UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

TUTORIAIS EM ATIVIDADES DE APOIO À APRENDIZAGEM EM MECÂNICA

GUIA DO PROFESSOR

Hugo dos Reis Detoni

Carlos Augusto Domingues Zarro

Marta Feijó Barroso

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Hugo dos Reis Detoni, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Dezembro de 2016

TUTORIAIS EM ATIVIDADES DE APOIO À APRENDIZAGEM EM MECÂNICA

GUIA DO PROFESSOR

Este texto apresenta os objetivos específicos a serem alcançados com a utilização dos Tutoriais em Atividades de Apoio à Aprendizagem em Mecânica.

Discutem-se as dificuldades dos alunos abordadas nas atividades, e, quando aplicável, são mencionadas e discutidas as referências bibliográficas que sustentam a apresentação dessas atividades.

Para uma melhor visualização e interpretação das informações, estas serão separadas por unidade e dispostas em tabelas, obedecendo estritamente a numeração crescente apresentada nos tutoriais.

Unidade 1. Vetores

Tabela 1. Unidade 1: Vetores – exercícios #1 ao #3

Unidade 1 - Exercícios #1 ao #3	
Conceitos abordados	Apresentação de vetores como "deslocamentos".
Comentários	O exercício #1 tem como foco a apresentação e utilização da regra da soma de vetores - o deslocamento resultante é a soma vetorial dos deslocamentos individuais. O exercício #2 apresenta a diferença entre soma e subtração de grandezas vetoriais e escalares por meio de vetores colineares. O exercício #3 tem como focos (1) a soma vetorial utilizando a regra do polígono e (2) a inversão do sentido do vetor quando multiplicado pelo escalar "-1".
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 2. Unidade 1: Vetores – exercício #4

Unidade 1 –Exercício #4	
Conceitos abordados	Vetor como “deslocamento” apresentado em uma situação concreta.
Comentários	O item *i* tem como foco a representação do vetor deslocamentoem uma situação concreta e aplica indiretamente o conceitode módulo de um vetor. O item *ii*abordaa habilidade de representação de vetores em função de suas coordenadas cartesianas. O item *iii* utiliza conceitos previamente adquiridos (seno e cosseno), gerando uma motivação eintroduzindo concretamente a decomposição de vetores ao longo dos eixos x e y.
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 3. Unidade 1: Vetores – exercício #5

Unidade 1 –Exercício #5	
Conceitos abordados	Análise de uma trajetória concreta.
Comentários	O item *i* tem como foco voltar a atenção dos alunosa que tipo de informação está sendo representada no gráfico. Neste caso, ambos os eixos indicam o deslocamento docarro ao longo do respectivo eixo. O item *ii* volta a atenção ao significado de trajetóriado movimento. Como ambos os eixos representamdeslocamentos do móvel, a função representada é a trajetóriaseguida pelo carro. Isto se faz necessário para confrontar posteriormente com a representação gráfica da função horáriado movimento. O item *iii* tem como foco a representação de pontos da trajetória em função das suas coordenadas x e y. O item *iv* tem como foco a representação do vetor posiçãodo móvel como vetor que parte da origem e vai até a posiçãoocupada pelo móvel em função de suas coordenadas x e y e dos unitários de tais eixos. Os itens *v* e *vi* têm como foco a representação dos vetores

	deslocamento em função dos unitários; o primeiro leva os alunosa fazer a subtração das coordenadas *x* e *y* para chegar ao vetor representante da classe de equivalência e o segundo tem comoobjetivo a percepção do efeito causado pela multiplicação por “-1” (multiplicação do sinal das componentes).
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 4. Unidade 1: Vetores – exercício #6

Unidade 1 –Exercício #6	
Conceitos abordados	Projeção de um vetor sobre um eixo.
Comentários	Este exercício tem como foco a percepção por parte do aluno, através de um exemplo concreto, do significado de "projeção de um vetor" sobre um eixo qualquer como sendo uma grandeza vetorial. Este exercício foi inspirado na seção 4.3 de [Arons, 1997]. O item *i* solicita que o aluno represente cada deslocamentoem separado. O item *ii* faz com que o aluno desenvolva a definição operacional para o processo de traçar componentes de um vetor sobre um eixo. O item *iii* exige que o aluno compare a diferença entre "vetor"e "projeção do vetor sobre um eixo", percebendo que vetoresde módulos iguais podem ter projeções totalmentedistintas, bem como o fato de vetores distintos poderem possuir determinada componente em comum.
Referências	[Arons, 1997]

Tabela 5. Unidade 1: Vetores – exercícios #7 ao #9

Unidade 1 –Exercícios #7 ao #9	
Conceitos abordados	Módulo, direção e subtração vetoriais.
Comentários	O exercício #7 avalia a capacidade de identificação por partedos alunos de vetores que possuam o mesmo módulo, independentemente de como estiverem orientados (vertical ou horizontalmente). O exercício #8 avalia a capacidade de identificação por partedos alunos de vetores que possuam mesma direção, independentemente do sentido. O aluno deve comentar brevemente seu raciocínio.A ideia é que o aluno avalie em termos das proporções dasdireções vertical e horizontal de cada vetor, notando que todosaqueles que formem a diagonal de um quadrado (lados iguais) e quesejam paralelos ao vetor$\vec{A}$ têm a mesma direção que este. Respostas levandoem consideração ângulos, seus respectivos senos ou cossenos também são aceitáveis, desde que devidamente justificadas. O exercício #9 avalia a capacidade do aluno em enxergar claramente que $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$, portanto $\vec{B} = \vec{R} - \vec{A}$. Esta habilidade já foi trabalhada indiretamente no exercício #2. Após isso, deve empregar corretamente a definição operacional para subtração de vetores.
Referências	[Nguyen e Meltzer, 2003]

Tabela 6. Unidade 1: Vetores – exercício #10

Unidade 1 –Exercício #10	
Conceitos abordados	Vetores como “deslocamentos” utilizando plano cartesiano.
Comentários	O exercício tem como fundamentação a dificuldade dos alunos em realizar operações básicas com vetoresrepresentados sob a forma gráfica, por meio do uso incorretoda regra do paralelogramo. O item *i* tem como foco a representação dos vetores deslocamento em função dos unitários; este item leva os alunosa fazer a subtração das coordenadas *x* e *y* para chegar ao vetor representante da classe de equivalência. Faz ainda com que vejam que vetores em locais geométricos diferentes podem ser expressosda mesma forma (mesmas coordenadas). Induz à ideia de vetor livre. O item *ii* exige que os alunos realizem as operações considerandodiretamente as coordenadas dos vetores. O item *iii* exige que os alunos transladem os vetores para que consigam efetuar as operações. O item *iv* exige do aluno, além da translação do vetor à origem dos eixos, que atente ao eixo agora adotado (eixo *y*) e utilize as técnicas trabalhadas no exercício #4.
Referências	[Nguyen e Meltzer, 2003]

Tabela 7. Unidade 1: Vetores – exercícios #11 e #12

Unidade 1 –Exercícios #11 e #12	
Conceitos abordados	Notações de grandezas escalares e vetoriais.
Comentários	Estes exercícios têm como foco promover o conflito entre as diversasconcepções prévias dos alunos no que tange à linguagem utilizada paraa descrição de grandezas escalares e vetoriais, bem como suas notações.Aborda claramente a questão da igualdade vetorial, ocorrendo somentequando dois ou mais vetores possuírem não só mesmo módulo, mas também mesma direção e sentido. Observações feitas em sala de aula apontam fortemente para a necessidadedeste tipo de exercício, visto que os alunos tendem a chegar à universidade com muitosvícios de linguagem em relaçãoa vetores.Portanto, a reflexão e a discussão provocada por estesexercícios pretendem promover a habilidade básica de comunicaçãoerepresentação de vetores, que é extremamente importante para o desenvolvimento dos tópicos futuros em todos os cursos de Física.
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 8. Unidade 1: Vetores – exercício #13

Unidade 1 –Exercício #13	
Conceitos abordados	Propriedades da soma e subtração vetoriais.
Comentários	Este exercício tem como objetivo fazer com que o aluno efetueas operações de soma e subtração entre vetores dados, e em seguida obtenha resultados mais gerais sobre estas operações. Tem como fundamentação a dificuldade dos alunosem realizar operações básicas com vetores (adição e subtração) através da regra do paralelogramoquando representados sob a forma gráfica, porém desacompanhados do plano cartesiano.
Referências	[Nguyen e Meltzer, 2003]

Tabela 9. Unidade 1: Vetores – exercício #14

Unidade 1 –Exercício #14	
Conceitos abordados	Vetores como segmentos de reta orientados.
Comentários	Este exercício aborda a proposta de representação de vetores como segmentos de reta orientados, cujos extremos são seus pontos de partida e chegada (ex: $\overrightarrow{AB}$ representa o vetor que tem origem no ponto A e extende-se até o ponto B). Aborda ainda as dificuldades que o aluno encontraao lidar com esta notação. Para a correta resolução deste exercício faz-se necessário empregar propriedades vetoriais tais como: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CD} - \left(-\overrightarrow{DE}\right) = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$
Referências	[Watson et al., 2003]

Tabela 10. Unidade 1: Vetores – exercício #15

Unidade 1 –Exercício #15	
Conceitos abordados	Multiplicação de vetor por escalar.
Comentários	O aluno deve perceber que tal operação significa, em termos gerais,multiplicar cada uma das componentes do vetor pelo escalar dado. Neste exercício, é definido primeiro um vetor qualquer. Após, define-se um vetorque seria o "dobro" do primeiro (módulo). Analisando o segundo vetor,percebe-se que a operação de "multiplicar por dois" significamultiplicar cada uma de suas componentes pelo fator dois. Além disso, espera-se que o aluno compreenda que um vetor é um representante de uma classe de equivalência, uma vez que, neste exercício, não é possível escrevê-lo a partir da origem.
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 11. Unidade 1: Vetores – exercícios #16 e #17

Unidade 1 –Exercícios #16 e #17	
Conceitos abordados	Vetor como representante de classe de equivalência.
Comentários	Estes exercícios utilizam-se de translações puras de figuras geométricas para concluir pela equivalência dos vetores que representam os deslocamentos das diversas partes destas figuras. Ressalta-se a necessidade de utilização destes dois exercícios em conjunto, rigorosamente na ordem apresentada, visto que empregam a técnica conhecida como "*oops-go-back*" onde o aluno, após ser induzido propositalmente ao erro, é levado a conscientizar-se do fato e efetuar a devida correção.
Referências	[Watson et al., 2003] [Beatty et al., 2006]

Unidade 2. Cinemática unidimensional

Tabela 12. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercícios #1 e #2

Unidade 2–Exercícios #1 e #2	
Conceitos abordados	Velocidade escalar.
Comentários	O exercício #1 tem como foco fazer com que o aluno identifiqueo tipo de movimento representado observando o desenrolar de umasituação real, utilizando a definição operacional de velocidade média unidimensional: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Deve-se atentarà variação de espaço e de tempo entre dois instantes sucessivos. O exercício foca tambémna dificuldade comumente apresentada pelos alunos, onde estes confundem os conceitos de posição e velocidade. Faz ainda com que o aluno associe a situação concreta (mundo real)à sua representação gráfica. Para o esboço do gráfico de forma correta é necessário queo aluno relacione informações dadas de forma narrativa a aspectosimportantes do gráfico, como posição e velocidade iniciais das bolas e pontos de ultrapassagem. No exercício#2 ambas as bolas se movimentam sobre canaletas. No entanto,espera-se que os alunos sejam capazes de expor seu raciocínio em funçãoda definição operacional de velocidade elaborado naquestão anterior.
Referências	[Trowbridge e McDermott, 1980] [McDermott et al., 1987]

Tabela 13. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #3

Unidade 2–Exercício #3	
Conceitos abordados	Posição e velocidade; leitura de gráficos.
Comentários	Este exercício foi baseado na dificuldade dos alunos em discriminarse devem obter informações de gráficos a partir da leitura da ordenada ou da inclinação do mesmo. O exercício faz com que o aluno confronte as duas grandezas(posição e velocidade) a partir do mesmo gráfico, percebendo a forma como ambas são extraídas.
Referências	[McDermott et al., 1987]

Tabela 14. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #4

Unidade 2–Exercício #4	
Conceitos abordados	Posição e velocidade; leitura de gráficos.
Comentários	Este exercício é uma extensão do exercício anterior e foi proposto segundo as dificuldades apresentadas pelos alunos aointerpretar gráficos curvilíneos, que envolvam mudanças tanto no valorda ordenada quanto no valor da inclinação da reta tangente.
Referências	[McDermott et al., 1987]

Tabela 15. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #5

Unidade 2–Exercício #5	
Conceitos abordados	Leitura e elaboração de gráficos.
Comentários	Este exercício explora a dificuldade dos alunos em traçar o gráfico da função horária de um móvel a partir de informações extraídas de outro gráfico. Deverão enxergar quea ordenada do gráfico seguinte é dada pela inclinação do gráfico anterior. As dificuldades mais comuns encontradas incluem a cópia do formato do gráfico original ao se traçar o próximo, além da inobservância de aspectos mais sutis como mudanças abruptas na inclinação do gráfico (quinas ou descontinuidades).
Referências	[McDermott et al., 1987]

Tabela 16. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #6

Unidade 2–Exercício #6	
Conceitos abordados	Leitura de gráficos.
Comentários	Este exercício foca na dificuldade apresentada pelos alunos em perceber determinada grandeza como sendo representada pela área de um gráfico. Neste caso em específico, cada unidade de área representa o deslocamento sofrido pelo móvel no respectivo intervalo de tempo considerado. O item *i* explora a capacidade em retirar informações do gráficoatravés da simples leitura do valor da ordenada. O item *ii* explora a capacidade de retirar informações do gráficoanalisando sua inclinação em diferentes pontos. A habilidade em decidir qual aspecto do gráfico deve ser observado(leitura da ordenada ou inclinação) também é trabalhada no exercício#3, utilizando um gráfico posição x tempo. Para solucionar o item *iii* o aluno deve perceber que cada quadradocorresponde a um deslocamento de 10 cm. Além disso, deve associaráreas acima do eixo $t = 0\ s$(áreas positivas) com deslocamentos positivose áreas abaixo de tal eixo (áreas negativas) com deslocamentos também negativos. O aluno deve ver ainda que o movimento é inicialmente oscilatório, indicandoque o móvel passará mais de uma vez pela posição $x = 120\ cm$. Para solucionar o item *iv* o aluno deve igualmente contar os quadradose associá-los a deslocamentos positivos ou negativos. Fazendo isso, verá que a área negativa (cerca de 15 quadrados) não será suficiente paracompensar área positiva (cerca de 15,5 quadrados). Portanto,o primeiro deslocamento no sentido positivo da trajetória é maior que o deslocamento em sentido inverso. Sendo assim, o móvel não se encontrará em $x = 0\ cm$. Os itens *iii* e *iv* exigem a interpretação do gráfico juntamente coma utilização de informações dadas de forma narrativa ($x = 10\ cm$ em$t = 0\ s$),não sendo suficiente a memorização de procedimento específico para se encontrar deslocamentos.
Referências	[McDermott et al., 1987]

Tabela 17. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #7

Unidade 2–Exercício #7	
Conceitos abordados	Elaboração de gráficos a partir de aparato experimental.
Comentários	Este exercício aborda a dificuldade dos alunos em relacionar movimentos reais e seus respectivos gráficos. Foca também a dificuldade em representar velocidadesnegativas em um gráfico velocidade x tempo, bem como a representação de acelerações constantes em um gráfico aceleração x tempo. O sinal da aceleraçãonão é imediatamente perceptível através da observação do aparato experimental, devendo ser inferido. Os alunos tendem a associaracelerações negativas com o objeto freando e positivas com o mesmoacelerando;não consideram, portanto, o caráter vetorial do conceito. Não há a percepção de que aceleraçãopositiva/negativa pode implicar em aumento ou diminuição da velocidade,dependendo se esta última é positiva ou negativa. Outro erro comum é a associação da direção da aceleração com a direção do movimento (movimento para frente, logo aceleração positiva; movimento para trás, logo aceleração negativa). Para esboçar corretamente o gráfico posição x tempo os alunos devemadotar algum ponto do movimento como sendo a origem dos espaços. O ponto sugerido é aquele de onde parte a bola (ponto A).
Referências	[McDermott et al., 1987] [Rosenquist e McDermott, 1987] [Goldberg e Anderson, 1989]

Tabela 18. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #8

Unidade 2–Exercício #8	
Conceitos abordados	Elaboração de aparato experimental a partir de gráficos.
Comentários	Este exercício explora a elaboração de um aparato que reproduzao movimento apresentado em forma de gráfico. A representação é um processo de mão dupla.Implica na habilidade de elaborar um gráfico a partir de um movimentoapresentado e vice-versa. Além disso, possuir competência em umdos processos não implica no domínio do processo inverso. Outra possível fonte de confusão seria a crença de que uma quantidadenegativa de algo implicaria uma "menor quantidade" desse algo, levando osalunos a visualizar uma inclinação negativa abaixo do eixo $t = 0\,s$ de um gráfico velocidade x tempo como movimento de frenagem, ao invés do aumento em módulo da velocidade no sentido contrário à trajetória.
Referências	[Rosenquist e McDermott, 1987] [Goldberg e Anderson, 1989]

Tabela 19. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #9

Unidade 2–Exercício #9	
Conceitos abordados	Aceleração escalar.
Comentários	O foco deste exercício é fazer com que o aluno perceba a aceleração como arazão$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Para realizar corretamente o exercício é necessário que o alunoutilize os dados fornecidos para a parte horizontal do movimento(trecho 2) e encontre a velocidade média ao longo deste trecho.Como as duas bolas partem do repouso, a variação da velocidadeé igual à velocidade final das bolas. Utilizando o intervalo de tempo fornecido para que cada bola desça o plano inclinado chega-se à conclusão que a bola A possui maior aceleração.
Referências	[Trowbridge e McDermott, 1981]

Tabela 20. Unidade 2: Cinemática Unidimensional – exercício #10

Unidade 2–Exercício #10	
Conceitos abordados	Aceleração escalar.
Comentários	Ao se deparar com três gráficos parecidos, os alunos devem focarem suas diferenças, vendo que em cada gráfico é descrito um movimento diferente. Sendo assim, para responder corretamente ao exercício será necessário focar em diferentes aspectos de cadagráfico: inclinação (gráfico posição x tempo), leitura da ordenada(gráfico velocidade x tempo) e área entre o gráfico e o eixo $t = 0\ s$ (gráfico aceleração x tempo).
Referências	[McDermott et al., 1987]

Unidade 3. Cinemática Vetorial

Tabela 21. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #1

Unidade 3–Exercício #1	
Conceitos abordados	Cinemática vetorial unidimensional.
Comentários	O exercício tem como clara função o desenvolvimento e/ouaplicação das definições operacionais dos vetores posição,deslocamento e velocidade em uma dimensão. O item *i* tem como objetivo fazer com que o aluno adquiraprática em escolher sistemas de referência. Neste caso não hánenhum sistema de referência privilegiado, podendo o aluno escolherqualquer ponto como origem. O item *ii* foca na representação do vetor posição da partículadado um sistema de referência previamente escolhido. O item *iii* aborda claramente o conceito de deslocamento vetorial:$\vec{d} = \Delta\vec{r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$, e assim sucessivamente.É necessário que o aluno tenha aprendido a definição operacional desubtração de vetores, combinado com a definição de deslocamentoacima. O item *iv* exige que o aluno conheça a definição operacional de velocidade média: $\vec{v}_{méd} = {}^{\Delta\vec{r}}/_{\Delta t}$. O enunciado cita claramente que o intervalo de tempo entre as posições sucessivas pode ser considerado como duas unidades de tempo. Portanto, pode-se assumir$\Delta t = 2\ s$ ou$\Delta t = 2\ min$, etc.A partir de tal informação podemos representar os vetores velocidademédia como sendo paralelos e tendo metade do módulo dos vetoresdeslocamento. O item *v* faz com que o aluno veja claramente que o movimento sedá na direção do vetor velocidade. Tal conclusão é importante paraa cinemática vetorial bidimensional. Os itens *vi* e *vii* fazem com que o aluno, ao escolher um novo sistema de referência e repetir os procedimentos solicitados, veja quea única grandeza alterada foi a posição em relação à nova origem,permanecendo as outras inalteradas. Os itens *viii*, *ix* e *x* têm a função de fazer com que o alunoconstrua o vetor velocidade instantânea em um instante através do conceito de limite. Além disso, tal processo facilita a visualizaçãoda velocidade instantânea como uma grandeza vetorial que varia de ponto a ponto. Como consequência, o aluno vê que o corpo possui talvelocidade *em* um instante,e não *por* um instante.
Referências	[McDermott et al., 2002a]

Tabela 22. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #2

Unidade 3–Exercício #2	
Conceitos abordados	Cinemática vetorial unidimensional.
Comentários	O exercício tem como objetivo o desenvolvimento e/ou aplicaçãoda definição operacional de vetor aceleração média,abordando também conceitos de cinemática em uma dimensão. O item *i* exige que o aluno domine a definição operacional de subtraçãode vetores, devendo ainda avaliar as magnitudes dos vetores deacordo com os vetores dados. O item *ii* exige o emprego da definição operacional de aceleração: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Além disso, a aceleração de cada carro possui a mesma direção e sentido de sua respectiva variação de velocidade. O item *iii* exige a comparação do módulo das acelerações decada carro. Como o intervalo de tempo é o mesmo para ambos os carros, a razão das acelerações é igual à razão das variações develocidade. Como $\Delta\vec{v}$ do carro A é maior em módulo, estesofre maior aceleração.
Referências	[McDermott et al., 2002b]

Tabela 23. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #3

Unidade 3–Exercício #3	
Conceitos abordados	Cinemática vetorial unidimensional.
Comentários	O objetivo deste exercício é a percepção por parte do aluno da constância do vetor aceleração durante todo o movimento da bolaatravés da aplicação da definição operacional de aceleração média. O item *i* aborda a discussão já feita sobre velocidade instantânea, supondo que o aluno já tenha entendido tal definição. O item *ii* exige a aplicação direta da definição de aceleração média. O maisimportante é a percepção de que a aceleração terá mesma direçãoe sentido do vetor variação de velocidade. O item *iii* aborda claramente o ponto de retorno.Grande parte dos alunos apresenta muita dificuldade em tratara aceleração no ponto de retorno. Dentre as causas para as dificuldadesestão o fato de não usarem um vetor nulo para representar a velocidade instantâneano ponto de retorno e o fato de assumirem que a aceleração é nula em talponto, demonstrando assim uma confusão entre os conceitos de velocidade e aceleração, bem como possivelmente uma incorreta definição operacionalde aceleração média, utilizando $\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$ em lugar de $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. O item *iv* mostra ao aluno que a aceleração mantém suas característicasdurante todo o movimento, tanto durante a subida quanto na descida.
Referências	[Shaffer e McDermott, 2005]

Tabela 24. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #4

Unidade 3–Exercício #4	
Conceitos abordados	Velocidade vetorial.
Comentários	O objetivo deste exercício é fazer com que o aluno estenda os conceitosde velocidade instantânea a qualquer trajetória, observando que tal vetor serásempre tangente à mesma em seus diferentes pontos. O item *i* já foi trabalhado nos exercícios anteriores. O item *ii* também já foi trabalhado em uma dimensão. Em duas dimensões oaluno deve notar que o vetor velocidade média sempre estará na direçãodos pontos inicial e final do intervalo considerado, com seu módulodependendo do próprio intervalo de tempo. O item *iii* faz com que o aluno aplique o processo de limite para encontraras características do vetor velocidade instantânea em A, ao passo que os pontos tomados na trajetória se tornam cada vez mais próximos. No item *iv*, ao contrário do movimento unidimensional, a velocidade instantânea tem sua direção e sentido variando de ponto a ponto, sendo sempre tangente à trajetória. O item *v* consolida a generalização para todos os pontos, levandoo aluno a concluir que em qualquer ponto da trajetória o vetor velocidade instantâneasempre será tangente a ela.
Referências	[McDermott et al., 2002a]

Tabela 25. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #5

Unidade 3–Exercício #5	
Conceitos abordados	Aceleração no movimento circular uniforme.
Comentários	O objetivo é que o aluno veja, guiado pelas instruções dadas e aplicandoa definição operacional do vetor aceleração instantânea, que em um movimento circular uniformeeste vetorencontra-se na direção radial da trajetória, apontando para o centro. Gera ainda oportunidade para que o aluno crie o hábito de representarvetores em coordenadas polares, utilizando suas componentes radial e tangencial. O item *i* aborda o fato de o vetor velocidade instantânea ser tangente àtrajetória em cada ponto da mesma, conclusão já obtida no exercício anterior. O item *ii* aplica a definição operacional de aceleração vetorial para encontrara aceleração média em um dado intervalo. Solicita ainda ao aluno que a expresseem termos das coordenadas polares do vetor. Os itens *iii* e *iv* utilizam a ideia de limite como um processo para que o alunoconclua que o vetor aceleração instantânea em determinado ponto é perpendicular ao vetor velocidade instantânea, ou seja, é um vetor radial e que aponta para o centro datrajetória. O item *iv* pede ainda que o aluno descrevatal vetor utilizando as coordenadas polares.
Referências	[Flores e Kanim, 2004]

Tabela 26. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #6

Unidade 3–Exercício #6	
Conceitos abordados	Aceleração vetorial.
Comentários	Este exercício foca na habilidade por parte do aluno em perceber que um vetor aceleração que não seja nem paralelo nem perpendicular ao vetor velocidade teráum efeito muito peculiar sobre o movimento. A componente do vetor aceleração paralela ao vetor velocidade age sobre o *módulo* deste vetor, ao passo que sua componente perpendicular fará com que sejam alteradas a *direção* e o *sentido* do vetor velocidade. Tal percepção se faz muito útil para auxiliaraos alunos quando os mesmos estudarem movimentos de corpos rígidos, quando um torqueperpendicular ao vetor momento angular fará com que o corpo precesse em torno de umeixo. O item *i*aguçaa noção intuitiva do aluno de como o vetor velocidade, e consequentemente o movimento do corpo, será alterado devido a um dado vetoraceleração. O item *ii* faz com que o aluno perceba a possibilidade de se decompor o vetoraceleração em duas componentes: uma paralela ao vetor velocidade e outra perpendiculara tal vetor, facilitando assim a análise do movimento. O item *iii* faz com que o aluno compare suas previsões feitas no item *i* com suasconclusões acerca da variação do vetor velocidade, dadas as componentes do vetoraceleração. Faz com que o aluno perceba finalmente que, em um movimento circular, um vetor aceleração na direção radial será responsável pela manutenção do movimento circular, enquanto que uma componente tangencial será responsável por alterar o módulo do vetor velocidade.
Referências	[McDermott et al., 2002b]

Tabela 27. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #7

Unidade 3–Exercício #7	
Conceitos abordados	Aceleração vetorial.
Comentários	Este exercício é a consolidação da habilidade tratada no exercício anterior. O item *i* pede que o aluno represente o vetor velocidade instantânea nos pontostratados. Tal vetor já foi discutido e é sabido que o mesmo é tangente à trajetória.No entanto, deve-se levar em conta que a velocidade escalar do carro varia conformedescrito no enunciado do problema. Tal variação em módulo deve ser levada em consideração, assim como a direção e sentido. O item *ii* aborda a definição operacional de aceleração instantânea. Sem a aplicação desta definição não será possível resolver o problema. Desta forma, o aluno percebe quenos momentos inicial (A) e imediatamente anterior ao final (F) a aceleração deve possuir somente componentes tangenciais para retirá-lo do repouso ou trazê-lo novamente ao repouso.Em todos os outros instantes o vetor aceleração

	possui uma componente radial (para percorrer a trajetória curva) e em alguns instantes também possui uma componentetangencial (responsável pelo aumento ou diminuição do módulo do vetor velocidade). Este item solicita que sejam tomados pontos médios entre cada par de instantes, com a finalidade de evitar o surgimento de dúvidas quanto à variação ou não do módulo do vetor velocidade. O foco deste item é unicamente levar o aluno a concluir que nos intervalosonde há variação do módulo do vetor velocidade, deve necessariamente haver uma componente tangencial do vetor aceleração. O item *iii* reitera e faz com que o aluno explique com suas palavras o foco doexercício, citado na descrição do item anterior.
Referências	[McDermott et al., 2002b]

Tabela 28. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercícios #8 ao #11

Unidade 3–Exercícios #8, #9, #10 e #11	
Conceitos abordados	Representações vetoriais do movimento; manipulação de vetores.
Comentários	Os exercícios #8 e #9 são complementares: um pede que o alunoencontre a evolução temporal de determinado vetor e o seguinte pede que sejam encontradas tais informações em instantes anteriores ou posteriores, dadas as condições em determinado instante de tempo. O exercício #8 foca ainda na diferenciação entre*posição* e *deslocamento* de um corpo como grandezas vetoriaisdistintas. O exercício #9 aborda a diferença entre *posição* e *trajetória* de um objeto. Os exercícios #10 e #11, embora tenham descrições parecidas, suas resoluções sãocompletamente diferentes. Para se encontrar a trajetória no exercício #10, é convenienteadotar um sistema cartesiano com origem no ponto de origem de ambos os vetores e eixo$x$ direcionado positivamente no sentido da aceleração. Sendo assim, decompõe-se o vetor velocidade nos eixos x e y e pode-se perceber que o movimento seráparabólico. Para se encontrar a trajetória no exercício #11 é conveniente descrever o movimento em coordenadas polares, onde novamente o ponto de encontro dos dois vetores será a origem.Neste novo caso, decompõe-se a aceleração em componentes paralela e perpendicular ao vetor aceleração, facilitando a visualização de um movimento acelerado em espiral. O movimento se dá em espiral pelo fato de o módulo da velocidade aumentar e a componente radial da aceleração se manter constante. Como consequência, o raio daórbita deve também aumentar para manter a constância da componente radial da aceleração.
Referências	[Aguirre, 1988]

Tabela 29. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercícios #12 e #13

Unidade 3–Exercícios #12 e #13	
Conceitos abordados	Movimento relativo.
Comentários	Os dois exercícios têm a finalidade de fazer com que o aluno percebaas diferentes formas de descrição do movimento, dependendo do referencial adotado. O exercício #12 aborda a concepção prévia dos alunos segundo a qual estes afirmam que a velocidade é uma característica intrínseca do móvel, independentementede qualquer referencial. As prováveis razões para tal seriam(1) o fato de os alunosenxergarem a velocidade mais naturalmente relacionada com as forças que agem sobre determinado corpo e (2) devido à dificuldade em diferenciar movimentos "reais"de"aparentes". O exercício #13 aborda os conceitos de deslocamento e velocidade relativos de forma quantitativa, além de praticar de forma concreta a habilidadede alternar entre referenciais. A primeira metade do exercício aborda a concepçãoprévia segundo a qual alunosassociam o fato de que quando dois móveis estão na mesma posição, eles devem tera mesma velocidade. A segunda metade do exercício introduz de forma concreta atransformação galileana de velocidades, que relaciona a velocidade de corpos que se movem em relação a diferentes referenciais.
Referências	[McDermott et al., 2002a] [McDermott et al., 2002b] [Aguirre, 1988] [Trowbridge e McDermott, 1980]

Tabela 30. Unidade 3: Cinemática Vetorial – exercício #14

Unidade 3–Exercício #14	
Conceitos abordados	Movimento relativo.
Comentários	Este exercício é relativamente semelhante ao exercício #13, pois também aborda a concepção prévia dos alunos segundo a qual a trajetória de umcorpo seria uma propriedade intrínseca do móvel, sendo independentemente de qualquersistema de referência. Tal concepção prévia baseia-se no fato de estarmos naturalmente acostumados ao nosso sistema de referência natural (solo), ao ponto de inconscientementedescrevermos qualquer movimento em relação a ele. Este exercício mostra que diferentesobservadores podem descrever o mesmo movimento de diferentes formas. Este caso estende-se àquele abordado no exercício anterior, aplicando o conceito de composição de velocidades em duas dimensões.
Referências	[Bowden et al., 1992] [Aguirre, 1988]

Unidade 4. Dinâmica

Tabela 31. Unidade 4: Dinâmica – exercício #1

Unidade 4–Exercício #1	
Conceitos abordados	Segunda Lei de Newton.
Comentários	Este exercício aborda situações observadas no cotidiano ou em laboratório. O principal objetivo deste exercício é fazer com que o aluno, utilizando a habilidade desenvolvida na lista anterior para encontrar o vetor aceleraçãomédia em determinado intervalo de tempo, veja que a existência de tal vetorimplica a existência de uma força resultante não nula que aponta na mesma direção deste, conforme a Segunda Lei de Newton. Dentre todos os movimentos abordados, somente no movimento da bola A não háforça resultante. Como consequência, o movimento é uniforme. O movimento da bola B é uniformemente retardado (aceleração negativa). Portanto, a força resultante aponta no sentido contrário ao do movimento. O movimento da bola C é uniformemente acelerado, simulando a ação da forçagravitacional. A força resultante aponta no sentido do movimento. O movimento da bola D é circular uniforme. Como consequência, há uma força resultante que aponta em direção ao centro da trajetória (resultante centrípeta),cujo módulo é constante no tempo. Para os movimentos das bolas B, C e D, o módulo da força resultante pode serencontrado pela própria Segunda Lei de Newton, multiplicandoo módulo da aceleração pela massa de cada bola. O último item aborda a concepção prévia apresentada pelos alunos, a qual teria como principais características: (1) qualquer movimento (inclusive aquele comvelocidade constante) necessita de uma força resultante que atue na direção domovimento (como causa); (2) tais forças inventadas são especialmente comuns em casos onde o movimento observado se dá em sentido contrário a uma força queclaramente se opõe a ele (plano inclinado subindo); (3) os alunos tendem a crerque esta força aumenta ou diminui no tempo para explicar variações na velocidadedos corpos.
Referências	[Clement, 1982]

Tabela 32. Unidade 4: Dinâmica – exercício #2

Unidade 4–Exercício #2	
Conceitos abordados	Segunda Lei de Newton.
Comentários	Este exercício é relacionado ao anterior. Mesmo sendo explicitadono enunciado do exercício, os alunos tendem a assumir a existência de uma força na direçãodo movimento entre A e B. Por este motivo, afirmariam que a trajetória seguidapelo foguete após o desligamento dos motores em C será novamente em linha retapara a direita, como se entre B e C o foguete seguisse a trajetória "resultante" combinando a força "inventada" (para a direita) e aquela impressaao foguete (para baixo). Outro ponto abordado é a tendência em assumir uma mudança repentina e instantânea na direção do movimento devido à aceleração impressa, aparentemente como consequênciada mudança instantânea da força aplicada.
Referências	[Clement, 1982]

Tabela 33. Unidade 4: Dinâmica – exercício #3

Unidade 4–Exercício #3	
Conceitos abordados	Diagrama de corpo livre.
Comentários	Este exercício tem 3 objetivos principais: (1) a correta visualização de como são desenvolvidos diagramas de corpos livres,bem como quais forças devem ser nele representadas. Tal objetivo se faz necessáriopela vasta aplicabilidade destes diagramas na resolução de problemas sobremovimento dos corpos, auxiliando na identificação de situações de equilíbrio ou existência de acelerações; (2) a visualização por parte do aluno que objetos inanimados são capazes de exercer forças sobre outros corpos; tal característica não é exclusiva deseres vivos. Foi verificado que os alunos não visualizam o fatode seres inanimados exercerem forças sobre outros corpos, as chamadas "forças passivas"que ajustam sua magnitude em resposta a uma força aplicada. Háuma forte tendência em enxergarem tais corpos inanimados como sendo "obstáculos"ou "barreiras" cuja função é impedir o movimento ou mudar sua direção, ao invés de"agentes" de forças que agem sobre o corpo em análise;(3) a correta identificação dos pares ação-e-reação de cada força.
Referências	[Minstrell, 1982] [McDermott, 1984] [Halloun e Hestenes, 1985]

Tabela 34. Unidade 4: Dinâmica – exercícios #4 e #5

Unidade 4–Exercícios #4 e #5	
Conceitos abordados	Diagrama de corpo livre.
Comentários	O objetivo principal destes exercícios é a consolidação da habilidade em se desenhardiagramas de corpo livre para diferentes situações físicas. Outro ponto a ser salientadoé a possibilidade de representação de todas as forças como sendoaplicadas no CM do corpo, embora deva haver o discernimento do tipo de cada forçaespecífica (contato ou ação à distância). No exercício #4 os alunos devem avaliar a magnitude das forças de acordo com as informações de cada movimento em específico (repouso ou movimento acelerado), bem comoavaliar as forças que atuam em cada situação. Ou seja, após inferir as característicasda força resultante, os alunos podem deduzir as características de cada força isoladamente.Outro ponto importante neste exercício é a abordagem da queda livre de 3 formas distintas:queda retilínea, movimento parabólico durante a subida e no ponto mais alto da trajetória.Em todos os casos a força resultante aponta para baixo (força peso), sendo esta a única força que age sobre a pedra. Tal abordagem repetitiva do caso da queda livre é importantepara estimular os alunos a abandonar a ideia de ímpeto ao tratarem do movimento de projéteis. O exercício #5 tem a mesma finalidade do exercício #4. No entanto, são abordados casosde movimento circular uniforme. Como consequência, sempre haverá uma força resultante não nula (força centrípeta) dirigida radialmente para o centro da trajetória. Os alunosdevem perceber que tal força representa a *resultante* das demais forças aplicadas ao corpo,não sendo uma força "extra" agindo sobre o corpo.
Referências	[Court, 1999]

Tabela 35. Unidade 4: Dinâmica – exercícios #6 ao #10

Unidade 4–Exercícios #6, #7, #8, #9 e #10	
Conceitos abordados	Tensões em cordas.
Comentários	Para uma abordagem eficaz do tema, algumas elucidaçõesdevem ser feitas anteriormente à apresentação da Máquina de Atwood em sala. Os alunos teriam dificuldades em quatro pontos-chave do tema, a saber: (1) isolar apropriadamente os corpos (diagrama de corpo livre) e consequentementeescolher sistemas convenientes para tratar o problema; (2) identificar corretamente asforças presentes; (3) identificar corretamente os pares ação-e-reação e (4) reconhecerque é a força resultante em um sistema que determina sua aceleração. O exercício #6 tem como foco a identificação por parte do aluno de que, em um sistema onde não há movimento interno (relativo ao CM), todas as suas partes têm a mesma velocidadee aceleração. Embora poucos alunos apresentem problemas relativos a este ponto específico, é importante explicitá-lo uma vez que seu esclarecimento éimprescindívelà discussão da Máquina de Atwood. O item *iv* deste exercício faz com que o aluno perceba que ambos os sistemas podemser tratados de forma semelhante, constituídos por uma única massa equivalente à soma das massas de todos os blocos e acelerada por uma única força externa impressa pela mão. Como já foi reconhecido por eles que as acelerações de ambos os blocos são idênticas em cadacaso, pode-se utilizar o procedimento descrito para encontrar a aceleração de cada parte do sistema (cada bloco). O exercício #7 é de grande importância, pois faz com que o aluno desenvolva uma definição operacional para o conceito de "corda sem massa", que é amplamente utilizado,mas pouco compreedido. Primeiro é apresentado ao aluno o caso de uma corda realque possui determinada massa não desprezível em relação aos blocos. Um dos pontos chave deste exercício é a percepçãopor parte do aluno que em uma corda "sem massa” as forças exercidas sobre a corda em ambas as extremidades têm o mesmo módulo, ao contrário do caso quando a massa dacorda deve ser levada em consideração. O item *i* solicita que os alunos façam um diagrama de corpo livre para os três corpos envolvidos no exercício. Deve-se tomar cuidado, uma vez que a corda possui massa m; portanto deve-se considerar a força gravitacional sobre a mesma. Isto fará com que as forças aplicadaspela corda aos blocos (e as forças aplicadas pelos blocos sobre a corda) tenham uma componente na vertical, fazendo com que a resultante seja inclinada. O item *ii* pede que sejam identificados os pares ação-e-reação. Além das forças Peso aplicadaaos corpos e a força Normal aplicada aos blocos, há também as forças internas do sistema, que são aquelas exercidas por um corpo sobre o outro. Tais pares são compostos pelas forças que cada bloco exerce sobre a extremidade da corda e vice-

	versa. O item *iii* pede para que os alunos listem as forças por eles identificadas. Há uma tendência em não se levar em consideração a força que a corda exerce sobre o bloco A. Esta é uma boaoportunidade para se discutir a existência de tal força. Tal discussão ajuda ainda a verque a força externa deve ser capaz não só de acelerar o bloco A, mas também "superar" a forçacom que a corda o puxa para trás, percebendo que a força externa deve, portanto, ter maior módulo.Além disso, é esperado que os alunos afirmem que a força com que a corda é puxada pelo bloco Atem mesmo módulo daquela com que é puxada pelo bloco B. Tal afirmação baseia-se fortemente natendência em se tratar unicamente de "cordas sem massa" em exercícios ao longo do curso.Logo, costuma-se memorizar que as forças aplicadas a cada extremidade da corda são sempreiguais em módulo. O item *iv* faz com que os alunos raciocinem exclusivamente analisando a equação domovimento da corda na direção horizontal. Como a corda possui massa m e está acelerada,deve haver uma força resultante na mesma direção e sentido da aceleração. Portanto,a força exercida pelo bloco A deve superar em módulo aquela exercida pelo bloco B. Este fato mostraque a força exercida pelo bloco A não é integralmente transmitida através da cordapara o bloco B. O item *v* exige que o aluno perceba que uma corda real não transmite integralmente aforça exercida em uma extremidade à outra, com base nos resultados dos itens anteriores.Pela equação do movimento da corda percebe-se que quanto maior a massa da mesma, maiorserá a força necessária para acelerá-la em conjunto com o sistema, sendo, portanto, menora força que será transmitida à outra extremidade. O item *vi* introduz a definição operacional de "corda sem massa" através da aproximaçãode sua massa ao valor zero. Utilizando a Segunda Lei de Newton, percebe-se que nestecaso as forças exercidas pelos blocos têm mesmo módulo, fazendo com que os alunos percebamque nenhuma força resultante é necessária para acelerar uma corda sem massa. O exercício #8 tem como finalidade o desenvolvimento de uma definição operacional doconceito de "tensão em uma corda", utilizando como base o exemplo do exercício anterior, bemcomo a definição de "corda sem massa" já discutida.Há várias complicações linguísticas que impedem a correta formulação deuma definição operacional para "tensões em cordas", causando grande confusão aos alunos. Muitos possuem apenas umanoção vaga e indiferenciada de "tensão", como sendouma grandeza tanto interna quanto externa à corda. Portanto, torna-se imprescindível explicitar a relação entre a tensão em uma corda e as forças que tal corda exerce sobrecorpos aos quais está conectada. O item *i* pede que o aluno considere dois cortes feitos ao longo da corda e, em cadasegmento específico da corda, identifique as forças listadas de acordo com a descrição decada uma. No item *ii* o aluno deve utilizar a terceira Lei de Newton para perceber

	que os módulosde T_1 eT'_1 são iguais, assim como os módulos de T_2e T'_2. Este passo é importante, pois ajudará a fazer o paralelo com as componentes horizontais das forças listadas no exercícioanterior. Além disso, neste item é introduzida a definição operacional de "tensão em uma corda", como sendo o módulo da força que a corda exerce sobre o corpo ao qual se conecta.Sendo assim, a grandeza "tensão" é, por definição, uma grandeza *escalar*. O item *iii* pede que o aluno escreva a segunda Lei de Newton para o segmento C' da corda, notando que sua massa é m'. Assim como no exercício anterior, verá que os módulosdeT_1 eT_2não são iguais, uma vez que precisam acelerar o pedaço C' da corda. No entanto, a diferença$T_1 - T_2$será menor, uma vez que $m' < m$. Assim que os cortes se aproximarem dos corpos conforme descrito no item a, a massa m' do novo segmento C' aumentará mais e mais. Consequentemente, a diferença $T_1 - T_2$deverá se adequar a este aumento, uma vez que a aceleração do conjunto deve permanecer constante. Logo, os valores das tensões ao longo da corda não são constantes. O ponto chave a serpercebido aqui não é se tais valores aumentam ou diminuem, uma vez que o que está sendo levado em consideração é a diferença entre eles, mas sim o fato de não serem constantesao longo da corda. Tal conclusão pode ser obtida tomando-se um ponto P_1 mais próximo ao bloco A e mantendo-se o ponto P_2 fixo. A massa m' aumentará, portanto $T_1 - T_2$ também deverá aumentar. Como T_2 é fixo (o ponto P_2 continou fixo), T_1 deverá assumir umvalor maior para compensar pelo aumento. O item *iv* transfere os pontos P_1 eP_2 à junção entre a corda e os blocos A e B, respectivamente. Portanto, pede-se para fazer um paralelo com as forças já listadas no item*iii* do exercício anterior. Ao reescrever a segunda Lei de Newton utilizando esta nova notação, deve-se utilizar a massatotal m da corda. O item *v* utiliza novamente a aproximação da massa da corda ao valor zero. Assim como no item *vi* do exercício anterior, percebe-se que ao fazer tal aproximação, tem-se que o valor datensão em cada extremidade permanece igual em módulo, uma vez que não é necessária forçaalguma para acelerar uma corda de massa igual a zero.No entanto, nesta aproximação temos que o valor da tensão deverá permanecer constante ao longode toda a corda. Tal conclusão pode ser obtida adotando-se um ponto P_1 um pouco mais à esquerdada extremidade e escrevendo a segunda Lei de Newton para a massa m' da corda, mantendo o pontoP_2 junto à extremidade esquerda. Como m' também será zero, $T_1 - T_2$ será zero. Ou seja,$T_1 = T_2$. Pode-se aplicar tal procedimento indefinidamente ao longo da corda para se chegarà conclusão que em uma corda inextensível de massa igual a zero (corda ideal), o valor da tensão é constante ao longo de toda sua extensão. O exercício #9 tem como foco a máquina de Atwood em sua forma "original", com dois blocosde mesma massa.Parte dos alunos afirmaria que o bloco mais próximo do chão seria mais pesado. No item *i* o aluno deve simplesmente prever qual será o movimento do

sistema semutilizar álgebra.
No item *ii* deve desenhar um diagrama de corpo livre para cada bloco, tomando cuidadocom a magnitude dos vetores. Como o sistema deve permanecer em repouso, todos os vetoresdevem possuir a mesma magnitude.
No item *iii* pode-se adotar um sistema orientado positivamente para cima ou para baixo.Sendo assim, o aluno deve escrever as equações da Segunda Lei de Newton para cada blocoem sua forma vetorial e em função do vetor unitário do sistema coordenado (i, *j* ou *k*dependendo do eixo coordenado adotado).
No item *iv* o aluno deve aplicar o que já aprendeu sobre cordas ideais (mesma tensãoem suas extremidades e o conjunto se move com a mesma aceleração) e os dados do enunciado do problema (massas iguais, logo forças gravitacionais de mesma intensidade) para encontrar o resultado, utilizando as equações do item anterior, que a aceleração do conjunto é nula.De posse desta informação podem inferir que a força peso e a tensão na corda têm a mesmaintensidade (também utilizando as equações ou pela definição $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$).

O exercício #10 é análogo ao anterior, com a diferença de que um dos blocos foisubstituído por outro de maior massa.
O item *i* pede que o aluno preveja o movimento resultante sem utilizar álgebra.
O item *ii* pede que o aluno compare o módulo das forças resultantes que agem nos blocos. Os alunos tenderiam a afirmar que ambas as forças terão o mesmo módulo, uma vez que identificam em uma primeira análise que há o peso do próprio corpo na direção vertical para baixo e o peso do outro corpo puxando para cima. Como consequência, argumentam que o bloco mais leve (A) terá maior aceleração que o bloco B (mais pesado). No entanto, não levam emconsideração o argumento cinemático que já discutiram no exercício #6, segundo o qual blocosligados por um fio ideal movem-se com a mesma aceleração. Em decorrência deste argumento, as forças resultantes que agem nos blocos devem ser diferentes.
O item *iii* pede que os alunos desenhem diagramas de corpo livre para cada bloco em separado. O erro mais comum nesta tarefa seria a indicação de magnitudes diferentes paraas forças que a corda exerce sobre os blocos A e C.
No item *iv* pode-se adotar um sistema orientado positivamente para cima ou para baixo.Sendo assim, o aluno deve escrever as equações da Segunda Lei de Newton para cada blocoem sua forma vetorial e em função do vetor unitário do sistema coordenado.
No item *v* o aluno deve aplicar o que já aprendeu sobre cordas ideais (mesma tensãoem suas extremidades e o conjunto se move com a mesma aceleração) e os dados do enunciado do problema (massas diferentes, logo forças gravitacionais diferentes) para encontrara aceleração do sistema. Feito isso, encontrarão que a tensão na corda é maior que o pesodo bloco C, porém menor que o peso do bloco A.
No item *vi*, uma vez encontradas a aceleração e a tensão na corda,

	verão que a forçaresultante que age em cada um dos blocos tem módulo diferente, ao contrário do que haveriam previamente afirmado. Tal fato pode ser entendido utilizando o mesmo argumentoutilizado inicialmente, sendo que a grandeza que permanece igual para ambos os blocosé a aceleração, devido à restrição cinemática (ligação por uma corda inextensível).
Referências	[McDermott et al., 1994] [McDermott et al., 2002a] [Champagne et al., 1980]

Unidade 5. Trabalho e Energia

Tabela 36. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercícios #1 e #2

Unidade 5–Exercícios #1 e #2	
Conceitos abordados	Trabalho de uma força sobre um corpo.
Comentários	O objetivo destes exercícios é fazer com queos alunos desenvolvam uma definição operacional do conceitode trabalho de uma força sobre determinado corpo. O exercício #1 foca no caso quando a força e o deslocamentosão colineares (trabalho de magnitude constante). No entanto,apresenta uma forma de identificar quando tal trabalho será positivo ou negativo. Ao final do exercício o aluno é levadoa concluir que as forças possuem mesmo módulo, direção, porémsentidos contrários. Algebricamente tais forças se relacionariam por$\vec{F}_{BM} = -\overrightarrow{F'}_{BM}$. O exercício #2 considera casos quando a força não é paralelaao deslocamento. No item *i* o aluno é levado a se questionar com relação àmagnitude do trabalho nesta nova situação (não paralela)mas sem entrar em maiores detalhes num primeiro momento. No item *ii*o aluno escreve a força $\overrightarrow{F'}_{BA}$ em suas projeçõesparalela e perpendicular ao deslocamento. No item *iii* o aluno relaciona o módulo de tais projeçõescom o módulo da força original $\overrightarrow{F'}_{BA}$ através de $\sin\theta$ ou $\cos\theta$. Além disso, é levado a ver que a projeçãoresponsável pela efetiva realização do trabalho ao longo detal deslocamento é a projeção paralela a ele. No item *v* o aluno é levado a raciocinar em termos gerais,pois já chegou à conclusão de que o trabalho de uma forçasobre um corpo ao longo de um deslocamento qualquer pode serexpresso por $W = Fd\cos\theta$ou$W = \vec{F}.\vec{d}$. Sendo assim, o trabalho será máximo quando a força e o deslocamento forem paralelos e tiverem mesmo sentido, mínimo quando forem paralelos, porém tiverem sentidos contrários, e nulo em dois casosdistintos: (1) quando qualquer um dos vetores for nulo ou (2) quandoforem não nulos e perpendiculares entre si.
Referências	[McDermott et al., 2002a]

Tabela 37. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #3

Unidade 5–Exercício #3	
Conceitos abordados	Trabalho de uma força sobre um corpo.
Comentários	Este exercício aplica a definição operacional de trabalhodesenvolvida nos exercícios anteriores a situações concretas. Espera-se ainda que o aluno desenvolva a habilidade de visualizar forças e deslocamentos no espaço.Tal habilidade é extremamente importante para concluirque forças centrípetas não realizam trabalho em movimentos circulares uniformes.

	O aluno é guiado, utilizando o processo de decomposiçãode forças em projeções paralelas aos vetores deslocamentodesenvolvido na questão anterior, a concluir que determinadasforças não realizam trabalho porque, a todo momento, permanecemperpendiculares ao vetor deslocamento infinitesimal, comoé o caso das forças normal de contato (quando corpos se movem sobre superfícies) e resultante centrípeta (em movimentos circulares uniformes). Outra conclusão importante é que a forçapeso pode ou não realizar trabalho, dependendo das configuraçõesde cada problema. Ao final do exercício o aluno é levado a concluir e externar o raciocínio supracitado.
Referências	[McDermott et al., 2002a]

Tabela 38. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #4

Unidade 5–Exercício #4	
Conceitos abordados	Trabalho total realizado sobre um corpo.
Comentários	O objetivo deste exercício é fazer com que o alunoperceba que o conceito de trabalho de uma força individualsobre uma partícula independe da quantidade de forças que agem sobre a partícula, desde que o deslocamento permaneçasempre o mesmo. Além disso, visa a criação da definiçãooperacional do conceito de trabalho total realizado sobredeterminado corpo como sendo a soma dos trabalhos individuaisde todas as forças que agem sobre este corpo. O aluno deve a princípio comparar os trabalhos realizados pela mão que empurra o bloco em ambas as situações. Logo após, deve comparar o trabalho total realizado sobre o bloco em cada situação. Ao comparar as forças horizontais que agem sobre o bloco emcada situação específica o aluno vê que a mão realiza o mesmotrabalho em ambas as situações, mesmo havendo uma força quese contrapõe ao movimento executado pela corda. Por fim o aluno vê que o efeito da força exercida pela corda implica em um trabalho total sobre a partícula menorna segunda situação, embora o trabalho realizado pela mãoseja o mesmo.
Referências	[McDermott et al., 2002a]

Tabela 39. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #5

Unidade 5–Exercício #5	
Conceitos abordados	Trabalho de uma força sobre um corpo.
Comentários	Neste exercício há dois objetivos principais. O primeiro éfazer com que o aluno perceba claramente que o deslocamentoque deve ser levado em consideração ao se encontrar o trabalhode determinada força sobre um corpo é aquele sofrido pelo ponto de aplicação da força. Sendo assim, embora o blocorealize trabalho positivo sobre a mola, a parede realizarátrabalho nulo sobre a mola. Tal se dará, pois, ao calcularmoso trabalho destas forças,

	devemos levar em consideração o deslocamento do ponto específico de aplicação de cada força:o vetor deslocamento da extremidade esquerda da mola é igualao vetor deslocamento do bloco; por outro lado, o ponto de contato entre a parede e o bloco sofre deslocamento nulo durante todo o processo. O segundo objetivo é abordar a dificuldade dos alunos segundo a qual o trabalho de uma força seria dependente do sistema coordenado, ou seja,caso a força esteja no sentido positivo do eixo dosistema coordenado, o trabalho seria positivo. Analogamente,caso a força esteja no sentido negativo deste eixo o trabalho seria negativo.
Referências	[McDermott et al., 2002a] [Lindsey et al., 2009]

Tabela 40. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #6

Unidade 5–Exercício #6	
Conceitos abordados	Teorema trabalho – energia cinética.
Comentários	O objetivo deste exercício é fazer com que oaluno adquira uma interpretação geral do teorema trabalho-energia cinética, ou seja, o trabalho realizado sobre determinado corpoé numericamente igual a sua variação de energia cinética. Este tipo de dificuldadeé extremamente resistente a mudanças e, caso não seja enfrentada logo no primeiro contato dos alunos com o tema,há grande probabilidade de se estender ao longoda vida acadêmica dos alunos, sem que estes tomem ciência de sua existência. Esta dificuldade impede aindauma correta análise de sistemas compostos por mais de umcorpo, principalmente quando há transformação de umtipo de energia em outro dentro do próprio sistema, ou quando há transferência de energia entre o sistema e a vizinhança.
Referências	[McDermott et al., 2002a], [Lawson e McDermott, 1987] [Lindsey et al., 2009] , [Lindsey et al., 2012]

Tabela 41. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #7

Unidade 5–Exercício #7	
Conceitos abordados	Teorema trabalho – energia cinética.
Comentários	Este exercício visa proporcionar mais umaoportunidade onde os alunos possam perceber aimportância do teorema trabalho-energia cinéticana descrição do trabalho total realizado sobredeterminado objeto quando este não puder serobtido diretamente da aplicação da definição doconceito de trabalho. O trabalho realizado pela mão sobre o bloco épositivo, quando aquele realizado pela mola énegativo, não havendo mais informações relevantesque possam auxiliar na determinação se o trabalhototal é positivo, negativo ou nulo. No entanto,analisando a variação de energia cinética do blocoe levando em consideração o teorema trabalho-energia cinética desenvolvido no exercício anterior, tem-se que o trabalho total

	realizadosobre o bloco é negativo, visto que há diminuiçãoda energia cinética do bloco.
Referências	[Lindsey et al., 2012]

Tabela 42. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #8

Unidade 5–Exercício #8	
Conceitos abordados	Forças conservativas.
Comentários	Este exercício tem como objetivo reforçar ao aluno duas características importantes sobre forças conservativas: (1) que o trabalho por elas realizado em caminhos fechados é nulo e (2) que o trabalho realizado por uma força conservativa para ir de um ponto a outro no espaço é igual à variação de energia potencial gravitacional multiplicada por -1. No item *i*obtém-se diretamente da definição de trabalho de uma força que $W_{12_1} = -mgh$. No item *ii* supõe-se que o aluno já sabe calcular a variação de energia potencial gravitacional. Logo $\Delta U = mgh$. No item *iii* percebe-se que $W_{12_1} = \Delta U$. Nos itens*iv* e *v* toma-se o bloco em um instante qualquer durante o movimento de descida ao longo do caminho 2. Conforme já trabalhado em exercícios anteriores, espera-se que os alunos percebam que o deslocamento infinitesimal pode ser decomposto em duas projeções, uma paralela e outra perpendicular à força Peso. Sendo assim o trabalho da força Peso é nulo quando ao longo da projeção perpendicular do deslocamento infinitesimal e igual àquele encontrado no item *i* multiplicado por -1 quando paralelo à projeção paralela ao Peso do deslocamento infinitesimal. Logo, o trabalho da força Peso ao longo do caminho 2 depende somente dos pontos iniciais e finais do movimento. No item *vi* percebe-se que $W_{12_1} = -W_{21_2}$. No item *vii* foca na percepção que se $W_{12_1} = -W_{21_2} \therefore W_{12_1} + W_{21_2} = 0$. Sendo assim, o trabalho de uma força conservativa ao longo de um caminho fechado é nulo.
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 43. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #9

Unidade 5–Exercício #9	
Conceitos abordados	Forças não-conservativas.
Comentários	Este exercício tem como objetivo reforçar ao aluno uma característica importante sobre forças não-conservativas: que o trabalho por elas realizado em caminhos fechados é não nulo, dependendo inteiramente do trajeto percorrido. No item *i* o aluno deve fazer um diagrama de corpo livre para o bloco durante as duas etapas do movimento. No item *ii* o aluno encontra o trabalho realizado pelas forças

	identificadas no item anterior. Caso o aluno leve em consideração as forças verticais (Peso e Normal), deve perceber que estas não realizam trabalho, conforme já trabalhado no exercício #3. No item *iii* o aluno deve calcular o trabalho total realizado sobre o bloco durante todo o movimento. Considerando com boa aproximação que a velocidade do bloco é constante durante todo o movimento, conclui-se que a força aplicada ao bloco pela mão e a força de atrito entre o bloco e a superfície plana são iguais em módulo. Como consequência, o trabalho total realizado sobre o bloco será nulo. O item *iv* pede ao aluno que identifique a existência de forças não-conservativas baseando-se nas propriedades de forças conservativas. Embora o trabalho total realizado sobre o bloco seja nulo, a força aplicada ao bloco pela mão e a força de atrito são não-conservativas, uma vez que o trabalho total realizado por *cada uma* delas ao longo do caminho fechado é não nulo. No item *v* o aluno é levado a concluir que, caso o trajeto feito pelo bloco do ponto 2 ao ponto 1 fosse maior, o trabalho realizado pelas forças não-conservativas seriamaior, uma vez que depende do caminho percorrido de forma diretamente proporcional a este, o que responde o item *vi*.
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Tabela 44. Unidade 5: Trabalho e Energia – exercício #10

Unidade 5–Exercício #10	
Conceitos abordados	Teorema trabalho-energia.
Comentários	Este exercício foca no teorema trabalho-energia na presença de forças não conservativas. Neste caso, o trabalho total realizado pelas forças não-conservativas é igual à variação de energia total do corpo. No item *i* o aluno deve fazer um diagrama de corpo livre para o bloco durante o movimento. No item *ii* o aluno deve identificar as forças que efetivamente realizamtrabalho sobre o corpo. São elas Peso e força de atrito. No item *iii* o aluno deve identificar dentre as forças listadas no item anterior, qual delas é conservativa e qual não é. A força Peso é conservativa e a força de atrito não o é. O item *iv* pede ao aluno que, utilizando a nomenclatura descrita, escreva a equação que relaciona a variação de energia cinética do bloco com o trabalho total realizado sobre ele. Neste caso, tem-se: $W^c + W^{nc} = \Delta T$, onde ΔT é a variação de energia cinética do bloco. No item *v* o aluno deve levar em consideração a relação entre W^c eΔU, segundo a qual $W^c = -\Delta U$.Substituindo esta igualdade na equação do item anterior, tem-se: $W^c + W^{nc} = \Delta T$, logo $W^{nc} = \Delta T + \Delta U$. Identificando $\Delta T + \Delta U = \Delta(T + U) = \Delta E$, segue que: $W^{nc} = \Delta E$.
Referências	Observações feitas em sala de aula.

Referências mencionadas neste texto:

[Aguirre, 1988] Jose M. Aguirre. Student preconceptions about vector kinematics. *The Physics Teacher*, vol. 26, p. 212, 1988.

[Arons, 1997] Arnold B. Arons.*Teaching Introductory Physics*. New York: John Wiley & Sons, 1997.

[Beatty et al., 2006] Ian D. Beatty, William J. Gerace, William J. Leonard e Robert J. Dufresne. Designing effective questions for classroom response system teaching. *American Journal of Physics,* vol. 74, n. 1, p. 31, 2006.

[Bowden at al., 1992] J. Bowden, G. Dall'Alba, E. Martin, D. Laurillard, F. Marton, G. Masters, P. Ramsden, A. Stephanou eE. Walsh. Displacement, velocity, and frames of reference: Phenomenographic studies of students' understanding and some implications for teaching and assessment. *American Journal of Physics*, vol. 60, n. 3, p. 262, 1992.

[Champagne et al., 1980] Audrey B. Champagne, Leopold E. Klopfer e John H. Anderson. Factors influencing the learning of classical mechanics. *American Journal of Physics*, vol. 48, n. 12, p. 1074, 1980.

[Clement, 1982] John Clement. Students' preconceptions in introductory mechanics. *American Journal of Physics,* vol. 50, n. 1, p. 66, 1982.

[Court, 1999] James E. Court. Free body diagrams revisited – I. *The Physics Teacher*, vol. 37, p. 427, 1999.

[Flores e Kanim, 2004] Sergio Flores e Stephen E. Kanim. Student use of vectors in introductory mechanics. *American Journal of Physics*, vol. 72, n. 4, p. 460, 2004.

[Goldberg e Anderson, 1989] Fred M. Goldberg e John H. Anderson. Student difficulties with graphical representations of negative values of velocity. *The Physics Teacher*, vol. 27, p. 254, 1989.

[Halloun e Hestenes, 1985] Ibrahim AbouHalloun e David Hestenes. Common sense concepts about motion. *American Journal of Physics*, vol. 53, n. 11, p. 1056, 1985.

[Lawson e McDermott, 1987] Ronald A. Lawson e Lillian C. McDermott. Student understanding of the work – energy and impulse – momentum theorems. *American Journal of Physics*, vol. 55, n. 9, p. 811, 1987.

[Lindsey et al., 2009] Beth A. Lindsey, Paula R. L. Heron e Peter S. Shaffer. Student ability to apply the concepts of work and energy to extended systems. *American Journal of Physics*, vol. 77, n. 11, p. 999, 2009.

[Lindsey et al., 2012] Beth A. Lindsey, Paula R. L. Heron e Peter S. Shaffer. Student understanding of energy: difficulties related to systems. *American Journal of Physics*, vol. 80, n. 2, p. 154, 2012.

[McDermott, 1984] Lillian C. McDermott. Research on conceptual understanding in mechanics. *Physics Today*, vol. 37, n. 7, p. 24, 1984.

[McDermott et al., 1987] Lillian C. McDermott, Mark L. Rosenquist e Emily H. van Zee. Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, vol. 55, n. 6, p. 503, 1987.

[McDermott et al., 1994] Lillian C. McDermott, Peter S. Shaffer e Mark D. Somers. Research as a guide for teaching introductory mechanics: an illustration in the context of the Atwood’s machine. *American Journal of Physics*, vol. 61, n. 1, p. 46, 1994.

[McDermott et al., 2002a] Lillian C. McDermott, Peter S. Shaffer & the Physics Education Group. *Tutorials in Introductory Physics*. 1st Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

[McDermott et al., 2002b] Lillian C. McDermott, Peter S. Shaffer & the Physics Education Group. *Tutorials in Introductory Physics: Homework*. 1st Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

[Minstrell, 1982] Jim Minstrell. Explaining the “at rest” condition of an object. *The Physics Teacher*, vol. 20, p. 10, 1982.

[Nguyen e Meltzer, 2003] Ngoc-Loan Nguyen e David E. Meltzer.Initial understanding of vector concepts among students in introductory Physics courses. *American Journal of Physics*, vol. 71, n. 6, p. 630, 2003.

[Rosenquist e McDermott, 1987] Mark L. Rosenquist e Lillian C. McDermott. A conceptual approach to teaching kinematics. *American Journal of Physics*, vol. 55, n. 5, p. 407, 1987.

[Shaffer e McDermott, 2005] Peter S. Shaffer e Lillian C. McDermott. A research-based approach to improving student understanding of the vector nature of kinematical concepts. *American Journal of Physics*, vol. 73, n. 10, p. 921, 2005.

[Trowbridge e McDermott, 1980] David E. Trowbridge e Lillian C. McDermott. Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension. *American Journal of Physics*, vol. 48, n. 12, p. 1020, 1980.

[Trowbridge e McDermott, 1981] David E. Trowbridge e Lillian C. McDermott. Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension. *American Journal of Physics*, vol. 49, n. 3, p. 242, 1981.

[Watson et al., 2003] Anna Watson, Panayotis Spirou e David Tall. The relationship between physical embodiment and mathematical symbolism: The concept of vector. *The Mediterranean Journal of Mathematics Education*, vol. 1, n. 2, p. 73-97, 2003.