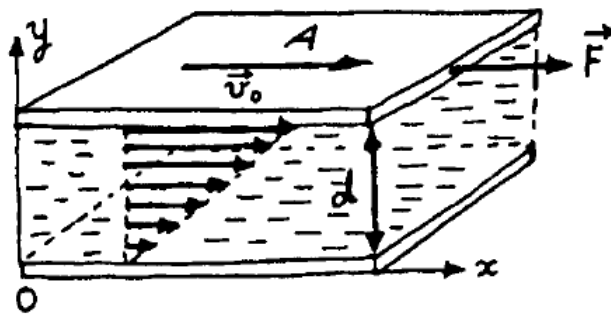
onde  $\vec{\omega}$  é o vetor velocidade angular do cilindro,  $\vec{V}$  é a velocidade do cilindro em relação ao fluido,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $A$  é a área da seção transversal do cilindro

e  $r$  é seu raio. O parâmetro  $C_M$  é o chamado coeficiente de Magnus. Notemos que a força de sustentação é perpendicular à velocidade do fluido. O coeficiente de Magnus é determinado experimentalmente e via de regra é positivo e da ordem da unidade. Resultado semelhante vale para uma esfera em rotação.

### A.1.2 Forças de Arrasto e descolamento da camada limite

Vimos que embora aparentemente satisfatória, faltou um ingrediente fundamental na explicação de Lord Rayleigh para o efeito Magnus, que foi considerar o atrito entre o fluido e o objeto girante.

A viscosidade é o atrito existente entre as camadas do fluido e entre o fluido e alguma superfície de contato. O primeiro modelo simples de viscosidade é devido à Isaac Newton, que brevemente exporemos aqui (NUSSENZSVEIG, 2001).



**Figura A.4.** Escoamento viscoso. Fonte: (NUSSENZSVEIG, 2001)

Consideremos o esquema representado na figura A.4 para representar o escoamento viscoso. Seja uma camada de fluido entre duas placas paralelas de área  $A$  e distância  $d$ . Experimentalmente, nota-se que num fluido real em contato com um sólido está sempre em repouso em relação à superfície. A placa superior é puxada com força constante  $\vec{F}$ , de modo que se move com velocidade constante  $\vec{v}_0$ . A camada de fluido próxima a placa superior possui velocidade  $\vec{v}_0$  enquanto a camada do fluido em contato com a placa inferior fica em repouso. Gera-se então um gradiente vertical de velocidade, dado por

$$\vec{v}(y) = \frac{v_0}{d} y \hat{x}. \quad (\text{a.3})$$

Para a maioria dos fluidos, obtém-se experimentalmente que

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d} \quad (\text{a.4})$$

onde  $\mu$  é uma constante chamada de *coeficiente de viscosidade* do fluido. No Sistema Internacional sua unidade é  $\text{Ns/m}^2$ . Entretanto utiliza-se bastante a unidade não SI, denominado de centipoise (cp), cuja relação com o Sistema internacional é  $1\text{cp} = 10^{-2}$  poise =  $10^{-3} \text{Ns/m}^2$ . Fluidos para os quais vale a relação (a.4) são chamados fluidos Newtonianos.

Por completeza, a equação que descreve a dinâmica de um fluido viscoso, denominada de equação de *Navier-Stokes*, na aproximação de que o coeficiente de viscosidade não varia no fluido, é dada por (LANDAU, 1987)

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \left( \zeta + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla(\nabla \cdot \vec{v}), \quad (\text{a.5})$$

onde  $\zeta$  é chamado de coeficiente de segunda viscosidade. A solução desta equação, bem como suas condições de regularidade, ainda são temas atuais de pesquisa em física e em matemática. Inclusive figura entre os famosos problemas do Milênio do Clay Mathematical Institute (CLAY, 2019).

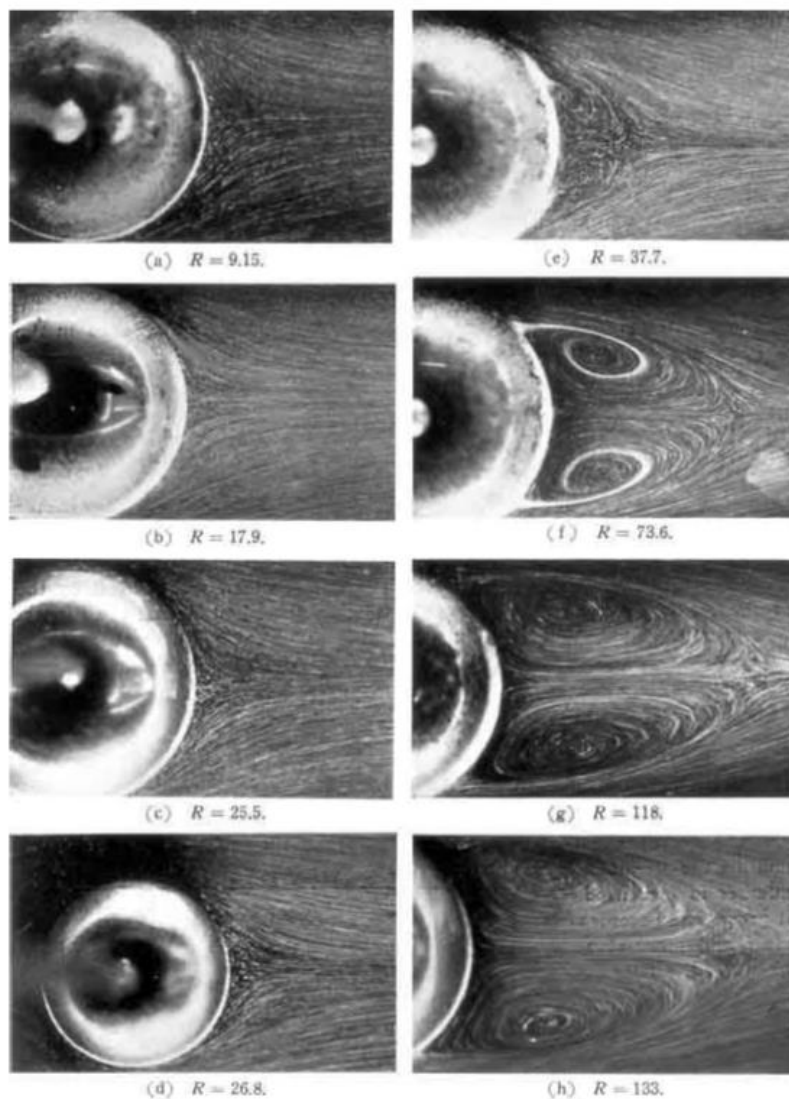
Desprezando as forças gravitacionais, num fluido agem forças de viscosidade e de pressão. As forças são relacionadas à mudança temporal do momento linear. Se definirmos, uma escala de comprimento característico do objeto, como por exemplo, seu diâmetro, denotando-o como  $d$ , definimos a escala de tempo dos fenômenos por  $d/v$ , onde  $v$  é a velocidade do objeto. Para obtermos a variação temporal do momento linear do objeto façamos a seguinte estimativa, o momento linear do fluido é dado por  $\rho d^3 v$ , onde  $\rho$  é a densidade do fluido assim a variação temporal desta quantidade será dada por  $\rho d^3 v \times \frac{v}{d} = \rho d^2 v^2$ .

De acordo com a equação (a.4), a força de viscosidade que atua em uma unidade de área é proporcional a  $\frac{\mu v}{d}$ . Assim a força de viscosidade total é dada por  $\frac{\mu v}{d} \times d^2 = \mu v d$ .

Podemos então calcular a razão entre as forças de pressão e de viscosidade, encontramos o número de Reynolds

$$\mathcal{R} = \frac{\text{Inércia}}{\text{Viscosidade}} = \frac{\rho d^2 v^2}{\mu v d} = \frac{\rho d v}{\mu} = \frac{v d}{\eta}, \quad (\text{a.6})$$

onde  $\eta = \frac{\mu}{\rho}$  é chamado de coeficiente de viscosidade dinâmica. Quando o número de Reynolds é pequeno, os efeitos da viscosidade são muito maiores que os da inércia, neste caso o escoamento é laminar. Quando o número de Reynolds aumenta, formam-se turbilhões e as linhas de corrente deixam de ser individualizadas. É o chamado *escoamento turbulento*.



**Figura A.5.** Formação de vórtices com o aumento da velocidade de escoamento do fluido.

Fonte: (AGUIAR, 2004).

Comecemos por olhar a força de resistência do fluido na direção da velocidade de movimento do objeto. Esta força é chamada de *força de arrasto*. Ela possui sentido oposto e mesma direção da velocidade do objeto. Na figura A.5 vemos o experimento de uma esfera em repouso imersa num fluido em movimento. Inicialmente, a velocidade do fluido é pequena de modo que número de Reynolds seja pequeno, (cf. mostra as figuras A.5a-A.5d), o escoamento é laminar e se medirmos a força de arrasto será proporcional à velocidade de escoamento do fluido. Aumentando a velocidade de escoamento (figuras A.5e a A.5h) vemos a formação de vórtices inicialmente distribuídos num padrão regular.

Experimentalmente, modulo da força de arrasto é dado por

$$F_A = \frac{1}{2} C_A \rho A v^2, \quad (\text{a.7})$$

onde  $C_A$  é o coeficiente de arrasto,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $A$  é área da secção transversal do objeto e  $v$  a velocidade do objeto. Note que o coeficiente de arrasto é uma grandeza adimensional. Para baixas velocidades comparadas à velocidade do som no meio (fisicamente, isto significa que o fluido pode ser considerado *incompressível*) as grandezas relevantes ao estudo deste problema são  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $v$  e  $d$ , um parâmetro característico de comprimento do objeto, como *e.g.* seu diâmetro. O coeficiente de arrasto deve depender de combinações adimensionais das grandezas descritas acima. O número de Reynolds é a única grandeza desse tipo que pode ser construída. Logo, podemos escrever o coeficiente de arrasto como (LEROY, 1977)

$$C_A = f(\mathcal{R}). \quad (\text{a.8})$$

Uma explicação bastante completa encontra-se na referência (KARMAN, 1994).

Finalmente podemos incluir o último ingrediente que faltava na explicação do efeito Magnus. É a introdução do conceito de camada limite e seu descolamento. Conforme podemos inferir pela equação (a.5), a solução da equação de Navier-Stokes torna-se um problema formidável de física-matemática. Mesmo considerando o nosso



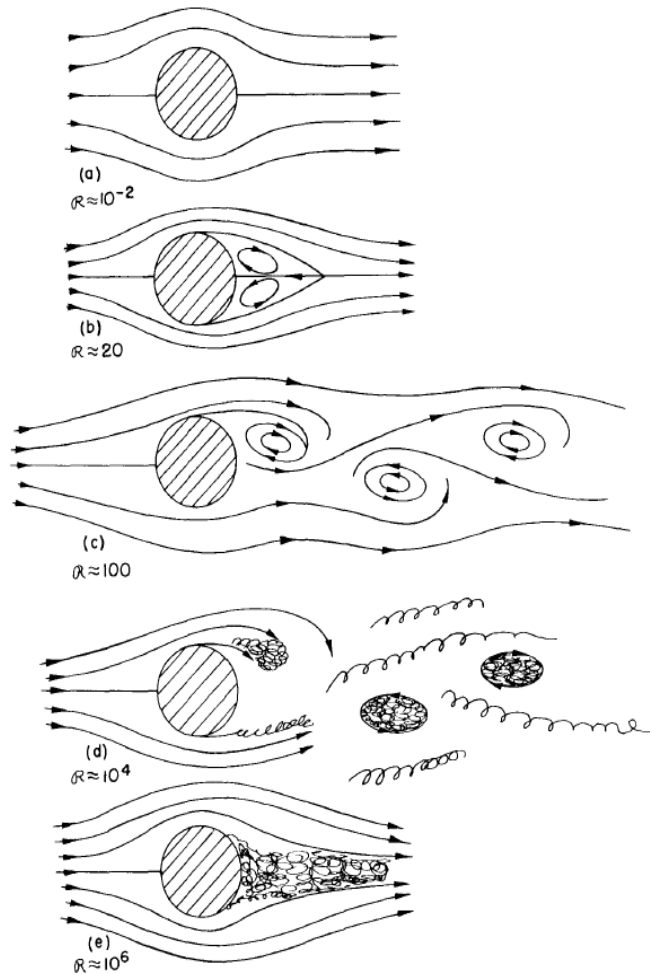
caso de interesse, onde o fluido é incompressível ( $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ ), a equação (a.5) é escrita como

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}. \quad (\text{a.9})$$

Em 1904, Ludwig Prandtl (PRANDTL, 1904) introduziu um novo conceito para tentar resolver a equação acima. A ideia é que os efeitos da viscosidade só seriam relevantes numa fina camada ao redor do objeto. Fora desta região, o fluido seria muito bem descrito pelo regime não viscoso. Podemos então seguir para a descrição dos diferentes regimes de escoamento conforme mostra a figura A.6.

Para baixíssimas velocidades (figura A.6a), os efeitos da viscosidade dominam e temos um escoamento laminar. Aumentando a velocidade do fluido, já começam a aparecer vórtices aos pares na parte traseira do cilindro. Esta é a situação representada na figura A.7b. Quando temos um número de Reynolds por volta de 100, os vórtices conseguem deslocar-se ainda mais para trás do cilindro. Ao deslocar-se, o fluido então ocupa esta região e começa a rodar gerando um novo vórtice. Na figura A.6c vemos esta situação. Esta trilha de vórtices ficou conhecida como rua dos vórtices de Von Karman (VON KARMAN, 1994). Nesta situação o fluxo deixa de ser estacionário.

Podemos perguntar-nos o porquê da criação destes vórtices. A velocidade do fluido deve ser zero na superfície do cilindro, de modo que ela aumenta rapidamente ao longo da camada limite. A vorticidade do fluido é devido a isto, ou seja, quanto maior o gradiente de velocidade, maior é a taxa de criação de vórtices. Quando a velocidade do fluido é pequena, há tempo suficiente para o vórtice ser criado perto da camada limite e difundir para trás do cilindro.

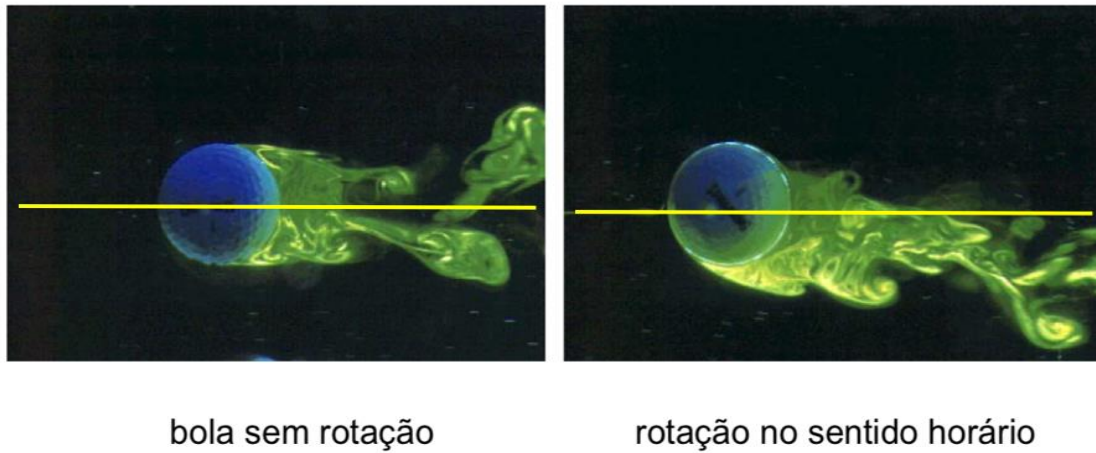


**Figura A.6.** Escoamento de um fluido através de um cilindro. Fonte: (FEYNMANN, 1977)

Aumentando ainda mais a velocidade do fluido, há cada vez menos tempo para o vórtice ser criado e difundir. Esta situação é ilustrada na figura A.6d, com número de Reynolds da ordem de 10.000. Nesta situação a camada limite, que antes estava “colada” no cilindro, começa a separar-se dele. Começa agora uma região turbulenta no qual a camada limite, não consegue ultrapassar os gradientes de pressão atrás do cilindro. Cada vez mais o ponto de descolamento da camada limite desloca-se para mais a frente no cilindro. Atrás do cilindro existe a região de escoamento turbulento. A explicação da turbulência é um dos grandes problemas em aberto da física atual (FRISCH,1996).

Na figura A.6e, vemos que agora a camada limite torna-se turbulenta, a turbulência toma toda região interna a camada limite.

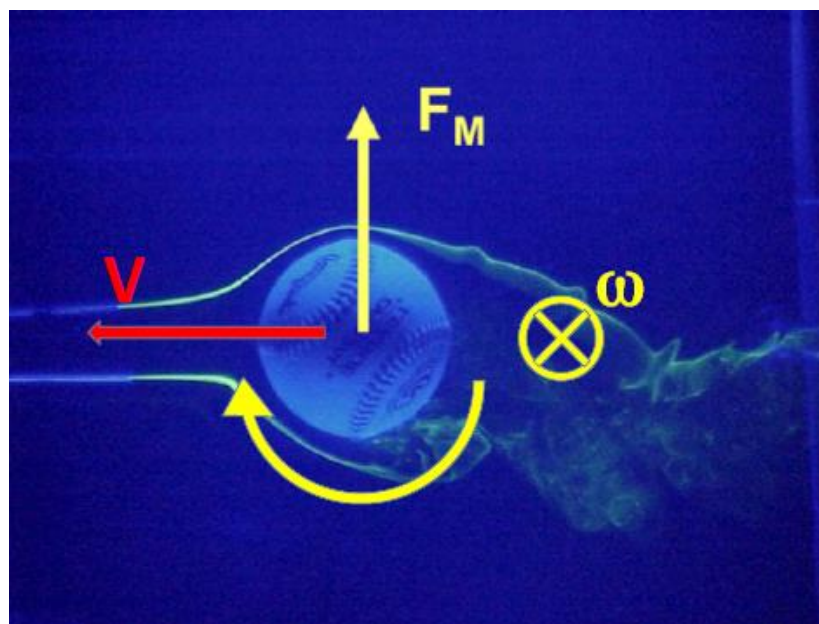
E no caso de um cilindro em rotação, no eixo perpendicular a velocidade. O que ocorre é que há uma perda de simetria (na média temporal) em torno da linha amarela da figura A.7 no descolamento da camada limite conforme vemos na figura A.7.



**Figura A.7.** Descolamento da camada limite no caso da bola com e sem rotação.

Adaptado de (AGUIAR, 2005)

A camada limite da parte inferior da bola desloca-se bem mais a frente do que a da parte superior, isto explica o porquê da força de sustentação vista no efeito Magnus. Ilustramos esta força na Figura A.8. Na próxima seção veremos como explicar de maneira qualitativa, usando a terceira lei de Newton, o efeito Magnus.



**Figura A.8.** Ilustração da força de Magnus numa bola de baseball em rotação. Note a assimetria no deslocamento das camadas limites na parte superior e inferior da bola. Adaptado de (AGUIAR, 2005)

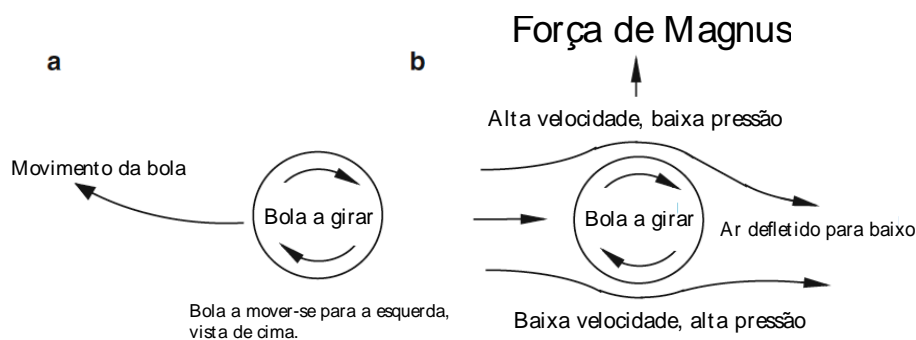
## A.2 Descrição qualitativa do efeito Magnus

A explicação do efeito Magnus, embora tão presente no dia-a-dia do jogador amador de futebol, é bastante complexa conforme vimos na seção anterior. Entretanto, no Ensino Médio podemos motivar e explicar de forma bastante satisfatória o efeito Magnus. Curiosamente, lançaremos mão da mesma explicação de Isaac Newton, citada no Capítulo 1 desta dissertação: princípio da ação e reação.

Primeiramente, o aluno já está familiarizado com a resistência do ar. Isto faz parte do seu cotidiano. Na linguagem da seção anterior são as forças de arrasto. Assim não há problemas em fazê-los compreender que o ar é um fluido e que há interação do ar com os objetos.

A discussão sobre viscosidade, também não traz grandes problemas, os alunos intuem que o mel é mais viscoso do que a água. Agora daremos a explicação de viscosidade como atrito entre o líquido e o objeto.

Com isto podemos dar uma explicação qualitativa do efeito Magnus: Suponhamos uma bola que gira no sentido horário num eixo em direção ao leitor transladando para a esquerda, como mostra a figura A.9a. Vamos para o referencial do centro de massa da bola. Neste caso o ar que se move para direita, conforme ilustra a figura A.9b. Notemos que devido ao atrito entre o ar e a bola girante (lembre da definição de fluido Newtoniano), o ar é defletido para baixo, portanto, pela Terceira lei de Newton, a bola deve sofrer uma força para cima. Esta força é a força de Magnus. A figura A.9 mostra exatamente o que discutimos aqui.



**Figura A.9.** Explicação qualitativa do efeito Magnus. Adaptado de (CROSS, 2011, p.45)

## Apêndice B

### Avião de Flettner

Neste apêndice vamos apresentar a montagem de um outro experimento que ilustra o efeito Magnus. Chamamos de “avião de Flettner”, seu princípio é bem parecido com o do Air soft, que consiste em lançar um corpo girando.

Para se explicar o efeito Magnus pode-se usar este brinquedo que é fácil de fazer e muito legal de brincar. A parte em que pode ser um pouco difícil é lançar os copos. Os temas que podem ser abordados são: Ação e Reação, aerodinâmica, atrito, trajetória e resistência.

#### B.1 Montagem do avião de Flettner

Esta montagem foi baseada na montagem do mesmo experimento no site

<http://parapaiseprofessores.com.br/pesquisa.asp?busca=all&t=&tipo=a&i=&ifinal=&if=&ifinal=&d=&te=&tatv=&ar=&lo=&tem=&mat=&limit=39,13&id=812&janela=1>

Material necessário (ilustrado na figura B.1)

- 2 copos plásticos
- 1 ou 2 – elásticos
- 1 fita adesiva



**Figura B.1.** Material utilizado na montagem



**Passo 1:** Junte a parte de trás de 2 copos e prenda-as com fita adesiva conforme mostra a figura B.2.



**Figura B.2** Execução do Passo 1.

**Passo 2:** Depois você pode cortar o elástico se estiver somente com um ou você pode emendar dois elásticos. Ao fim temos a figura B.3.



**Figura B.3** Experimento ao final do Passo 2.

**Passo 3:** Agora estique e amarre o elástico entre os copos dando duas voltas. Para lançar esses copos você deve segurar o centro dos copos com os dedos de uma mão e com a outra mão esticar a ponta do elástico que deve ficar na parte de baixo dos copos e para frente. Depois, mantenha a ponta do elástico firme entre os dedos e solte o copos. A figura B.4 ilustra este passo.



**Figura B.4.** Lançamento do avião de Flettner.

## Referências Bibliográficas

[AGUIAR, 2004] AGUIAR, C. E.; RUBINI, G. A aerodinâmica da bola de futebol. *Revista Brasileira do Ensino de Física*, **26**, p. 297-306, 2004.

[AGUIAR, 2005] AGUIAR, C. E.; A aerodinâmica da bola de futebol. 2005. Disponível em: < <https://www.if.ufrj.br/~carlos/palestras/futebol/futebol.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2019.

[CLAY, 2019] CLAY MATHEMATICAL INSTITUTE; Existence and Smoothness of the Navier-Stokes Equation. Disponível em: < <http://www.claymath.org/sites/default/files/navierstokes.pdf>> Acesso em: 15 jan. 2019.

[CROSS, 2011] CROSS, R. *Physics of Baseball and Softball*. New York: Springer, 2011. Chapter 3.

[FEYNMAN, 1977] FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. *The Feynman Lectures on Physics: Mainly electromagnetism and matter*. Reading: Addison-Wesley, 1977. Chapters 40 and 41.

[G1, 2018] G1, <<https://g1.globo.com/educacao/enem/2018/noticia/gol-de-coutinho-contra-a-suica-nao-cai-no-enem-mas-o-do-paulinho-contra-a-servia-pode-cair-entenda-a-razao.ghtml>>. Acessado em 20/07/2018.

[LANDAU, 1987] LANDAU, L; LIFSHITZ, E. M. *Fluid Mechanics – Course in Theoretical Physics Volume 6, Second Edition*, Oxford: Butterworth-Heinemann , 1987. §15

[LEROY, 1977] LEROY, B. O Efeito “Folha Seca”, *Revista Brasileira de Física* **7**, p. 693-709, 1977.

[NEWTON, 1672] NEWTON, Isaac. New theory of light and colours. *Philos. Trans. R. Soc. London* **1**, p. 678-688, 1672.



[MAGNUS, 1852] MAGNUS, H. G. Über die Abweichung der Geschosse, *Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, p. 1–23, 1852.

[METHA, 1985] MEHTA, Rabindra D. Aerodynamics of Sports Balls. *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **17**, p. 151-189, 1985.

[RAYLEIGH, 1899] RAYLEIGH, Lord. On the irregular flight of a tennis ball. *Messenger of Mathematics* **7**, p. 14-16. Reimpresso em *Scientific Papers I*, Cambridge, p. 344-346, 1899.

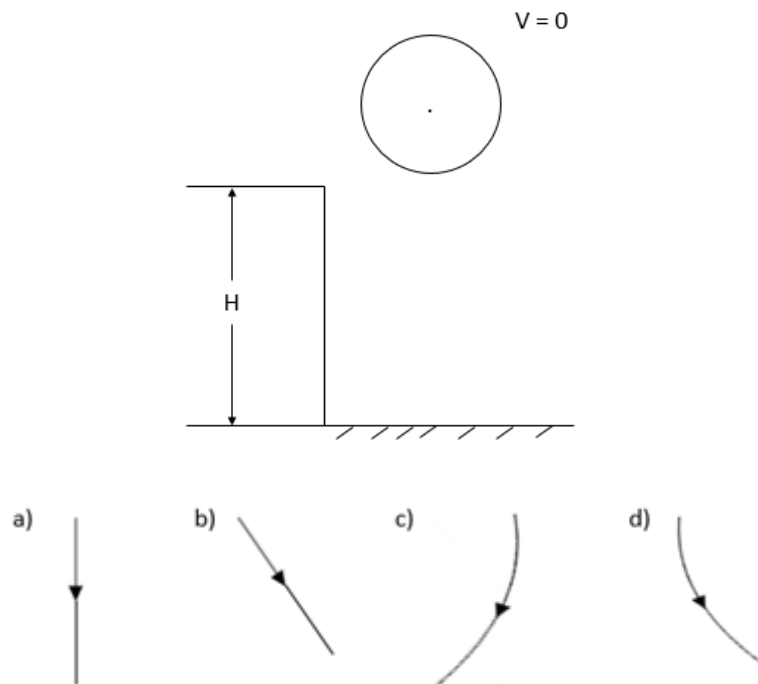
[TIMKOVA, 2017] TIMKOVA, V.; JESKOVA, Z. *How Magnus Bends the Flying Ball: Experimenting and Modeling*. *The Physics Teacher*, **55**, p. 112-114, 2017.

[VON KARMAN, 2004] VON KARMAN, T. *Aerodynamics: Selected Topics in the Light of Their Historical Development*, Dover Publications, 2004. Chapters II e II

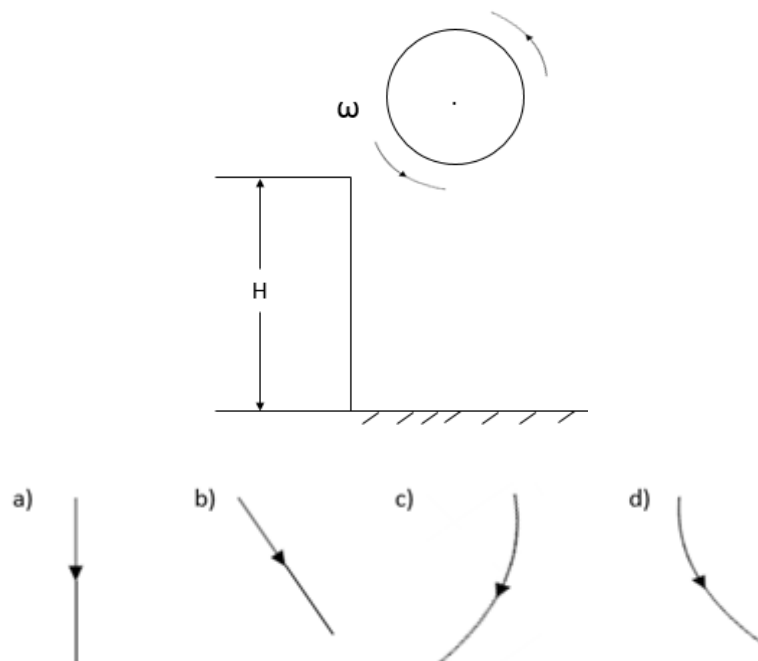
## Apêndice 3

### Material Instrucional III – Questionários dos alunos

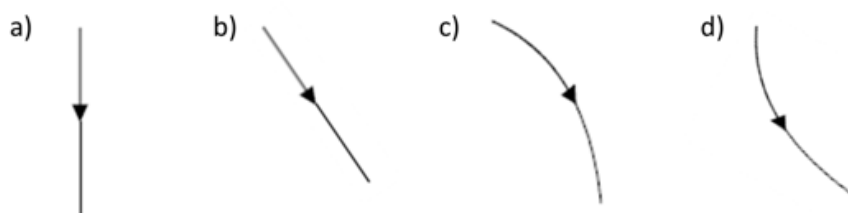
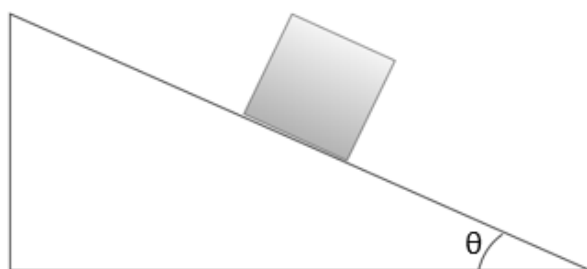
(Questão 1) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura ?



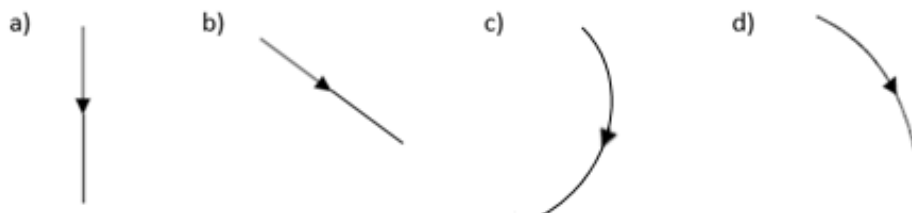
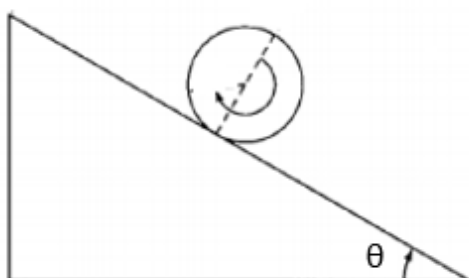
(Questão 2) Qual seria a trajetória se uma bola fosse abandonada de uma certa altura sendo rotacionada para frente ?



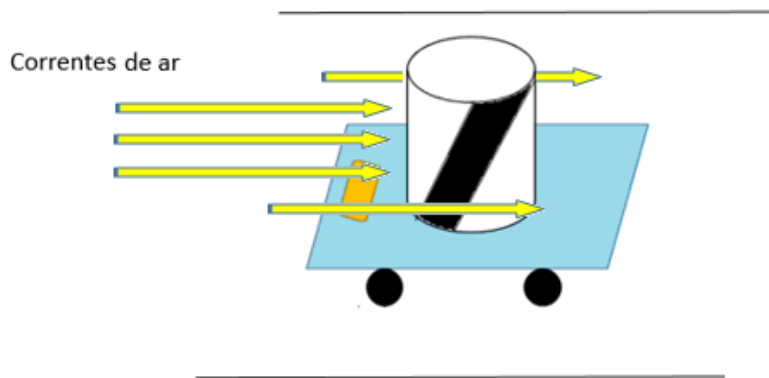
**(Questão 3)** Qual seria a trajetória de um bloco após abandonar o plano inclinado?



**(Questão 4)** Qual seria a trajetória de um cilindro feito de papel após abandonar um plano inclinado?

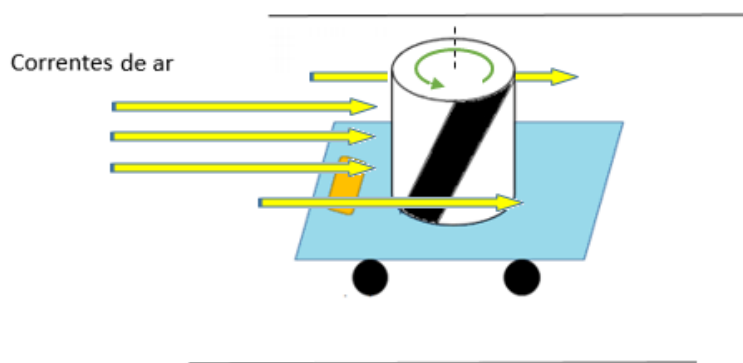


**(Questão 5)** Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor desligado?



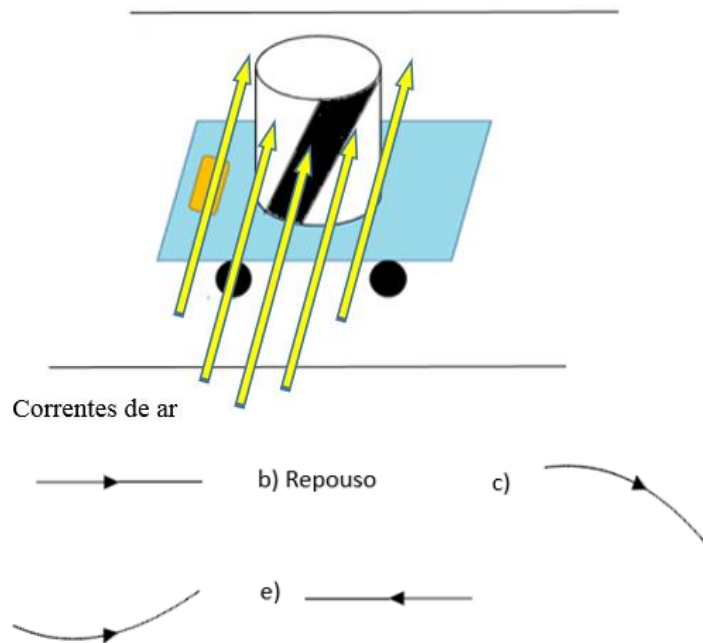
- a)
- b) Repouso
- c)
- d)
- e)

**(Questão 6)** Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar atrás do carrinho, com o rotor funcionando?

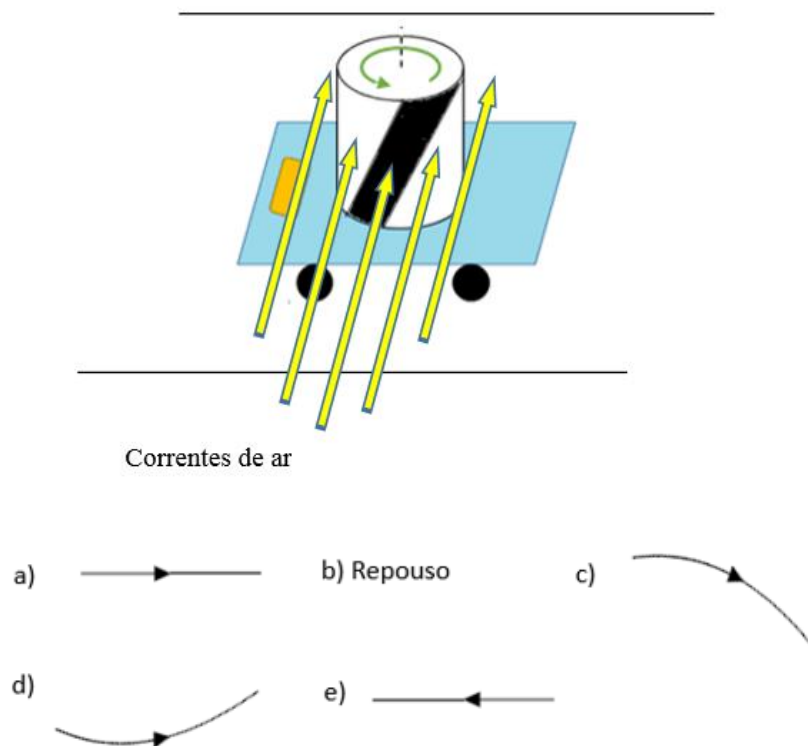


- a)
- b) Repouso
- c)
- d)
- e)

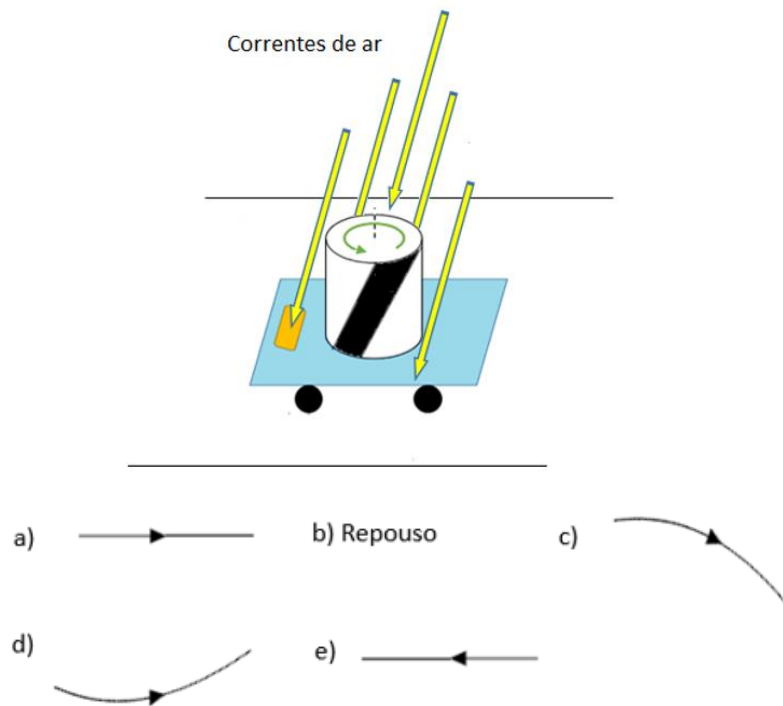
(Questão 7) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor desligado?



(Questão 8) Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocado uma corrente de ar do lado do carrinho, com o rotor funcionando?



**(Questão 9)** Qual seria a trajetória do carrinho Flettner se fosse colocada uma corrente de ar do outro lado do carrinho, com o rotor funcionando?



**(Questão 10)** Um experimento muito simples para se mostrar o efeito Magnus é feito por dois copos, uma fita (ou cola) para fixar os copos e um elástico, como no desenho abaixo. Qual seria a trajetória nos instantes iniciais após ter esticado o elástico e soltados os copos?

