



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissional em Ensino de Física

**QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO – UMA NOVA  
PROPOSTA PARA O ENSINO MÉDIO**

Fausto Ferreira Faria

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Rio de Janeiro

Dezembro de 2015

QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO – UMA NOVA  
PROPOSTA PARA O ENSINO MÉDIO

Fausto Ferreira Faria

Orientador:

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Dr. Antônio Carlos Fontes dos Santos

---

Dr. Vitor Luiz Bastos de Jesus

---

Dr. Sergio Eduardo de Carvalho Eyer Joras

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2015

## FICHA CATALOGRÁFICA

Faria Ferreira, Fausto

F224q      Quantidade de Movimento e sua Conservação – Uma Nova Proposta para o Ensino Médio / Fausto Ferreira Faria – Rio de Janeiro, 2015.

190 f.

Orientador: Antônio Carlos Fontes Santos

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação, 2015

1. Ensino de Física. 2. Quantidade de Movimento. 3. Conservação. 4.

Analogias. I Fontes dos Santos, Antônio Carlos, oriente. II. Título

Dedico esta tese a minha esposa

Tatiane A. de Carvalho

## Agradecimentos

Ao ingressar no Mestrado Profissional em Física tinha apenas a noção que a tarefa seria difícil, pois há contratempos que a vida estabelece, seja por fatores do cotidiano ou por barreiras que são obstáculos que realmente nos param. Conciliar trabalho com estudos não é algo simples de executar.

Agradeço a minha família que por muitas vezes perdeu os momentos de lazer pela minha ausência em função da execução deste trabalho. À minha esposa Tatiane que me incentivou a ingressar neste projeto. Ao meu filho Samuel, que, apesar da pouca idade, se mostrou forte. Aos meus pais, Antônio e Maria da Penha, pelo suor deixado nesta terra para me criar. Aos meus avós maternos, Antônio e Alaíde, que sempre tiveram paciência comigo e aos meus sobrinhos Caio, Luana e Bruna (*in memória*). Às pessoas que de forma indireta ajudaram a promover esta obra.

Seguem os meus agradecimentos aos alunos da turma de 2013, que ingressaram comigo neste curso e que, apesar de serem bem mais novos do que eu, tiveram paciência e carinho comigo, ao Professor Alexandre Lopes, que dispôs do seu tempo a me ajudar e ao meu orientador Professor Antônio Carlos Fontes dos Santos, que sempre estava disposto a ajudar e cooperar com extrema dedicação.

## RESUMO

### QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO – UMA NOVA PROPOSTA PARA O ENSINO MÉDIO

Fausto Ferreira Faria

Orientador:

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Resumo da dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos necessários à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Física.

As leis de conservação podem ser vistas como um modo óbvio de abordar vários problemas em física. No entanto, a maioria dos alunos tende a achar que as leis de conservação são um tanto quanto misteriosas, apresentando relutância em utilizá-las, a menos que seja pedido de forma explícita pelo instrutor. Assim, uma tarefa pedagógica importante é fornecer aos alunos um ambiente de aprendizagem onde eles apresentem as suas próprias ideias sobre as leis de conservação. Nesta dissertação propomos tratar em particular o momento linear, como uma quantidade que se comporta como uma substância que flui de um corpo para outro, com o objetivo de facilitar a compreensão do aluno sobre o conceito de quantidade de movimento e a sua conservação. Esta abordagem, foi realizada de modo pioneiro pelo The Karlsruhe Physics Course (KPK) e difere da abordagem tradicional, onde inicialmente introduz-se o conceito de força e apenas muito depois o conceito de momento. Propomos, ao contrário do KPK, complementar a abordagem tradicional com uma visão mais geral das leis de conservação utilizando o ensino por analogias. Como resultado desta abordagem, a quantidade de movimento e sua conservação serão reinterpretados de modo complementar o seu caráter vetorial, fornecendo aos alunos modelos mentais alternativos. São apresentadas, também, a construção de uma mesa de ar, sugestões de atividades experimentais com o uso de vídeo análise e a utilização de substâncias para explicar por analogias os resultados obtidos experimentalmente, implementando as propostas levantadas pelo PCN+ em relação ao conteúdo e a formação do educando, no sentido de facilitar a compreensão do conceito de momento linear e a sua conservação

Palavras-chaves: massa, quantidade de movimento, colisões, conservação.

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2015

## **ABSTRACT**

### **LINEAR MOMENTUM AND ITS CONSERVATION IN HIGH SCHOOL – A PROPOSAL AND A METHOD**

Fausto Ferreira Faria

Supervisor(s):

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

The conservation laws may be seen as an obvious way to address various problems in physics. However, most students tend to find that the conservation laws are somewhat mysterious, showing reluctance to use them, unless explicitly requested by the instructor. Thus, an important pedagogical task is to provide students a learning environment where they submit their own ideas of conservation laws. In this work we propose to address the mechanics, in particular the momentum, as a quantity that behaves like a substance, flowing from one body to another, in analogy with a fluid, facilitating student's understanding of the concept of momentum and its conservation. This approach was held in a pioneering way by The Karlsruhe Physics Course (KPK) and differs from the traditional approach, which initially introduces the concept of force and only much later the concept of momentum. We propose, as opposed to the KPK, complement the traditional approach to a more general view of conservation laws using the educational framework of analogies. As a result of this approach, some mechanical phenomena are reinterpreted in a complementary manner to traditional education by providing students with alternative mental models. It is also presented detailed instructions on how to build an air table, as well as suggestions of experimental activities using video analysis, implementing the proposals raised by the PCN+ regarding the content and the formation of the student, in order to facilitate the understanding of the concept of momentum and its conservation.

Key words: mass, momentum, collisions, conservation laws.

Rio de Janeiro  
December 2015

# Sumário

|   |    |
|---|----|
| Capítulo 1.....   | 1  |
| Introdução.....   | 1  |
| Capítulo 2.....   | 6  |
| Por que Estudar o Tema Momento Linear e sua Conservação?.....                       | 6  |
| 2.1 O que os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio sugerem.....     | 6  |
| 2.2 Aplicações indispensáveis do Momento Linear e sua Conservação no Cotidiano..... | 7  |
| Capítulo 3.....   | 10 |
| Análise dos livros didáticos utilizados no ensino médio.....                        | 10 |
| 3.1 Sobre a análise.....  | 10 |
| 3.2 A escolha dos livros.....   | 11 |
| 3.3 Análise dos Livros.....   | 11 |
| 3.3.1 Livro1.....   | 11 |
| 3.3.2 Livro 2.....  | 12 |
| 3.3.3 Livro 3.....  | 13 |
| 3.3.4 Livro 4.....  | 13 |
| 3.3.5 Livro 5.....  | 14 |
| 3.3.6 Livro 6.....  | 15 |
| 3.3.7 Livro 7.....  | 15 |
| 3.3.8 Livro 8.....  | 17 |
| 3.3.9 Livro 9.....  | 18 |
| 3.4 Resumo da análise dos livros.....   | 19 |
| 3.5 - Conclusão dos conteúdos dos abordados nas obras avaliadas.....                | 21 |
| Capítulo 4.....   | 22 |
| O uso da analogia no ensino de Física.....  | 22 |
| 4.1 O conceito de Analogia.....   | 22 |
| 4.2 As vantagens encontradas na utilização de analogias.....                        | 23 |
| 4.3 As dificuldades encontradas na utilização de analogias.....                     | 23 |
| 4.4 O modelo de analogia abordado por Glynn.....                                    | 24 |
| 4.5 Algumas conclusões sobre o uso de analogias no ensino de ciências.....          | 25 |
| Capítulo 5.....   | 26 |
| Piaget e o desenvolvimento de conservação na criança.....                           | 26 |
| 5.1 Fases e estágios do desenvolvimento da criança.....                             | 26 |
| 5.2 O domínio da noção de conservação na criança.....                               | 28 |
| Capítulo 6.....   | 31 |



|   |            |
|---|------------|
| <b>Uma aula sobre Fluxo de Momento ou Fluxo da Quantidade de Movimento .....</b>  | <b>31</b>  |
| <b>6.1 Introduzir o conceito-alvo: quantidade de movimento .....</b>  | <b>31</b>  |
| <b>6.2 Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos que estes sabem sobre o conceito: a quantidade de movimento como uma substância .....</b> | <b>33</b>  |
| <b>6.3 Identificar as características relevantes entre os dois domínios: .....</b>  | <b>42</b>  |
| <b>6.4 Mapear as similaridades entre os dois conceitos; .....</b>   | <b>43</b>  |
| <b>6.5 Indicar onde a analogia é falha. ....</b>  | <b>43</b>  |
| <b>6.6 Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.....</b>   | <b>44</b>  |
| <b>Capítulo 7 .....</b>   | <b>45</b>  |
| <b>Experimentos .....</b>   | <b>45</b>  |
| <b>7.1 - Sequência Didática – Experimentos .....</b>  | <b>51</b>  |
| <b>7.1.1 - Experimentos: 1.1 e 1.2 – Influência da massa na quantidade de movimento, conceito e conservação da quantidade de movimento.....</b>   | <b>53</b>  |
| <b>7.1.2 - Experimento 2: Transferência da quantidade de movimento.....</b>   | <b>75</b>  |
| <b>7.1.3 - Experimento 3: Transferência total da quantidade de movimento .....</b>  | <b>87</b>  |
| <b>7.1.4 - Experimento 4 – Colisão totalmente inelástica entre corpos de massas aproximadamente iguais.....</b>                                   | <b>98</b>  |
| <b>7.1.5 - Experimento 5: Caráter vetorial da quantidade de movimento .....</b>   | <b>111</b> |
| <b>7.1.6 - Experimento 6: Colisões bidimensionais.....</b>  | <b>125</b> |
| <b>Capítulo 8 .....</b>   | <b>133</b> |
| <b>Conclusão .....</b>  | <b>133</b> |
| <b>Apêndice A .....</b>   | <b>134</b> |
| <b>A.1 – Montagem do aparato experimental.....</b>  | <b>134</b> |
| <b>A.1.1 – Material .....</b>   | <b>134</b> |
| <b>A.1.2 - Montagem: .....</b>  | <b>146</b> |
| <b>A.1.3 - Precauções a tomar na montagem do aparato: .....</b>   | <b>158</b> |
| <b>Apêndice B – Produto da Dissertação: Uma aula sobre Fluxo de Momento ou Fluxo da Quantidade de Movimento .....</b>                             | <b>160</b> |
| <b>B.1 Introduzir o conceito-alvo: quantidade de movimento .....</b>  | <b>160</b> |
| <b>B.2 Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos que estes sabem sobre o conceito: a quantidade de movimento como uma substância.....</b>  | <b>162</b> |
| <b>B.3 Identificar as características relevantes entre os dois domínios: .....</b>  | <b>171</b> |
| <b>B.4 Mapear as similaridades entre os dois conceitos; .....</b>   | <b>172</b> |
| <b>B.5 Indicar onde a analogia é falha. ....</b>  | <b>172</b> |
| <b>B.6 Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.....</b>   | <b>173</b> |
| <b>Apêndice C – Cálculo da Velocidade e da Aceleração .....</b>   | <b>174</b> |
| <b>Referências Bibliográficas: .....</b>  | <b>177</b> |



# Capítulo 1

## Introdução

A ideia de quantidade de movimento e sua conservação se consolidaram ao longo de vários séculos, até se tornar em conceitos importantes para a Física. Dentro da Física, um dos consolidadores desse conceito foi René Descartes (1596-1642), considerado o pai da filosofia moderna, produziu inúmeras contribuições à ciência. Ele introduz o *Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento*. Veja o transcrito abaixo:

*“Deus, quando criou o universo de extensão infinita lhe conferiu também um movimento. A quantidade de movimento total criada é imutável, não podendo aumentar nem diminuir; porém, localmente, o movimento de um corpo pode ser alterado pela troca com outro e enquanto um deles perde movimento o outro ganha a mesma quantidade” [Baptista,2000]*

Não somente na Física essa ideia foi difundida, ou seja, o prenúncio das grandezas físicas se conservarem. Na Química, a ideia de Conservação tem o seu início Ocidental no começo do século XIX, com o químico Lavoisier, que demonstrou a importância de leis químicas quantitativas, enunciando o seu *Princípio da Conservação de Massa*, que ocorria nas reações químicas, estabelecido durante um processo químico. Há somente a transformação das substâncias reagentes em outras substâncias, sem que haja perda nem ganho de matéria, ou seja, *“A massa total de uma substância presente ao final de uma reação química é a mesma massa total no início da reação”* [Brown,2008]. Todos os átomos das substâncias reagentes devem ser encontrados, embora combinados de outra forma nos produtos.

Vemos que a conservação é um fato perceptível pelo homem e que passou por um

processo de amadurecimento durante a história da humanidade, conceito que possui a sua gênese nas ciências Físicas e Químicas. A descoberta desse conceito trouxe uma evolução histórica da ciência, que estabelece a preservação das grandezas, independente do ponto de vista do observador. Saber que a conservação das quantidades é algo perceptível pelo homem pode ser considerado um fato notório, mas podemos questionar em que fase da vida o ser humano passou a desenvolver a percepção que ele tem sobre as quantidades e suas conservações.

Os estudos sobre as grandezas físicas e suas conservações são bastantes abrangentes e atingem várias ramificações das ciências, inclusive na área pedagógica, como nos estudos sobre a teoria psicogenética ou epistemologia genética de Jean Piaget (1896-1980). Piaget passou a se interessar sobre o modo como o conhecimento era formado na criança [Piaget,1971]. Piaget destacou a importância da conservação no desenvolvimento da criança, que ocorre por volta da idade de oito meses, pela “conservação de figuras maternas” que lhe surge ligeiramente antes [Speltini, 2002]. Aprofundando-se em seus estudos, Piaget separou o desenvolvimento do seu estudo sobre a origem do conhecimento em quatro estágios e concluiu que o ser humano só passa a ter noção do que é conservação das quantidades a partir dos sete anos de idade. Antes dessa faixa etária o ser humano não consegue desenvolver esta habilidade/percepção.

Apesar do ser humano conseguir desenvolver esta habilidade/percepção, não tem, no entanto, um bom aproveitamento no aprendizado desse princípio. Em seu artigo [Speltini,2002], Speltini constata que o conceito de conservação é apresentado nos primeiros anos dos cursos física, e no entanto, os alunos (quando são questionados sobre os significados atribuídos à conservação das grandezas físicas) mostram que não entenderam claramente o assunto. Geralmente, a introdução desses conceitos é dada em aulas expositivas e não através de prática ou experiência, levando em conta a quantidade de movimento e sua conservação.

Há um questionamento a se fazer sobre esta contradição que observamos. Como o ser humano consegue perceber e criar habilidades sobre o conceito de conservação desde os nove anos de idade, mas ao estudar e desenvolve-los num curso de física é constatado que não entenderam claramente o assunto?

Logo, é preciso fazer outros questionamentos acerca da conservação, principalmente no cotidiano. Será que ao misturar simples substâncias como água e açúcar, o estudante consegue notar que as quantidades das substâncias se conservaram ou que o açúcar foi dissolvido pela água?

Ao nos remetemos para a reformulação do ensino médio no Brasil, temos como objetivo preparar o estudante para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, para o prosseguimento dos estudos ou para o mundo do trabalho. Ao propiciarmos aos estudantes ensinamentos sobre os conceitos físicos, vemos que um dos objetivos que podemos ter é o de torná-los permanentes. A partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN,2002] e das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Nacionais [PCN+,2013], sugere-se o estudo de Invariantes por compreensão e investigação, com o objetivo de permitir ao aluno identificar, estabelecer relações e ter domínio do conhecimento sobre as conservações (como a conservação da quantidade de movimento) prever possíveis resultados entre a colisão de dois carros. E também de reconhecer a conservação de outras grandezas, como massa, carga elétrica, corrente etc.

A quantidade de movimento e a conservação da quantidade de movimento são temas bastantes abordados nos livros didáticos e são de grande relevância no aprendizado do ensino de física. Porém essa abordagem é colocada de forma bastante descentralizada. A conservação é sempre explicada como item e de forma bastante reduzida, expressa em uma ou duas frases, até mesmo como fato isolado que ocorrem em algumas situações, ou apenas nos exercícios problemas que são propostos. Quando abordada como item fica

condicionada como consequência do comportamento das grandezas físicas como: energia, massa, carga elétrica etc. Para expressar a conservação do momento linear ou conservação da quantidade de movimento de forma escrita, são colocadas frases feitas como: “Num sistema mecânico isolado de forças externas, conserva-se a quantidade de movimento total”. Se observarmos a frase, não há nada de errado no que está escrito, mas o que está sendo questionado é a forma de como foi abordado o tema conservação. Primeiro, no aprendizado do ensino de física, o que interpretamos por sistema mecânico? Algo que deve ser definido por quem está estudando o sistema. Vemos que o sistema mecânico tem que estar condicionado ao isolamento das forças externas, logo ocorrerá uma conservação da quantidade de movimento total. Bem, o que significa a palavra total? Total de tudo ou do sistema que foi isolado? São frases colocadas que logo são seguidas de um ou dois exemplos como exposições a serem repetidas nos exercícios seguintes. Uma visão ampla do que é conservação poderia ser abordada de forma diferente, mas os livros didáticos acabam se detendo de forma bastante repetitiva no que se diz respeito ao tema.

A maioria dos livros didáticos aborda a quantidade de movimento e sua conservação de forma teórica, muitos deles não apresentam qualquer experimento sobre o assunto. Pois, quando falamos de aprendizado e a importância de compreendê-lo é um fato que por muitas vezes não torna esclarecido o tema abordado. Outro fator considerável sobre a não compreensão da conservação é o fato do ser humano desenvolver a percepção/habilidade de verificá-la e não verificar as ocorrências das conservações de algumas grandezas físicas como a da quantidade de movimento.

Esta dissertação está dividida como se segue: no capítulo 2, apresentamos as orientações oriundas dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. No capítulo 3, apresentamos uma revisão de como o conceito de quantidade de movimento e sua conservação são apresentados nos livros de física do Ensino Médio. O capítulo 4

apresenta a utilização de analogias como ferramenta poderosa para o ensino de física. O capítulo 5 faz uma breve revisão dos trabalhos de Piaget sobre o desenvolvimento dos conceitos de conservação em crianças. O capítulo 6 propõe tratar o momento linear como uma quantidade que se comporta como uma substância que flui de um corpo para outro, em analogia com um fluido, facilitando compreensão do aluno sobre o conceito de quantidade de movimento e a sua conservação. Esta abordagem foi realizada de modo pioneiro pelo The Karlsruhe Physics Course (KPK) e difere da abordagem tradicional, onde inicialmente introduz-se o conceito de força e apenas muito depois o conceito de momento. Propomos, ao contrário do KPK, complementar a abordagem tradicional com uma visão mais geral das leis de conservação utilizando o referencial de ensino por analogias. Como resultado desta abordagem, alguns fenômenos mecânicos são reinterpretados de modo complementar à instrução tradicional, fornecendo aos alunos modelos mentais alternativos. O capítulo 7 apresenta uma série de experimentos sobre a conservação do momento, utilizando um aparato construído pelo autor. Finalmente, algumas conclusões são tecidas no Capítulo 8. Os apêndices A e B apresentam os produtos desta dissertação.

## Capítulo 2

### Por que Estudar o Tema Momento Linear e sua Conservação?

#### 2.1 O que os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio sugerem

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) [PCN+,2013], sugere-se algumas perspectivas para oferecer de forma articulada uma educação equilibrada com funções de mesmos valores a todos os educandos. Sugere-se ainda uma formação que venha a desenvolver competências necessárias à integração do indivíduo na sociedade, incluindo a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual, do pensamento crítico, a preparação e orientação básica para integração no mundo do trabalho, com as competências que garantam seu desenvolvimento profissional, a continuar de forma autônoma e crítica aprendendo os níveis mais complexos de estudos.

Para isso os PCN+ consideram o mundo em que o educando vive indispensável a aquisição de conhecimentos, sua realidade próxima efetivamente aos objetos e fenômenos com que lidam, ou os problemas e indagações que venham mover sua curiosidade. Esse deve ser o ponto de partida para suas investigações, abstrações e generalizações pelo saber da Física.

*“Abordagem e tema não são aspectos independentes. Será necessário, em cada caso, verificar quais temas promovem o melhor desenvolvimento das competências desejadas. Por exemplo, o tratamento da Mecânica pode ser o espaço adequado para promover conhecimentos a partir de um sentido prático e vivencial macroscópico, dispensando modelagens mais abstratas do mundo microscópico. Isso significaria investigar a relação entre forças e movimentos, a partir das situações práticas, discutindo-se tanto a quantidade de movimento quanto as causas de variação do próprio movimento. Além disso, é na*



*Mecânica onde mais claramente é explicitada a existência de princípios gerais, expressos nas leis de conservação, tanto da quantidade de movimento quanto da energia, instrumentos conceituais indispensáveis ao desenvolvimento de toda Física” [PCN+,2013]*

Os PCN+ constituem assim uma diretriz na abordagem sobre o importante estudo da mecânica, numa visão macroscópica em que a quantidade de movimento e sua conservação podem ser expressas de forma clara e explícita a facilitar o conhecimento a partir de um sentido prático e vivencial dispensando os modelos abstratos.

Vemos que a orientação que temos do governo sobre o currículo do ensino médio é o de trabalhar com o momento linear e sua conservação. Adiante constataremos que estes conteúdos estão presentes nas obras literárias aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) [PNLD, 2015], com o objetivo de que o educando possa adquirir habilidades para sistematizar, produzir e mesmo difundir tais informações adquiridas, estimulando a interpretação de seus significados em informações presentes nas redes de informação.

## **2.2 Aplicações indispensáveis do Momento Linear e sua Conservação no Cotidiano**

A indagação da humanidade sobre o movimento dos corpos ou sobre o que acontecia com esses movimentos não é recente. Já se especulava sobre a possibilidade de uma massa em movimento carregar uma certa quantidade de movimento que estaria também associada à própria massa. A quantidade de movimento teria a propriedade de ser transmitida para outros corpos. René Descartes é o primeiro a expor uma teoria que explica o movimento do Universo. Veja a seguir algumas de suas palavras sobre a quantidade do movimento dos corpos:

*“Se um corpo que se move encontra um outro mais forte que ele, não perde nada em seu movimento e se encontra um outro mais fraco, a quem possa mover, perde de seu movimento aquilo que transmite ao outro” [Ponczek, 2009]*

Tomando como referência o que foi dito por René Descartes, podemos falar da importância que este tema possui e que está inserido no cotidiano, de modo a saber que a observação sobre a quantidade de movimento e sua propriedade condiz com as situações do dia-a-dia.

Na Física Moderna, o princípio da conservação do momento é de fundamental importância na busca pelos constituintes básicos da matéria. Os físicos aceleram e colidem feixes de partículas com velocidades próximas à da luz, em máquinas chamadas aceleradores de partículas, cujas dimensões atravessam países. Em consequências dessas colisões são extraídos milhares de fragmentos, que fornecem informações a respeito das partículas originais e das forças envolvidas, a fim de saber se as partículas conhecidas são ou não compostas por partículas mais fundamentais. Isso só é possível com a aplicação do princípio da conservação da quantidade de movimento para cada partícula envolvida na colisão. Não podemos deixar de mencionar que este tipo de experimento requer a utilização de supercomputadores e de centenas de cientistas.

As colisões ocorrem também em outras escalas. O princípio da quantidade de movimento pode ser usado para estudar as colisões galácticas. No início do século XX, os telescópios já mostravam que as galáxias do Universo colidiam. Por exemplo, nossa galáxia, a Via Láctea, está na rota de colisão com a galáxia Andrômeda, estima-se que daqui a cinco bilhões de anos haverá uma forte interação entre as galáxias, ainda não se sabe ao certo.

Com base nos exemplos dados acima vemos que a quantidade de movimento e a sua conservação podem ser observadas de forma bastante simples ou do qual necessite de

aparelhos tecnológicos para ser observado. Devemos nos atentar que o tema abordado é de grande relevância para a ciência tanto no mundo subatômico com suas pequenas medidas, quanto para o mundo astronômico com as suas medidas em grandes proporções. A relevância do estudo abordado é de grande valia já que são fenômenos que ocorrem com a própria massa corporal do próprio educando.

Podemos também atender aos fatores abordados pelo PCN + sobre a relevância da visão macroscópica da Mecânica que pode ser expressa de forma clara e explícita com o intuito de facilitar conhecimento a partir de um sentido prático e vivencial, dispensando os modelos que requerem uma abstração maior sobre seus conceitos.

## **Capítulo 3**

### **Análise dos livros didáticos utilizados no ensino médio.**

#### **3.1 Sobre a análise**

Ao analisarmos a forma com a qual o conteúdo é abordado nos livros didáticos, temos que levar em consideração que existem alguns objetivos a serem realizados por esses conteúdos, como uma aprendizagem significativa que capacite para o exercício da cidadania, com possibilidades efetivas de participação ativa e crítica na sociedade, de inserção adequada ao mercado de trabalho e de formação contínua ao longo da vida.

É necessário atentar-se para a proposta didático-pedagógica explicitada e aos seus objetivos visados, bem como é preciso apresentar coerência na fundamentação teórica, favorecer o desenvolvimento do pensamento autônomo e crítico, contribuir para as relações que se estabelecem entre o ensino e aprendizagem propostos e suas funções socioculturais.

Os temas quantidade de movimento e conservação da quantidade de movimento são abordados nos livros do ensino médio e veremos que ocorre uma não uniformidade na escolha dos conceitos por parte de seus autores para abordar esse tema. Contudo, não estamos focando na escolha desses conceitos, mas o que se pode destacar é a abordagem feita pelos autores sobre o assunto, seja com mais ou menos ênfase. Ou seja, vamos mostrar apenas como a quantidade de movimento e sua conservação é transmitida pelos livros didáticos, como veremos adiante.

## **3.2 A escolha dos livros**

No presente trabalho, foram escolhidas nove obras, que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLDEM). Com exceção dos livros 1 e 2, listados a seguir, a análise feita decorre em destacar a abordagem sobre o tema deste trabalho. Os livros escolhidos são: 1) [Guimarães,2004] - Física – Ensino Médio: Mecânica, 2) [ Ramalho, 2007] - Os fundamentos da Física para o ensino Médio – Física 1, 3) [Doca,2007] – Tópicos de Física 1, 4) [Oliveira, 2013] – Física – Contextos e Aplicações 2, 5) [ Torres, 2010] Física – Ciência e Tecnologia - Volume 1, 6) [ Sampaio, 2005] Física – Ensino Médio Atual - Volume Único, 7) [ Máximo,2014] Física – Contextos e aplicações 1, 8) [ Yamamoto,2007] Os Alicerces da Física – Mecânica 1, 9) [Guimarães,2014] Física 1 – Ensino Médio.

## **3.3 Análise dos Livros**

### **3.3.1 Livro1**

No livro 1, “Física – Ensino Médio: Mecânica”, de Luiz Alberto Guimarães e Marcelo Fonte Boa, podemos notar que a ênfase dada pelos autores no que concerne a conservação da quantidade de movimento é algo que ocorre dentro das colisões e usa a terceira lei de Newton no momento da colisão, mas não a menciona, para aplicação do impulso. Mostrando os vetores das forças de ação e reação, com módulos iguais e opostos no sentido, mencionando que o momento linear é transferido de um corpo para o outro, ou seja, o que um perde o outro ganha. No entanto, a conservação do momento é uma lei universal, e sua violação até o presente momento não foi observada. O livro expõe no quadro “fique por dentro” algumas considerações a serem feitas, como: a presença das

forças internas que se equilibram e são pequenas em relação às forças de colisão e que durante a colisão o intervalo de tempo é muito pequeno e o impulso dado por elas poderia ser desprezado e as forças internas que constituem pares ação/reação.

O livro estende a conservação da quantidade de movimento a um sistema isolado, ou seja, que sobre os corpos não atuem forças externas desequilibradas. Relata a análise já feita desse princípio no caso das colisões em que a resultante das forças é nula, exemplificando algumas situações.

### **3.3.2 Livro 2**

O livro 2, “Os fundamentos da Física 1”, de Francisco Ramalho Junior, Nicolau Gilberto Ferraro e Paulo Antônio de Toledo Soares, a parte 5 é intitulada: “Os princípios da conservação”, com os capítulos: Trabalho, Energia e Impulso e Quantidade de Movimento. Apesar disto será analisado apenas no que o livro trata de conservação da quantidade de movimento. O livro expõe a conservação da quantidade de movimento levando em consideração um sistema com corpos isolados de forças externas e indica o que é estar isolado por forças externas: 1) só pode haver forças internas, 2) pode ter forças externas, mas a resultante é nula, 3) as ações externas são bem menores que as ações internas. Em consequência, usa o teorema do impulso, mostrando que a resultante é nula, e logo, o impulso é nulo e as quantidades de movimentos finais e iniciais se igualam, e enuncia que a quantidade de movimento de um sistema de corpos isolados de forças externas é constante.

### **3.3.3 Livro 3**

O livro 3, “Tópicos de Física 1”, de Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola e Newton Villas Boas, introduz inicialmente o conceito de impulso de uma força constante e no tópico seguinte define o carácter vetorial da quantidade de movimento como o produto entre a massa e sua velocidade vetorial. O teorema do impulso é abordado como a igualdade entre o impulso e a variação da quantidade de movimento apenas pelo enunciado que define o teorema.

O livro enuncia que um sistema isolado de forças externas conserva-se a quantidade de movimento total e depois verifica, usando o teorema do impulso, que, por consequência das forças externas serem nulas, o impulso também é nulo, logo, a variação da quantidade de movimento também é nula e, logo em seguida, faz a aplicação do princípio da conservação da quantidade de movimento em alguns exemplos.

### **3.3.4 Livro 4**

O livro 4, “Física – Conceitos e Contextos”, do Maurício Pietrocola, Alexander Pogidin, Renata de Andrade, Talita Raquel Romero, destaca a ideia de Descartes “o Universo não poderia tender ao repouso, isto é, deveria manter seu momento inicial oriundo do momento da criação” e explica a conservação por meio das experiências científicas acessíveis, como a colisão entre duas bolas de bilhar na mesma direção e sentidos opostos, e, pela força de contato no momento da colisão aplica a segunda lei de Newton para as duas bolas, considerando as forças como um par de forças de ação e reação (3ª Lei de Newton) e iguala as forças que atuam nas bolas durante a colisão e, por consequência, consegue mostrar que as quantidades de movimentos totais antes e depois

da colisão são iguais. Em nenhum momento o livro cita o teorema do impulso para falar da conservação da quantidade de movimento.

### **3.3.5 Livro 5**

O livro 5, “Física – Ciência e Tecnologia”, de Carlos Magno A. Torres, Nicolau Gilberto Ferraro e Paulo Antônio de Toledo Soares começa a introdução do conteúdo com um pouco da história, mencionado as especulações filosóficas sobre o tema, colocando René Descartes como o grande o principal filósofo-cientista a desvendar a questão sobre a quantidade de movimento a sua conservação.

Em seguida, é mencionada a definição quantidade de movimento e ela é exemplificada com a sua conservação em colisões de um jogo de bilhar, sendo completada com o exemplo do pêndulo múltiplo, representando graficamente a sequência ilustrativa da conservação da quantidade de movimento através do pêndulo.

O carácter vetorial da quantidade de movimento é mencionado a partir do exemplo de uma colisão oblíqua entre duas bolas de bilhar, definindo a direção e o sentido da quantidade sendo os mesmos da velocidade, finalizando o carácter vetorial da conservação da quantidade com a igualdade vetorial das quantidades de movimentos totais final e inicial.

O livro conclui o tema mostrando outros exemplos em que a quantidade de movimento se conserva, como: um tiro de canhão, um pescador andando sobre um barco, o lançamento de um foguete, entre outros.



### **3.3.6 Livro 6**

O livro 6, “Física – Ensino Médio Atual” – Volume Único de José Luiz Sampaio e Caio Sergio Calçada, inicia a abordagem do tema com definição da quantidade de movimento, que a massa é uma grandeza positiva e que os vetores quantidade de movimento e velocidade sempre terão o mesmo sentido e finaliza a introdução com a unidade de medida no Sistema Internacional. No tópico seguinte, o livro define a quantidade de movimento de um sistema como a soma de todas as quantidades de movimentos do sistema.

A introdução da conservação da quantidade de movimento inicia-se como a definição de forças externas e internas, considerando o sistema isolado quando não há ação das forças externas, ou seja, a resultante das forças é igual a zero. E por fim, define que a quantidade de movimento de um sistema isolado é constante, constituindo o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento.

### **3.3.7 Livro 7**

No Livro 7, “Física – Contextos e Aplicações” – Volume 1, dos autores Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga, a introdução ao tema é abordada a partir do pêndulo de Newton, que é vendido em lojas, supondo que todos que estudarão a conservação da quantidade de movimento tem visto este aparato.

No tópico seguinte, o livro aborda o conceito de impulso exemplificando com o chute de um jogador de futebol a uma bola e define o conceito de impulso a partir do produto entre a força aplicada na bola pelo chute e o tempo de contato em que a força foi aplicada.

A quantidade de movimento é abordada da mesma forma, é colocada diretamente sua definição como produto entre a massa e a velocidade que a mesma possui, finalizando-o com o carácter vetorial da quantidade de movimento tendo a mesma direção da velocidade.

O próximo tópico abordado é a relação que existe entre o impulso e a quantidade de movimento. O livro define esta relação a partir da segunda lei de Newton ( $\mathbf{F}=\mathbf{m}\cdot\mathbf{a}$ ) conclui o impulso adquirido pelo corpo, dado pela força resultante que atua num corpo, durante o intervalo de tempo é igual a variação da quantidade de movimento.

No tópico seguinte, o livro define a quantidade de movimento de um sistema como a soma de todas as quantidades de movimentos do sistema.

A introdução da conservação da quantidade de movimento inicia-se como a definição de forças externas e internas, considerando o sistema isolado quando não há a ação das forças externas, ou seja, a resultante das forças é igual a zero. E, por fim, mostra que as forças internas não provocam variação da quantidade de movimento total do sistema. E conclui a conservação da quantidade de movimento como consequência da resultante das forças externas que atuam sobre um corpo serem nulas.

O livro separa uma parte para ressaltar a evolução histórica do conceito de quantidade de movimento ( $\mathbf{Q} = \mathbf{m}\cdot\mathbf{v}$ ) e sua conservação a partir dos pressupostos do filósofo- cientista René Descarte. Mais tarde Isaac Newton conseguiu definir o conceito da quantidade de movimento e sua conservação, comprovando os indícios de René Descartes.

Por fim, o livro conclui o tema abordando os tipos de colisões, mostrando que a conservação da quantidade de movimento ocorre nesses eventos.

### 3.3.8 Livro 8

O Livro 8, “Os alicerces da Física – Mecânica”, dos autores Kazuhito Yamamoto, Luiz Felipe Fuke e Carlos Tadashi Shigekiyo, introduz o tema com alguns questionamentos. Por exemplo, como a polícia reconstitui com precisão o que aconteceu no choque entre dois carros e conclui que algumas perguntas podem ser respondidas graças a uma grandeza vetorial denominada quantidade de movimento.

No tópico seguinte, o livro define a quantidade de movimento com carácter vetorial sendo o produto entre a massa e sua velocidade vetorial. Em seguida define o que é impulso e apresenta sua expressão vetorial e algébrica como o produto entre a força resultante e o tempo de contato dessa força com o objeto.

Depois de ter definido a quantidade de movimento e o impulso, o livro aborda o teorema do impulso a partir da segunda lei de Newton ( $\mathbf{F}=\mathbf{m}\cdot\mathbf{a}$ ) conclui o impulso adquirido pelo corpo, dado pela força resultante que atua num corpo, durante o intervalo de tempo é igual a variação da quantidade de movimento.

O livro introduz o conceito de conservação da quantidade de movimento ressaltando a definição de um sistema físico mecanicamente conservativo e isolado, condicionando as situações em que os sistemas podem estar mecanicamente isolados, (sendo a ausência das forças externas, ou se as forças externas serem bem menores que as forças internas e neutralizando as forças externas) por consequência se constata a conservação da quantidade de movimento.

O livro conclui abordando os tipos de colisões unidimensionais; elásticas, parcialmente elástica, inelásticas e as colisões oblíquas. No final do capítulo o livro mostra uma visão global do conteúdo através de esquemas.

### 3.3.9 Livro 9

O livro 9, “Física 1 – Ensino Médio”, dos autores Osvaldo Guimarães, José Roberto Piqueira e Wilson Carron, começa a introdução do conteúdo com um pouco da história mencionando as especulações filosóficas sobre o tema, colocando René Descartes e Leibniz como os grandes precursores a desvendar a questão sobre a quantidade de movimento e sua conservação, questionamentos que foram aceitos a partir da mecânica Newtoniana.

Para mostrar a relevância da massa e da velocidade na quantidade de movimento, o livro começa a introduzir o conceito dessas grandezas a partir de um exemplo ilustrativo em que esferas de massas diferentes são soltas de uma mesma altura e, ao penetrarem num banco de areia, é constatado que a esfera de maior massa penetra mais profundamente neste banco. E em seguida, outro experimento é ilustrado em que esferas de mesma massa são soltas de alturas diferentes; logo, a esfera que obtém a velocidade maior penetra mais profundo no banco de areia, chegando à conclusão que as grandezas massa e velocidade influenciam na quantidade de movimento, o livro define a quantidade de movimento como o produto entre a massa e a velocidade vetorial da mesma.

Em seguida, o livro mostra a variação da quantidade de movimento linear da massa como a subtração entre a quantidade após e a quantidade antes de qualquer interação da massa ( $\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{\text{após}} - \mathbf{Q}_{\text{antes}}$ ). No tópico seguinte, o livro aborda a definição de Impulso de uma força e o define como o produto da força que atua sobre o corpo e o tempo em que esta força é aplicada. ( $\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \Delta t$ ). Em seguida, o livro apresenta a dedução do teorema do impulso aplicando a segunda lei de Newton.

A abordagem da conservação da quantidade de movimento é apresentada a partir dos conceitos de forças externas e forças internas que atuam sobre um sistema. Conclui o

conceito de conservação como consequência de um sistema isolado das forças externas, verificando que a variação da quantidade de movimento de tal sistema é nula.

Por fim, o livro aborda os tipos de colisões classificando-as e afirma que nos choques a quantidade de movimento total do sistema se conserva.

### **3.4 Resumo da análise dos livros**

Iremos resumir os dados em uma tabela de modo a tornar mais clara e resumida ao leitor as observações dos dados recolhidos nesta análise dos capítulos dos livros de ensino médio que abordam os assuntos de quantidade de movimento e sua conservação.

A numeração dada aos livros decorre conforme já exposta anteriormente no início do capítulo.

- 1) [Guimarães, Luiz Alberto] - Física – Ensino Médio : Mecânica;
- 2) [Ramalho, Francisco Jr] - Os fundamentos da Física para o ensino Médio – Física 1;
- 3) [ Gualter, José Biscuola] – Tópicos de Física 1:
- 4) [ Pietrocola, Maurício - 2013] – Física – Contextos e Aplicações 2;
- 5) [Torres, Carlos Magno A. – 2010] Física – Ciência e Tecnologia - Volume 1,
- 6) [Sampaio, José Luiz - 2005] Física – Ensino Médio Atual - Volume Único;

7) [Máximo, Antônio – 2014] Física – Contextos e aplicações 1;

8) [Yamamoto, Kazuyto – 2007] Os Alicerces da Física – Mecânica 1;

9) [Guimarães, Osvaldo – 2014] Física 1 – Ensino Médio.

A tabela 3.1 foi construída para assinalar os conceitos citados dos conteúdos na qual os livros didáticos abordam o tema quantidade de movimento e sua conservação:

| Conceito / Livro                  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Inicia com a definição da Q.M     | O | X | O | X | X | X | X | X | X |
| Resultante igual a zero           | X | X | X | X | O | O | X | X | X |
| Forças Internas e Forças Externas | X | X | X | X | X | O | X | X | X |
| Segunda Lei de Newton             | X | X | X | X | O | X | O | X | X |
| Terceira Lei de Newton            | X | O | X | X | O | O | O | X | X |
| Sistema Isolado                   | X | X | X | X | X | X | O | X | X |
| Vetor                             | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| História                          | O | O | O | X | X | O | X | O | X |
| Exemplos- (cotidiano)             | X | X | X | X | X | O | X | X | X |
| Experimentos                      | O | O | O | O | O | O | O | O | X |

Tabela 3.1: Resumo dos tópicos apresentados pelas obras analisadas. – X significa conteúdo apresentado e O significa conteúdo não apresentado.

### **3.5 - Conclusão dos conteúdos dos abordados nas obras avaliadas**

O tema quantidade de movimento e sua conservação são abordados de forma semelhante em todas as obras pesquisadas. Algumas se utilizam da história da quantidade de movimento ou fatos do cotidiano para introduzir o conceito do tema abordado. Podemos constatar que a maioria das obras utilizam do conceito de quantidade de movimento para iniciar o conteúdo e a partir daí desenvolver os conceitos de impulso, ação da força externa nula, sistema de partículas e a própria conservação de quantidade de movimento. E por fim, vemos que das obras apresentas apenas o livro 9 apresenta algum tipo de experimento relacionado ao tema.

## Capítulo 4

### O uso da analogia no ensino de Física

#### 4.1 O conceito de Analogia

A analogia tem se tornado uma ferramenta importante e de grande utilização no ensino de ciências, principalmente quando abordamos os conceitos mais abstratos do ensino de Física. Encontraremos algumas barreiras que surgem quando utilizamos esta ferramenta para simplificar esses conceitos abstratos. Mas, apesar disto, a sua honrosa contribuição nos proporciona um recurso de grande valia e enriquecedor na diluição dos temas abordados nas aulas de Física.

Podemos definir a analogia como uma comparação do desconhecido ao que é conhecido, usando as aparências, ou seja, entender o desconhecido a partir do objeto conhecido. Devemos levar em conta que para o uso da analogia não é necessário que exista uma igualdade entre os assuntos conhecido-desconhecido, e sim apenas uma comparação.

A partir do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem dos educandos associado a essas comparações entre o que é conhecido ao desconhecido, podemos levá-los a construir, o que Glynn [Glynn, 2007] chama de modelo mental. Através dessa relação aparente entre o que é familiar e o que é desconhecido, podemos fornecer aos educandos algo plausível que possa dar-lhes suportes significativos que irão lhes propiciar uma aprendizagem mais exploradora sobre os conceitos abstratos que são abordados.

Não podemos deixar de ressaltar que há educadores que em suas aulas fazem o uso da analogia, quando preciso. O uso da analogia não tem por objetivo fazer comparações entre dois conceitos, ou seja, de comparar o conceito do que é conhecido



com o conceito do desconhecido. O objetivo da analogia como ferramenta do aprendizado é a de fazer a similaridade entre os conceitos.

## **4.2 As vantagens encontradas na utilização de analogias**

Podemos destacar algumas contribuições das utilizações da analogia no ensino de Física:

- Facilitam a compreensão das evoluções conceituais, auxiliando os professores;
- Torna acessível aos alunos o conhecimento científico que precisa de uma maior compreensão dos conceitos abstratos;
- Através da organização do pensamento analógico, os alunos podem desenvolver habilidades cognitivas. Por exemplo, a criatividade;
- A analogia pode ser usada como instrumento de avaliação pelos professores.

## **4.3 As dificuldades encontradas na utilização de analogias**

Dada as contribuições, podemos destacar algumas barreiras encontradas na utilização da analogia no ensino de Física:

- Os alunos podem extrapolar os conceitos, negligenciar suas limitações;
- A analogia pode não ficar clara, de maneira que os alunos não entendam o porquê da sua utilização;
- Os alunos por sua vez não apresentam um pensamento analógico, dificultando o entendimento da analogia;

- Apenas os detalhes mais marcantes podem ficar retido com os educandos, ou seja, a analogia pode ser confundida com o próprio conceito de forma que os alunos não atinjam o que foi proporcionado.

#### **4.4 O modelo de analogia abordado por Glynn**

O trabalho abordado por Glynn “The Teaching-With- Analogies Model” [Glynn, 2007] – TWA, faz uso de analogias como uma ferramenta didática para auxiliar a aprendizagem. O autor menciona que para o início das atividades é necessário que se tenha a confirmação de que os educandos estejam inteirados sobre o conceito análogo, a partir do fato de que nem todos os educandos envolvidos têm conhecimento, domínio ou até mesmo tenham noção do que seja analogia. Passa a ser papel do professor explicar aos educandos o que é e o que consiste uma analogia, mostrando que a mesma é apenas uma comparação que é feita entre o conhecido e o desconhecido, para facilitar o processo de aprendizagem. Este processo que está dividido em seis etapas:

- 1) Introduzir o conceito-alvo;
- 2) Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos o que estes sabem sobre o conceito;
- 3) Identificar as características relevantes entre os dois domínios;
- 4) Mapear a similaridade entre os dois conceitos;
- 5) Indicar onde a analogia é falha.
- 6) Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.

É necessário que se tenham alguns cuidados com o uso de analogias no ensino de ciências: a estratégia didática utilizada tem que ser elaborada de forma mais organizada. Seja através da fala do professor ou através dos livros didáticos, o que são estabelecidos

pelo professor ou pelo livro didático são as relações analógicas entre o conhecido/desconhecido definem o contexto, é necessário que os educandos compartilhem esse contexto.

#### **4.5 Algumas conclusões sobre o uso de analogias no ensino de ciências**

Certos aspectos (como alvo da analogia utilizada) podem se referir tanto aos conceitos superficiais quanto aos estruturais mais profundos. É necessário que se faça um mapeamento entre as similaridades. O professor passa a ter a atividade de selecionar os objetos análogos que compartilhem essas similaridades. Quanto mais similaridades compartilhadas, melhor a analogia será difundida. O professor deverá ter uma verificação minuciosa sobre os alunos para identificar se estes não cometeram nenhum equívoco durante a aprendizagem. Esta verificação pode ocorrer de forma bastante simples, através de perguntas, o professor poderá verificar se essas características estão sendo compartilhadas entre o conceito alvo e o objeto análogo.

Se os livros didáticos fazem o uso da analogia, o professor pode explorá-las ao se certificar de sua eficácia, tornando o conceito alvo com algo significativo aos alunos, ressaltando que a analogia funciona como “um modelo mental” abordando novos conceitos abstratos e fazendo uma ligação de um conceito anterior a um novo conceito ou conhecimento. O método de analogia abordado por Glynn é uma ferramenta preciosa que pode ser utilizada pelos alunos, para que estes possam compreender conceitos novos e evoluam em modelos mentais mais significativos.

## Capítulo 5

### Piaget e o desenvolvimento de conservação na criança

#### 5.1 Fases e estágios do desenvolvimento da criança

Sobre a perspectiva da aquisição do conhecimento na interação indivíduo-meio, existem fatores que baseiam essa perspectiva: as condições internas do indivíduo e da interação deste indivíduo com o meio em que ele vive. Processo de conhecimento que vai se estruturando por meio de assimilação e acomodação. Ocorre um processo de desequilíbrio/equilíbrio interno entre esquemas novos e os já existentes. Por exemplo, ao andar, a criança desequilibra seu esquema anterior (que é o engatinhar) necessitando adaptar-se à nova habilidade. Este processo leva tempo, até que a criança assimile os novos esquemas. Este desequilíbrio/equilíbrio faz com a criança passe de um estágio de desenvolvimento para um estágio mais elaborado [Lima,1998] identificou e separou esses estágios do desenvolvimento em sensório-motriz, representativas mediante as operações concretas e representativas mediante as operações formais.

No primeiro estágio de 0 a 24 meses, a criança elabora e exerce os esquemas reflexivos (agarrar e sugar). As crianças começam a identificar as pessoas familiares, emitem som e movimentos, desenvolvem hábitos e relações com seu próprio corpo (reações primárias circulares) e com objetos (reações secundárias circulares); aquisições importantes para os estágios seguintes.

O segundo estágio, de 2 a 11 anos, separaremos em dois períodos dos 2 a 7/8 anos e dos 7/8 a 11/12 anos. No primeiro período (2 a 7/8 anos), começam a aparecer as representações mentais da relação entre a criança e o mundo criando as primeiras manifestações de pensamento. Um aspecto que se torna acentuado na criança é o egocentrismo. Podemos notar este aspecto através da linguagem e das brincadeiras. Piaget

explica que nesse egocentrismo aparecem vários fenômenos como: animismo - a criança tende a achar que as coisas que se movimentam têm vida; artificialismo - a criança tende a achar que os objetos e fenômenos naturais são feitos por mãos divinas ou humanas; realismo – e o que é consciente é real e, finalismo – todo efeito tem sua finalidade. Neste primeiro período é notório que para a criança, os fenômenos ocorrem independente de sua vontade e eles não entendem a reversibilidade das coisas. No segundo período (7/8 a 11 anos) a criança que já se torna um pré-adolescente; consegue ter a perda progressiva do egocentrismo que vai sendo substituído pelo cooperativismo; ocorre um avanço no entendimento a reversibilidade. A criança passa a ter compreensão e domínio de operações de classes, relações e números etc. Porém, as suas ações ainda se pautam no concreto; a criança não tem a capacidade de fazer abstrações.

No terceiro e último estágio, o adolescente passa a refinar todas as aquisições dos estágios anteriores; não necessita do concreto para tirar suas conclusões, pois já consegue tirar suas conclusões por meio do abstrato.

Ele consegue promover seu desenvolvimento usando seu raciocínio hipotético-dedutivo e, a partir da sua abstração, consegue solucionar problemas complexos por meio de hipóteses e deduções, tira suas conclusões.

Piaget tirou essas conclusões a partir das observações feitas com seus próprios filhos a fim de entender a forma com que eles compreendiam o mundo, interessando-se pela modelagem do conhecimento na mente humana no período infantil.

Para o presente trabalho, é muito importante saber como o desenvolvimento do conhecimento se dá na mente infantil pela abordagem de Piaget, pois este menciona que a noção de conservação acontece em um desses três estágios, e que as noções das quantidades físicas passam por um desenvolvimento na mente da criança.

## 5.2 O domínio da noção de conservação na criança

A teoria de Piaget consiste nos estudos feitos sobre a conservação da quantidade da substância, a conservação do volume e a conservação do peso [Piaget,1962]. Entretanto, apenas nos atentaremos para o que a sua teoria conclui sobre o entendimento que a criança constrói sobre a conservação da quantidade da substância.

A realização dos estudos feitos por Piaget consiste em apresentar à criança duas bolinhas de barro de tamanho iguais, dialogando com ela até que esta reconheça que a quantidade de substâncias nas duas bolinhas. Após o reconhecimento na equivalência nas quantidades, a forma de uma das bolinhas é modificada, transformando-a em forma de “salsicha”, continuando o diálogo com a criança, depois questiona-se a criança se a quantidade de substância é a mesma? No trabalho executado por Piaget a bolinha de barro teve a sua forma transformada em outros tipos de objetos: disco espesso, disco achatado, cilindro curto, cilindro longo, copinhos etc. A conclusão dada pelo estudo foi dividida pelas idades das crianças observadas.

A teoria de Piaget sobre conservação propõe que até os 6 anos a criança não domina nenhuma noção sobre conservação seja de substância, volume ou peso. Podemos retratar este fato pelo que ele mencionou no livro o desenvolvimento das quantidades físicas na criança.

*“A primeira etapa é, pois, caracterizada pela ausência de qualquer conservação, tanto da substância quanto do peso e do volume, a da substância não sendo mesmo anunciada por reações de conservação parcial, quando de deformações de amplitudes fracas” [Piaget,1962]*

Na continuação dos seus estudos, Piaget certifica-se de que algumas crianças começam a ter a noção de conservação de forma empírica. Elas passam a identificar que

a substância se conserva, mas mantém oposição à conservação do peso e do volume. Podemos retratar este fato pelo que ele mencionou no livro o desenvolvimento das quantidades físicas na criança. Abordado como etapa II A, envolvendo crianças com idade de 6 e 7 anos.

*“De maneira geral, a segunda etapa é caracterizada pela descoberta da conservação da substância, por oposição ao peso e ao volume. A primeira subetapa na qual iniciamos agora o estudo, ignora, pois, a conservação do peso e do volume, mas quanto a substância, apresenta reações intermediárias entre as da etapa precedente (etapa I) e a afirmação categórica da invariante. Uma diferença notável distingue-a assim da segunda etapa (II B): enquanto os sujeitos dessa segunda subetapa afirmam de saída a conservação da quantidade da substância e postulam-na a título de necessidade lógica, os da primeira subetapa não conseguem admiti-la a não ser em certos casos e não em todos, a título de probabilidade empírica e não de certeza racional”*  
[Piaget,1962]

Na conclusão sobre a conservação da substância, Piaget mostra que as crianças possuem a convicta noção de que a conservação da substância é reconhecida por todas que participaram do estudo. Podemos retratar este fato pelo que ele mencionou no livro “O desenvolvimento das quantidades físicas na criança”. Abordado como etapa II A, envolvendo crianças com idade de 7 a 12 anos.

*“Os sujeitos característicos desse nível, do qual iniciamos o estudo, apresentam o caráter comum de admitir em qualquer circunstância a conservação da substância, mas de recusa-se a reconhecer a do peso.”*  
[Piaget,1962]

É certo que existem algumas variações entre as crianças referente ao domínio da noção de conservação de substância. Logo, a teoria de Piaget propõe nos casos observados que a noção de conservação é algo que o ser humano pode desenvolver e que é algo que

ocorre anteriormente ao que é ensinado sobre quantidade de movimento e sua conservação, pois o ensino desses conteúdos são lecionados aos alunos com média de idade de 15 anos, quando estes estão no primeiro ano do ensino médio.

Assim podemos ver que o ser humano consegue desenvolver o entendimento sobre o conceito de conservação, sendo um fator que irá nos ajudar. No capítulo 7, representarmos as quantidades de movimentos pelas quantidades de substâncias nos copos A e B, usaremos este recurso para mostrar como ocorre a conservação da quantidade de movimento nos experimentos abordados. Por outro lado, há pessoas que não conseguem desenvolver esse entendimento na faixa etária dos 15 anos, podendo assim não entender o uso do recurso.



## Capítulo 6

### Uma aula sobre Fluxo de Momento ou Fluxo da Quantidade de Movimento

Vamos seguir o TWAS (Teaching With Analogies Strategy) visto no Capítulo 4.

Os pré-requisitos para esta aula são: cinemática, vetores e as Leis de Newton. As etapas deste método são:

- 1) Introduzir o conceito-alvo;
- 2) Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos o que estes sabem sobre o conceito;
- 3) Identificar as características relevantes entre os dois domínios;
- 4) Mapear a similaridade entre os dois conceitos;
- 5) Indicar onde a analogia é falha.
- 6) Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.

#### 6.1 Introduzir o conceito-alvo: quantidade de movimento

Assim como um objeto em repouso possui inércia, os em movimento também possui inércia. Curiosamente, o movimento é um dos assuntos mais difíceis de ser tratar em Física, devido ao senso comum. Um trem em alta velocidade é difícil de ser parado. De fato, o trem em movimento está exibindo a sua inércia. Assim, podemos estender o conceito de inércia aos objetos em movimento, tendem a permanecer em movimento. Do mesmo modo, objetos em repouso, que tendem a permanecer em repouso e somente adquirir gradualmente velocidade se estiverem sujeitos a uma interação, através de uma força.

Um conceito importante nas leis do movimento é a quantidade de movimento ou momento linear de um corpo que se move. A palavra é comumente aplicada a um objeto que se move e que é difícil de ser parado. Quanto maior sua quantidade de movimento, maior será a dificuldade de pará-lo. Nossa intuição nos diz que uma pedra de massa muito grande que rola em um declive acentuado pode adquirir uma grande quantidade de movimento e em consequência a pedra dificilmente pode ser parada. Por outro lado, uma pequena pedra rolando no mesmo declive, a partir da mesma altura, pode ser parada muito mais facilmente, devido ao fato de sua massa ser muito menor do que a da pedra grande.

O conceito físico de quantidade de movimento,  $\mathbf{Q}$  (*um símbolo em negrito indica que a grandeza correspondente tem propriedades de um vetor*), uma grandeza vetorial, é definido em mecânica clássica como o produto da massa inercial,  $m$ , pela velocidade do objeto,  $\mathbf{v}$ , ou seja

$$\mathbf{Q} = m \cdot \mathbf{v} \quad (6.1)$$

Este conceito foi utilizado por Isaac Newton para formular as leis do movimento, e desempenha um papel importante em Física. Como a velocidade de um objeto depende do referencial adotado, a quantidade de movimento também dependerá do referencial. Normalmente, adotamos como referencial a Terra, suposta ela mesma, com boa aproximação.

Outro conceito importante, relacionado com a quantidade de movimento é o conceito de impulso de uma força. Ao empurrar uma caixa, ou chutar uma bola, aplicamos uma força durante um determinado tempo. Este tempo é necessário para que se manifestem os efeitos da interação com o objeto em questão, ou seja, a mudança da velocidade do objeto. Assim, é útil introduzir uma grandeza que leve em conta a interação através da força aplicada e o intervalo de tempo durante o qual a interação ocorre.

Seja  $\mathbf{F}$  uma força externa constante que age num corpo durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Definimos o impulso  $\Delta \mathbf{Q}$  da força  $\mathbf{F}$ , no intervalo de tempo considerado, como

sendo uma grandeza vetorial com a mesma direção e sentido de  $\mathbf{F}$ , cuja intensidade é dada por

$$\Delta Q = \mathbf{F} \cdot \Delta t \quad (6.2)$$

O teorema do impulso: Considere um corpo de massa  $m$  em movimento retilíneo uniformemente variado, sob a ação de uma força externa resultante  $\mathbf{F}$ . Pela segunda Lei de Newton:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \quad (6.3)$$

Como o movimento é uniformemente variado:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{V} - \mathbf{V}_0}{\Delta t} \quad (6.4)$$

Substituindo 6.4 em 6.3:

$$\mathbf{F} = m \cdot \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t} = m \cdot \left( \frac{\mathbf{V} - \mathbf{V}_0}{\Delta t} \right) \quad (6.5)$$

Ou ainda

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta \mathbf{Q} = m \cdot \mathbf{V} - m \cdot \mathbf{V}_0 = \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_0 \quad (6.6)$$

Assim, o teorema do impulso afirma que o impulso da resultante das forças constantes que agem num corpo é igual à variação da sua quantidade de movimento num dado intervalo de tempo.

## **6.2 Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos que estes sabem sobre o conceito: a quantidade de movimento como uma substância**

É extremamente valioso para o ensino de física o fato que algumas grandezas, a princípio distintas, possam ser discutidas de formas iguais. Algumas grandezas físicas se comportam analogamente aos fluidos (líquidos e gases). São chamadas de quantidades de

substância. Entre elas está a quantidade de movimento. A quantidade de movimento,  $Q$ , pode ser *imaginada* como um tipo de substância que flui de ou para um corpo. Uma indicação de que a quantidade de movimento se comporta como substância é o fato dela obedecer à equação da continuidade, expressa aqui por simplicidade como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \mathbf{F} \quad (6.7)$$

Onde  $\Delta Q$  é a variação da quantidade de movimento de um objeto sujeito a uma força externa  $\mathbf{F}$ , num intervalo de tempo  $\Delta t$ . Esta equação é análoga a  $\frac{\Delta q}{\Delta t} = I$ ,  $q$  é a carga elétrica e  $I$  a corrente elétrica. Em quaisquer dos casos, a equação da continuidade se aplica a uma dada região do espaço de volume  $V$ , limitado pela superfície  $S$ . A quantidade  $\Delta Q/\Delta t$  representa a taxa de variação temporal da quantidade de movimento dentro da região.  $F_Q$ , a força externa aplicada, representa a intensidade de corrente de  $Q$  que atravessa a superfície  $S$  que limita a região de volume  $V$ . Assim, há duas causas para a mudança no valor de  $Q$  dentro do volume  $V$ : a criação ou destruição de  $Q$  dentro da região e uma corrente de  $Q$  através da superfície  $S$  que limita  $V$ .

A quantidade de movimento apenas pode alterar o seu valor na região  $V$  quando uma corrente de quantidade de movimento (força externa) flui através da superfície  $S$ . Assim, a quantidade de movimento é dita conservada, conforme ilustrado na Fig. 6.1.

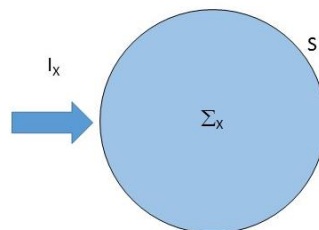


Fig. 6.1 – Ilustração da equação da continuidade para uma região limitada pela superfície  $S$ .  $I_x$  representa a taxa de variação da quantidade  $X$  que flui para dentro (ou para fora) do volume definido pela superfície  $S$ .  $\Sigma_x$  representa todas as fontes (ou sorvedouros) de  $X$  dentro de  $S$ .

Sabemos que as transições dos pensamentos científicos geram conflitos com as antigas ideias, as construções dos conceitos físicos são oriundas de uma luta por conceitos novos. Existem razões e dificuldades que forçam a modificar importantes conceitos, devemos não só compreender os caminhos iniciais, mas as conclusões que estas modificações nos levam, não foi diferente com o conceito que temos sobre a quantidade de movimento. Um corpo em movimento possui uma quantidade de movimento, a quantidade de movimento sofre variações desde que ações externas atuem sobre essa massa. Podemos questionar de que forma o corpo adquiriu essa quantidade de movimento ou de que forma essas ações podem variar essa quantidade de movimento.

Se olharmos para o estado do carrinho em repouso, vemos que ação das forças externas que atuam sobre o ele se encontra em equilíbrio e a quantidade de movimento é nula, conforme a Figura 6.2 abaixo:

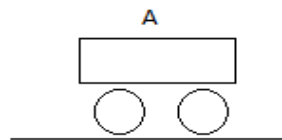


Figura 6.2: Carrinho A em repouso.

Quando uma força externa  $F$  passa a atuar sobre o carrinho A, este começa a adquirir quantidade de movimento e a mesma começa a aumentar devido à ação de  $F$ , conforme a figura 6.3:

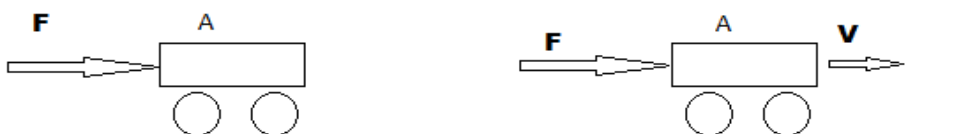


Figura 6.3: A força  $F$  atuando sobre o carrinho e alterando a quantidade de movimento do carrinho devido a sua atuação.

Vemos que o carrinho A adquire quantidade de movimento quando a força  $\mathbf{F}$  passa a atuar sobre o carrinho. Da mesma forma, uma força externa pode variar a quantidade de movimento de um corpo se encontrar em movimento. Vejamos a figura.6.4:

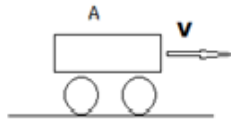


Figura: 6.4: Carrinho A com velocidade constante, logo com quantidade de movimento constante.

O carrinho A agora se apresenta com velocidade constante  $\mathbf{V}$  e as forças que atuam sobre o carrinho se equilibram; em consequência a sua quantidade de movimento é constante. Sob a ação da força externa  $\mathbf{F}$ , ocorrerá uma alteração em sua velocidade. Conforme ilustra a fig. 6.5:



Figura 6.5: O carrinho A altera a sua velocidade de  $V$  para  $V'$  devido a ação da força  $F$  sobre o mesmo.

Em consequência da ação da força  $\mathbf{F}$ , a sua quantidade de movimento sofrerá uma variação. Logo, a velocidade do carrinho A também sofrerá uma alteração de  $\mathbf{V}$  para  $\mathbf{V}'$ .. Para o caso das colisões, no momento em que as mesmas ocorrem, a ação da força entre dois carrinhos fará o seu papel de alterar a velocidade dos dois carrinhos e por conseguinte a sua quantidade de movimento.

Agora apresentaremos a força resultante  $F$  não no seu caráter vetorial, mas como a intensidade de corrente de  $Q$ . Usando uma analogia com corrente elétrica,  $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , por

exemplo, poderíamos a enxergar a alteração dessa quantidade de movimento de uma outra forma: se considerarmos que a força  $F$  faz com que a quantidade de movimento se altere pela entrada e saída dessa quantidade como um *fluxo de momento*,  $F = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ . Abordar essa alteração por um fluxo de momento se daria simplesmente por analogias, assunto que foi abordado no capítulo 4. Essa abordagem nos facilitaria em várias ocasiões, e também ajudaria nossos alunos a uma compreensão do assunto proposto para esta dissertação.

Friedrich Herrmann e Georg Job, em *The Karlsruhe Physics Course* [Herrmann,2006], propõem tratar a perda de quantidade de movimento pela saída de um *fluxo* e o ganho da quantidade de movimento pela entrada de um fluxo que ocorre nos corpos, como descrito por eles; Veja o trecho abaixo:

*“Uma comparação da quantidade movimento com a água é útil aqui também. Um veículo com rolamentos ruins que rola até parar, significa que seu impulso está indo para a Terra, em analogia a um balde furado. A água gradualmente escoo para o ambiente. Rolamentos ruins, ou seja, fricção, representam um vazamento de impulso. Um veículo com bons rolamentos é comparável a um balde selado”*  
[Herrmann,2006]

O carrinho A se encontra em repouso. Ao ser empurrado sobre a ação de um bastão, este começa a adquirir quantidade de movimento pelo *fluxo* da quantidade de movimento que passa a “entrar” no mesmo. Este fluxo que é oriundo da Terra, conforme ilustra a fig. 6.6:

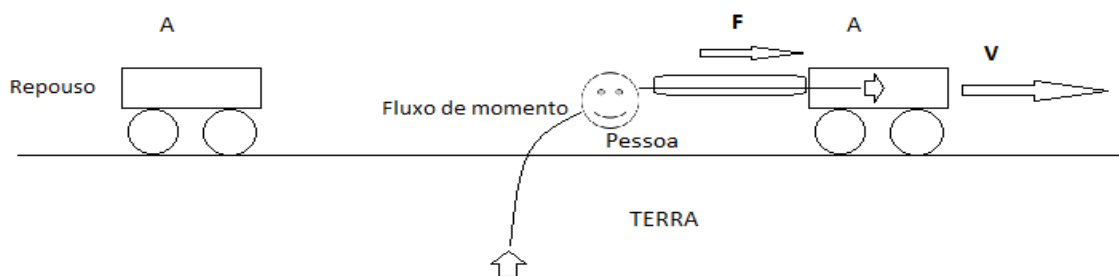


Figura 6.6: O carrinho A se encontra em repouso, ao sofrer a ação da força  $F$  ele começa a adquirir quantidade de movimento pelo fluxo de momento.

Vemos que o momento flui da Terra, passando pela pessoa e pelo bastão até chegar ao carrinho A.

Quando o contato entre o bastão e o carrinho é desfeito, o carrinho A possui velocidade  $V$ . Ao passar por uma região onde o atrito é suficientemente relevante, ocorrerá a saída do momento devido à ação da força de atrito sobre o carrinho, conforme ilustra a fig. 6.7:

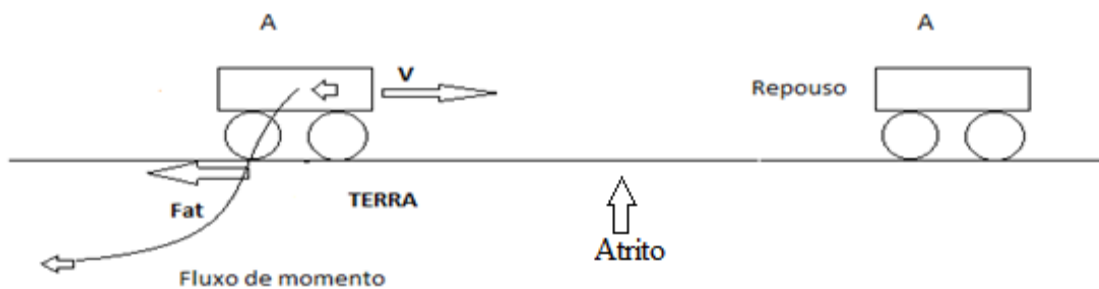


Figura 6.7: Com a ação da força de atrito o fluxo de momento flui do carrinho para a terra.

Em consequência da perda total da sua quantidade de movimento, o carrinho ficará no estado de repouso.

Abordaremos a situação em que o carrinho consegue manter a quantidade de movimento constante por ele adquirida. Poderemos entender o que acontece com o fluxo de momento quando há um equilíbrio entre as forças que atuam sobre o carrinho A. Nesse caso, a entrada e a saída do fluxo de momento são dadas pela atuação das forças que agem sobre o carrinho A, como podemos ver a ilustração na figura 6.7. Como há um equilíbrio entre as forças  $F$  e a  $F_{at}$ , a entrada e a saída de fluxos são iguais, mantendo a quantidade de movimento do carrinho A constante, conforme ilustra a figura 6.8 abaixo:



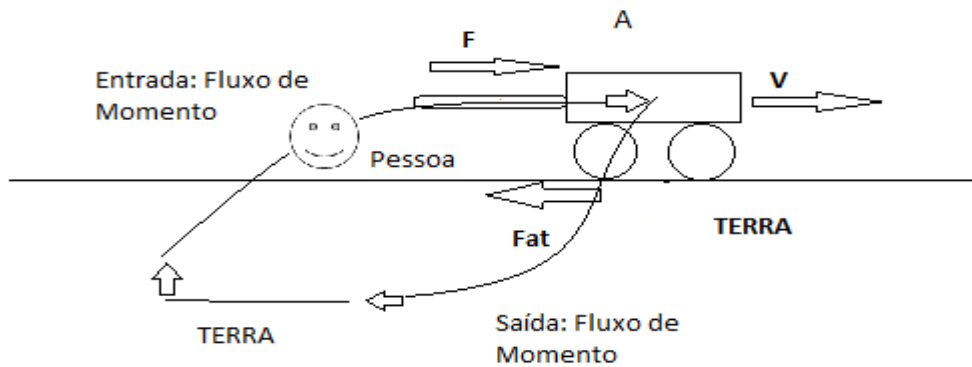


Figura 6.8: Entrada e saída de fluxo de momento, pelo equilíbrio das forças que atuam sobre a carrinho A.

O tratamento dado a quantidade de movimento como fluxo que entra ou escoar dos corpos em sua aquisição ou perda pode auxiliar o educando no entendimento do conteúdo. O que não podemos esquecer que é essa abordagem é aplicada pelo uso de analogias, em que o aumento da quantidade de movimento é dado pelo escoamento para dentro do corpo e, por conseguinte, a sua perda dada pelo escoamento para fora do corpo.

A definição da intensidade desse fluxo que escoar para dentro e para fora do corpo dividido pelo intervalo de tempo do escoamento pode ser descrita pela equação 6.8:

$$F = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (6.8)$$

O fluxo é abordado de forma diferente. Atribuímos a intensidade da força como a quantidade de movimento que entra ou sai do corpo por intervalo de tempo. Devemos ressaltar que há situações em que a analogia é falha, ou seja, ela possui limitações. No capítulo 7 apresentaremos casos em que ocorre essa falha.

Abordando a quantidade de movimento nas colisões como fluxo:

Como foi mencionado no item anterior deste capítulo, a aquisição ou perda da quantidade de movimento foi abordada como um fluxo que entra ou escoo dos corpos. O que iremos abordar no neste item é como se daria esse escoamento da quantidade de movimento através das colisões, já que a nossa proposta é que as colisões ocorram sem atrito com a superfície, de forma que os corpos não estejam em contato com a superfície. Em consequência, não teremos o escoamento do fluxo da Terra para os corpos e vice-versa. A figura 6.9 nos mostra aquisição da quantidade de movimento pela massa A: uma pessoa aplica uma força sobre a massa e o fluxo de momento flui da Terra para o bloco, vemos que a quantidade adquirida não tem escoamento para a Terra; logo, há um ganho dessa quantidade enquanto a pessoa age com uma força  $F$  sobre a massa.

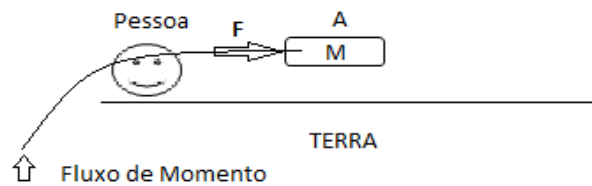


Figura 6.9: Aquisição da quantidade de movimento pela massa A.

A figura 6.9 nos mostra como ocorre a aquisição da quantidade de movimento pela massa A. O que abordaremos no momento da colisão ocorra um fluxo dessa quantidade de uma massa para outra. O que Herrmann menciona é que esta quantidade flui do corpo que possui maior velocidade para o corpo de menor velocidade.

*“... O impulso flui a partir do corpo com a maior velocidade (o carro) para dentro do corpo com a velocidade mais baixa (para o chão que tem uma velocidade de 0 km / h). Sempre que o impulso deve fluir na direção oposta, ou seja, a partir de um corpo com velocidade*

inferior a um corpo com uma velocidade mais elevada, uma bomba de impulso é necessário” [Herrmann,2006]

Vejamos algumas situações separadamente. A figura 6.10 ilustra uma colisão em que o fluxo da quantidade de movimento ocorre, do corpo de maior velocidade para o corpo em repouso (velocidade inicial nula).

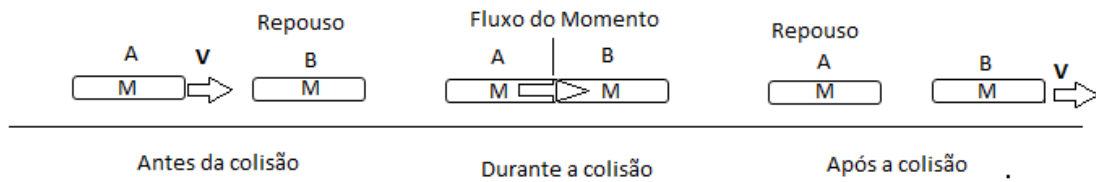


Figura 6.10: Durante a colisão há um escoamento total da quantidade de movimento da massa A para a massa B.

Baseado na fluidez da quantidade de movimento do corpo que possui maior velocidade para o corpo de menor velocidade, o que podemos questionar é o caso em que os corpos possuem a mesma velocidade. Neste caso, o escoamento ocorrerá nos dois sentidos em quantidades iguais. Em consequência, os corpos sairão com velocidades iguais às iniciais. Ressaltando que para este caso as massas de A e B são iguais, vejamos a figura 6.11:

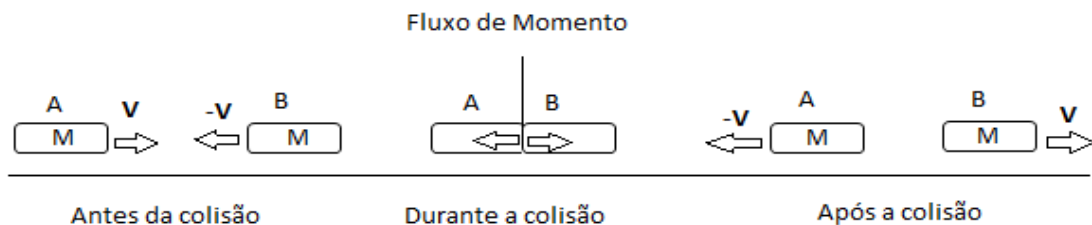


Figura 6.11: Durante a colisão o fluxo de momento ocorre nos dois sentidos.

No instante da colisão há um escoamento do fluxo de momento nos dois sentidos, ocorrendo uma troca das quantidades de movimento entre as duas massas.

Para a condição das massas serem diferentes, o fluxo da quantidade de movimento também ocorrerá do corpo que possui maior velocidade para o corpo que possui menor velocidade, mesmo que a sua massa seja menor valor. A fig.6.12 ilustra o que acabamos de ressaltar.

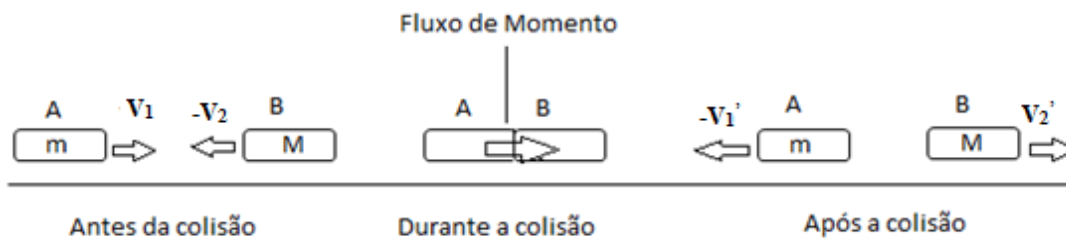


Figura 6.12: Mostra a colisão entre corpos de massas diferentes e o fluxo de quantidade de movimento fluindo do corpo que possui velocidade maior para o corpo que possui velocidade menor  $|V_1| > |-V_2|$  e  $M > m$ .

Na condição em que as massas são diferentes  $M > m$  e  $|V_1| > |-V_2|$  o fluxo de momento ocorrerá do corpo que possui maior velocidade para o de velocidade menor, mesmo que a quantidade de movimento da massa maior, seja maior. Pois o sentido das velocidades depois da colisão não influenciará no escoamento do fluxo.

### 6.3 Identificar as características relevantes entre os dois domínios:

Por obedecer à equação da continuidade, a quantidade de movimento possui algumas propriedades que fazem ser fácil de lidar com ela:

- I) O valor da quantidade de movimento refere-se a um corpo;

- II) A quantidade de movimento possui outra grandeza associada a ela, a força externa  $\mathbf{F}$ , que pode ser interpretada como uma corrente de quantidade de movimento;
- III) Assim como qualquer fluido, a quantidade de movimento é aditiva, ou seja, se um corpo possui quantidade de movimento  $\mathbf{Q}_0$  e adicionarmos uma quantidade de movimento  $\Delta\mathbf{Q}$ , a quantidade de movimento final será  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0 + \Delta\mathbf{Q}$
- IV) As respectivas correntes, ou forças externas aplicadas, também são aditivas, ou seja, obedecem ao princípio da superposição.

#### **6.4 Mapear as similaridades entre os dois conceitos;**

As similaridades entre a quantidade de movimento e um fluido são:

- I) Ambas grandezas se conservam (obedecem a uma equação da continuidade);
- II) Passam de um corpo para outro;
- III) São aditivas; o uso da adição pode ser usada quando o caráter vetorial não é necessário, ou seja, colisões em uma dimensão.
- IV) Aumentam ou diminuem de acordo com as suas respectivas correntes;

#### **6.5 Indicar onde a analogia é falha.**

Claramente a quantidade de movimento *não* é um fluido, embora, como vimos, possa ser *imaginado* como um fluido. Os pontos nos quais a analogia falha são:

| Fluido                | Quantidade de movimento |
|-----------------------|-------------------------|
| Quantidade escalar    | Quantidade vetorial     |
| É paupável (material) | É imaterial             |

No capítulo 7, os experimentos 5 e 6 são dois exemplos em que a analogia proposta mostra as suas limitações. No experimento 5, a situação proposta só é solucionada quando apresentamos o seu carácter vetorial. No experimento 6, por ser uma colisão bidimensional a proposta é incompatível, pois, mostram o carácter vetorial da quantidade de movimento e suas decomposições.

. A analogia apresentada também apresenta limitações para os casos dos movimentos circulares.

## 6.6 Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.

A quantidade de movimento é definido como o produto da massa pela velocidade de um objeto,  $Q = m \cdot v$ . A partir dessa definição, vemos que um corpo pode possuir uma grande quantidade de movimento se sua massa for muito grande e/ou se sua velocidade também for muito grande.

Se desejamos aumentar a quantidade de movimento de um corpo, devemos aplicar uma força externa durante um período de tempo. A quantidade de movimento é aditiva.

## Capítulo 7

### Experimentos

Neste capítulo, propomos uma série de experimentos, utilizando equipamentos construídos com material de baixo custo e o software livre Tracker [Tracker] para vídeo-análise [de Jesus 2014], [de Jesus 2014a].

O objetivo deste trabalho é fazer uma abordagem sobre a quantidade de movimento e sua conservação. Como visto nos capítulos anteriores, para que ocorra a conservação da quantidade de movimento pelo teorema do impulso ( $\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta Q$ ) é necessário que o impulso resultante externo seja nulo, teremos  $\Delta Q = 0$ , ou seja, as quantidades de movimento do sistema antes e depois das colisões se conservam.

No nosso cotidiano, essas forças externas atuam constantemente sobre os corpos e trazer essa conservação ao entendimento do aluno não é um fato tão fácil. Entre essas forças que impedem que a quantidade de movimento se conserve está a força de atrito, proveniente do contato entre superfícies. Esta força possui característica dissipativa, sendo a força que mais influência na não conservação da quantidade de movimento.

Em 2010 o aluno Francisco F.de Lucena Filho em seu TTC (Trabalho de Conclusão de Curso) [Filho, 2010] fez o projeto de construção de uma mesa de ar, mas a construção do aparato experimental apresentado no apêndice A foi feito de forma independente.

O objetivo do nosso aparato experimental (mesa de ar) é fazer com que os corpos (discos) flutuem e perca o contato entre as superfícies tornando assim a força de atrito nula, conseqüentemente ocorrendo a conservação da quantidade de movimento. O que

não podemos deixar de ressaltar é que não eliminaremos todas as forças dissipativas mas, a forças que mais influenciam nessa dissipação.

Ao nos remetermos aos livros didáticos, assunto descrito no capítulo 3, pouco se aborda sobre algum tipo de experimento que vá trabalhar esse assunto, pois não é algo que se vá obter com tanta facilidade, mas é possível. Uma das nossas pretensões é mostrar que esse experimento é factível: montar o aparato experimental vai requerer do construtor algumas habilidades com alguns tipos de ferramentas, algo que também não é tão difícil assim.

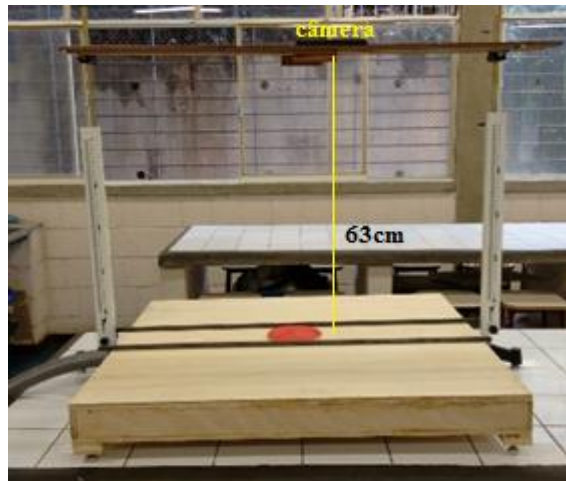
Na montagem do experimento é necessário tomar algumas precauções. Como se trata de uma atividade experimental, qualquer parâmetro poderá ser alterado se não tomarmos essas precauções que serão descritas no fim da montagem do aparato. Erros neste aparato poderão alterar de forma drástica os dados e esse colher, até mesmo os dados obtidos por vídeo análise. O apêndice A apresenta os detalhes da construção da mesa de ar. Nos procedimentos para a execução da filmagem dos experimentos foi utilizada a câmera do aparelho celular Moto G 2<sup>a</sup> geração, que grava vídeos em alta definição (HD) com uma resolução de 1280x720 pixels, com gravação de 30fps ilustrado na figura 7.1:



*Figura 7.1: Câmera utilizada para a filmagem.*



Não foi utilizado nenhum aparato de iluminação para as filmagens, a iluminação sobre os experimentos foi do próprio laboratório de Física (local onde foi filmado os experimentos) que tinham lâmpadas fluorescente. A câmera foi colocada a 63cm da mesa de ar conforme ilustra a figura 7.2 abaixo:



*Figura 7.2: Aparato para a execução da filmagem.*

A figura 7.3 abaixo, mostra a filmagem vista de cima:



*Figura 7.3: Filmagem vista de cima*

Para o cálculo das incertezas foram feitos os seguintes procedimentos:

Posições:

A figura 7.4 mostra como foram marcados os pontos para encontrar a incerteza das posições  $\delta_x$ , medindo os pontos encontramos uma incerteza  $\delta_x = 4\text{mm}$ .

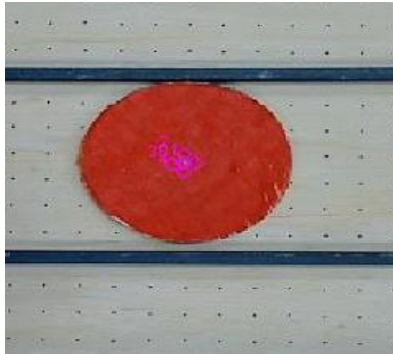


Figura 7.4: Pontos da marcação da incerteza para as posições.

Velocidade:

O software fornece o valor da velocidade instantânea em um determinado instante  $t_n$  que é o valor da velocidade média entre os dois instantes de tempo  $t_{n-1}$  e  $t_{n+1}$ , vide apêndice C:

$$v(t_n) = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} \quad (\text{eq. 7.1})$$

O cálculo da incerteza de uma variável  $z$  será obtido da tomando-se apenas os termos de primeira ordem da expansão da série de Taylor de uma função de várias variáveis independentes  $z(a,b,c,d,e,\dots)$ , a incerteza de  $z$  será dada por:

$$\delta_z^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial a} \delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b} \delta_b\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial c} \delta_c\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial d} \delta_d\right)^2 + \dots \quad (\text{eq. 7.2})$$

Sabemos que a  $\Delta x$  é uma equação do tipo  $z = a-b$ , logo:

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial x(n+1)} = 1 \text{ e } \frac{\partial \Delta x}{\partial x(n-1)} = -1,$$

Obteremos da equação 7.2 :

$$\delta_z^2 = \delta_a^2 + \delta_b^2 \quad (\text{eq. 7.3})$$

Como  $\delta_a = \delta_b = \delta_x$  da equação 7.3 obteremos:  $\delta_{\Delta x} = \sqrt{2} \delta_x$

O intervalo de tempo entre cada medida (quadro) nestes experimentos é de 1/30 segundos, que para movimentos não muito rápidos pode ser consideravelmente pequeno como é o caso dos nossos experimentos. Quanto a medida do tempo, é difícil estimar a incerteza. Em geral os resultados são muitos bons e podemos considerar que o tempo medido tem boa precisão.

Obtemos a estimativa da incerteza da velocidade seguinte maneira:

$$\delta_v(t_n) = \frac{\delta(\Delta x_{n-1;n+1})}{\Delta t_{n-1;n+1}} = \frac{\sqrt{2}\delta x}{2 \cdot dt} = \frac{\sqrt{2} \cdot 0,004}{2 \cdot (\frac{1}{30})} = 0,07m/s \quad (\text{eq. 7.4})$$

Aceleração:

O software fornece o valor da aceleração instantânea em um determinado instante  $t_n$  que é o valor da aceleração média entre os dois instantes de tempo  $t_{n-1}$  e  $t_{n+1}$ , vide apêndice C:

$$a(t_n) = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} \quad (\text{eq. 7.5})$$

Aplicando a equação 7.2 obteremos a incerteza para a aceleração na equação 7.5.

$$\delta_a(t_n) = \frac{\delta(\Delta v_{n-1;n+1})}{\Delta t_{n-1;n+1}} = \frac{\sqrt{2}\delta v}{2 \cdot dt} \quad (eq. 7.6)$$

Substituindo a equação 7.4 na equação 7.6, teremos:

$$\delta_a(t_n) = \frac{\delta x}{2 \cdot dt^2} = \frac{0,004}{2 \cdot 1/30^2} = \frac{1.3m}{s^2} \quad (eq. 7.7)$$

Quantidade de Movimento:

A equação da quantidade de movimento é  $Q = m \cdot v$ , logo a função de  $z$  será do tipo  $z = a \cdot b$ , utilizando a equação 7.2, temos que:

$$\frac{\partial Q}{\partial v} = m \quad e \quad \frac{\partial Q}{\partial m} = v$$

Logo, a incerteza da quantidade de movimento:

$$\delta_Q^2 = (v \cdot \delta_m)^2 + (m \cdot \delta_v)^2 \quad (eq. 7.8)$$

Como a precisão da balança (M200 - Marte) é  $\delta_m \neq 0\text{kg}$ , mas é desprezível.

A equação 7.8 resulta em:

$$\delta_Q = (m \cdot \delta_v) \quad (eq. 7.9)$$

Energia Cinética:

A equação da energia cinética é  $E_c = \frac{m.v^2}{2}$ , logo a função de  $z$  será do tipo  $z = a.b^2$ , utilizando a equação 7.2, temos que:

$$\frac{\partial E}{\partial v} = m.v \quad e \quad \frac{\partial Q}{\partial m} = \frac{1}{2}v^2$$

Logo, a incerteza da quantidade de movimento:

$$\delta_E^2 = \left(\frac{1}{2}v^2 \cdot \delta_m\right)^2 + (m.v \cdot \delta_v)^2 \quad (eq.7.10)$$

Como a precisão da balança (M200 - Marte) é  $\delta_m \neq 0\text{kg}$ , mas é desprezível. Da equação 7.10, obteremos:

$$\delta_E = (m.v \cdot \delta_v) \quad (eq.7.11)$$

## 7.1 - Sequência Didática – Experimentos

Nesta fase, trabalharemos com experimentos que irão abordar as variáveis que compõem a quantidade de movimento: massa, velocidade, seu carácter vetorial e a sua conservação. Utilizaremos perguntas-chaves, que serão apenas usadas como norteadores aos nossos alunos, a que o objetivo dado a cada experimento não destoe e tome um viés

que não se encontra em nossos objetivos. Por outro lado, também vimos que temos uma escassez de experimentos nessa área quando abordamos a quantidade de movimento e a sua conservação.

Na abordagem dos livros didáticos, no capítulo 3, apenas o livro 9 mostra um tipo de experimento a ser feito ou demonstrado nos livros didáticos para que se possa mostrar as variáveis da quantidade de movimento e sua conservação. O aparato experimental apresentado no apêndice A vem nos proporcionar essa demonstração ajudando-nos a contornar alguns problemas que encontramos no ensino de ciências, principalmente quando abordamos o tema conservação da quantidade de movimento.

Como foi abordado no Capítulo 1, uma boa porcentagem dos alunos que ingressam no curso de Física não entende muito bem o significado atribuído a conservação nos seus primeiros anos de curso superior. Mas, por outro lado, vemos nos estudos de Piaget, tema abordado no Capítulo 5, que o desenvolvimento do conceito de conservação, principalmente ao que é relacionado as quantidades físicas pode ser desenvolvido pelo aluno a partir dos doze anos de idade.

A intenção deste aparato e dos experimentos proporcionados por este é nos servir como uma boa ferramenta no ensino-aprendizagem da quantidade de movimento e sua conservação, para os propósitos atribuídos a este tema, sejam estes dados pelos PCN, que venham de alguma forma contribuir para a formação de quem está aprendendo.

Nos experimentos feitos para a coleta dados, foi utilizado o software livre de vídeo-análise [Tracker] destinado à análise quadro-a-quadro de vídeos, que permite o estudo de vários tipos de movimentos a partir dos filmes produzidos. Uma versão em português do software livre Tracker, acompanhada de um manual está disponível no site da UTFPR (Universidade Tecnológica do Paraná) [UTFPR].

### **7.1.1 - Experimentos: 1.1 e 1.2 – Influência da massa na quantidade de movimento, conceito e conservação da quantidade de movimento.**

Objetivos:

- 1- Mostrar que a massa também influencia a quantidade de movimento
- 2- Mostrar a fórmula da quantidade de movimento dependem apenas das variáveis massa e velocidade.
- 3- Massa em movimento transfere quantidade de movimento à massa que está em repouso
- 4- Apresentar o conceito de conservação.
- 5- Apresentar a equação da conservação da quantidade de movimento a partir das quantidades exibidas nos copos A e B.

#### **Experimento: 1.1**

Procedimentos:

- 1.1.1: Considerar sempre que a massa que está do lado esquerdo da folha será denominada a massa A e a massa do lado direito da folha, a massa B.
- 1.1.2: Coloque as barras quadradas paralelamente entre si a formar um canaleta que sirva de guia para os discos. Afim de atenuar o parâmetro de colisão a zero, ou seja,  $b \sim 0$ , antes e depois da colisão. Os choques entre as barras e as massas no experimento podem influenciar nos dados do experimento, mas minimizam as rotações dos discos.
- 1.1.3: Colocar a massa B (massa maior) no centro das canaletas.
- 1.1.4: Colocar a massa A numa posição do lado esquerdo afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva a esta na direção da massa menor para que estas colidam.

Os procedimentos dados estão dispostos na figura 7.5

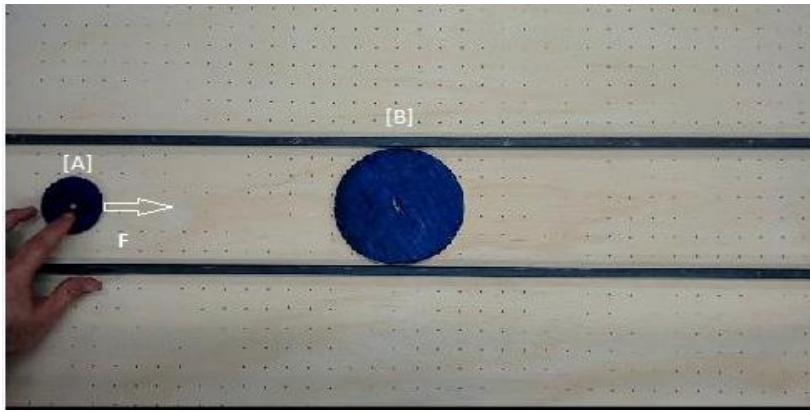
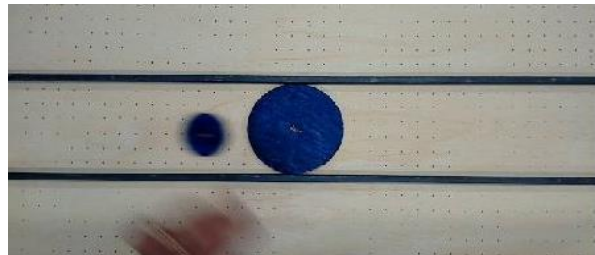
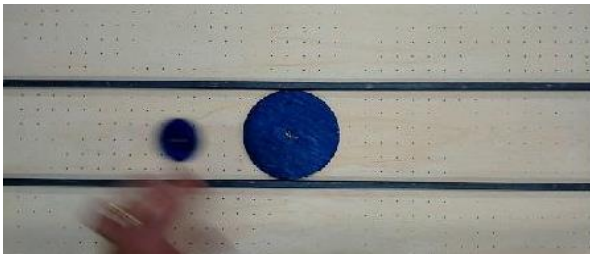


Figura 7.5:Mostra os procedimentos do experimento 1.1

Ou seja, a massa A será lançada de encontro à massa B, que se encontra em repouso. A Figura 7.6 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.

### Antes da Colisão



### Depois da Colisão

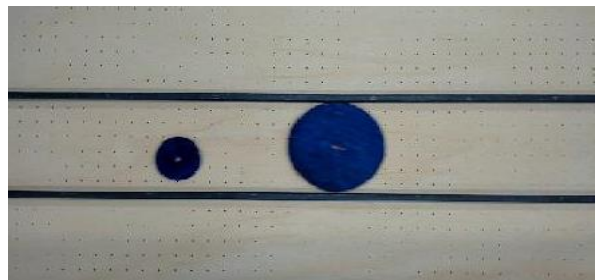
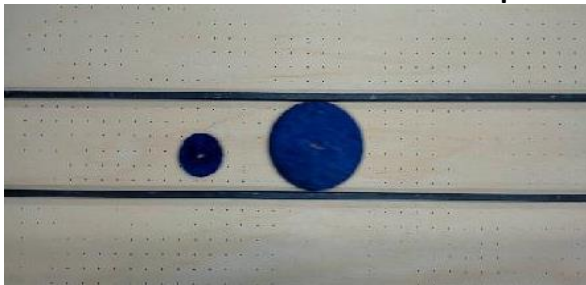


Figura 7.6: Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 1.1.

Os dados dos movimentos dos corpos foram coletados antes e depois da colisão por vídeo-análise [Tracker] conforme a fig.7.7 e encontramos os seguintes dados da massa A, conforme a tabela 1, e da massa B na tabela 2.



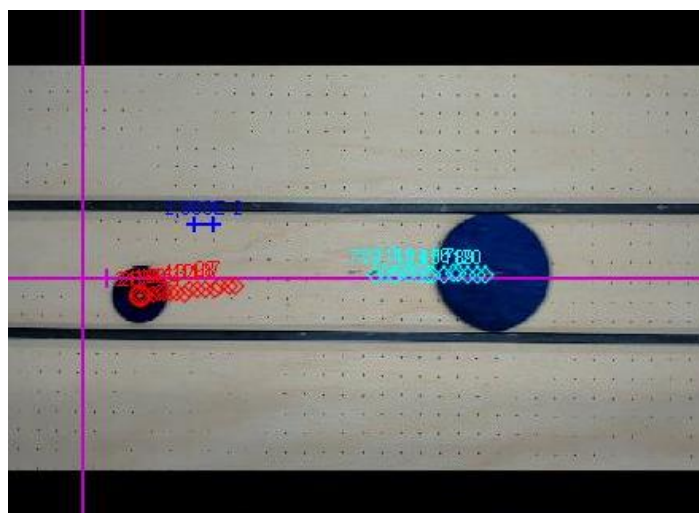


Figura 7.7: Apresenta os pontos das posições em que os dados foram coletados no experimento 1.1.

| Massa A – Experimento 1.1 |              |               |                  |
|---------------------------|--------------|---------------|------------------|
| t(s)                      | (x ± 0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ± 1,3)(m/s)/s |
| 0,000                     | 0,084        | ----          | ----             |
| 0,034                     | 0,114        | 0,87          | ----             |
| 0,067                     | 0,142        | 0,84          | -2,2             |
| 0,101                     | 0,17         | 0,74          | -10,1            |
| 0,134                     | 0,192        | 0,21          | -13,1            |
| 0,167                     | 0,184        | -0,24         | -8,2             |
| 0,201                     | 0,175        | -0,27         | -0,1             |
| 0,234                     | 0,166        | -0,26         | 0,0              |
| 0,267                     | 0,158        | -0,26         | 0,6              |
| 0,301                     | 0,148        | -0,24         | 0,1              |
| 0,334                     | 0,142        | -0,23         | 0,0              |
| 0,367                     | 0,133        | -0,26         | -0,6             |
| 0,401                     | 0,125        | -0,26         | 0,6              |
| 0,434                     | 0,116        | -0,23         | 0,6              |
| 0,468                     | 0,110        | -0,21         | 0,1              |
| 0,501                     | 0,102        | -0,23         | 0,0              |
| 0,534                     | 0,094        | -0,21         | 0,7              |
| 0,568                     | 0,088        | -0,18         | 0,4              |
| 0,601                     | 0,082        | -0,18         | -0,7             |
| 0,634                     | 0,076        | -0,23         | 0,0              |
| 0,668                     | 0,067        | -0,19         | ----             |
| 0,701                     | 0,063        | ----          | ----             |

Tabela 1: Dados da massa A quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 1.1

| Massa B – Experimento 1.1 |             |               |                 |
|---------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                      | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                     | 0,287       | ----          | ----            |
| 0,034                     | 0,287       | 0,00          | ----            |
| 0,067                     | 0,287       | 0,00          | 0,0             |
| 0,101                     | 0,287       | 0,00          | 2,5             |
| 0,134                     | 0,287       | 0,15          | 4,0             |
| 0,167                     | 0,297       | 0,31          | 1,8             |
| 0,201                     | 0,307       | 0,26          | -0,3            |
| 0,234                     | 0,314       | 0,26          | 0,3             |
| 0,267                     | 0,325       | 0,31          | -0,1            |
| 0,301                     | 0,334       | 0,24          | -1,0            |
| 0,334                     | 0,341       | 0,23          | 0,6             |
| 0,367                     | 0,350       | 0,29          | 1,1             |
| 0,401                     | 0,360       | 0,31          | -0,7            |
| 0,434                     | 0,370       | 0,24          | -0,1            |
| 0,468                     | 0,377       | 0,27          | 0,7             |
| 0,501                     | 0,389       | 0,33          | -0,6            |
| 0,534                     | 0,398       | 0,23          | -1,1            |
| 0,568                     | 0,404       | 0,23          | 0,6             |
| 0,601                     | 0,413       | 0,30          | 0,8             |
| 0,634                     | 0,423       | 0,27          | ----            |
| 0,668                     | 0,432       | ---           | ---             |

Tabela: 2: Dados da massa B quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 1.1

Com dados colhidos em relação à posição da massa A e da massa B, vemos no gráfico da posição x em metros em relação ao tempo t em segundos, a comparação entre a variação da posição das massas em função do tempo. As referências dos pontos dos dados coletados para cada massa foram os centros dos discos. Por este motivo, não veremos as posições coincidirem no gráfico no momento da colisão. Logo, a distância entre essas posições coincide com a distância entre os centros dos discos, conforme figura 7.8 abaixo:

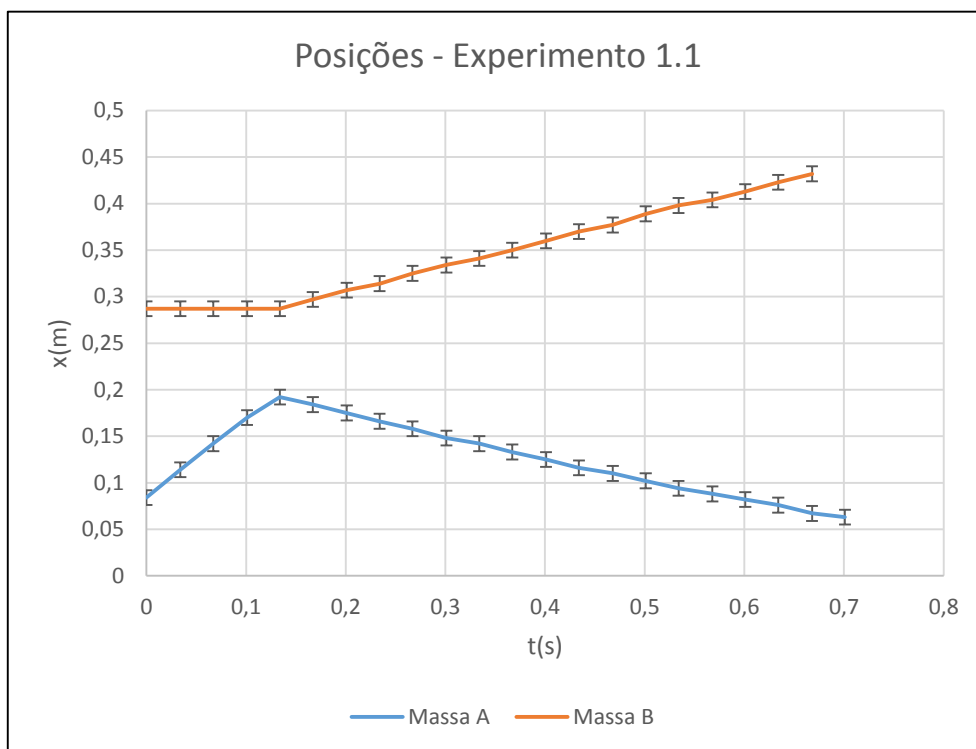


Figura 7.8 – Gráfico das posições dos centros dos discos em função do tempo das massas A e B no experimento 1.1.

A figura 7.9 abaixo nos mostra a comparação entre as velocidades das massas A

e B.

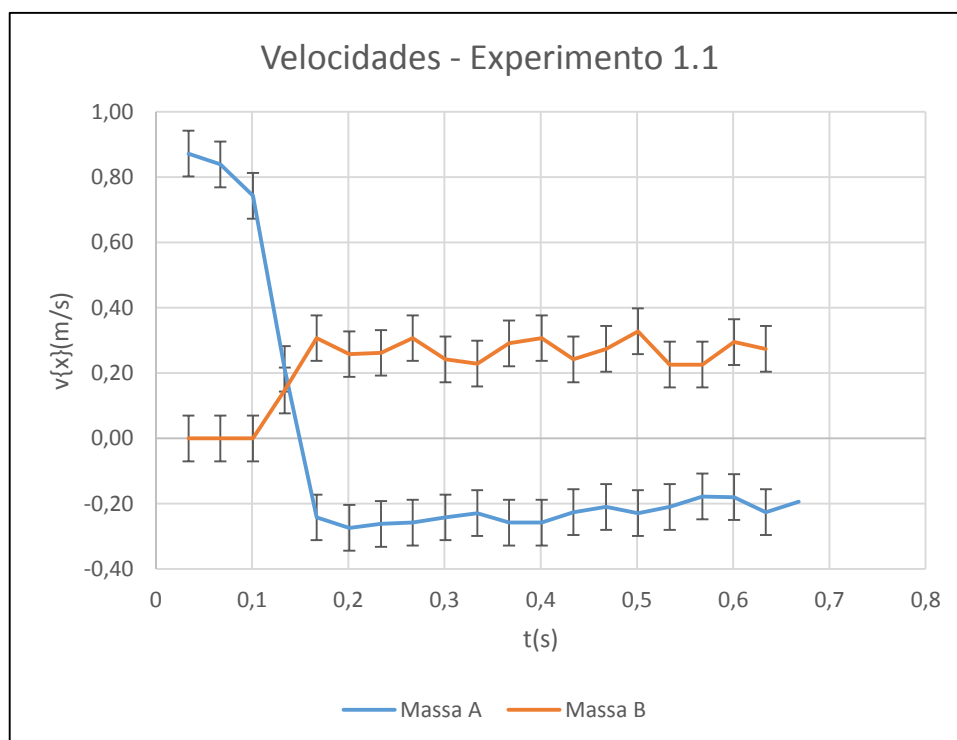


Figura 7.9: Gráfico das velocidades em função do tempo das massas A e B no experimento 1.1.

A Fig.7.10 abaixo mostra o gráfico da aceleração das massas A e B antes e depois da colisão na direção do eixo horizontal em relação ao tempo. A figura também mostra o valor  $\sim\Delta t$  o intervalo de tempo da colisão.

O Tracker nos fornece a área delimitada pela linha do gráfico, podemos então calcular o impulso adquirido pelas massas no intervalo da colisão pelo gráfico da aceleração. Logo o cálculo do impulso será calculado por  $I = m \cdot A'$ , sendo  $m$  a massa do disco e  $A'$  a área rachurada delimitada pela linha do gráfico. Comparando os impulsos adquiridos pelas massas A e B, temos  $I_A = 0,01N.s$  e  $I_B = 0,01N.s$ , podemos constatar a validade da terceira lei de Newton.

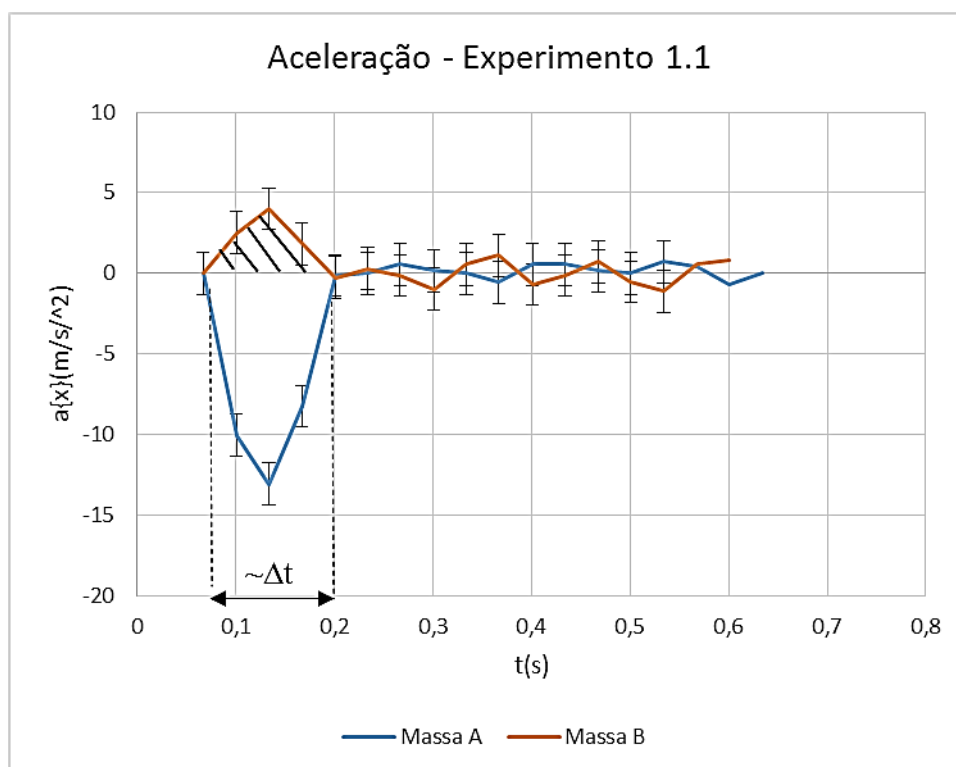


Figura7.10: Gráfico das acelerações em função do tempo das massas A e B no experimento 1.1.

Com os dados demonstrados acima (a posição, velocidade e aceleração das massas A e B no experimento 1.1), podemos identificar a situação dos corpos antes e depois da colisão. Agora vamos comparar as quantidades de movimentos das massas e das energias

suas respectivas energias cinéticas, cálculos que foram fornecidos pelo vídeo- análise. A tabela 3 e 4 abaixo mostra os cálculos antes e depois da colisão das massas A e B com  $9,53 \times 10^{-3}$  kg e  $3,71 \times 10^{-2}$  kg, respectivamente.

| MASSA: A – Experimento 1.1 |                |       |                 |
|----------------------------|----------------|-------|-----------------|
| t(s)                       | (Q ± 1,0)g.m/s | K(mJ) | $\delta_K$ (mJ) |
| 0,000                      | ---            | ---   | ---             |
| 0,034                      | 8,31           | 3,6   | 0,6             |
| 0,067                      | 8,00           | 3,4   | 0,6             |
| 0,101                      | 7,08           | 2,6   | 0,5             |
| 0,134                      | 2,03           | 0,2   | 0,1             |
| 0,167                      | -2,31          | 0,3   | 0,2             |
| 0,201                      | -2,62          | 0,4   | 0,2             |
| 0,234                      | -2,50          | 0,3   | 0,2             |
| 0,267                      | -2,46          | 0,3   | 0,2             |
| 0,301                      | -2,31          | 0,3   | 0,2             |
| 0,334                      | -2,19          | 0,3   | 0,2             |
| 0,367                      | -2,46          | 0,3   | 0,2             |
| 0,401                      | -2,46          | 0,3   | 0,2             |
| 0,434                      | -2,15          | 0,3   | 0,2             |
| 0,468                      | -2,00          | 0,2   | 0,1             |
| 0,501                      | -2,19          | 0,3   | 0,2             |
| 0,534                      | -2,00          | 0,2   | 0,1             |
| 0,568                      | -1,69          | 0,2   | 0,1             |
| 0,601                      | -1,72          | 0,2   | 0,1             |
| 0,634                      | -2,15          | 0,3   | 0,2             |
| 0,668                      | -1,85          | 0,2   | 0,1             |
| 0,000                      | ---            | ---   | ---             |

*Tabela:3:Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 1.1*

| MASSA: B – Experimento 1.1 |                |       |                     |
|----------------------------|----------------|-------|---------------------|
| t(s)                       | (Q ± 1,0)g.m/s | K(mJ) | δ <sub>K</sub> (mJ) |
| 0,000                      | ---            | ---   | ---                 |
| 0,034                      | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,067                      | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,101                      | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,134                      | 5,5            | 0,4   | 0,3                 |
| 0,167                      | 11,4           | 1,7   | 0,6                 |
| 0,201                      | 9,6            | 1,2   | 0,5                 |
| 0,234                      | 9,7            | 1,3   | 0,6                 |
| 0,267                      | 11,4           | 1,3   | 0,6                 |
| 0,301                      | 9,0            | 1,1   | 0,5                 |
| 0,334                      | 8,5            | 1,0   | 0,5                 |
| 0,367                      | 10,8           | 1,4   | 0,6                 |
| 0,401                      | 11,4           | 1,4   | 0,6                 |
| 0,434                      | 9,0            | 1,1   | 0,5                 |
| 0,468                      | 10,2           | 1,4   | 0,6                 |
| 0,501                      | 11,0           | 1,4   | 0,7                 |
| 0,534                      | 8,4            | 1,0   | 0,5                 |
| 0,568                      | 8,4            | 1,0   | 0,5                 |
| 0,601                      | 10,9           | 1,6   | 0,6                 |
| 0,634                      | 10,2           | 1,4   | 0,6                 |
| 0,668                      | ---            | ---   | ---                 |

*Tabela:4: Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 1.1*

Como base nos dados recolhidos das tabelas 4 e 5, foram feitos os gráficos das quantidades de movimento e das energias cinéticas das massas A e B no experimento 1.1. A figura 7.11 abaixo nos mostra a comparação entre as quantidades de movimentos das massas A e B.

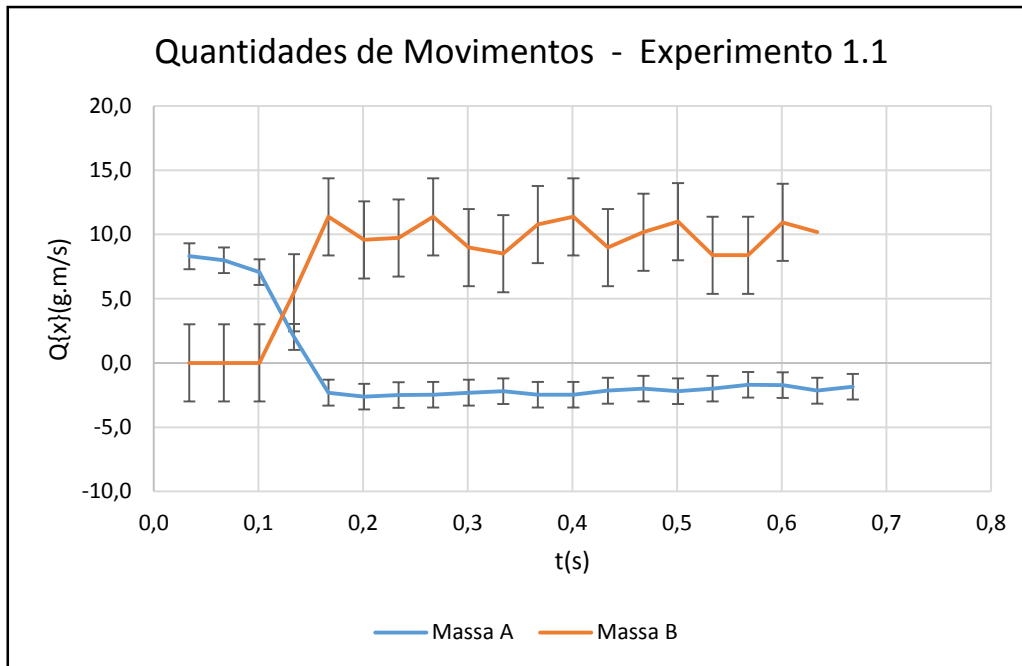


Figura 7.11: Gráfico da quantidade de movimento em função do tempo das A e B no experimento 1.1.

A figura 7.12 abaixo mostra a quantidade de movimento total antes e depois da colisão, apesar da ação de forças externas, podemos constatar pela margem de erro que ocorreu conservação da quantidade de movimento.

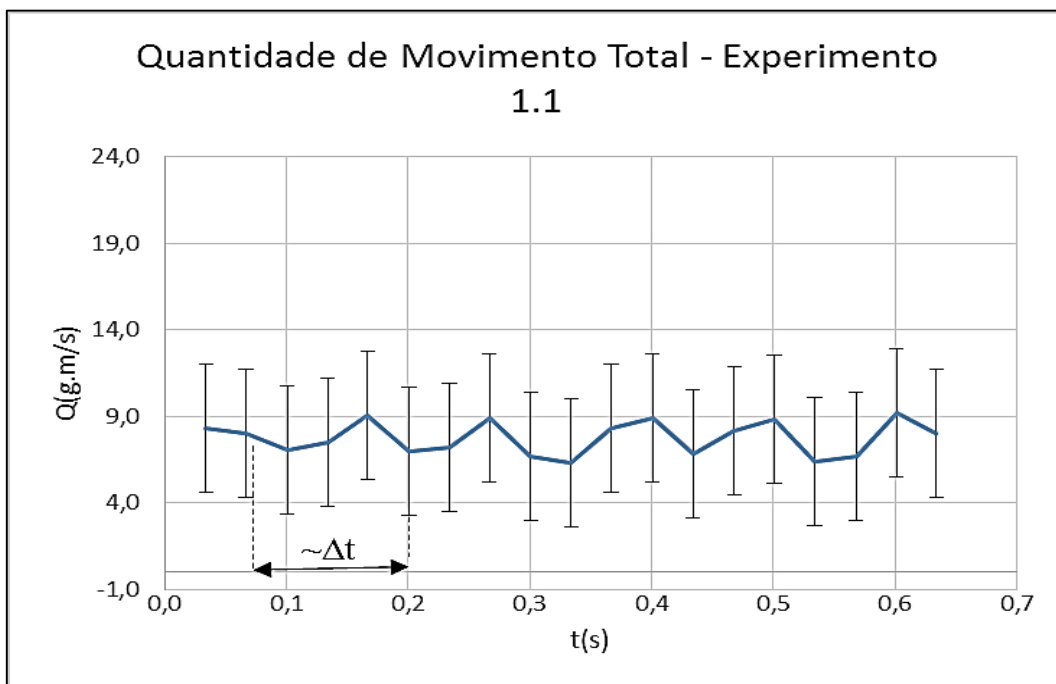


Figura 7.12: Gráfico da quantidade de movimento total em função do tempo no experimento 1.1

Com base nos dados do gráfico acima e tirando o média das quantidades de movimentos totais das massas A e B antes e depois da colisão podemos calcular a razão entre as quantidades de movimentos. Podemos então apurar a porcentagem da conservação da quantidade de movimento. Dado que é mostrado no quadro 1 abaixo:

| Razão da Médias das quantidades de Movimentos:<br>Q'/Q                   |
|--|
| 95,4%  |
| <i>Quadro 1: Mostra a porcentagem entre as quantidades de movimentos</i> |

No experimento com a mesa de ar não há contato entre as massas e a mesa com isso o atrito entre as duas superfícies é nula, mas mesmo assim ainda aparecem outras forças resistivas. Por este motivo o experimento nos apresentou uma pequena perda de ~5%. Mas a figura 7.12 mostra que os valores da quantidade de movimento total estão dentro da margem de erro. Logo, o experimento 1.1 apresenta a conservação da quantidade de movimento.

A figura 7.13 abaixo nos mostra a comparação entre as energias cinéticas das massas A e B.



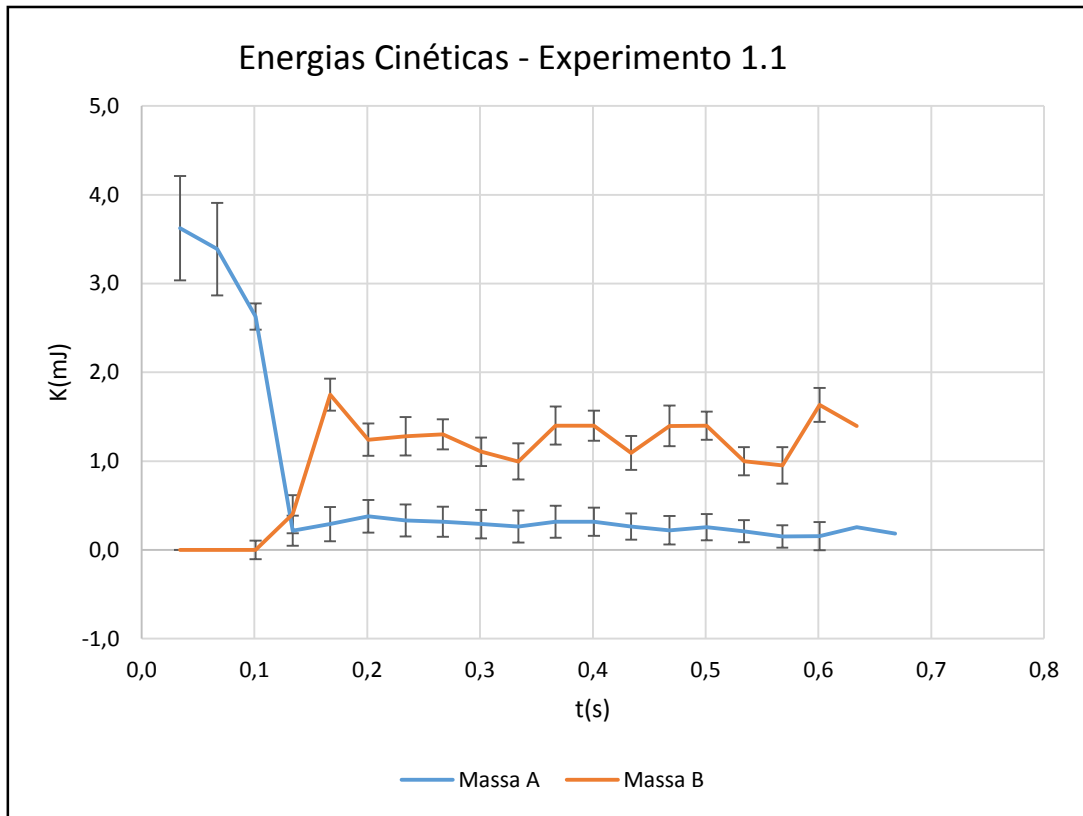


Figura 7.13: Gráfico da Energia Cinética em função do tempo das massas A e B no experimento 1.1.

A figura 7.14 mostra que na colisão entre as massas A e B ocorreu uma perda de energia cinética.

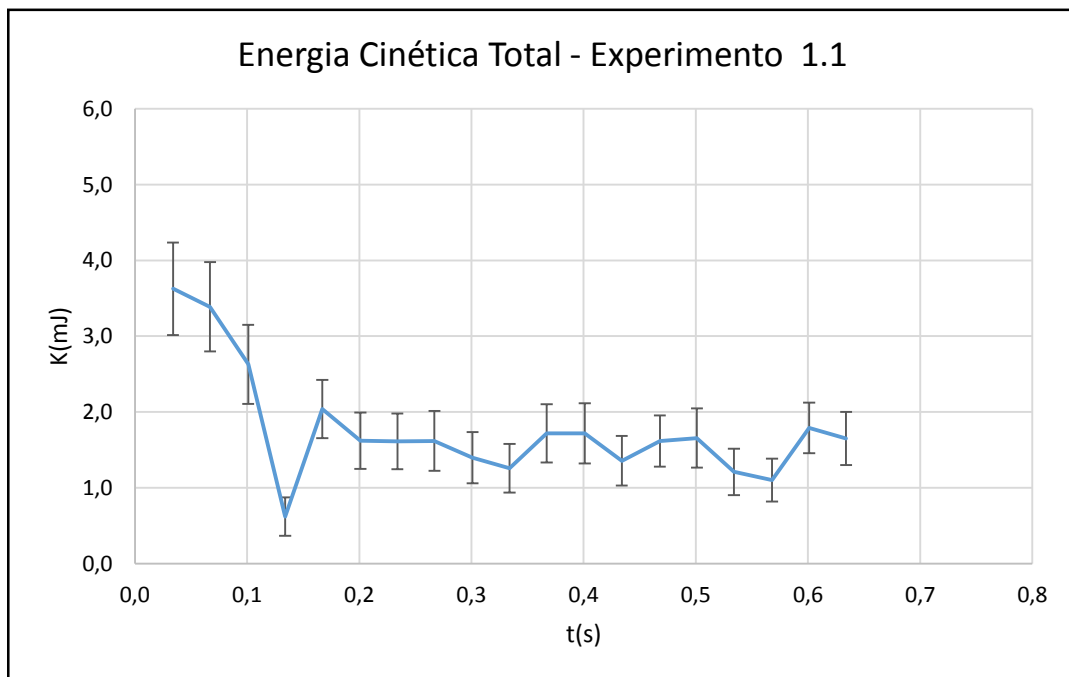


Figura 7.14: Gráfico da energia cinética total do experimento 1.1

## Experimento: 1.2

No experimento 1.2, os papéis das massas se invertem a massa A ficará em repouso e a massa B irá colidir com a massa A.

Procedimentos:

1.2.1: Considerar que a massa que está do lado esquerdo da folha será denominada a massa B e a massa do lado direito da folha, a massa A.

1.2.2: Coloque as barras quadradas paralelas entre si a formar um canaleta para que sirva de guia para os discos, canaletas que devem distar, pelo menos do diâmetro do disco maior para que estes possam correr entre as canaletas.

1.2.3: Colocar a massa A (massa menor) no centro das canaletas.

1.2.4: Colocar a massa B numa posição do lado esquerdo afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva a está na direção da massa menor para que estas se colidem.

Os procedimentos dados estão dispostos na fig.: 7.15:

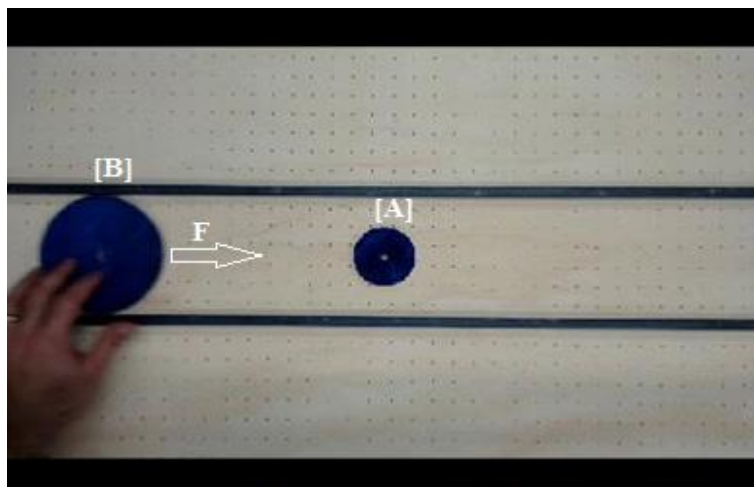
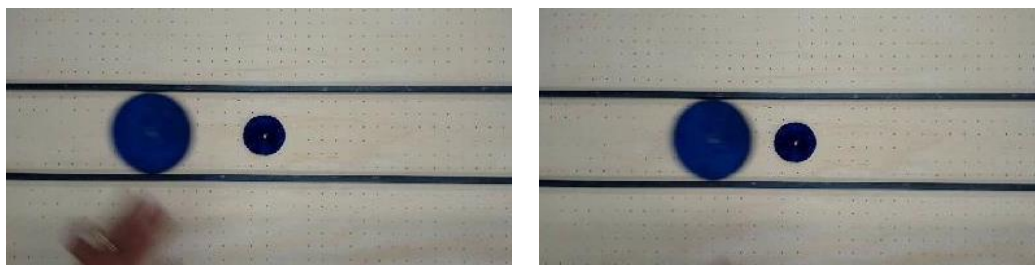


Figura 7.15: A figura apresenta como devem ser feitos os procedimentos.

Ou seja, a massa B de massa maior será lançada de encontro à massa A menor que se encontra em repouso. A Figura 7.16 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.

### Antes da Colisão



### Depois da Colisão

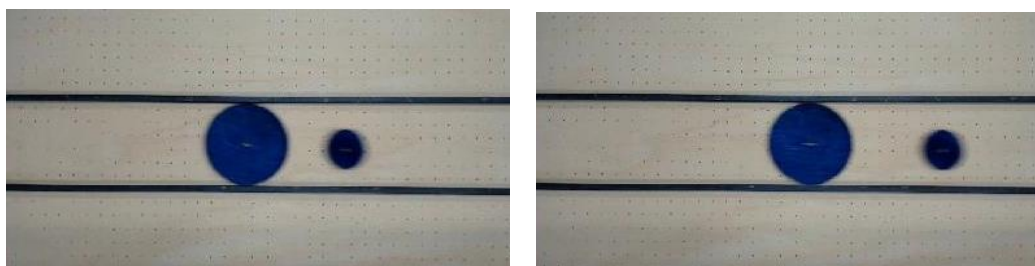


Figura 7.16: Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 1.2.

Os movimentos dos corpos foram coletados antes e depois da colisão por vídeo-análise (tracker) conforme a fig. 7.17 e encontramos os seguintes dados das massas B e A, conforme as tabelas 5 e 6 respectivamente, ressaltando que neste experimento começaremos a analisar os dados da massa

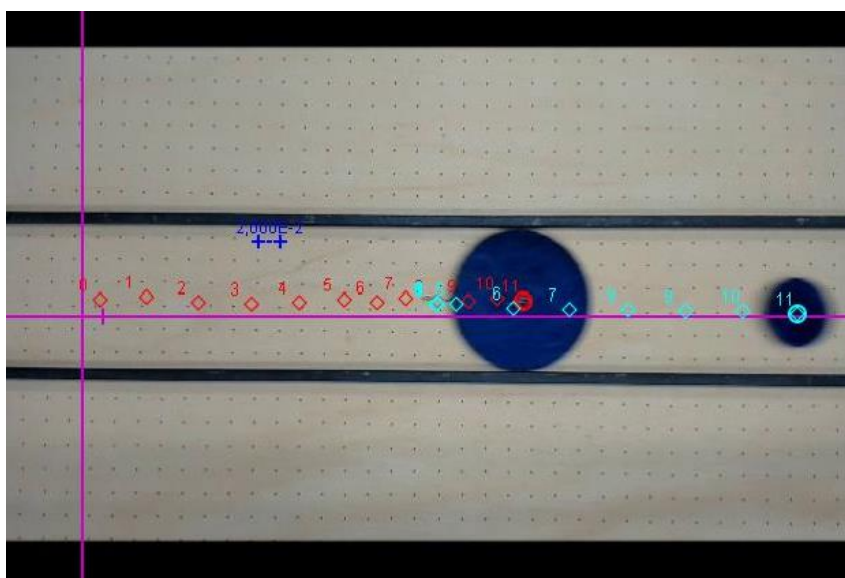


Figura 7.17: Apresenta os pontos da posição em que os dados foram coletado no experimento 1.2.

| MASSA: A – Experimento 1.2 |             |               |                 |
|----------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                       | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                      | 0,323       | ----          | ----            |
| 0,066                      | 0,323       | 0,00          | ----            |
| 0,133                      | 0,323       | 0,01          | 0,0             |
| 0,200                      | 0,324       | 0,01          | 0,1             |
| 0,267                      | 0,324       | 0,13          | 3,9             |
| 0,333                      | 0,341       | 0,53          | 4,4             |
| 0,400                      | 0,394       | 0,78          | 2,3             |
| 0,467                      | 0,445       | 0,78          | 0,0             |
| 0,534                      | 0,499       | 0,79          | 0,0             |
| 0,600                      | 0,551       | 0,79          | -0,2            |
| 0,667                      | 0,603       | 0,77          | -0,1            |
| 0,734                      | 0,653       | 0,77          | ----            |
| 0,800                      | 0,705       | ----          | ----            |

*Tabela 5: Apresenta os dados do tempo, da posição, da velocidade e da aceleração da massa A no experimento 1.2.*

| MASSA: B – Experimento 1.2 |             |               |                 |
|----------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                       | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                      | 0,016       | ----          | ----            |
| 0,066                      | 0,059       | 0,68          | ----            |
| 0,133                      | 0,107       | 0,72          | 0,1             |
| 0,200                      | 0,155       | 0,69          | -0,6            |
| 0,267                      | 0,199       | 0,63          | -1,3            |
| 0,333                      | 0,239       | 0,53          | -1,5            |
| 0,400                      | 0,270       | 0,42          | -1,0            |
| 0,467                      | 0,296       | 0,40          | -0,1            |
| 0,534                      | 0,323       | 0,42          | 0,1             |
| 0,600                      | 0,352       | 0,41          | -0,2            |
| 0,667                      | 0,378       | 0,38          | -0,3            |
| 0,734                      | 0,403       | 0,38          | -0,1            |
| 0,800                      | 0,428       | 0,38          | 0,0             |
| 0,867                      | 0,453       | 0,37          | -0,1            |
| 0,934                      | 0,478       | 0,37          | -0,2            |
| 1,001                      | 0,502       | 0,34          | 0,0             |
| 1,067                      | 0,524       | 0,37          | 0,2             |
| 1,134                      | 0,551       | 0,38          | 0,2             |

*Tabela 6: Apresenta os dados do tempo, da posição, da velocidade e da aceleração da massa B no experimento 1.2.*

Com dados colhidos vemos, no gráfico da posição  $x$  em metros em relação ao tempo  $t$  em segundos, a comparação entre a variação da posição das massas em função do tempo. As referências dos pontos dos dados coletados para cada massa foram os centros dos discos; por este motivo, não veremos as posições se coincidirem no gráfico no momento da colisão. No instante 0,8s é o instante em que a massa A sai da mesa, conforme figura 7.18 abaixo:

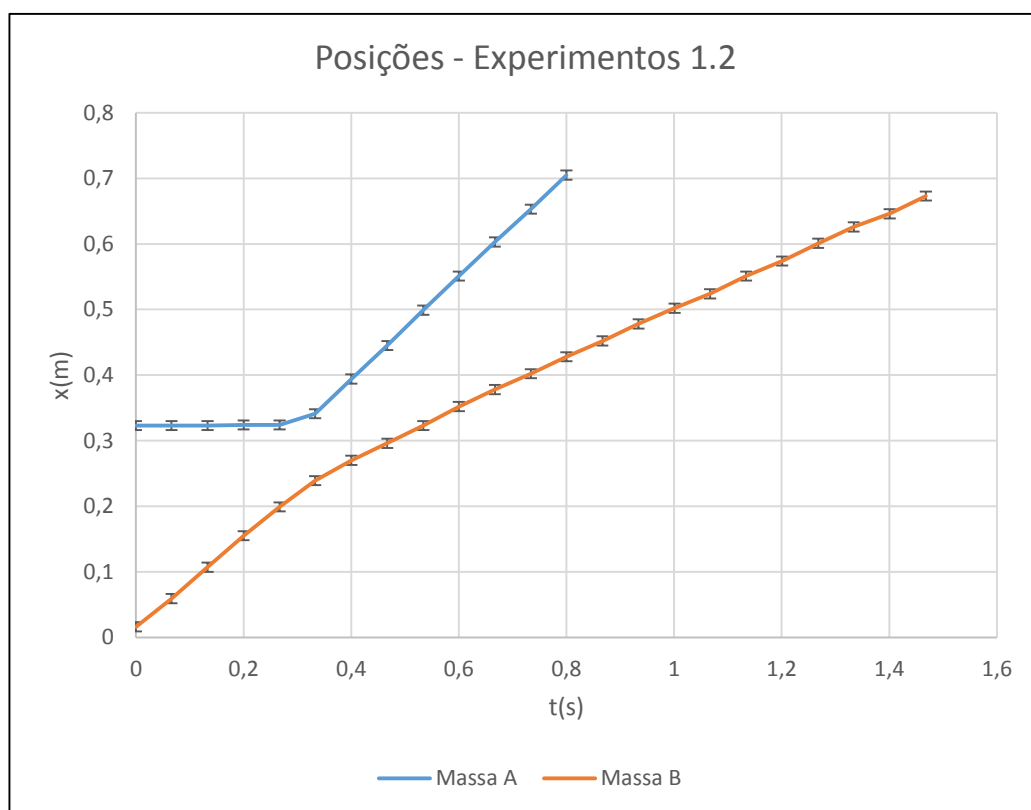


Figura 7.18: Gráfico das posições dos centros dos discos em função do tempo das massas A e B no experimento 1.2.

A figura 7.19 apresenta o que acontece com as velocidades das massas A e B antes e depois da colisão.

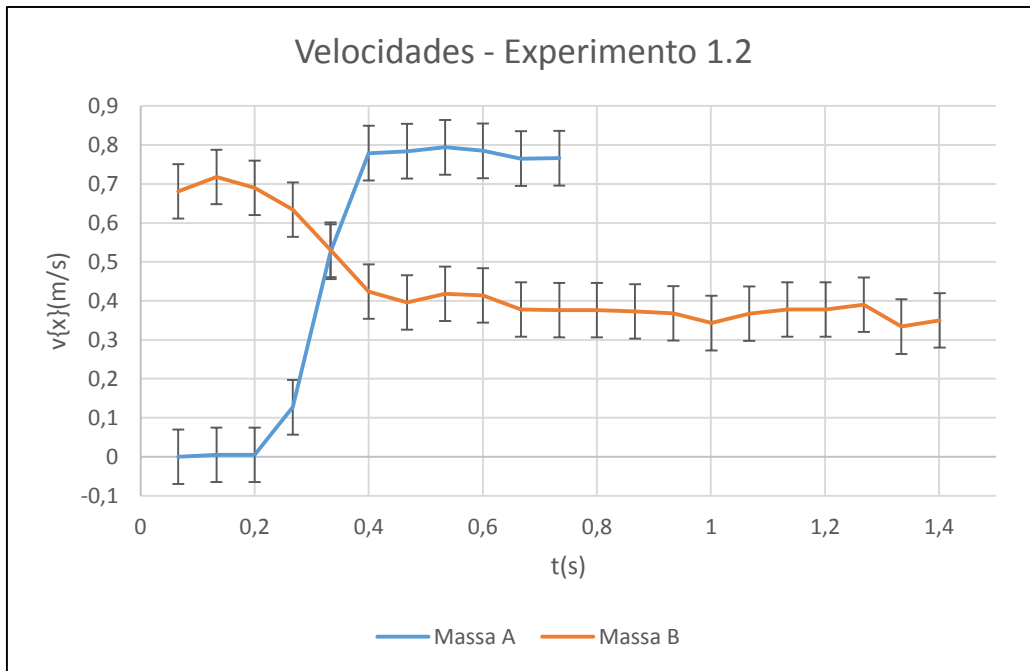


Figura 7.19: Gráfico das velocidades em função do tempo das massas A e B no experimento

A Fig.7.20 abaixo mostra o gráfico da aceleração das massas A e B antes e depois da colisão na direção do eixo horizontal em relação ao tempo. A figura também mostra o valor  $\sim \Delta t$  o intervalo de tempo da colisão. Comparando os impulsos adquiridos pelas massas A e B, temos  $I_A = 0,008 \text{ N}\cdot\text{s}$  e  $I_B = 0,009 \text{ N}\cdot\text{s}$ , podemos constatar a validade da terceira lei de Newton.

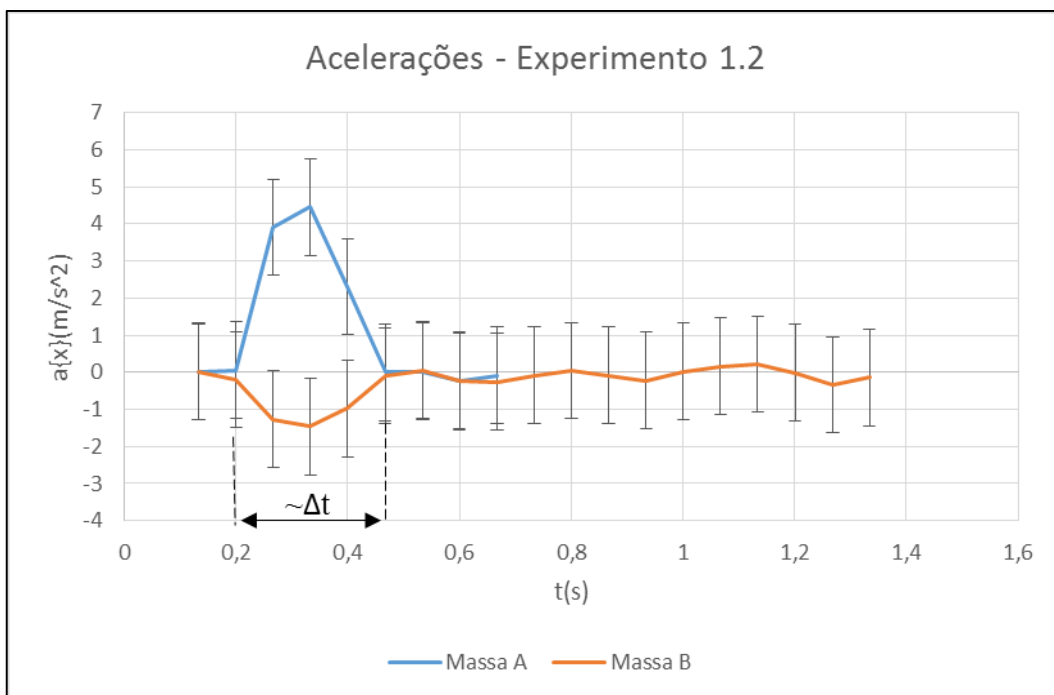


Figura7.20: Gráfico das acelerações em função do tempo das massas A e B no experimento 1.2.

Com os dados demonstrados acima em relação a posição, velocidade e aceleração das massas A e B no experimento 1.2, podemos identificar a situação dos corpos antes e depois da colisão. Agora vamos comparar as quantidades de movimentos das massas e suas respectivas energias cinéticas, cálculos que foram fornecidos pela vídeo-análise. As tabelas 7 e 8 abaixo mostram os cálculos antes e depois da colisão das massas A e B com  $9,53 \times 10^{-3}$  kg e  $3,71 \times 10^{-2}$  kg respectivamente.

| MASSA: B – Experimento 1.2 |                |       |                     |
|----------------------------|----------------|-------|---------------------|
| t(s)                       | (Q ± 1,0)g.m/s | K(mJ) | δ <sub>K</sub> (mJ) |
| 0,000                      | ----           | ----  |                     |
| 0,066                      | 25,3           | 8,6   | 1,9                 |
| 0,133                      | 26,6           | 9,6   | 2,0                 |
| 0,200                      | 25,6           | 8,8   | 1,9                 |
| 0,267                      | 23,5           | 7,5   | 1,8                 |
| 0,333                      | 19,7           | 5,2   | 1,5                 |
| 0,400                      | 15,7           | 3,3   | 1,2                 |
| 0,467                      | 14,7           | 2,9   | 1,1                 |
| 0,534                      | 15,5           | 3,3   | 1,2                 |
| 0,600                      | 15,3           | 3,2   | 1,2                 |
| 0,667                      | 14,0           | 2,6   | 1,1                 |
| 0,734                      | 13,9           | 2,6   | 1,1                 |
| 0,800                      | 13,9           | 2,6   | 1,1                 |
| 0,867                      | 13,8           | 2,6   | 1,0                 |
| 0,934                      | 13,7           | 2,5   | 1,0                 |
| 1,001                      | 12,7           | 2,2   | 1,0                 |
| 1,067                      | 13,6           | 2,5   | 1,0                 |
| 1,134                      | 14,0           | 2,7   | 1,1                 |
| 1,201                      | 14,0           | 2,6   | 1,1                 |
| 1,268                      | 14,5           | 2,8   | 1,1                 |
| 1,334                      | 12,4           | 2,1   | 0,9                 |
| 1,401                      | 13,0           | 2,3   | 1,0                 |
| 1,468                      | 25,3           | ----  | ---                 |

*Tabela:7 Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 1.2.*

| MASSA: A – Experimento 1.2 |                |       |                 |
|----------------------------|----------------|-------|-----------------|
| t(s)                       | (Q ± 1,0)g.m/s | K(mJ) | $\delta_k$ (mJ) |
| 0,000                      | ----           | ----  |                 |
| 0,066                      | 0,0            | 0,000 | 0,001           |
| 0,133                      | 0,0            | 0,000 | 0,001           |
| 0,200                      | 0,0            | 0,000 | 0,001           |
| 0,267                      | 1,2            | 0,0   | 0,1             |
| 0,333                      | 5,0            | 1,3   | 0,4             |
| 0,400                      | 7,4            | 2,9   | 0,5             |
| 0,467                      | 7,5            | 2,9   | 0,5             |
| 0,534                      | 7,6            | 3,0   | 0,6             |
| 0,600                      | 7,5            | 2,9   | 0,5             |
| 0,667                      | 7,3            | 2,8   | 0,5             |
| 0,734                      | 7,3            | 2,8   | 0,5             |
| 0,800                      | ----           | ----  | ---             |

*Tabela:8 Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 1.2.*

Como base nos dados recolhidos das tabelas 6 e 7, foram feitos os gráficos de comparação das quantidades de movimento e das energias cinéticas das massas A e B respectivamente no experimento 1.2. A figura 7.15 abaixo nos mostra a comparação entre as quantidades de movimentos das massas A e B.

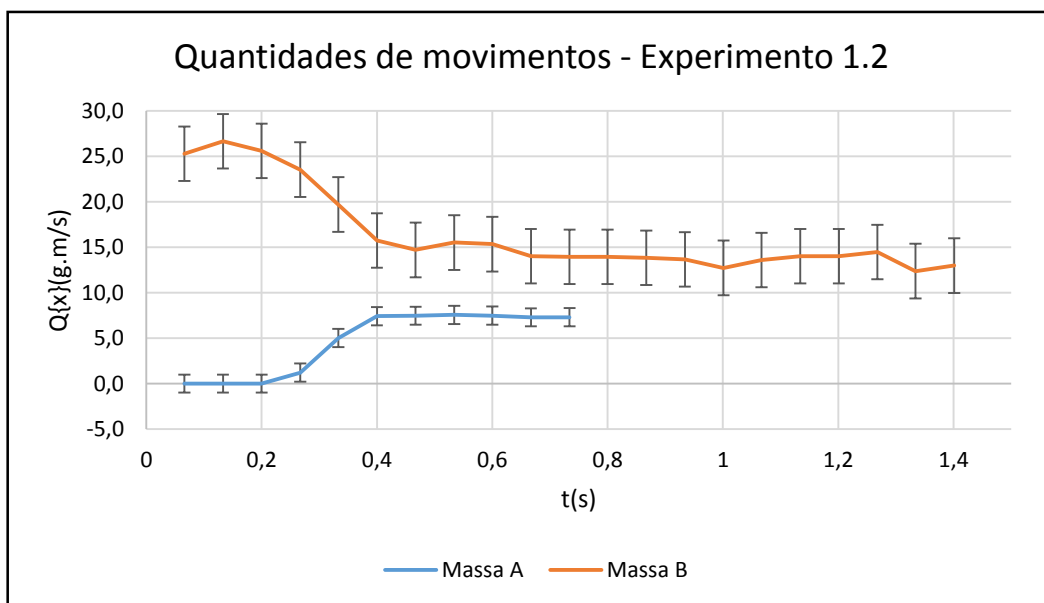


Figura 7.21: Gráfico da quantidade de movimento em função do tempo das A e B no experimento 1.2.



A figura 7.22 abaixo mostra a quantidade de movimento total antes e depois da colisão, com a ação de forças externas sobre a massa B, podemos constatar pela margem de erro que ocorreu conservação da quantidade de movimento

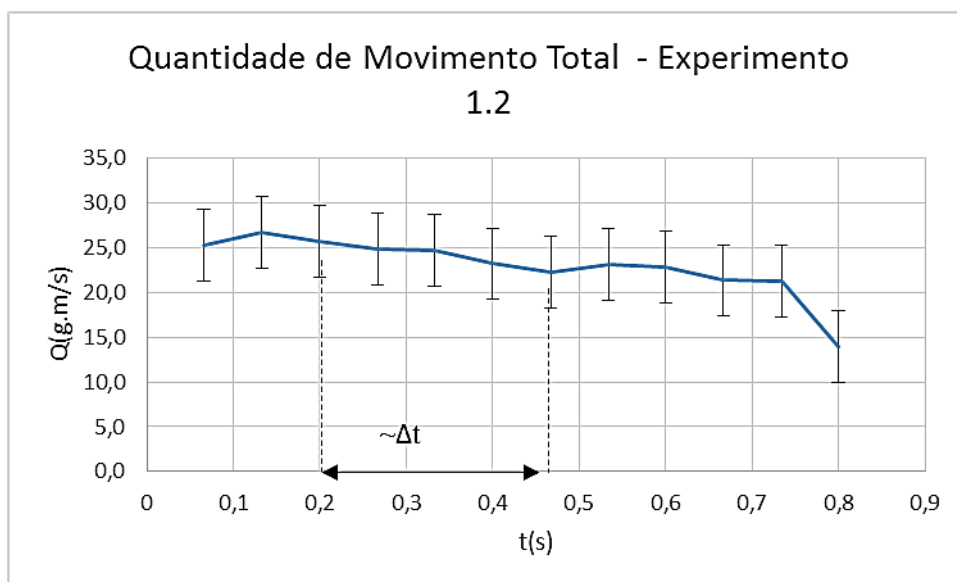


Figura 7.22: Gráfico da quantidade de movimento total em função do tempo no experimento 1.1

Com base nos dados do gráfico acima e tirando a média das quantidades de movimentos totais das massas A e B antes e depois da colisão, podemos calcular a razão entre as quantidades de movimentos. No quadro 2, podemos apurar a porcentagem da conservação da quantidade de movimento.

|   |
|---|
| Razão da Médias das quantidades de Movimentos:  |
| $Q'/Q$  |
| 92,6%   |
| <i>Quadro2: Mostra a porcentagem entre as quantidades de movimentos totais antes e depois da colisão.</i> |

O experimento nos apresentou uma perda de ~7%. A figura 7.22, mostra que os valores da quantidade de movimento total estão dentro da margem de erro. Logo, o experimento 1.2 apresenta a conservação da quantidade de movimento.

A figura 7.23 abaixo nos mostra a comparação entre as energias cinéticas das massas A e B.

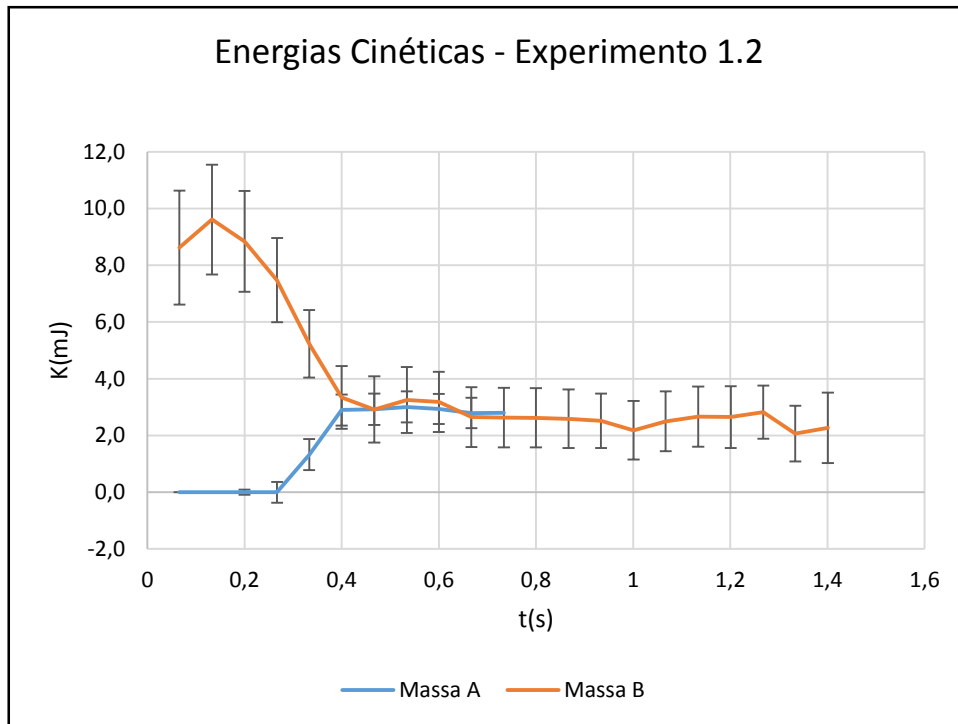


Figura 7.23: Gráfico da energia cinética em função do tempo das massas A e B no experimento 1.2.

A figura 7.24, mostra que na colisão entre as massas A e B ocorreu uma perda de energia cinética.

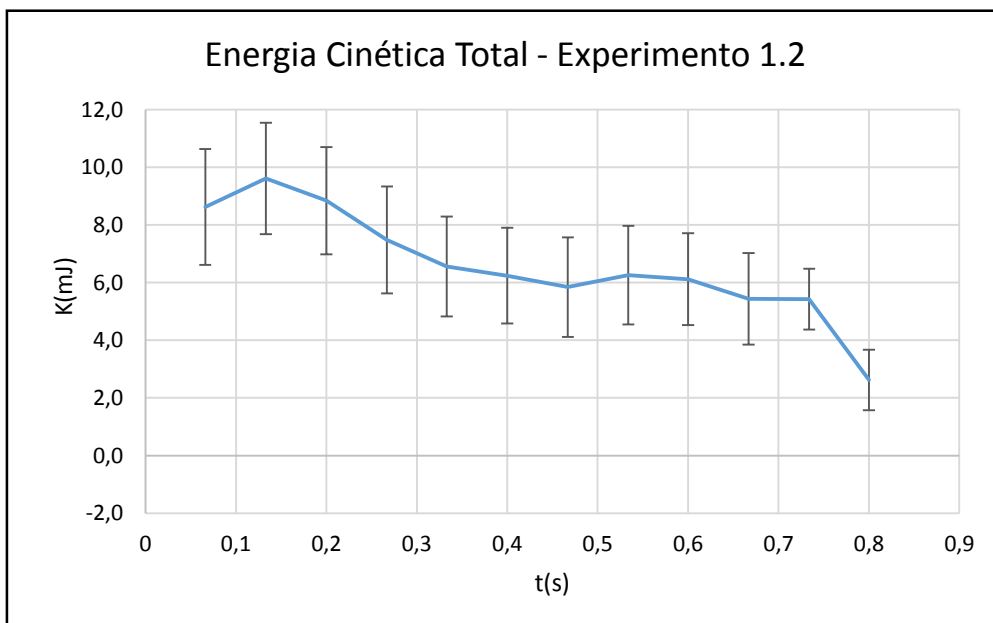


Figura 7.24: Gráfico da energia cinética total no experimento 1.2

Ao retornar aos objetivos dos experimentos 1.1. e 1.2, (mostrar que a massa também influencia na quantidade de movimento; apresentar a fórmula da quantidade de movimento; que a massa em movimento transfere quantidade de movimento a massa que está em repouso e o conceito de conservação). Faremos alguns procedimentos explorando os experimentos a fim de chegar aos objetivos propostos.

Procedimentos de exploração aos experimentos:

1.2.5: Depois de ter apresentado os experimentos 1.1 e 1.2 ao aluno, trabalharemos com as perguntas-chave:

1ª Pergunta: Há alguma diferença entre as colisões dos experimentos 1.1 e 1.2?

- O objetivo desta pergunta é atentar ao aluno que há uma diferença entre as duas colisões.

2ª Pergunta: No experimento 1.2, depois da colisão, a massa A passa a se mover, com a velocidade que foi diminuída na massa B?

- O objetivo da pergunta segunda pergunta é fazer com que o aluno perceba que o é transmitido de um corpo para o outro não é a velocidade já que a massa A sai com a velocidade maior do que a velocidade que foi diminuída em B pela colisão.

3ª Pergunta: Ao constatar que não é a velocidade a ser transmitida, podemos perguntar:

A massa tem influência sobre o que é transmitido?

- O objetivo desta pergunta é saber se alguns alunos já conseguem perceber a influência da massa na quantidade de movimento.

4ª Pergunta: Impondo a condição de que a velocidade da massa A no experimento 1.1 seja igual à da massa B no experimento 1.2, a pergunta proposta: os resultados nos dois experimentos após a colisão seriam iguais?

- O objetivo desta pergunta é mostrar ao aluno que a massa influencia na quantidade de movimento, já que os resultados apresentados após a colisão nos dois experimentos são diferentes.

1.2.6: Com a noção que a quantidade de movimento não depende apenas da velocidade, mas também da massa, poderíamos apresentar ao aluno a equação 7.12 da quantidade de movimento como o produto entre a massa e a velocidade:

$$Q = m \cdot v \text{ (Eq. 7.12)}$$

1.2.7: Logo, podemos constatar que o que é transmitido ao corpo em repouso é a quantidade de movimento. A próxima pergunta seria a respeito de como isso ocorre.

5ª Pergunta: Há alguma perda de quantidade de movimento durante a colisão?

- O objetivo da pergunta é trabalhar com as quantidades colocadas nos copos A e B do experimento que tem por objetivo trabalhar com o conceito de conservação da quantidade de movimento.

O trabalho a ser mostrado com os copos é de forma simples a quantidade de movimento seria representado por uma quantidade de uma certa substância (água, areia, serragem etc.) da seguinte forma:

- A quantidade de movimento da massa em movimento seria representado por uma quantidade de uma certa substância pelo uso de analogia.

- A quantidade de movimento do corpo em repouso seria representada pelo copo vazio.

- O momento da colisão é quando ocorre a transferência. Logo, parte da quantidade da substância seria colocada no copo vazio sem que se perca a substância. Deste modo podemos constatar que as quantidades de movimento totais representadas antes e depois seriam iguais. Apresentando desta forma o conceito de conservação. Conforme ilustrado na figura 7.25 abaixo:

**Representada pelas Quantidades  
Inserida nos Copos**



*Figura 7.25: Mostra as quantidades de movimento representadas nos copos*

6ª Pergunta: É possível descrever através de uma equação o que acontece com essas quantidades antes e depois da colisão?

- O objetivo desta pergunta é fazer com que aluno entenda através das quantidades dispostas nos copos A e B de forma prática e chegue à equação 7.13 abaixo:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B \quad (Eq.: 7.13)$$

**7.1.2 - Experimento 2: Transferência da quantidade de movimento**

Nos experimentos 1.1 e 1.2 podemos verificar que ocorre uma transferência de quantidade de movimento de um corpo em movimento para um corpo em repouso. No experimento 2 as duas massas se encontrarão em movimento. O nosso propósito é saber se essa transferência é possível para a situação apresentada.

Objetivo:

1- Mostrar que com dois corpos em movimento também ocorrerá a transferência da quantidade de movimento.

2- Mostrar que a conservação da quantidade de movimento também ocorre para a situação em que os corpos estão em movimento.

Procedimentos:

2.1: Considerar sempre que a massa que está do lado esquerdo da mesa será demonstrada a massa A e a massa do lado direito da folha a massa B.

2.2: Coloque as barras quadradas em paralelo a se formar um canaleta para que sirva de guia para os discos. Afim de atenuar o parâmetro de colisão a zero, ou seja,  $b \sim 0$ , antes da colisão. As canaletas que devem distar, pelo menos do diâmetro do disco maior para que estes possam correr entre as canaletas.

2.3: Colocar a massa B (massa maior) do lado direito das canaletas afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva  $F_2$  a está na direção da massa A (massa menor) para que estas se colidem.

2.4: Colocar a massa A numa posição do lado esquerdo afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva  $F_1$  a está na direção da massa menor para que estas se colidem.

Os procedimentos de 2.1 a 2.4 estão dispostos na figura 7.26:

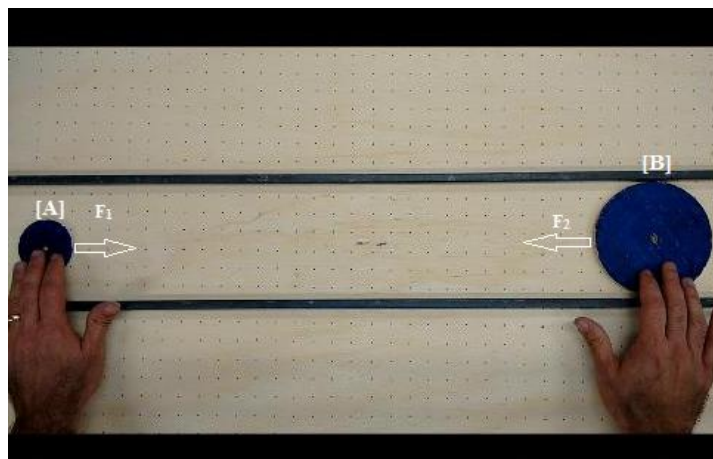


Figura 7.26: Mostra os procedimentos a serem tomados para que as massas A e B se colidem no experimento 2.

Ou seja, as massas A e B serão lançadas um de encontro a outra, conforme a figura 7.27 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.

### Antes da Colisão



### Depois da Colisão

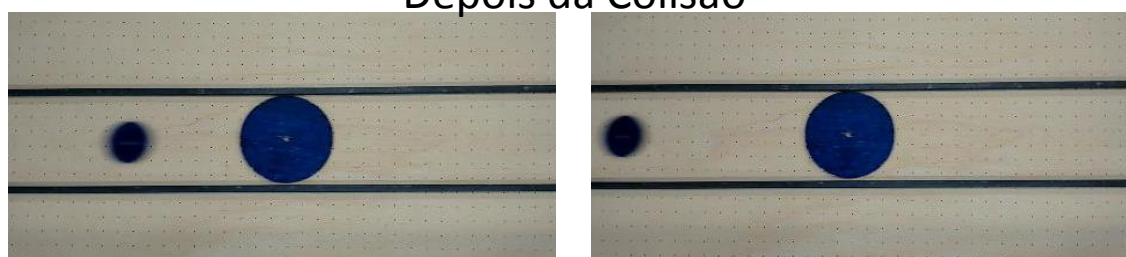


Figura 7.27: Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 2.

Os movimentos dos corpos foram coletados antes e depois da colisão por vídeo-análise [tracker] conforme a figura 7.28 e encontramos os seguintes dados das massas B e A, conforme as tabelas 9 e 10 respectivamente.

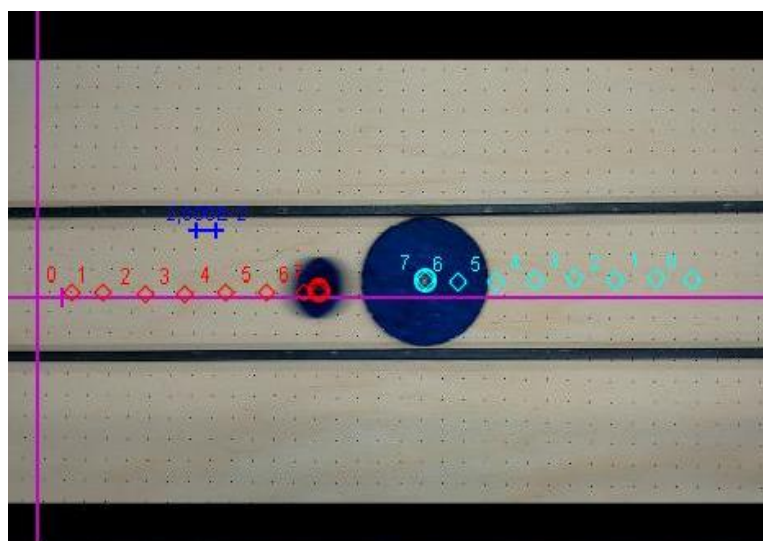


Figura 7.28: Apresenta os pontos da posição em que os dados foram coletados no experimento 2.

| MASSA: A – Experimento 2 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,034       | ----          | ----            |
| 0,067                    | 0,066       | 0,55          | ----            |
| 0,134                    | 0,108       | 0,62          | 0,5             |
| 0,200                    | 0,148       | 0,61          | -0,1            |
| 0,267                    | 0,189       | 0,60          | -0,1            |
| 0,334                    | 0,229       | 0,59          | -1,8            |
| 0,401                    | 0,268       | 0,40          | -7,7            |
| 0,467                    | 0,281       | -0,41         | -9,4            |
| 0,534                    | 0,213       | -1,01         | -5,0            |
| 0,601                    | 0,146       | -0,98         | 0,2             |
| 0,668                    | 0,082       | -0,98         | ----            |
| 0,734                    | 0,016       | ----          | ----            |

*Tabela 9: Apresenta os dados do tempo, da posição, da velocidade e da aceleração da massa A no experimento 2.*

| MASSA: B – Experimento 2 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,652       | ----          | ----            |
| 0,067                    | 0,616       | -0,57         | ----            |
| 0,134                    | 0,576       | -0,61         | -0,3            |
| 0,200                    | 0,535       | -0,61         | 0,1             |
| 0,267                    | 0,495       | -0,60         | 0,2             |
| 0,334                    | 0,456       | -0,58         | 0,6             |
| 0,401                    | 0,418       | -0,52         | 1,9             |
| 0,467                    | 0,386       | -0,33         | 2,2             |
| 0,534                    | 0,374       | -0,19         | 1,2             |
| 0,601                    | 0,360       | -0,19         | 0,1             |
| 0,668                    | 0,348       | -0,18         | 0,0             |
| 0,734                    | 0,337       | -0,19         | -0,1            |
| 0,801                    | 0,323       | -0,19         | 0,1             |
| 0,868                    | 0,311       | -0,17         | 0,0             |
| 0,934                    | 0,301       | -0,19         | 0,0             |
| 1,001                    | 0,287       | -0,19         | 0,1             |
| 1,068                    | 0,275       | -0,16         | 0,3             |
| 1,135                    | 0,266       | -0,15         | -0,1            |
| 1,201                    | 0,255       | -0,18         | -0,5            |
| 1,268                    | 0,242       | -0,22         | -0,2            |
| 1,335                    | 0,226       | -0,22         | 0,3             |
| 1,402                    | 0,213       | -0,17         | 0,4             |
| 1,468                    | 0,203       | -0,16         | ----            |
| 1,535                    | 0,192       | ----          | ----            |

*Tabela 10: Apresenta os dados do tempo, da posição, da velocidade e da aceleração da massa B no experimento 2.*



Com dados colhidos em relação a posição da massa A e da massa B, mostraremos no gráfico da posição  $x$  em metros em relação ao tempo  $t$  em segundos, a comparação entre a variação da posição das massas em função do tempo. A referência dos pontos dos dados coletados para cada massa foram os centros dos discos, por este motivo não veremos as posições se coincidirem no gráfico no momento da colisão. Vemos que antes dos 0,8s a massa A sai da mesa, conforme fig.7.29 abaixo:

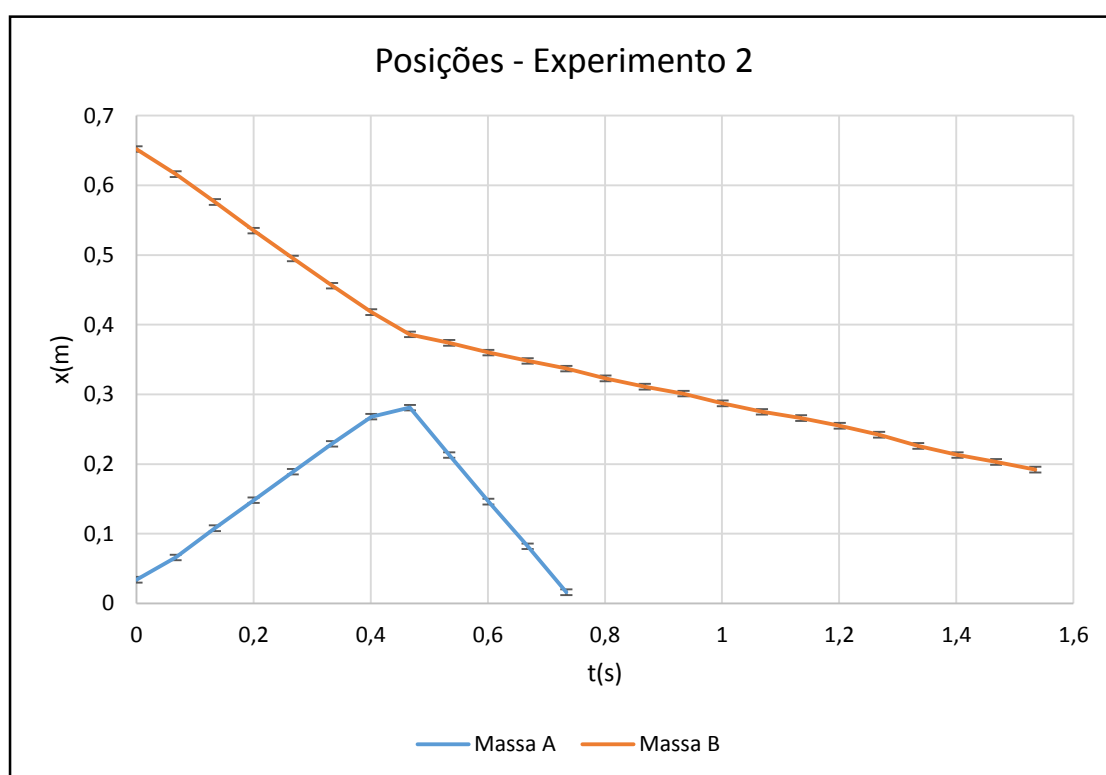


Figura7.29 - Gráfico das posições dos centros dos discos em função do tempo das massas A e B no experimento 2.

Na figura 7.30 apresenta o que acontece com as velocidades das massas A e B antes e depois da colisão.

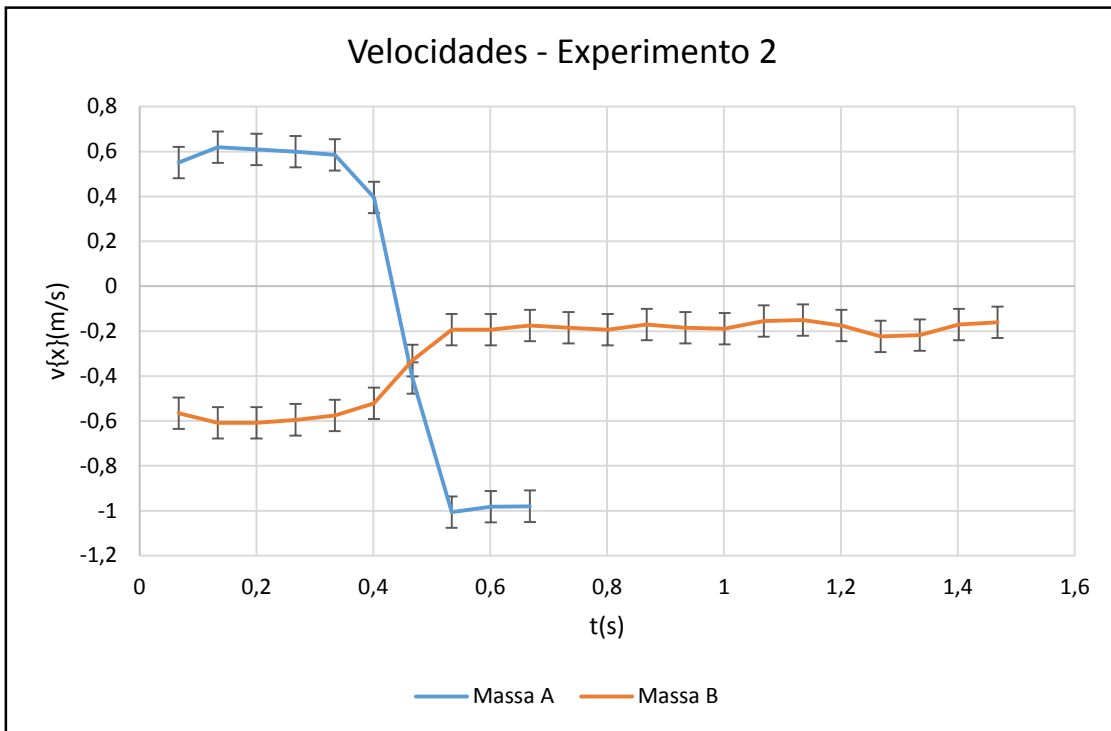


Figura 7.30: Gráfico das velocidades em função do tempo das massas A e B no experimento 2

A Fig.7.31 abaixo mostra o gráfico da aceleração das massas A e B antes e depois da colisão na direção do eixo horizontal em relação ao tempo. A figura mostra o valor  $\sim \Delta t$  o intervalo de tempo da colisão. Comparando os impulsos adquiridos pelas massas A e B, temos  $I_A = 0,016 \text{ N}\cdot\text{s}$  e  $I_B = 0,015 \text{ N}\cdot\text{s}$ , podemos constatar a validade da terceira lei de Newton.

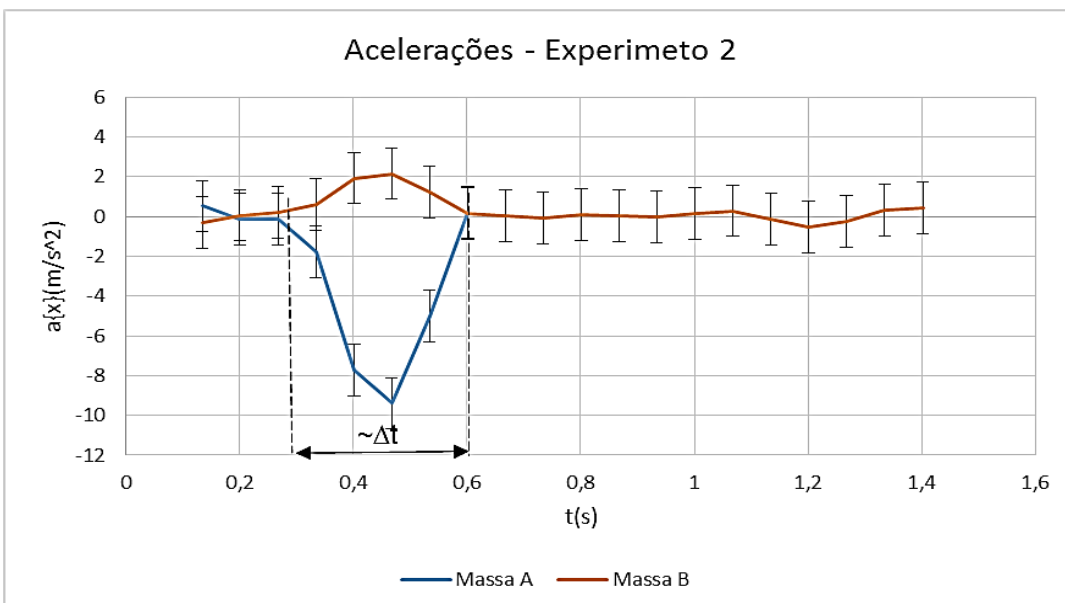


Figura 7.31: Gráfico das acelerações em função do tempo das massas A e B no experimento 2.

Com os dados demonstrados acima em relação a posição, velocidade e aceleração das massas A e B no experimento 2, podemos identificar a situação dos corpos antes e depois da colisão. Agora vamos comparar as quantidades de movimentos das massas e das energias suas respectivas energias cinéticas, dados que foram fornecidos pela vídeo-análise. As tabelas 11 e 12 abaixo mostra os dados antes e depois da colisão das massas A e B com  $9,53 \times 10^{-3}$  kg e  $3,87 \times 10^{-2}$  kg respectivamente.

| MASSA: A – Experimento 2 |                |       |                 |
|--------------------------|----------------|-------|-----------------|
| t(s)                     | (Q ± 1,0)g.m/s | K(mJ) | $\delta_K$ (mJ) |
| 0,000                    | ----           | ----  | ---             |
| 0,067                    | 5,3            | 1,4   | 0,4             |
| 0,134                    | 5,9            | 1,8   | 0,4             |
| 0,200                    | 5,8            | 1,8   | 0,4             |
| 0,267                    | 5,7            | 1,7   | 0,4             |
| 0,334                    | 5,6            | 1,6   | 0,4             |
| 0,401                    | 3,8            | 0,7   | 0,3             |
| 0,467                    | -3,9           | 0,8   | -0,3            |
| 0,534                    | -9,6           | 4,8   | -0,7            |
| 0,601                    | -9,4           | 4,6   | -0,7            |
| 0,668                    | -9,3           | 4,6   | -0,7            |
| 0,734                    | ----           | ----  | ---             |

*Tabela: 11 Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 2.*

| MASSA: B – Experimento 4 |                |       |                 |
|--------------------------|----------------|-------|-----------------|
| t(s)                     | (Q ± 1,0)g.m/s | K(mJ) | $\delta_k$ (mJ) |
| 0,000                    | ----           | ----  |                 |
| 0,067                    | -21,0          | 5,9   | 1,2             |
| 0,134                    | -22,6          | 6,9   | 1,3             |
| 0,200                    | -22,6          | 6,9   | 1,3             |
| 0,267                    | -22,1          | 6,6   | 1,2             |
| 0,334                    | -21,4          | 6,1   | 1,2             |
| 0,401                    | -19,3          | 5,0   | 1,1             |
| 0,467                    | -12,3          | 2,0   | 0,7             |
| 0,534                    | -7,2           | 0,7   | 0,4             |
| 0,601                    | -7,2           | 0,7   | 0,4             |
| 0,668                    | -6,5           | 0,6   | 0,4             |
| 0,734                    | -6,9           | 0,6   | 0,4             |
| 0,801                    | -7,2           | 0,7   | 0,4             |
| 0,868                    | -6,3           | 0,5   | 0,4             |
| 0,934                    | -6,9           | 0,6   | 0,4             |
| 1,001                    | -7,0           | 0,7   | 0,4             |
| 1,068                    | -5,7           | 0,4   | 0,3             |
| 1,135                    | -5,6           | 0,4   | 0,3             |
| 1,201                    | -6,5           | 0,6   | 0,4             |
| 1,268                    | -8,3           | 0,9   | 0,5             |
| 1,335                    | -8,1           | 0,9   | 0,5             |
| 1,402                    | -6,3           | 0,5   | 0,4             |
| 1,468                    | -6,0           | 0,5   | 0,3             |
| 1,535                    | ----           | ----  | ---             |

*Tabela: 12 Mostra os dados da K e da Q massa B antes e depois da colisão no experimento 2.*

Como base nos dados recolhidos das tabelas 11 e 12 foram feitos os gráficos de comparação da quantidade de movimento e das energias cinéticas das massas A e B no experimento 2. A figura 7.32 abaixo nos mostra a comparação entre as quantidades de movimentos das massas A e B.

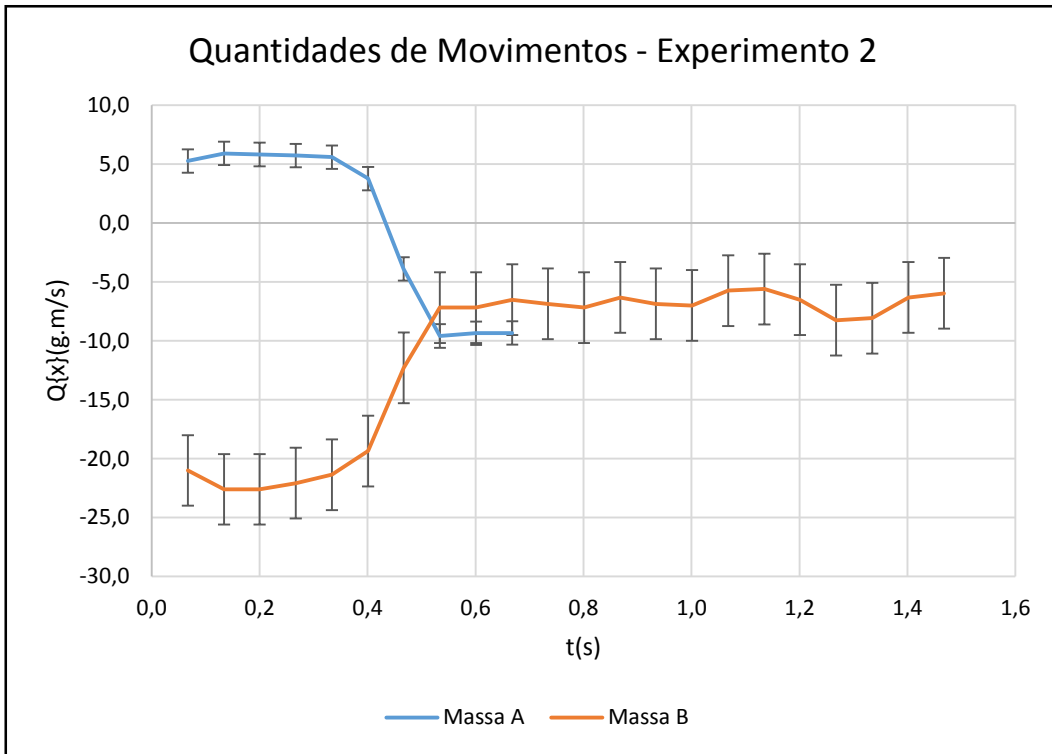


Figura 7.32: Gráfico da quantidade de movimento em função do tempo das A e B no experimento 2.

A figura 7.33 abaixo mostra a quantidade de movimento total antes e depois da colisão, apesar da ação de forças externas, podemos constatar pela margem de erro que ocorreu conservação da quantidade de movimento.

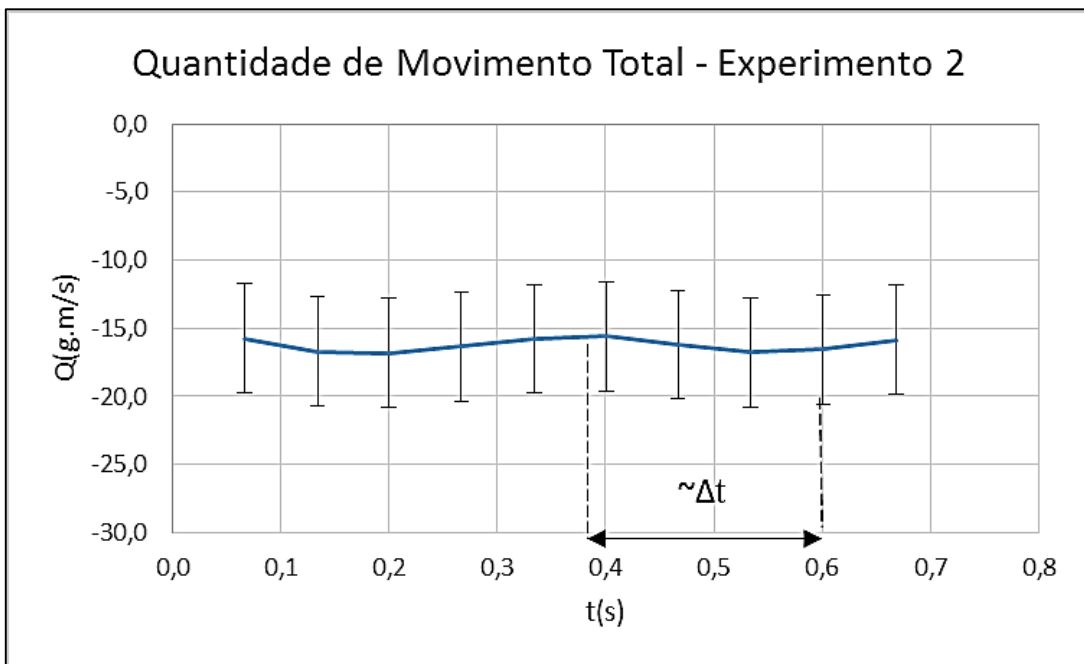


Figura 7.33: Gráfico da quantidade de movimento total do experimento 2

Com base nos dados do gráfico acima e tirando o média das quantidades de movimentos totais das massas A e B antes e depois da colisão podemos calcular a razão entre as quantidades de movimentos. Podemos então apurar a porcentagem da conservação da quantidade de movimento. Dado que é mostrados no quadro 3 abaixo:

|  |
|--|
| Razão da Médias das quantidades de Movimentos:                           |
| $Q'/Q$   |
| 98,5%  |
| <i>Quadro 3: Mostra a porcentagem entre as quantidades de movimentos</i> |

O experimento nos apresentou uma pequena perda de ~1,5%. A figura 7.33, mostra que os valores da quantidade de movimento total estão dentro da margem de erro. Logo, o experimento 2 apresenta a conservação da quantidade de movimento.

A figura 7.34 abaixo nos mostra a comparação entre as energias cinéticas das massas A e B.

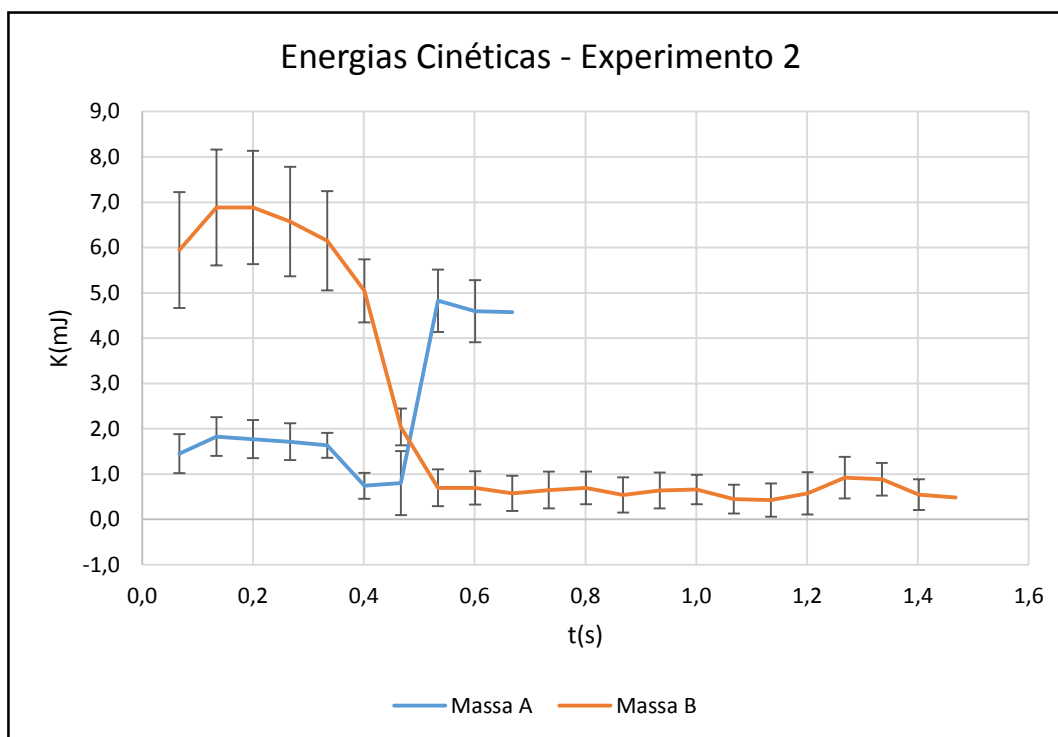


Figura7.34 Gráfico da energia cinética em função do tempo das massas A e B no experimento 2.

A figura 7.35, mostra que na colisão entre as massas A e B ocorreu uma perda de energia cinética, acarretando uma  $\Delta K$ .

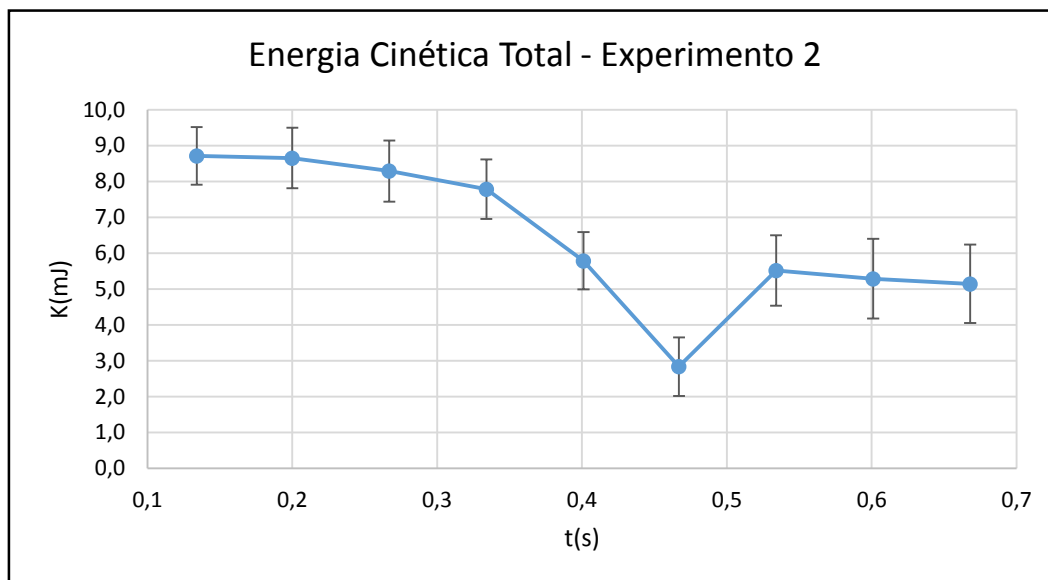


Figura 7.35: Gráfico da energia total do experimento 2

Procedimentos de exploração aos experimentos:

Depois de ter apresentado os experimentos 2 ao aluno, trabalharemos com as perguntas-chave:

1ª Pergunta: Ocorre alguma alteração nas velocidades das massas A e B depois da colisão?

- O objetivo desta pergunta é saber se o aluno consegue visualizar alguma diferença nas intensidades das velocidades das massas A e B.

2ª Pergunta: Ocorre transferência da quantidade de movimento entre as massas A e B?

- O objetivo desta pergunta é saber se o aluno já consegue perceber que há transferência da quantidade de movimento entre os corpos.

3ª Pergunta: A transferência da quantidade de movimento ocorre da massa A para a massa B ou vice-versa. Essa quantidade irá se conservar?

- O objetivo desta pergunta é fazer com que o aluno entenda que a transferência ocorrerá da massa que possui maior velocidade para a massa que possui menor velocidade e trabalhar o que acontece com essas quantidades com a substância colocada nos copos A e B representando por analogia as quantidades de movimento das massas A e B, conforme a figura 7.36.

### Representada pelas Quantidades Inserida nos Copos

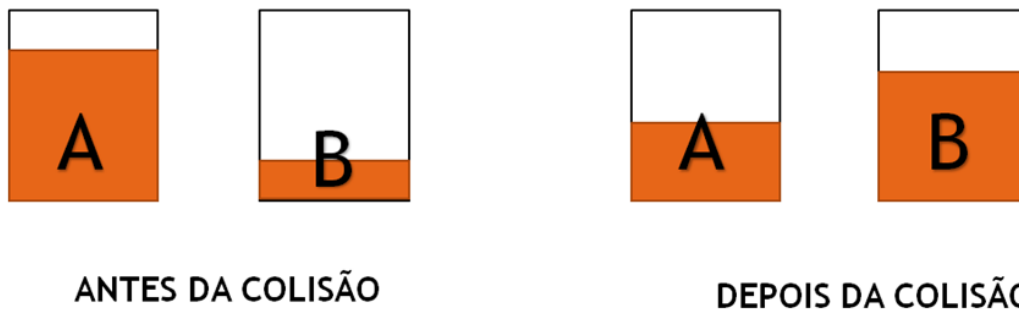


Figura 7.36: Mostra as quantidades de movimento representadas nos copos



### 7.1.3 - Experimento 3: Transferência total da quantidade de movimento

Neste experimento nos atentaremos a possibilidade de toda a quantidade de movimento ser transferida da massa A em movimento para a massa B em repouso na condição  $m_A \approx m_B$ , ou seja, as massas de A e B serem aproximadamente iguais. O nosso propósito é mostrar essa transferência total possível na situação apresentada.

Objetivo:

1- Mostrar que é possível que toda a quantidade de movimento seja transferida de um corpo para o outro.

Procedimentos:

3.1: Considerar que a massa que está do lado esquerdo da folha será considerada a massa A e a massa do lado direito da folha a massa B.

3.2: Coloque as barras quadradas paralelamente entre si a formar um canaleta que sirva de guia para os discos. Afim de atenuar o parâmetro de colisão a zero, ou seja,  $b \sim 0$ , antes da colisão. Canaletas que devem distar, pelo menos do diâmetro do disco maior para que estes possam correr entre as canaletas.

3.3: Colocar a massa B no centro das canaletas.

3.4: Colocar a massa A numa posição do lado esquerdo afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva a está na direção da massa A para que estas se colidem.

Os procedimentos de 3.1 a 3.4 estão dispostos na figura 7.37

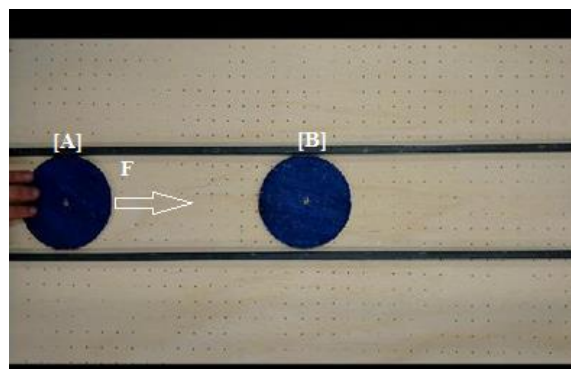


Figura 7.37: Mostra os procedimentos a serem tomados para que as massas A e B colidam no experimento 3.

Ou seja, o corpo A, de massa menor, será lançado de encontro a massa B que se encontra em repouso. A figura 7.38 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.



Figura 7.38: Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 3

Os dados dos movimentos dos corpos foram coletados antes e depois da colisão por vídeo-análise [tracker] conforme a figura 7.39 e então dispostos nas tabelas 13 e 14 das massas A e B, respectivamente

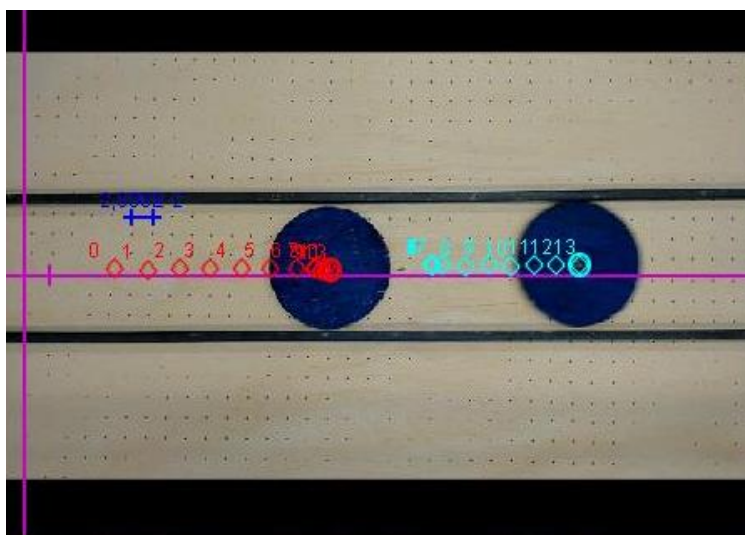


Figura:7.39: Apresenta os pontos da posição em que os dados foram coletado no experimento 3.

| MASSA: A – Experimento 3 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,089       | ----          | ----            |
| 0,067                    | 0,121       | 0,48          | ----            |
| 0,134                    | 0,153       | 0,46          | -0,2            |
| 0,200                    | 0,183       | 0,45          | -0,3            |
| 0,267                    | 0,213       | 0,43          | -0,3            |
| 0,334                    | 0,240       | 0,40          | -0,9            |
| 0,401                    | 0,267       | 0,32          | -1,9            |
| 0,467                    | 0,283       | 0,14          | -1,9            |
| 0,534                    | 0,286       | 0,05          | -0,9            |
| 0,601                    | 0,290       | 0,04          | 0,0             |
| 0,668                    | 0,292       | 0,04          | 0,0             |
| 0,734                    | 0,296       | 0,06          | -0,1            |
| 0,801                    | 0,300       | 0,03          | -0,4            |
| 0,868                    | 0,300       | 0,00          | -0,2            |
| 0,935                    | 0,300       | 0,00          | 0,0             |
| 1,001                    | 0,300       | 0,00          | 0,0             |
| 1,068                    | 0,300       | 0,00          | ----            |
| 1,135                    | 0,300       | ----          | ----            |

*Tabela 13: Dados da massa A quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 3.*

| MASSA: B – Experimento 3 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,399       | ----          | ----            |
| 0,067                    | 0,399       | 0,000         | ----            |
| 0,134                    | 0,399       | 0,000         | 0,0             |
| 0,200                    | 0,399       | 0,000         | 0,0             |
| 0,267                    | 0,399       | 0,000         | 0,0             |
| 0,334                    | 0,399       | 0,000         | 0,6             |
| 0,401                    | 0,399       | 0,074         | 1,8             |
| 0,467                    | 0,409       | 0,248         | 1,9             |
| 0,534                    | 0,432       | 0,346         | 0,7             |
| 0,601                    | 0,455       | 0,324         | -0,1            |
| 0,668                    | 0,475       | 0,323         | 0,0             |
| 0,734                    | 0,498       | 0,331         | 0,2             |
| 0,801                    | 0,519       | 0,337         | 0,0             |
| 0,868                    | 0,543       | 0,342         | 0,0             |
| 0,935                    | 0,565       | 0,331         | -0,3            |
| 1,001                    | 0,587       | 0,309         | 0,2             |
| 1,068                    | 0,606       | 0,337         | 0,2             |
| 1,135                    | 0,632       | 0,353         | 0,1             |
| 1,201                    | 0,653       | 0,331         | -0,1            |
| 1,268                    | 0,676       | 0,346         | ----            |
| 1,335                    | 0,700       | ----          | ----            |

*Tabela 14: Dados da massa B quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 3.*

Com dados posições da massa A e da massa B, mostraremos no gráfico da posição x em metros em relação ao tempo t em segundos. As referências dos pontos dos dados coletados para cada massa foram os centros dos discos; por este motivo, não veremos as posições se coincidirem no gráfico no momento da colisão, conforme fig.7.40 abaixo:

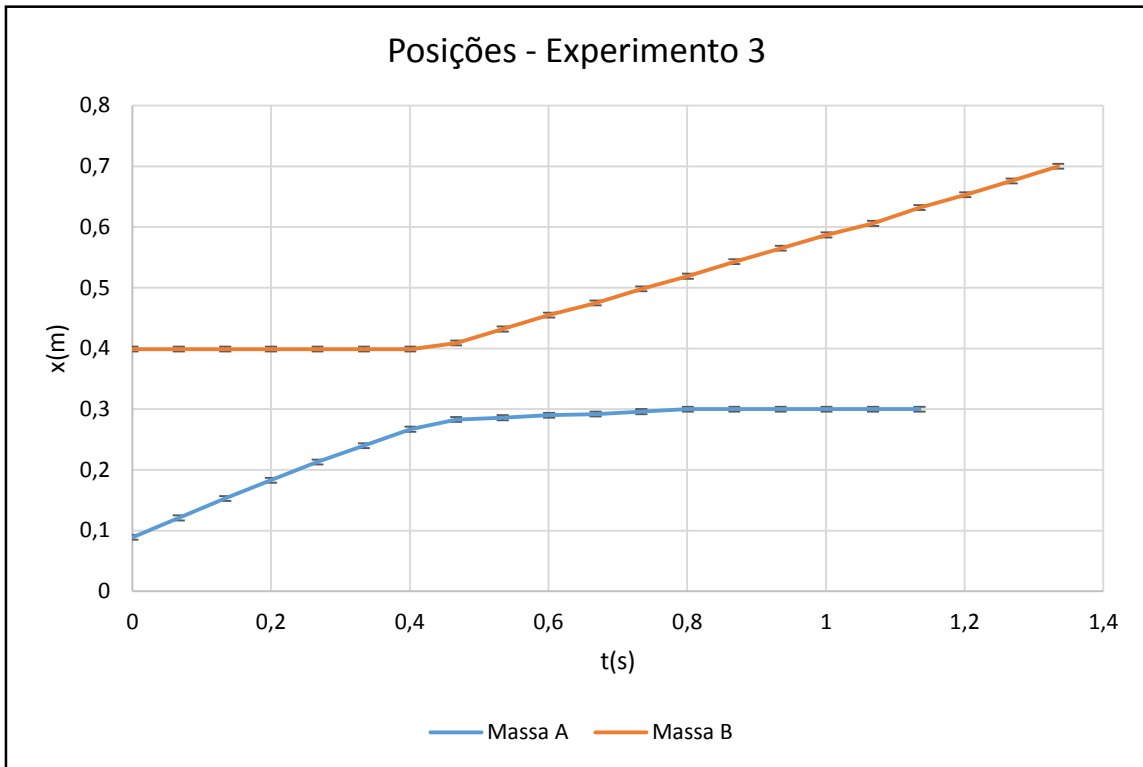


Figura7.40 - Gráfico das posições dos centros dos discos em função do tempo das massas A e B no experimento 3.

Na figura 7.41 apresenta o que acontece com as velocidades das massas A e B antes e depois da colisão. Pela atenuação da velocidade podemos constatar que há uma força externa atuando sobre a massa A, diminuindo a velocidade da massa.

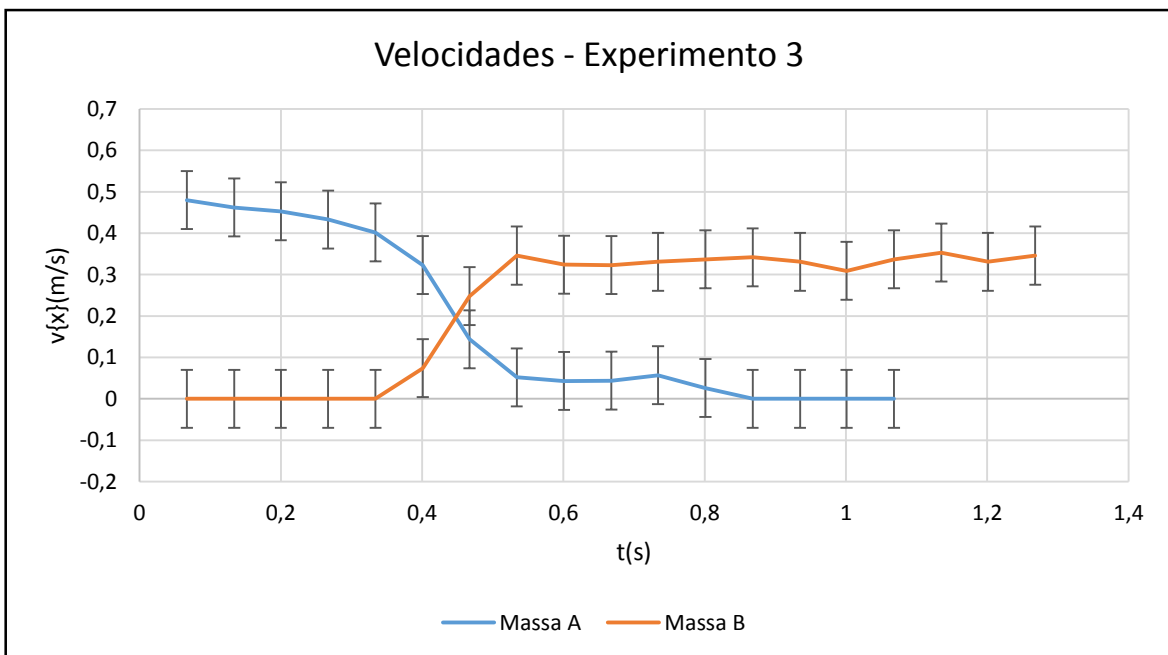


Figura 7.41 Gráfico das velocidades em função do tempo das massas A e B no experimento 3.

A Fig.7.42 abaixo mostra o gráfico da aceleração das massas A e B antes e depois da colisão na direção do eixo horizontal em relação ao tempo, podemos constatar que a massa A possui uma aceleração negativa. A figura também mostra o valor  $\sim \Delta t$  o intervalo de tempo da colisão. Comparando os impulsos adquiridos pelas massas A e B, temos  $I_A = 0,015\text{N}\cdot\text{s}$  e  $I_B = 0,014\text{N}\cdot\text{s}$ , podemos constatar a validade da terceira lei de Newton.

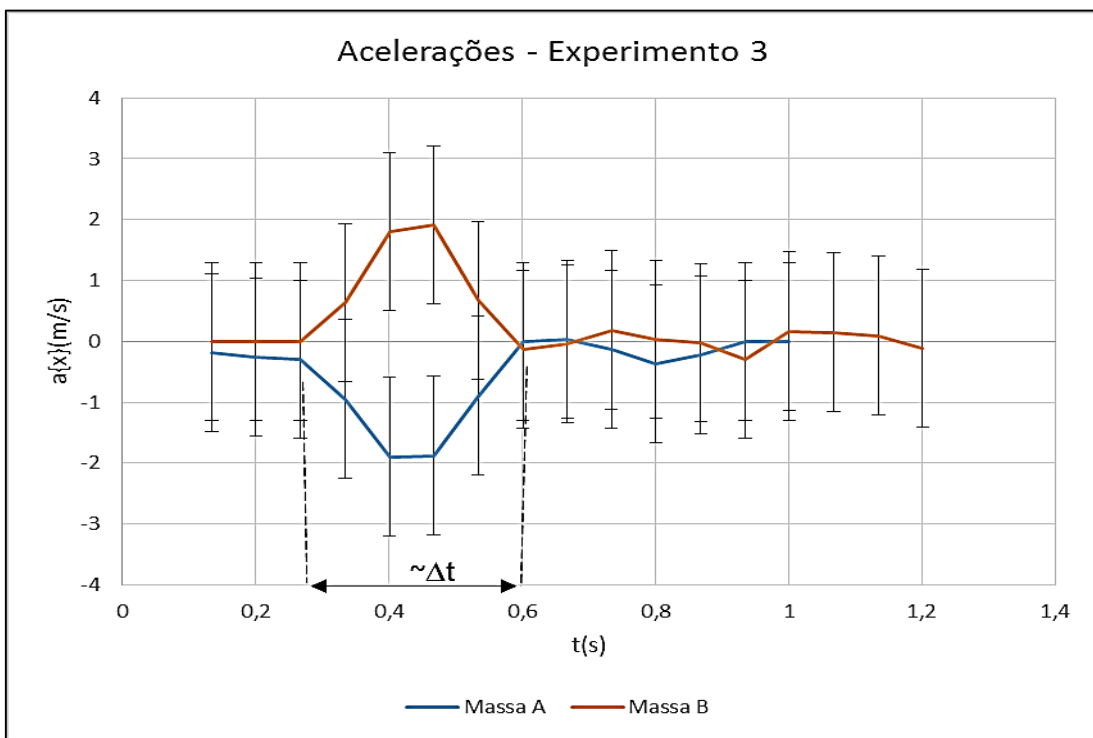


Figura 7.42: Gráfico das acelerações em função do tempo das massas A e B no experimento 3.

Com os dados em relação a posição, velocidade e aceleração das massas A e B no experimento 3, podemos identificar a situação dos corpos antes e depois da colisão. Agora vamos comparar as quantidades de movimentos das massas e das suas respectivas energias cinéticas, que foram fornecidos pela vídeo-análise. As tabelas 15 e 16 abaixo mostram antes e depois da colisão das massas A e B com  $4,06 \times 10^{-2} \text{ kg}$  e  $3,97 \times 10^{-2} \text{ kg}$  respectivamente.

| Massa: A - Experimento 3 |                |       |                     |
|--------------------------|----------------|-------|---------------------|
| t(s)                     | (Q ± 2,8)g.m/s | K(mJ) | δ <sub>K</sub> (mJ) |
| 0,000                    | ----           | ----  | ---                 |
| 0,067                    | 1,95           | 4,7   | 0,7                 |
| 0,134                    | 1,87           | 4,3   | 0,6                 |
| 0,200                    | 1,84           | 4,2   | 0,6                 |
| 0,267                    | 1,75           | 3,8   | 0,6                 |
| 0,334                    | 1,63           | 3,3   | 0,6                 |
| 0,401                    | 1,31           | 2,1   | 0,5                 |
| 0,467                    | 0,58           | 0,4   | 0,2                 |
| 0,534                    | 0,21           | 0,1   | 0,1                 |
| 0,601                    | 0,18           | 0,0   | 0,1                 |
| 0,668                    | 0,18           | 0,0   | 0,1                 |
| 0,734                    | 0,23           | 0,1   | 0,1                 |
| 0,801                    | 0,11           | 0,00  | 0,01                |
| 0,868                    | 0,00           | 0,00  | 0,01                |
| 0,935                    | 0,00           | 0,00  | 0,01                |
| 1,001                    | 0,00           | 0,00  | 0,01                |
| 1,068                    | 0,00           | 0,00  | 0,01                |
| 1,135                    | ----           | ----  | ---                 |

*Tabela:15 Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 3.*

| <b>MASSA: B - Experimento 3</b> |                |       |                     |
|---------------------------------|----------------|-------|---------------------|
| t(s)                            | (Q ± 2,8)g.m/s | K(mJ) | δ <sub>K</sub> (mJ) |
| 0,000                           | ----           | ----  | ---                 |
| 0,067                           | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,134                           | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,200                           | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,267                           | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,334                           | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 0,401                           | 2,9            | 0,1   | 0,1                 |
| 0,467                           | 9,9            | 1,2   | 0,3                 |
| 0,534                           | 13,8           | 2,4   | 0,5                 |
| 0,601                           | 12,9           | 2,1   | 0,5                 |
| 0,668                           | 12,8           | 2,1   | 0,5                 |
| 0,734                           | 13,2           | 2,2   | 0,5                 |
| 0,801                           | 13,4           | 2,3   | 0,5                 |
| 0,868                           | 13,6           | 2,3   | 0,5                 |
| 0,935                           | 13,2           | 2,2   | 0,5                 |
| 1,001                           | 12,3           | 1,9   | 0,4                 |
| 1,068                           | 13,4           | 2,3   | 0,5                 |
| 1,135                           | 14,0           | 2,5   | 0,5                 |
| 1,201                           | 13,2           | 2,2   | 0,5                 |
| 1,268                           | 13,8           | 2,4   | 0,5                 |
| 1,335                           | ----           | ----  | ---                 |

*Tabela: 16 Mostra os dados da K e da Q massa B antes e depois da colisão no experimento 3.*

Como base nos dados recolhidos das tabelas 15 e 16 foram feitos os gráficos de comparação da quantidade de movimento e das energias cinéticas das massas A e B no experimento 3. A figura 7.43 abaixo nos mostra as quantidades de movimentos das massas A e B, podemos constatar que a quantidade de movimento da massa A antes da colisão diminui devido a ação de uma força resistiva.



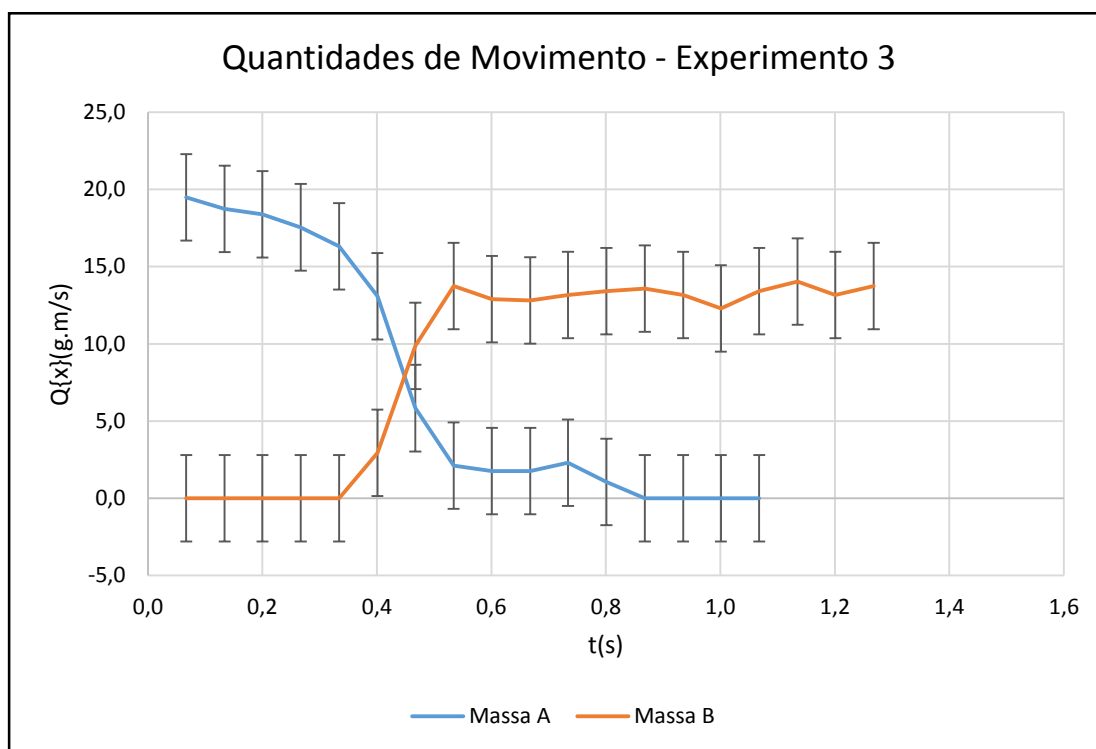


Figura 7.43: Gráfico da quantidade de movimento em função do tempo das A e B no experimento 3.

A figura 7.44 abaixo mostra a quantidade de movimento total antes e depois da colisão, pela ação de forças externas, podemos constatar pela margem de erro que não ocorreu conservação da quantidade de movimento,

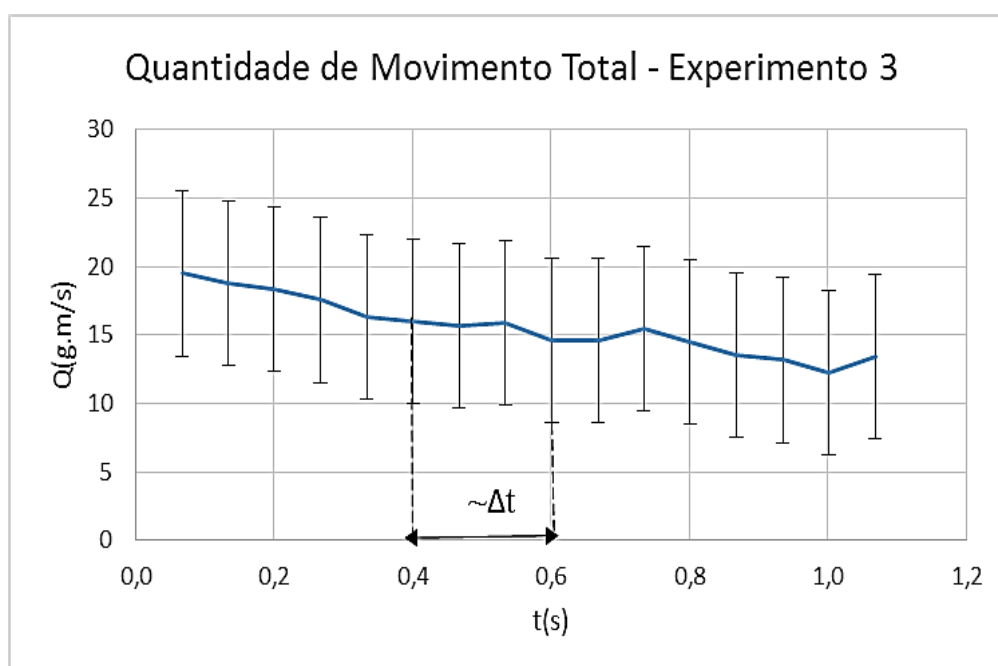


Figura 7.44: Gráfico da quantidade de movimento total do experimento 3

Com base nos dados do gráfico acima e tirando o média das quantidades de movimentos totais das massas A e B antes e depois da colisão podemos calcular o a razão entre as quantidades de movimentos. Podemos assim apurar a porcentagem da conservação da quantidade de movimento, apresentada no quadro 4.

|   |
|---|
| Razão da Médias das quantidades de Movimentos:  |
| $Q'/Q$  |
| 81,6%   |
| <i>Quadro4: Mostra a porcentagem entre as quantidades de movimentos totais antes e depois da colisão.</i> |

Pela ação de forças externas o experimento 3 nos apresentou uma perda de ~20%. A figura 7.44, mostra que os valores da quantidade de movimento total estão fora da margem de erro. Logo, o experimento 3 não apresenta a conservação da quantidade de movimento. Pois, havia uma  $F_{at} \neq 0$  sobre a massa A, acarretando uma  $a \neq 0$  (aceleração).

A figura 7.45 abaixo nos mostra as energias cinéticas das massas A e B.

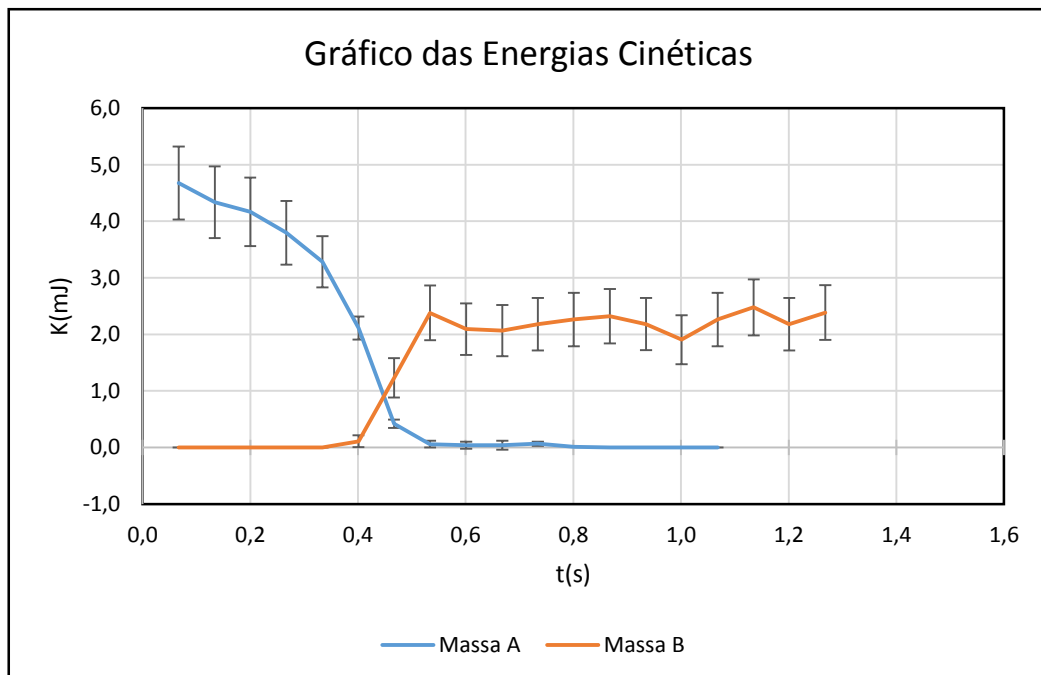


Figura7.45 Gráfico da energia cinética em função do tempo das massas A e B no experimento 3.

A figura 7.46, mostra que na colisão entre as massas A e B ocorreu uma perda de energia cinética.

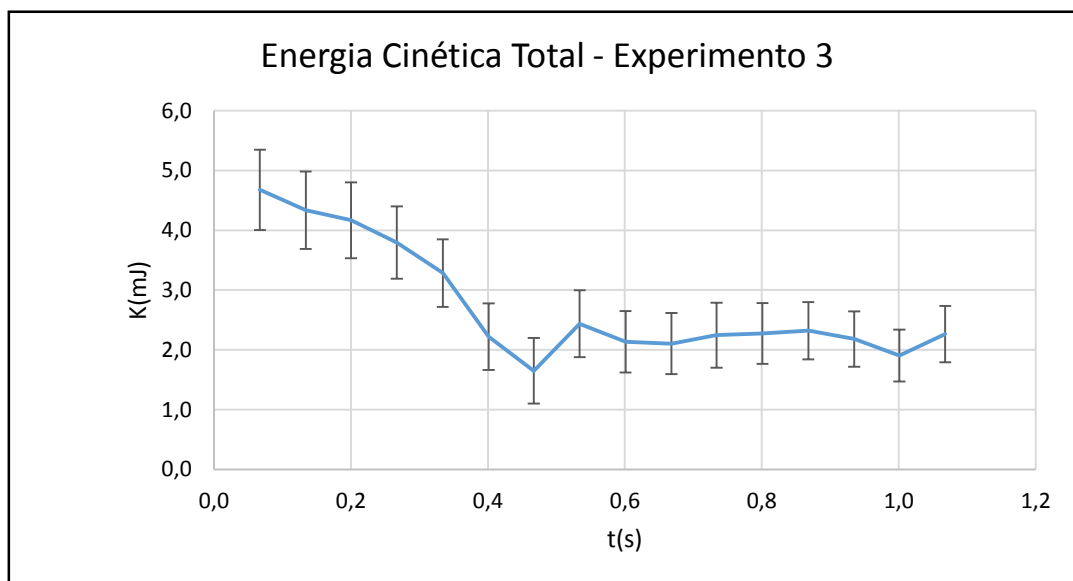


Figura 7.46: Gráfico da energia cinética total do experimento 3

Ao retornar ao objetivo do experimento 3, podemos verificar através dos dados retirados do próprio experimento que as perguntas-chaves que norteiam os objetivos deste trabalho respondem as nossas expectativas.

Procedimentos de exploração ao experimento:

Depois de ter apresentado o experimento 3 ao aluno, trabalharemos com as perguntas-chave:

1ª Pergunta: A quantidade de movimento pode ser transferida totalmente de um corpo para outro?

Objetivo:

1- Mostrar que é possível que toda a quantidade de movimento seja transferida de um corpo para o outro.

-Trabalharíamos com as quantidades nos copos A e B, conforme a figura 7.47. Afim de saber as condições que levam toda a quantidade de movimento ser transferida de um corpo para outro.

### Representada pelas Quantidades Inserida nos Copos

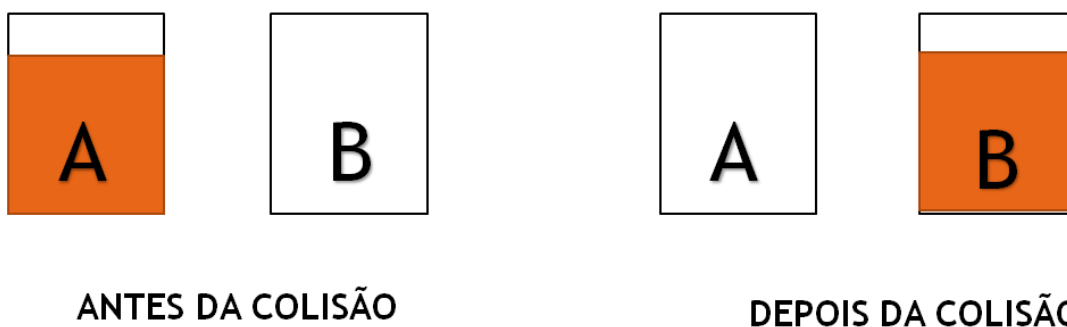


Figura 7.47: Mostra as quantidades de movimento representadas nos copos.

#### 7.14 - Experimento 4 – Colisão totalmente inelástica entre corpos de massas aproximadamente iguais

Neste experimento nos atentaremos à possibilidade de metade da quantidade de movimento ser transferida da massa A em movimento para a massa B em repouso na condição  $m_A \approx m_B$ , ou seja, as massas de A e B serem aproximadamente iguais. O nosso propósito é mostrar que essa transferência é possível na situação apresentada.

Objetivo:

1- Demonstrar que metade da quantidade de movimento é transferida de um corpo para o outro.

Procedimentos:

4.1: Considerar que a massa que está do lado esquerdo da folha será considerada a massa A e a massa do lado direito da folha a massa B.

4.2: Coloque as barras quadradas paralelamente entre si a formar um canaleta que sirva de guia para os discos. Afim de atenuar o parâmetro de colisão a zero, ou seja,  $b \sim 0$ , antes da colisão. Canaletas que devem distar, pelo menos do diâmetro do disco maior para que estes possam correr entre as canaletas.

4.3: Colocar a massa B no centro das canaletas.

4.4: Colocar a massa A numa posição do lado esquerdo afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva a está na direção da massa A para que estas se colidem.

4.4: Passe algum tipo de cola na borda dos discos, massa de modelar ou cole fita dupla face de modo a grudá-los no momento da colisão.

4.5: Apresentar o experimento ao aluno. Será necessário tomar cuidado para que a parte da borda com grude não cole nas canaletas.

Os procedimentos de 4.1 a 4.5 estão dispostos na figura 7.48 abaixo:

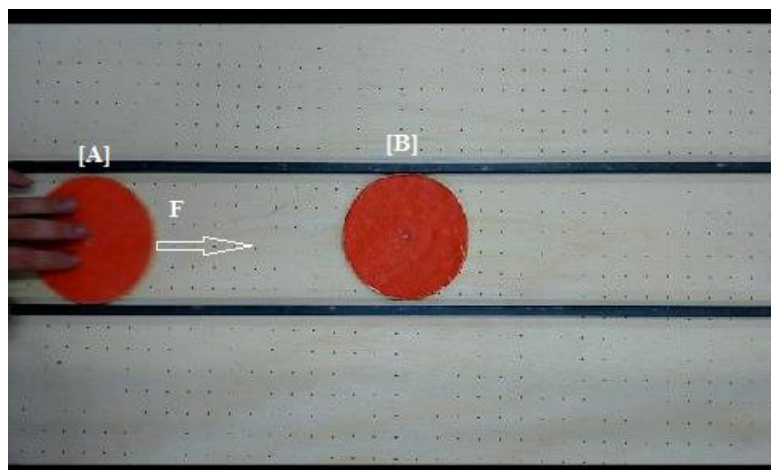
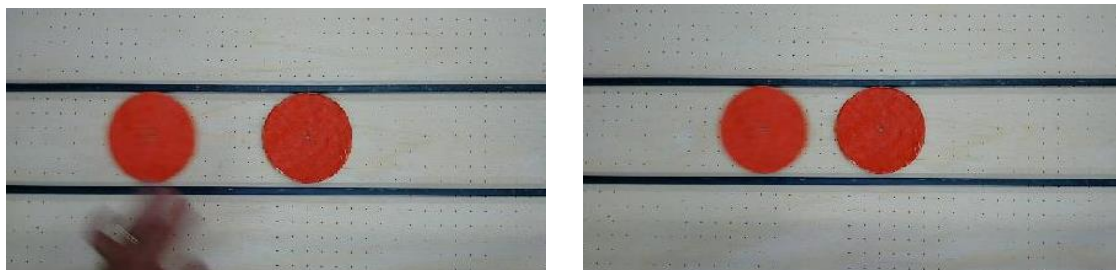


Figura 7.48 Mostra os procedimentos a serem tomados para que as massas A e B se colidem no experimento 4.

Ou seja, a massa A será lançada de encontro à massa B que se encontra em repouso. A Figura 7.49 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.

### Antes da Colisão



### Depois da Colisão

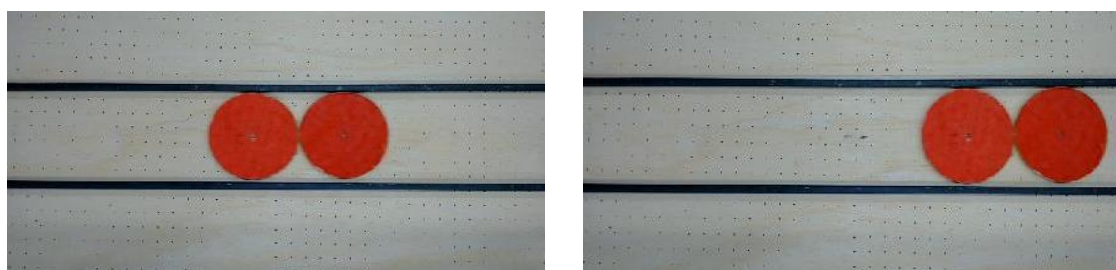


Figura 7.49 Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 4.

Os dados dos movimentos dos corpos foram coletados antes e depois da colisão por vídeo-análise [Tracker] conforme a fig.7.50 e encontramos os seguintes dados das massas A e B conforme as tabelas 17 e 18 respectivamente.

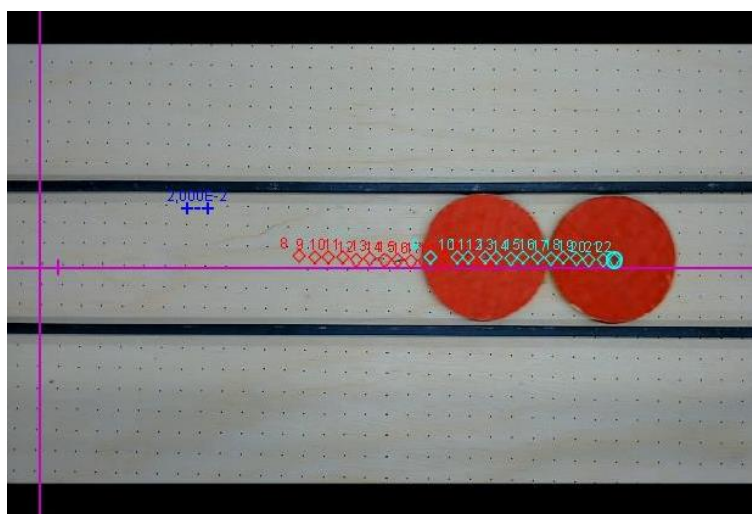


Figura 7.50: Apresenta os pontos da posição em que os dados foram coletado no experimento 4.

| MASSA: A Experimento 4 |             |               |                 |
|------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                   | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                  | 0,047       | ----          | ---             |
| 0,067                  | 0,062       | 0,29          | ---             |
| 0,134                  | 0,086       | 0,40          | 1,0             |
| 0,200                  | 0,115       | 0,43          | 0,3             |
| 0,267                  | 0,144       | 0,43          | 0,0             |
| 0,334                  | 0,172       | 0,43          | 0,0             |
| 0,401                  | 0,201       | 0,43          | 0,0             |
| 0,467                  | 0,230       | 0,43          | -0,8            |
| 0,534                  | 0,258       | 0,33          | -1,4            |
| 0,601                  | 0,274       | 0,22          | -1,0            |
| 0,668                  | 0,287       | 0,21          | -0,2            |
| 0,734                  | 0,301       | 0,21          | 0,0             |
| 0,801                  | 0,314       | 0,20          | 0,0             |
| 0,868                  | 0,328       | 0,21          | 0,0             |
| 0,934                  | 0,342       | 0,20          | -0,1            |
| 1,001                  | 0,355       | 0,19          | 0,0             |
| 1,068                  | 0,368       | 0,19          | 0,1             |
| 1,135                  | 0,381       | 0,21          | -0,1            |
| 1,201                  | 0,395       | 0,19          | -0,2            |
| 1,268                  | 0,406       | 0,17          | -0,2            |
| 1,335                  | 0,418       | 0,17          | 0,2             |
| 1,402                  | 0,429       | 0,19          | -0,1            |
| 1,468                  | 0,443       | 0,18          | 0,0             |
| 1,535                  | 0,453       | 0,17          | 0,0             |
| 1,602                  | 0,465       | 0,19          | 0,1             |
| 1,669                  | 0,478       | 0,18          | -0,1            |
| 1,735                  | 0,489       | 0,17          | -0,2            |
| 1,802                  | 0,501       | 0,16          | ---             |
| 1,869                  | 0,510       | ---           | ---             |

*Tabela 25: Dados da massa A quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 4.*

| MASSA: B – Experimento 4 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,386       | ---           | ---             |
| 0,067                    | 0,386       | 0,00          | ---             |
| 0,134                    | 0,386       | 0,00          | 0,0             |
| 0,200                    | 0,386       | 0,00          | 0,0             |
| 0,267                    | 0,386       | 0,00          | 0,1             |
| 0,334                    | 0,386       | 0,01          | 0,1             |
| 0,401                    | 0,388       | 0,01          | -0,1            |
| 0,467                    | 0,388       | 0,00          | -0,1            |
| 0,534                    | 0,388       | 0,00          | 1,7             |
| 0,601                    | 0,388       | 0,19          | 1,6             |
| 0,668                    | 0,414       | 0,28          | 0,6             |
| 0,734                    | 0,425       | 0,21          | -0,8            |
| 0,801                    | 0,442       | 0,20          | 0,0             |
| 0,868                    | 0,453       | 0,19          | -0,1            |
| 0,934                    | 0,467       | 0,21          | 0,1             |
| 1,001                    | 0,480       | 0,20          | 0,0             |
| 1,068                    | 0,494       | 0,21          | 0,0             |
| 1,135                    | 0,508       | 0,20          | -0,1            |
| 1,201                    | 0,520       | 0,19          | -0,1            |
| 1,268                    | 0,533       | 0,19          | 0,1             |
| 1,335                    | 0,545       | 0,20          | -0,1            |
| 1,402                    | 0,559       | 0,19          | -0,1            |
| 1,468                    | 0,570       | 0,18          | -0,1            |
| 1,535                    | 0,584       | 0,19          | -0,1            |
| 1,602                    | 0,595       | 0,17          | -0,2            |
| 1,669                    | 0,606       | 0,16          | 0,1             |
| 1,735                    | 0,617       | 0,18          | 0,1             |
| 1,802                    | 0,630       | 0,19          | -0,1            |
| 1,869                    | 0,642       | 0,16          | ---             |
| 1,935                    | 0,652       | ---           | ---             |

*Tabela 18: Dados da massa A quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 4.*

Com dados colhidos em relação à posição da massa A e da massa B, mostraremos no gráfico da posição x em metros em relação ao tempo t em segundos. As referências dos pontos dos dados coletados para cada massa foram os centros dos discos, por este motivo não veremos as posições se coincidirem no gráfico no momento da colisão, conforme fig.7.51 abaixo:



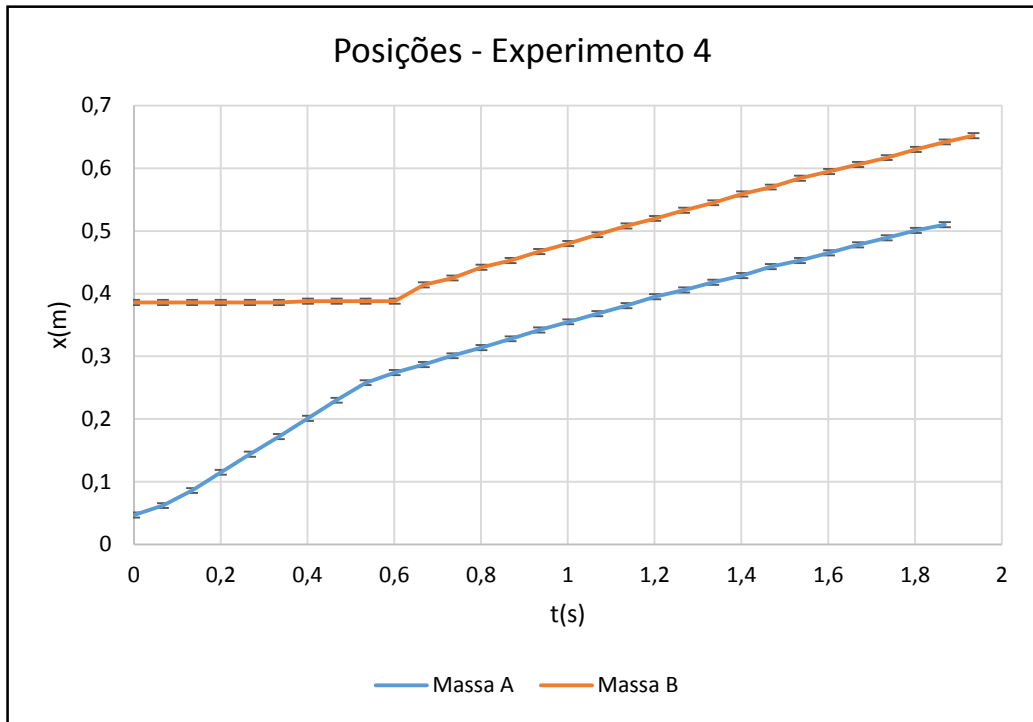


Figura 7.51: Gráfico das posições dos centros dos discos em função do tempo das massas A e B no experimento 4.

Na figura 7.52 apresenta o que acontece com as velocidades das massas A e B antes e depois da colisão.

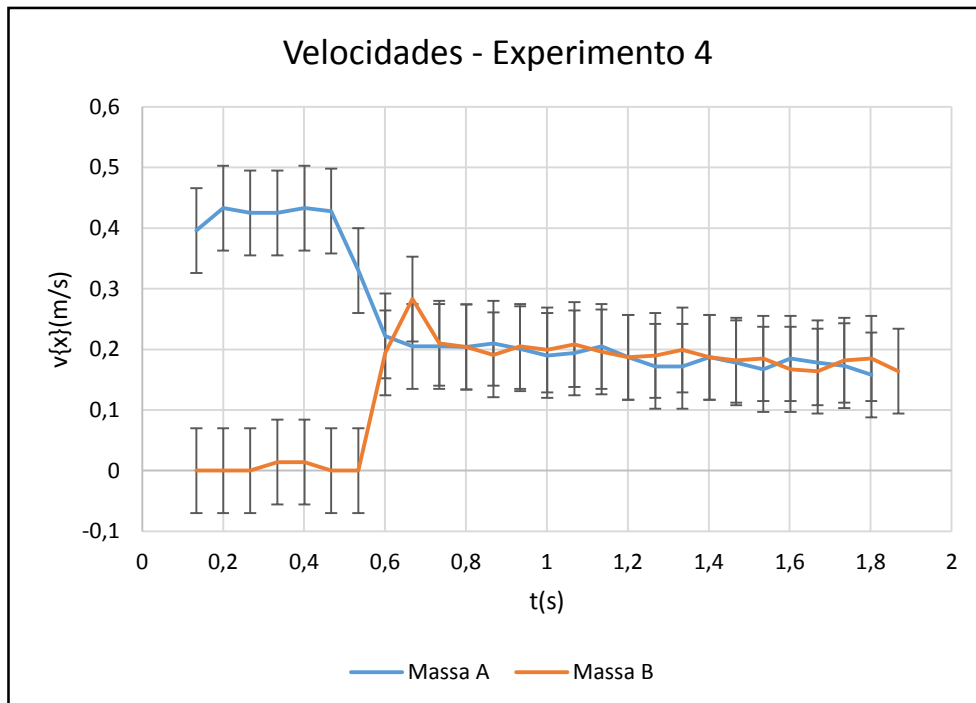


Figura 7.52 Gráfico das velocidades em função do tempo das massas A e B no experimento 4.

A Fig.7.53 abaixo mostra o gráfico da aceleração das massas A e B antes e depois da colisão na direção do eixo horizontal em relação ao tempo. A figura também mostra o valor  $\sim \Delta t$  o intervalo de tempo da colisão. Comparando os impulsos adquiridos pelas massas A e B, temos  $I_A = 0,01\text{N}\cdot\text{s}$  e  $I_B = 0,01\text{N}\cdot\text{s}$ , podemos constatar a validade da terceira lei de Newton.

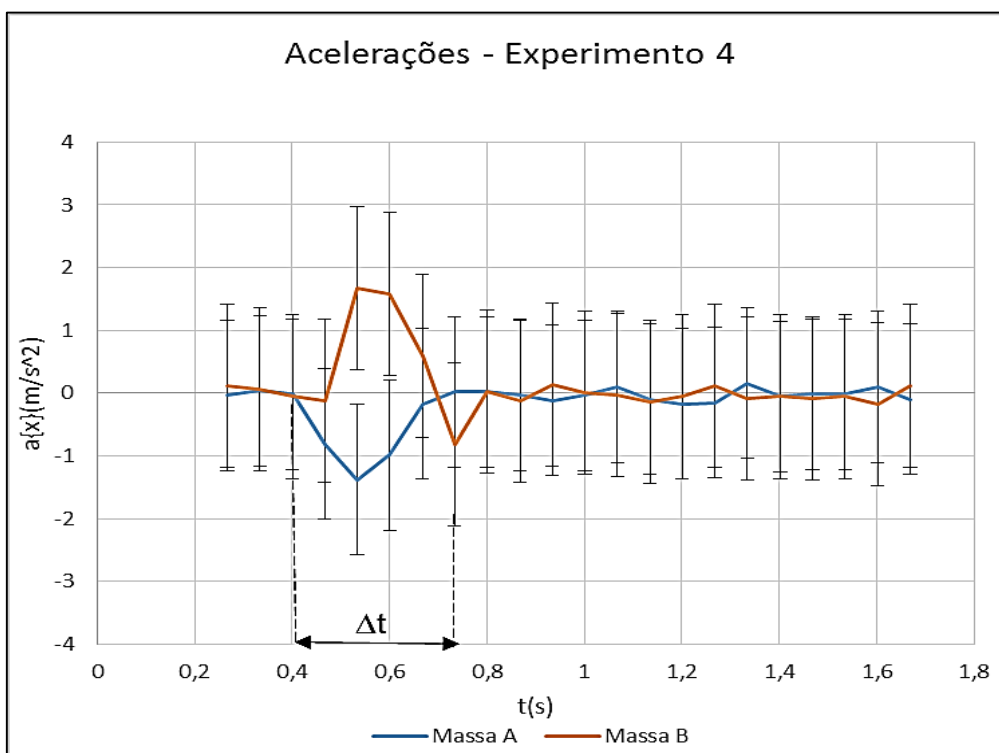


Figura 7.53: Gráfico das acelerações em função do tempo das massas A e B no experimento 4.

Com os dados demonstrados acima em relação a posição, velocidade e aceleração das massas A e B no experimento 4, podemos identificar a situação dos corpos antes e depois da colisão. Agora vamos comparar as quantidades de movimentos das massas e das energias suas respectivas energias cinéticas, dados que foram fornecidos pela vídeo-análise. As tabelas 19 e 20 abaixo mostra os dados antes e depois da colisão das massas A e B com  $3,88 \times 10^{-2} \text{ kg}$  e  $3,87 \times 10^{-2} \text{ kg}$ , respectivamente.

| MASSA: A – Experimento 4 |               |       |                 |
|--------------------------|---------------|-------|-----------------|
| t(s)                     | (Q ±2,7)g.m/s | K(mJ) | $\delta_K$ (mJ) |
| 0,200                    | 16,8          | 3,6   | 1,2             |
| 0,267                    | 16,5          | 3,5   | 1,2             |
| 0,334                    | 16,5          | 3,5   | 1,2             |
| 0,401                    | 16,8          | 3,6   | 1,2             |
| 0,467                    | 16,6          | 3,6   | 1,2             |
| 0,534                    | 12,8          | 2,1   | 0,9             |
| 0,601                    | 8,6           | 1,0   | 0,6             |
| 0,668                    | 8,0           | 0,8   | 0,6             |
| 0,734                    | 8,0           | 0,8   | 0,6             |
| 0,801                    | 7,9           | 0,8   | 0,6             |
| 0,868                    | 8,1           | 0,9   | 0,6             |
| 0,934                    | 7,8           | 0,8   | 0,5             |
| 1,001                    | 7,4           | 0,7   | 0,5             |
| 1,068                    | 7,5           | 0,7   | 0,5             |
| 1,135                    | 8,0           | 0,8   | 0,6             |
| 1,201                    | 7,2           | 0,7   | 0,5             |
| 1,268                    | 6,7           | 0,6   | 0,5             |
| 1,335                    | 6,7           | 0,6   | 0,5             |
| 1,402                    | 7,2           | 0,7   | 0,5             |
| 1,468                    | 6,9           | 0,6   | 0,5             |
| 1,535                    | 6,5           | 0,5   | 0,5             |
| 1,602                    | 7,2           | 0,7   | 0,5             |
| 1,669                    | 6,9           | 0,6   | 0,5             |
| 1,735                    | 6,7           | 0,6   | 0,5             |
| 1,802                    | 16,8          | 0,5   | 0,4             |
| 1,869                    | ---           | ---   | ---             |

*Tabela 19: Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 4.*

| MASSA: B – Experimento 4 |                |       |                 |
|--------------------------|----------------|-------|-----------------|
| t(s)                     | (Q ± 2,7)g.m/s | K(mJ) | $\delta_K$ (mJ) |
| 0,200                    | 0,0            | 0,000 | 0,001           |
| 0,267                    | 0,0            | 0,000 | 0,001           |
| 0,334                    | 0,5            | 0,000 | 0,001           |
| 0,401                    | 0,5            | 0,000 | 0,038           |
| 0,467                    | 0,0            | 0,004 | 0,038           |
| 0,534                    | 0,0            | 0,004 | 0,000           |
| 0,601                    | 7,5            | 0,000 | 0,000           |
| 0,668                    | 10,9           | 0,000 | 0,530           |
| 0,734                    | 8,1            | 0,732 | 0,773           |
| 0,801                    | 7,9            | 1,545 | 0,573           |
| 0,868                    | 7,4            | 0,850 | 0,557           |
| 0,934                    | 7,9            | 0,802 | 0,521           |
| 1,001                    | 7,7            | 0,710 | 0,560           |
| 1,068                    | 8,1            | 0,814 | 0,543           |
| 1,135                    | 7,6            | 0,770 | 0,568           |
| 1,201                    | 7,2            | 0,838 | 0,535           |
| 1,268                    | 7,4            | 0,743 | 0,511           |
| 1,335                    | 7,7            | 0,676 | 0,519           |
| 1,402                    | 7,2            | 0,705 | 0,543           |
| 1,468                    | 7,1            | 0,767 | 0,511           |
| 1,535                    | 7,2            | 0,676 | 0,497           |
| 1,602                    | 6,5            | 0,643 | 0,505           |
| 1,669                    | 6,3            | 0,665 | 0,456           |
| 1,735                    | 7,1            | 0,542 | 0,448           |
| 1,802                    | 7,2            | 0,527 | 0,497           |
| 1,869                    | 6,3            | 0,646 | 0,505           |
| 1,935                    | ---            | ---   | ---             |

*Tabela 29: Mostra os dados da K e da Q massa B antes e depois da colisão no experimento 4.*

Como base nos dados recolhidos das tabelas 19 e 20 foram feitos os gráficos de comparação da quantidade de movimento e das energias cinéticas das massas A e B no experimento 4. A figura 7.54 abaixo nos mostra a comparação entre as quantidades de movimentos das massas A e B.

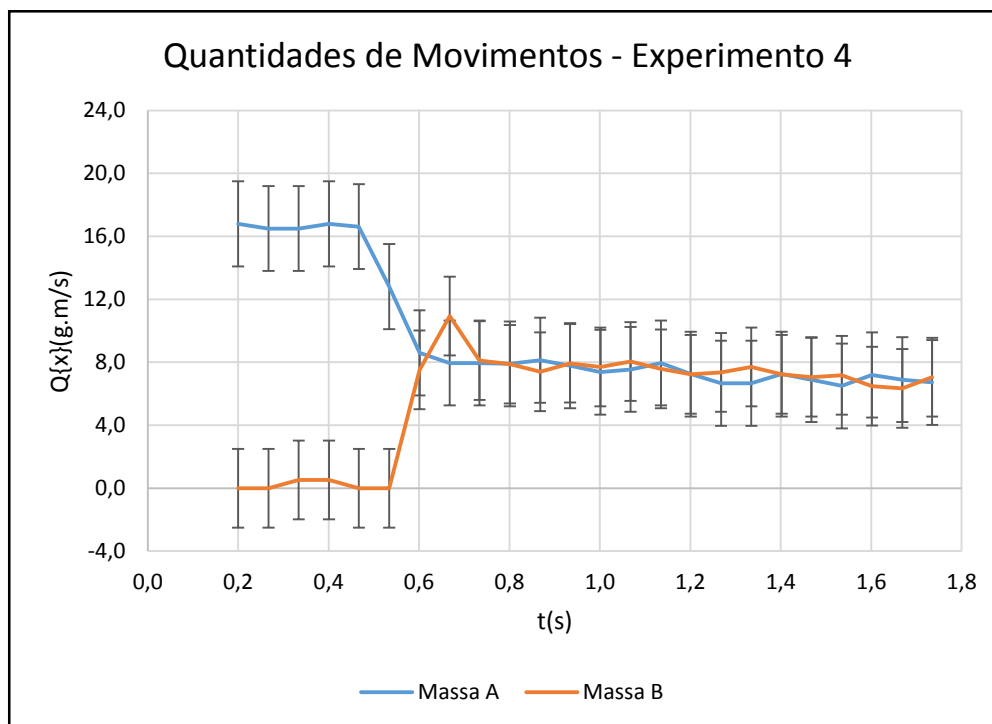


Figura 7.54: Gráfico da quantidade de movimento em função do tempo das A e B no experimento 4.

A figura 7.55 abaixo mostra a quantidade de movimento total antes e depois da colisão, apesar da ação de forças externas, podemos constatar pela margem de erro que ocorreu conservação da quantidade de movimento

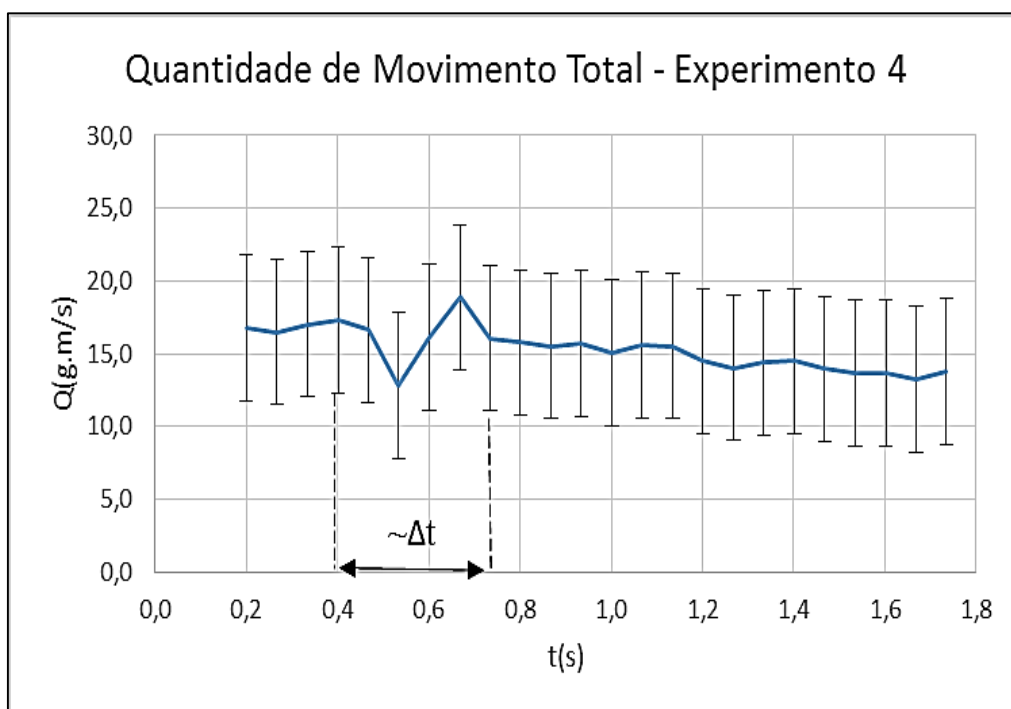


Figura 7.55: Gráfico da quantidade de movimento total do experimento 4.

Com base nos dados do gráfico acima e tirando o média das quantidades de movimento totais das massas A e B antes e depois da colisão podemos calcular o a razão entre as quantidades de movimentos podemos apurar a porcentagem da conservação da quantidade de movimento. Dados que é mostrado no quadro 5 abaixo:

|   |
|---|
| <b>Razão das Médias das quantidades de Movimentos:</b>  |
| <b>Q'/Q</b>   |
| 93,6%   |
| <i>Tabela 30: Mostra a porcentagem entre as quantidades de movimentos totais antes e depois da colisão.</i> |

O experimento nos apresentou uma pequena perda de ~6%. A figura 7.5, mostra que os valores da quantidade de movimento total estão dentro da margem de erro. Logo, o experimento 4 apresenta a conservação da quantidade de movimento.

A figura 7.56 abaixo nos mostra a comparação entre as energias cinéticas das massas A e B.

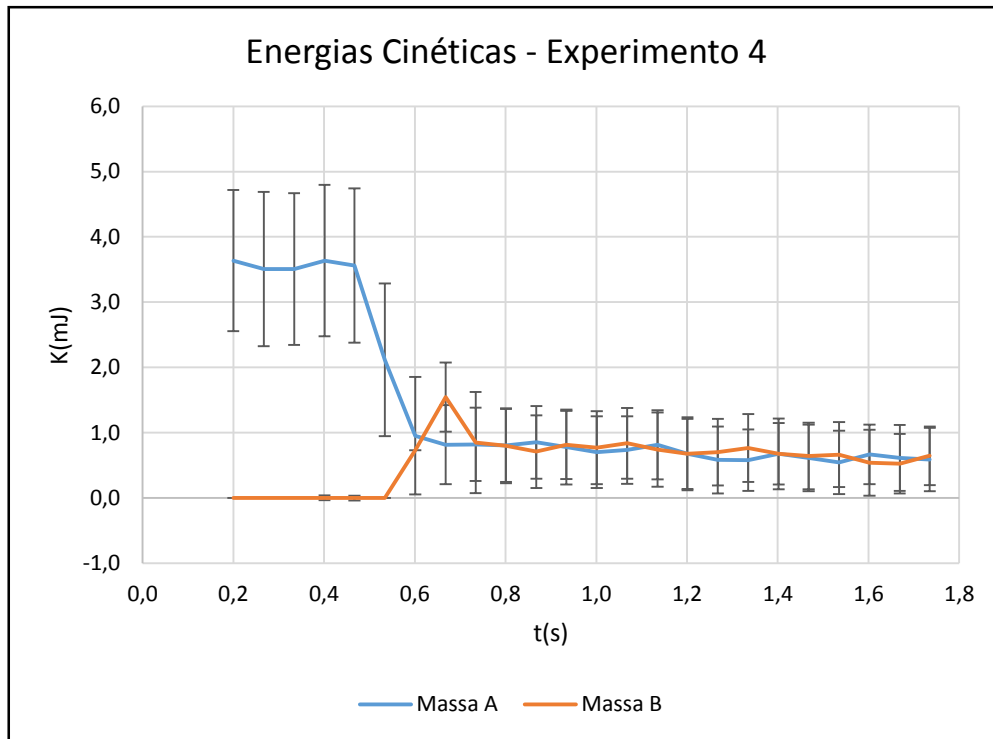


Figura 7.56: Gráfico da energia cinética em função do tempo das massas A e B no experimento 4.

A figura 7.57, mostra que na colisão entre as massas A e B ocorreu uma perda de energia cinética.

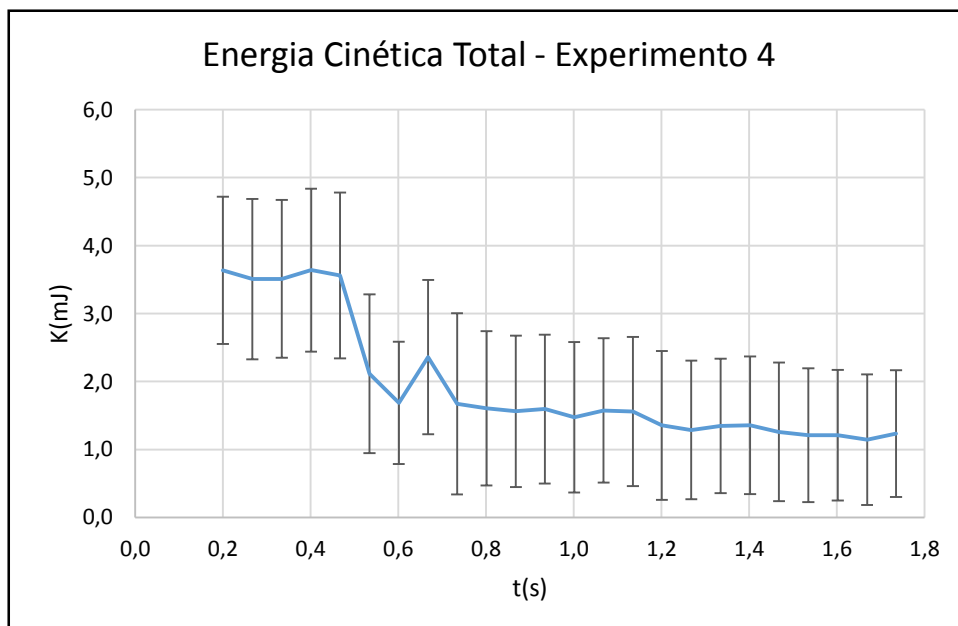


Figura 7.57: Gráfico da energia cinética total do experimento 4.

Procedimentos de exploração aos experimentos:

Trabalharemos com as pergunta-chave:

1ª Pergunta: Sabendo que as massas A e B são aproximadamente iguais. Qual a relação entre as velocidades depois da colisão que as duas massas têm que nos apresentar?

- O objetivo dessa pergunta é induzir o aluno a perceber que as duas massas têm que obter a mesma velocidade antes e depois da colisão.

4.7: Após apresentar o experimento 4 ao aluno, trabalharemos com as pergunta-chave:

2ª Pergunta: Qual a relação entre as quantidades de movimento das massas A e B depois da colisão?

- O objetivo desta pergunta é induzir o aluno a pensar sobre essas quantidades e que elas são aproximadamente iguais e concluir que pelo fato de terem massas aproximadamente iguais, suas velocidades depois da colisão iguais.

3ª Pergunta: O que acontece com as quantidades de movimento antes e depois da colisão?

- O objetivo desta pergunta é trabalhar com essas quantidades nos copos A e B. Antes da colisão o copo A (que representa a quantidade de movimento da massa em movimento) estaria com uma certa quantidade de substância e o copo B, vazio, representaria a massa em repouso. Colocando o aluno a trabalhar com essas quantidades representadas, como base no resultado dado depois da colisão, conforme a figura 7.58:



## Representada pelas Quantidades Inserida nos Copos

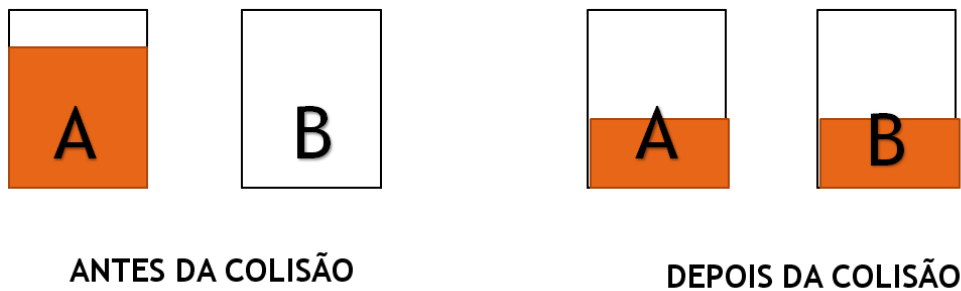


Figura 7.58: Mostra as quantidades de movimento representadas nos copos.

### 7.1.5 - Experimento 5: Carácter vetorial da quantidade de movimento

Neste experimento nos atentaremos a apresentar ao aluno o carácter vetorial da quantidade de movimento. As condições dadas a este experimento são  $m_A \approx m_B$ , ou seja, as massas de A e B serem aproximadamente iguais e antes da colisão as massas A e B terem velocidades iguais, mas opostas.

Objetivo:

1- Mostrar que a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial.

Procedimentos:

5.1: Considerar que a massa que está do lado esquerdo da folha será considerada a massa A e a massa do lado direito da folha a massa B.

5.2: Coloque as barras quadradas paralelamente entre si a formar um canaleta que sirva de guia para os discos. Canaletas que devem distar, pelo menos do diâmetro do disco maior para que estes possam correr entre as canaletas.

5.3: Colocar a massa A numa posição do lado esquerdo afastado do centro da mesa e aplicar-se uma força impulsiva  $\mathbf{F}_1$  a está na direção da massa B .

5.4: Colocar a massa B numa posição do lado direito afastado do centro da mesa e aplicar uma força impulsiva  $\mathbf{F}_2$  a esta na direção da massa A.

5.5: Neste experimento há uma necessidade que as massas tenham a mesma intensidade de velocidade antes da colisão, ou seja,  $|V_A| = |V_B|$

5.6: Passe algum tipo de cola na borda dos discos ou cole fita dupla face de modo a grudá-los no momento da colisão.

5.7: Ao apresentar o experimento ao aluno, será necessário tomar cuidado com para que a parte da borda com grude não cole nas canaletas.

Os procedimentos de 5.1 a 5.7 estão dispostos na figura 7.59:

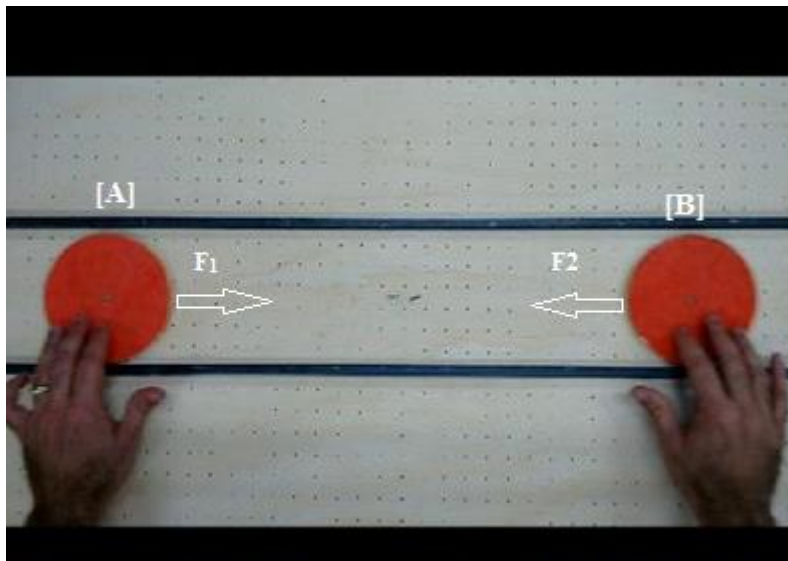


Figura 7.59: Mostra os procedimentos a serem tomados para que as massas A e B se colidam no experimento 5.

Ou seja, a massa A de massa será lançada de encontro a massa B que se encontra em repouso. A figura 7.60 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.

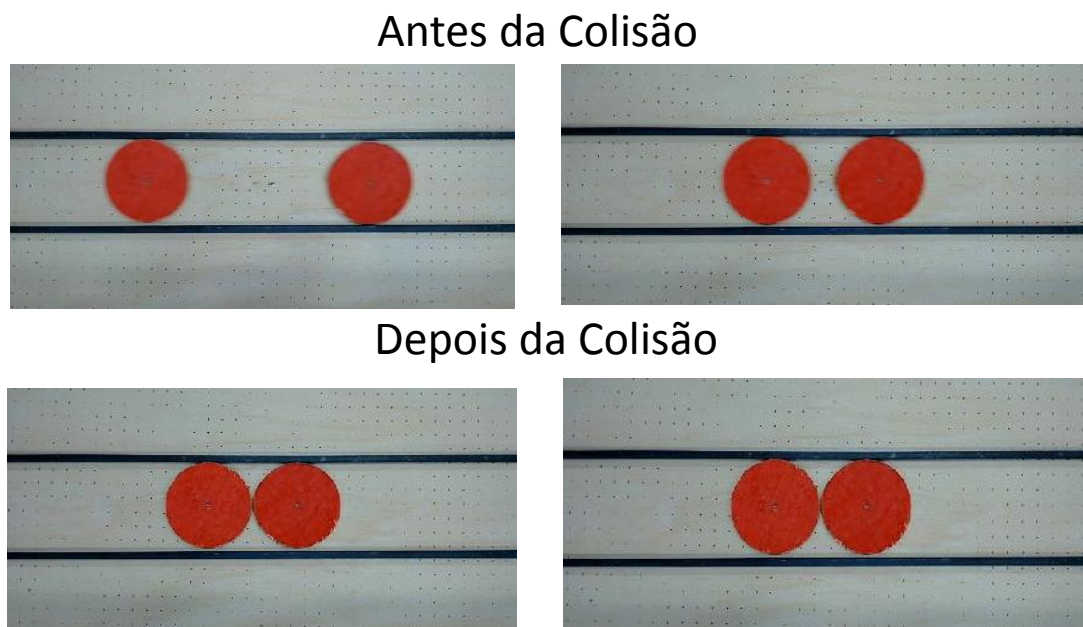


Figura 7.60: Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 5.

Os dados dos movimentos dos corpos foram coletados antes e depois da colisão por vídeo-análise [Tracker] conforme a figura 7.61 e encontramos os seguintes dados das massas A e B, conforme as tabela 21 e 22 respectivamente.

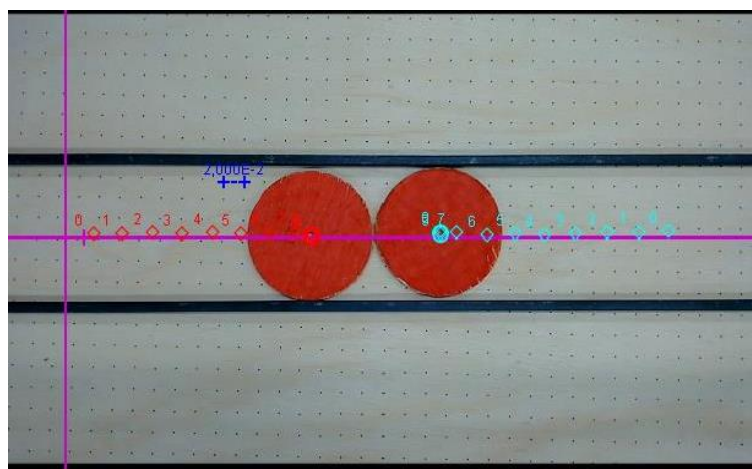


Figura 7.61: Apresenta os pontos da posição em que os dados foram coletados no experimento 5.

| MASSA: A – Experimento 5 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,028       | ----          | ----            |
| 0,066                    | 0,055       | 0,44          | ----            |
| 0,133                    | 0,087       | 0,46          | 0,1             |
| 0,200                    | 0,116       | 0,45          | -0,2            |
| 0,267                    | 0,147       | 0,44          | -0,1            |
| 0,333                    | 0,175       | 0,44          | -0,2            |
| 0,400                    | 0,205       | 0,42          | -1,0            |
| 0,467                    | 0,232       | 0,30          | -2,2            |
| 0,534                    | 0,246       | 0,11          | -2,1            |
| 0,600                    | 0,247       | 0,01          | -1,0            |
| 0,667                    | 0,247       | -0,01         | -0,1            |
| 0,734                    | 0,245       | -0,01         | 0,1             |
| 0,801                    | 0,245       | 0,00          | 0,0             |
| 0,867                    | 0,245       | -0,01         | -0,1            |
| 0,934                    | 0,243       | -0,01         | 0,1             |
| 1,001                    | 0,243       | 0,00          | 0,1             |
| 1,067                    | 0,243       | 0,00          | 0,0             |
| 1,134                    | 0,243       | 0,00          | ---             |
| 1,201                    | 0,243       | ---           | ---             |

*Tabela 21: Dados da massa A quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 5.*

| MASSA: B – Experimento 5 |             |               |                 |
|--------------------------|-------------|---------------|-----------------|
| t(s)                     | (x ±0,004)m | (v ± 0,07)m/s | (a ±1,3)(m/s)/s |
| 0,000                    | 0,604       | ----          | ----            |
| 0,066                    | 0,574       | -0,47         | ----            |
| 0,133                    | 0,542       | -0,47         | -0,1            |
| 0,200                    | 0,510       | -0,47         | 0,2             |
| 0,267                    | 0,479       | -0,46         | 0,3             |
| 0,333                    | 0,449       | -0,43         | 0,1             |
| 0,400                    | 0,422       | -0,44         | 0,7             |
| 0,467                    | 0,391       | -0,35         | 2,3             |
| 0,534                    | 0,374       | -0,12         | 2,4             |
| 0,600                    | 0,375       | -0,01         | 1,0             |
| 0,667                    | 0,374       | -0,01         | -0,1            |
| 0,734                    | 0,374       | -0,01         | 0,0             |
| 0,801                    | 0,372       | -0,01         | 0,0             |
| 0,867                    | 0,372       | -0,01         | 0,1             |
| 0,934                    | 0,372       | -0,01         | 0,0             |
| 1,001                    | 0,372       | 0,00          | 0,0             |
| 1,067                    | 0,372       | -0,01         | 0,0             |
| 1,134                    | 0,371       | -0,01         | ----            |
| 1,201                    | 0,371       | ----          | ----            |

*Tabela: 22: Dados da massa A quanto sua posição (x), sua velocidade no eixo horizontal (v), e sua aceleração no eixo horizontal (a) no experimento 5.*

Com dados colhidos em relação a posição da massa A e da massa B, mostraremos no gráfico da posição x em metros em relação ao tempo t em segundos, a comparação entre a variação da posição das massas em função do tempo. A referência dos pontos dos dados coletados para cada massa foram os centros dos discos, por este motivo não veremos as posições se coincidirem no gráfico no momento da colisão, conforme figura 7.62 abaixo:

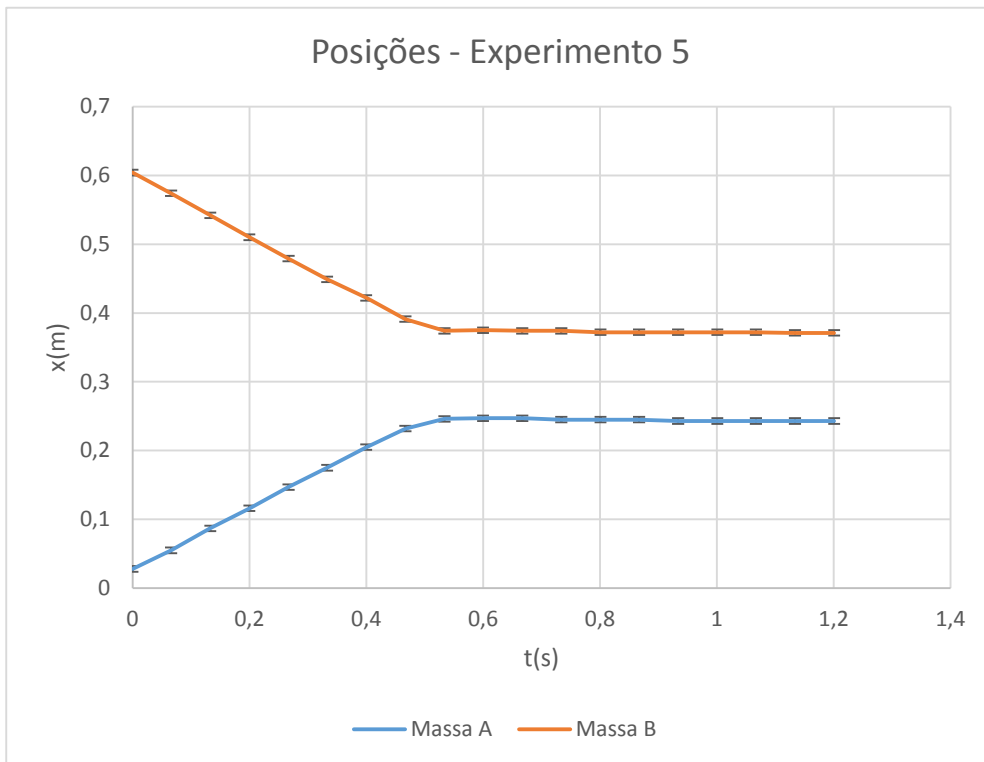


Figura 7.62 - Gráfico das posições dos centros dos discos em função do tempo das massas A e B no experimento 5.

Na figura 7.63 apresenta o que acontece com as velocidades das massas A e B antes e depois da colisão.

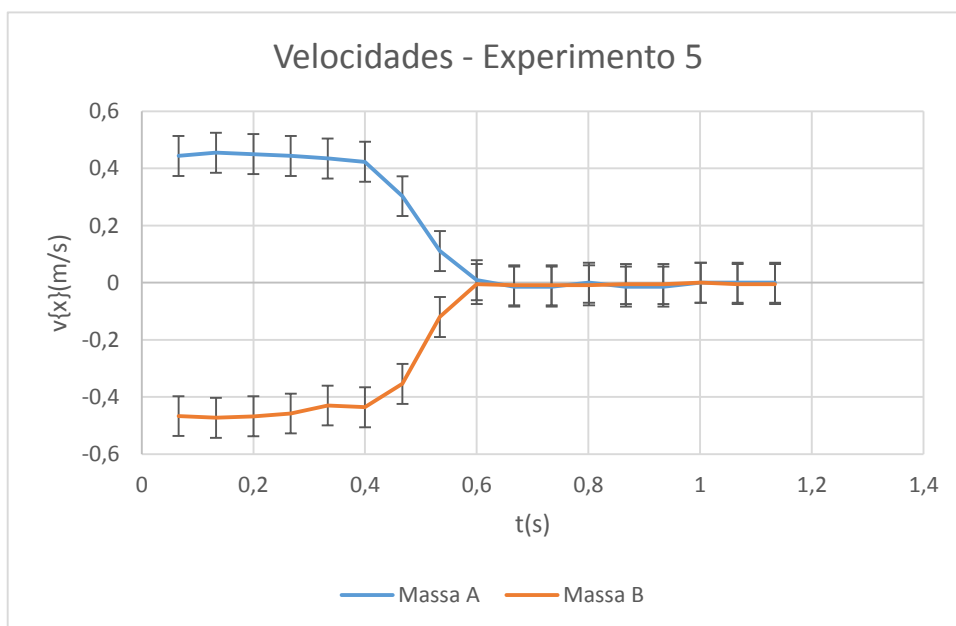


Figura 7.63: Gráfico das velocidades em função do tempo das massas A e B no experimento 5.

A Fig.7.64 abaixo mostra o gráfico da aceleração das massas A e B antes e depois da colisão na direção do eixo horizontal em relação ao tempo. A figura também mostra o valor  $\Delta t$  o intervalo de tempo da colisão. Comparando os impulsos adquiridos pelas massas A e B, temos  $I_A = 0,017\text{N}\cdot\text{s}$  e  $I_B = 0,017\text{N}\cdot\text{s}$ , podemos constatar a validade da terceira lei de Newton.

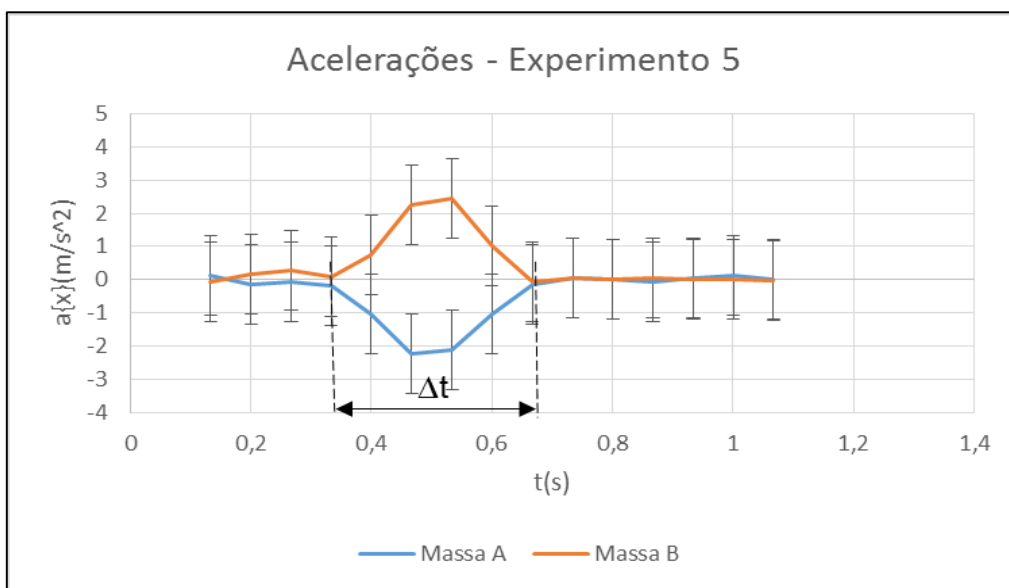


Figura 7.64: Gráfico das acelerações em função do tempo das massas A e B no experimento 5.

Com os dados demonstrados acima em relação a posição, velocidade e aceleração das massas A e B no experimento 5, podemos identificar a situação dos corpos antes e depois da colisão. Agora vamos comparar as quantidades de movimentos das massas e das energias suas respectivas energias cinéticas, dados que foram fornecidos pela vídeo-análise. As tabelas 23 e 24 abaixo mostram os dados antes e depois a colisão das massas A e B com  $3,88 \times 10^{-2} \text{ kg}$  e  $3,87 \times 10^{-2} \text{ kg}$  respectivamente.

| MASSA: A – Experimento 6 |                |       |                 |
|--------------------------|----------------|-------|-----------------|
| t(s)                     | (Q ± 2,7)g.m/s | K(mJ) | $\delta_K$ (mJ) |
| 0,000                    | ----           | ----  | ---             |
| 0,066                    | 17,3           | 3,8   | 1,2             |
| 0,133                    | 17,7           | 4,0   | 1,2             |
| 0,200                    | 17,5           | 3,9   | 1,2             |
| 0,267                    | 17,3           | 3,8   | 1,2             |
| 0,333                    | 16,9           | 3,6   | 1,2             |
| 0,400                    | 16,4           | 3,4   | 1,1             |
| 0,467                    | 11,8           | 1,8   | 0,8             |
| 0,534                    | 4,3            | 0,3   | 0,3             |
| 0,600                    | 0,4            | 0,01  | 0,02            |
| 0,667                    | -0,5           | 0,01  | -0,04           |
| 0,734                    | -0,5           | 0,01  | -0,04           |
| 0,801                    | 0,0            | 0,00  | 0,00            |
| 0,867                    | -0,5           | 0,00  | -0,04           |
| 0,934                    | -0,5           | 0,01  | -0,04           |
| 1,001                    | 0,0            | 0,00  | 0,01            |
| 1,067                    | 0,0            | 0,00  | 0,01            |
| 1,134                    | 0,0            | 0,00  | 0,01            |
| 1,201                    | ----           | ----  | ---             |

*Tabela 23: Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 5.*



| Massa: B - Experimento 5 |                |       |                     |
|--------------------------|----------------|-------|---------------------|
| t(s)                     | (Q ± 2,7)g.m/s | K(mJ) | δ <sub>K</sub> (mJ) |
| 0,000                    | ----           | ----  | ---                 |
| 0,066                    | -18,1          | 4,2   | 1,3                 |
| 0,133                    | -18,3          | 4,3   | 1,3                 |
| 0,200                    | -18,1          | 4,2   | 1,3                 |
| 0,267                    | -17,7          | 4,1   | 1,3                 |
| 0,333                    | -16,7          | 3,6   | 1,2                 |
| 0,400                    | -16,9          | 3,7   | 1,2                 |
| 0,467                    | -13,7          | 2,4   | 1,0                 |
| 0,534                    | -4,7           | 0,3   | 0,3                 |
| 0,600                    | -0,2           | 0,00  | 0,01                |
| 0,667                    | -0,4           | 0,00  | 0,02                |
| 0,734                    | -0,4           | 0,00  | 0,02                |
| 0,801                    | -0,4           | 0,00  | 0,02                |
| 0,867                    | -0,2           | 0,00  | 0,01                |
| 0,934                    | -0,2           | 0,00  | 0,01                |
| 1,001                    | 0,0            | 0,00  | 0,01                |
| 1,067                    | -0,2           | 0,00  | 0,01                |
| 1,134                    | -0,2           | 0,00  | 0,01                |
| 1,201                    | ----           | ----  | ---                 |

*Tabela 24: Mostra os dados da K e da Q massa A antes e depois da colisão no experimento 5.*

Como base nos dados recolhidos das tabelas 23 e 24 foram feitos os gráficos de comparação da quantidade de movimento e das energias cinéticas das massas A e B no experimento 5. A figura 7.65 abaixo nos mostra a comparação entre as quantidades de movimentos das massas A e B.

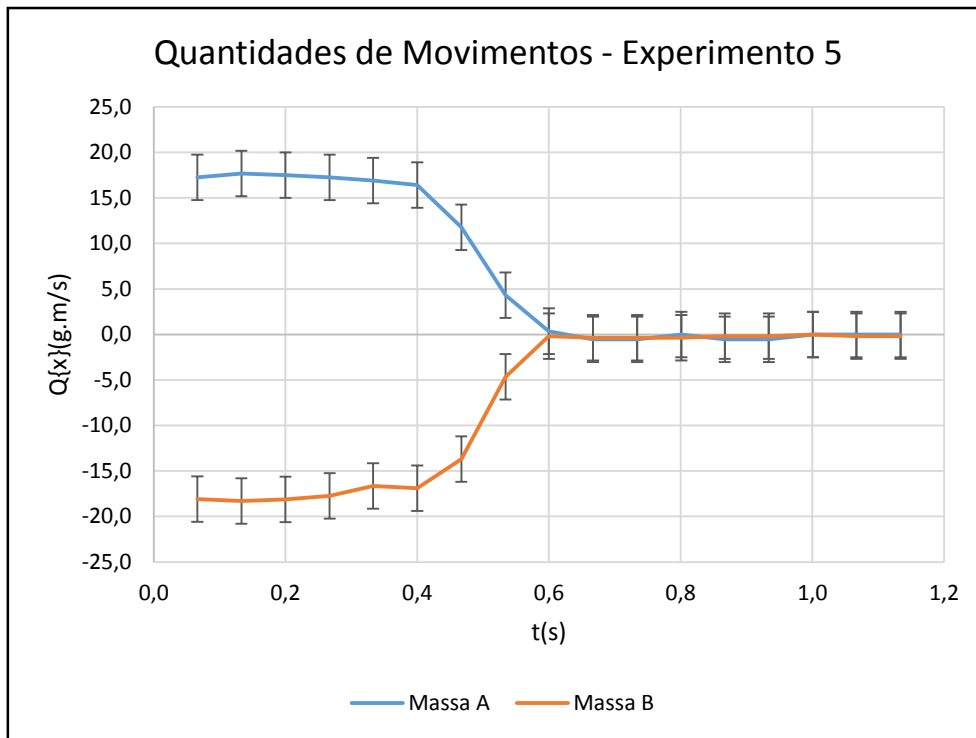


Figura 7.65: Gráfico da quantidade de movimento em função do tempo das A e B no experimento 5.

A figura 7.66 abaixo mostra a quantidade de movimento total antes e depois da colisão, com a ação de forças externas, podemos constatar pela margem de erro que não ocorreu conservação da quantidade de movimento.

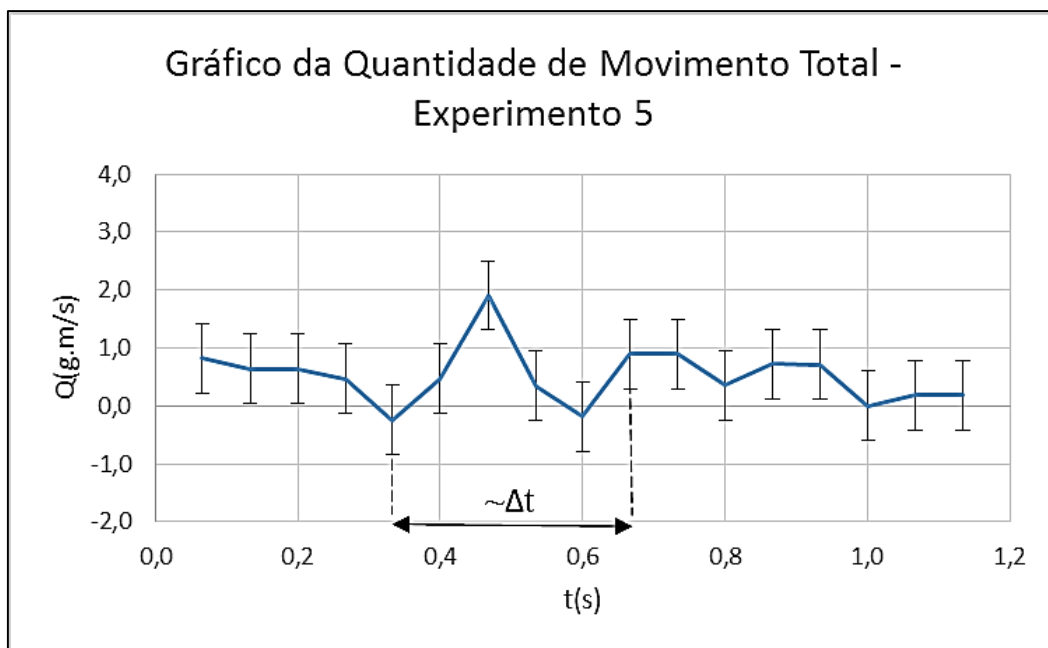


Figura 7.66: Gráfico da quantidade de movimento total do experimento 5

Com base nos dados do gráfico acima e tirando o média das quantidades de movimento totais das massas A e B antes e depois da colisão, podemos calcular a razão entre as quantidades de movimentos. Podemos apurar a porcentagem da conservação da quantidade de movimento. Dados que são mostrados no quadro 6 abaixo:

| Razão da Médias das quantidades de Movimentos:<br>Q'/Q   |  |
|--|--|
| 92,7%  |  |
| <i>Quadro 6: Mostra a porcentagem entre as quantidades de movimentos totais antes e depois da colisão.</i> |  |

O experimento nos apresentou uma perda de ~7%. A figura 7.66, mostra que os valores da quantidade de movimento total estão dentro da margem de erro. Logo, o experimento 5 apresenta a conservação da quantidade de movimento.

A figura 7.67 abaixo nos mostra a comparação entre as energias cinéticas das massas A e B.

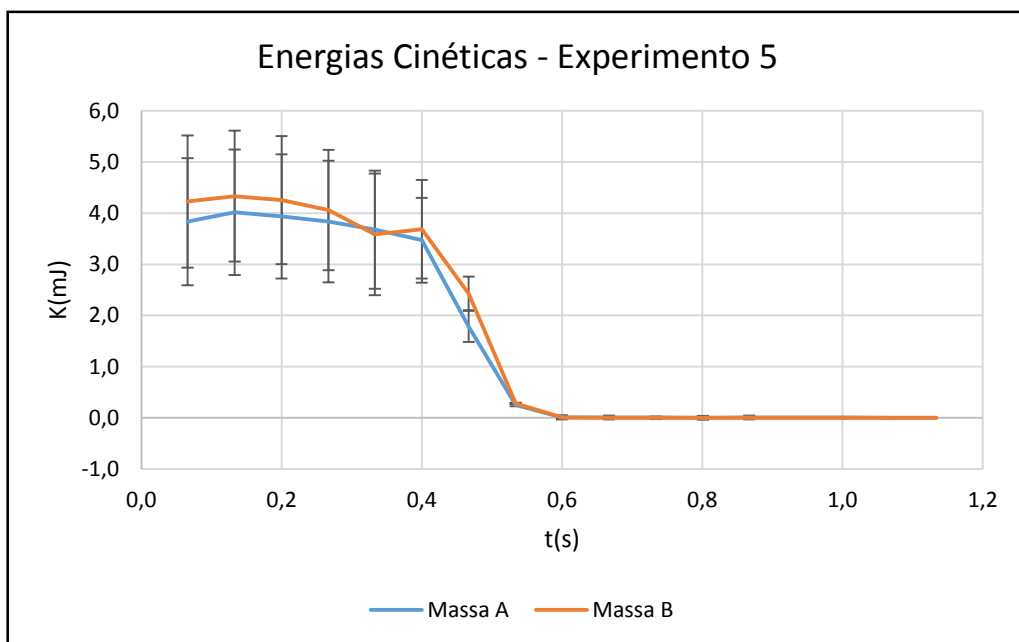


Figura7.67: Gráfico da energia cinética em função do tempo das massas A e B no experimento 5.

A figura 7.68, mostra que na colisão entre as massas A e B ocorreu a perda total de energia cinética, acarretando uma  $\Delta K$ , com  $K_f=0$ .

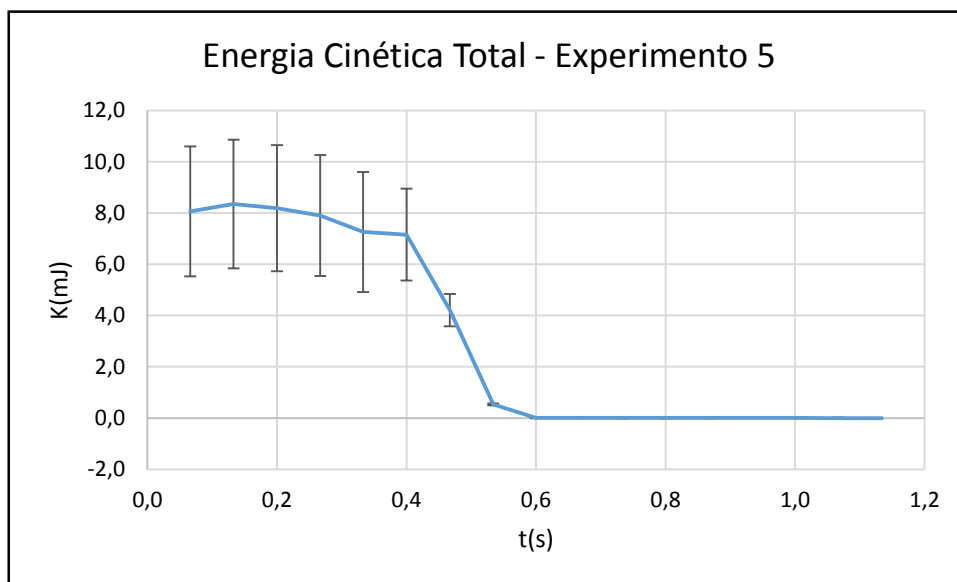


Figura 7.68: Gráfico da energia cinética total do experimento 5

Ao retornar ao objetivo do experimento 5, podemos verificar através dos dados retirados do próprio experimento que as perguntas-chaves que norteiam os objetivos deste trabalho respondem as nossas expectativas.

Porém ainda nos fica a pergunta: as quantidades representadas nos copos não podem se anular. De que maneira as quantidades de movimentos das massas se anularam? A resposta é simples: se as quantidades de movimentos forem representadas como vetores, temos:

$$QA - QB = Q'A + Q'B$$

$$QA + (-QB) = 0$$

$$QA = QB$$

A representação gráfica está na figura 7.69 abaixo:

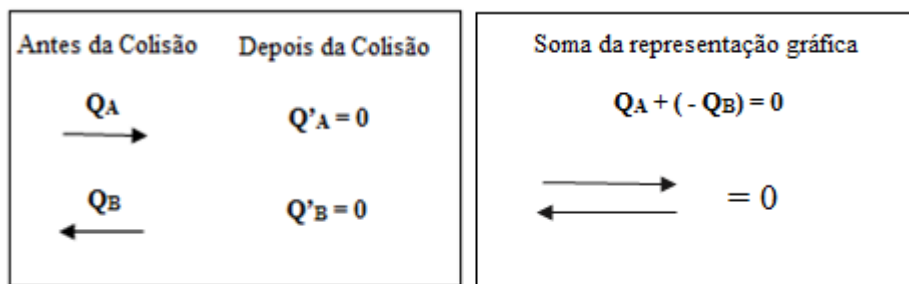


Figura 7.69: Mostra o carácter vetorial da quantidade de movimento se anulando.

Podemos concluir que a quantidade de movimento possui um carácter vetorial. Pois, quando estes são somados vetorialmente, anulam, correspondendo ao experimento abordado.

Procedimentos de exploração aos experimentos:

Após apresentar o experimento 5 ao aluno, trabalharemos com as perguntas-chaves:

1ª Pergunta: As quantidades de movimentos das duas massas são iguais?

- O objetivo desta pergunta é induzir o aluno a pensar sobre essas quantidades e que elas são aproximadamente iguais pelo fato de terem massas aproximadamente iguais e velocidades iguais antes da colisão.

2ª Pergunta: Na condição das massas terem quantidades de movimento iguais. Qual a relação entre as quantidades das substâncias referentes às mesmas nos copos A e B.

- O objetivo desta pergunta é fazer com que o aluno entenda que as quantidades representadas nos copos A e B também serão iguais, conforme figura 7.70.

## Representada pelas Quantidades Inserida nos Copos

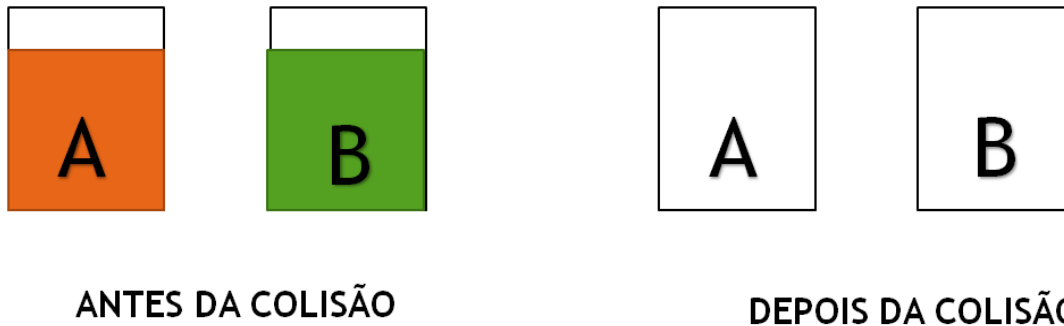


Figura 7.70: Mostra as quantidades de movimento representadas nos copos

3ª Pergunta: Se, antes da colisão, as massas possuem quantidades de movimento e, após a colisão, essas quantidades são nulas então essas quantidades representadas nos copos A e B antes da colisão seriam iguais, depois da colisão essas quantidades se anulam. Se a substância do copo A for transferida para o copo B, esse ficaria vazio e concordaria com a quantidade de movimento nula da massa A, mas a quantidade da substância no copo B dobraria e não concordaria com o estado do corpo B em repouso. Então como explicar ao aluno este problema?

- Objetivo desta pergunta é a partir deste problema pode-se então apresentar o aluno o carácter vetorial da quantidade de movimento e assim obtermos uma resposta que ao problema dado e que também pode ser dado como resposta as perguntas feitas nos experimentos anteriores.

### 7.1.6 - Experimento 6: Colisões bidimensionais

Neste experimento a analogia proposta no capítulo 6 é incompatível, pois, as colisões bidimensionais mostram o carácter vetorial da quantidade de movimento e suas decomposições.

Objetivo:

- 1- Mostrar a incompatibilidade entre a proposta do capítulo 6 e o carácter vetorial da quantidade de movimento.
- 2- Ensinar o aluno a decomposição vetorial da quantidade de movimento nos eixos horizontal e vertical antes e depois da colisão.

Procedimentos:

- 5.1: Neste experimento não usaremos as barras de ferro como canaletas.
- 5.2: Usa-se a diagonal da mesa como trajetória das massas, por ser a maior distância entre as massas para o melhor aproveitamento.
- 5.3: Escolha um dos cantos da mesa para a saída da massa A, coloque a massa B em repouso; no centro da mesa.
- 5.4: Antes de apresentar o experimento 6 ao aluno, trabalharemos com as pergunta-chave:  
  
1ª Pergunta: As quantidades de movimento também se conservam para as bidimensionais? Se possível, de que forma poderemos fazê-la?  
  
- O objetivo dessa pergunta é fazer com que o aluno entenda que, teremos que decompor o vetor a quantidade de movimento antes e depois da colisão.

5.5: Aplica-se uma força impulsiva  $\mathbf{F}$  na massa A para que esta colida com a massa B. É essencial que o parâmetro seja  $b \neq 0$ , para que ocorra uma colisão bidimensional.

Os procedimentos de 5.1 a 5.5 estão dispostos na figura 7.71:

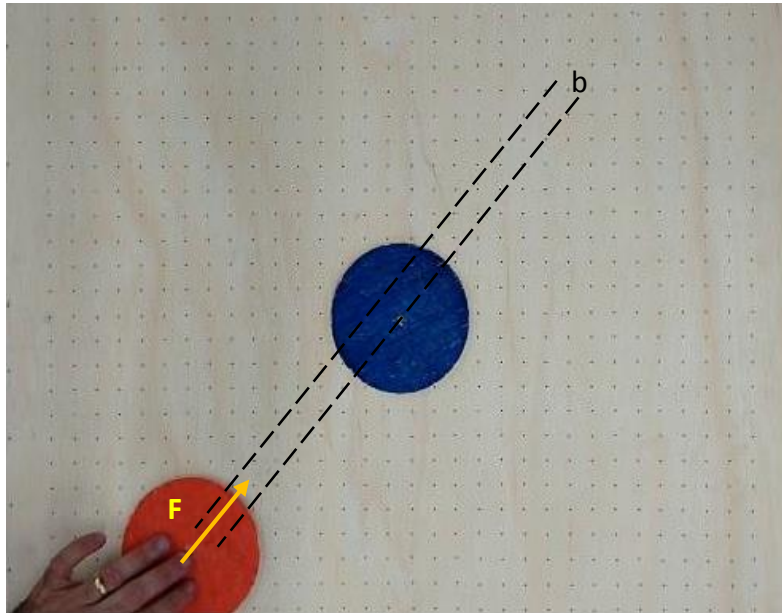


Figura 7.71: Mostra os procedimentos a serem tomados para que as massas A e B se colidam bidimensional no experimento 6. Atente para a direção, que não coincide com o centro do disco em repouso.

Ou seja, a massa A será lançada de encontro a massa B, que se encontra em repouso. A figura 7.72 mostra o que acontece antes e depois da colisão entre as massas.

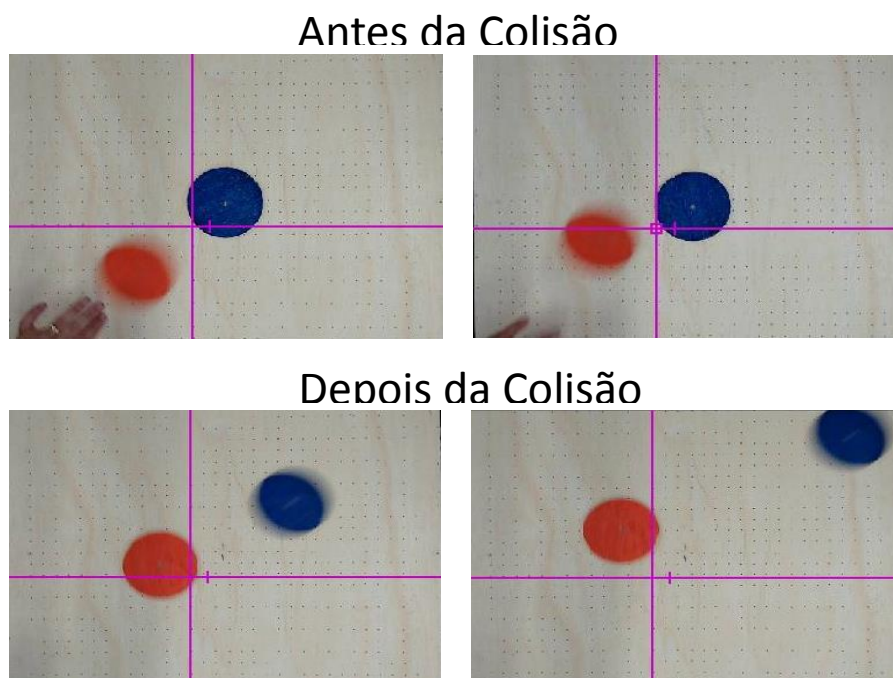


Figura:7.72: Mostra a sequência das massas A e B antes e depois da colisão no experimento 7



As quantidades de movimentos vetoriais das massas A e B estão representados na figura 7.73 e 7.74 abaixo

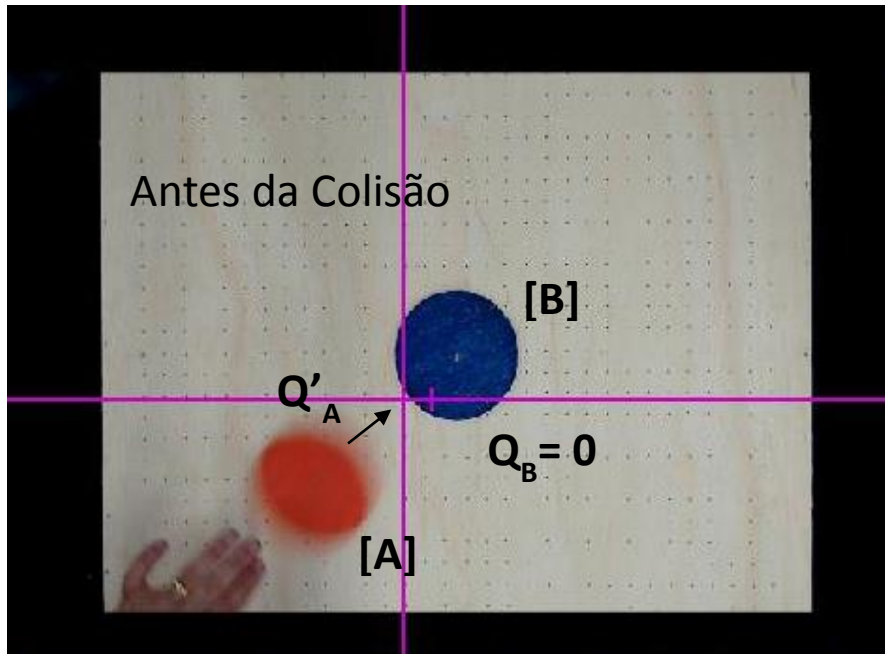


Figura7.73: Mostra a quantidade de movimento da massa A antes da colisão no experimento 6.

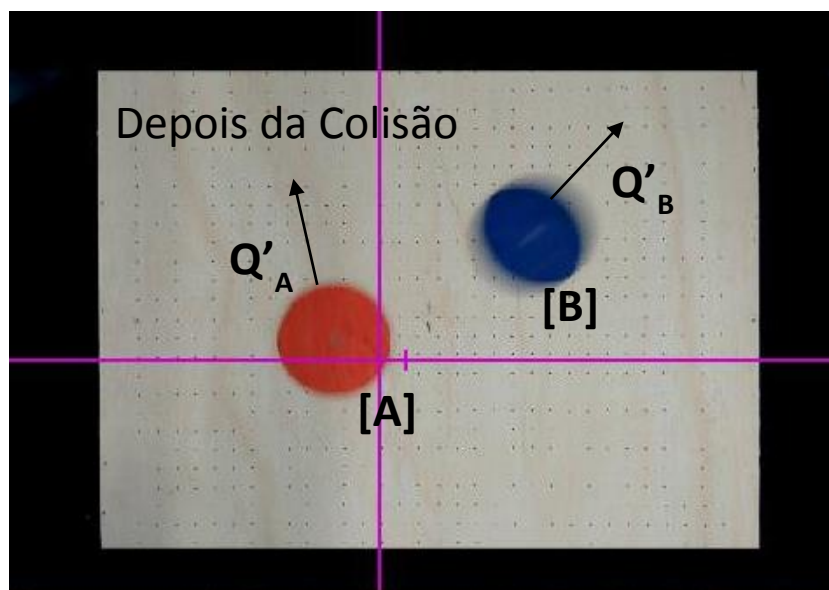


Figura7.74: Mostra a quantidade de movimento da massa A antes da colisão no experimento 6.

As quantidades de movimento antes da colisão apresentadas na figura 7.75 serão colocadas sobre os eixos x e y para que possam ser feitas as suas respectivas decomposições.

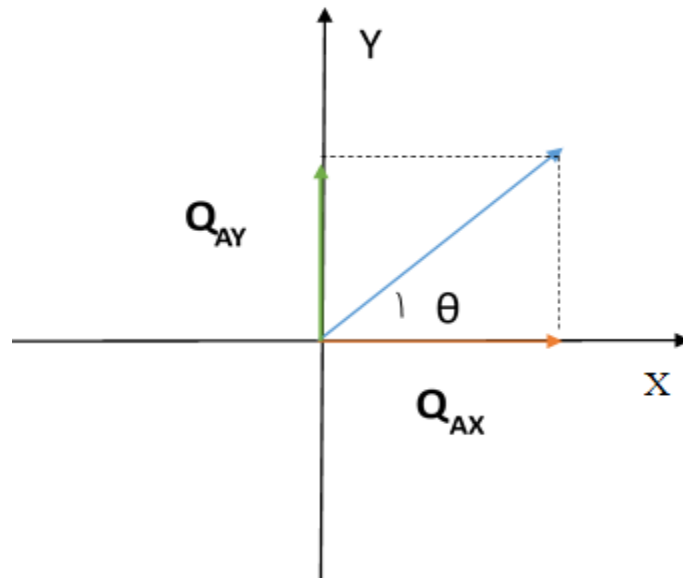


Figura 7.75: Decomposição da quantidade de movimento da massa A antes da colisão no experimento 6.

A figura da decomposição da quantidade de movimento da massa B antes da colisão não será apresentada, pois essa quantidade é nula antes da colisão, vide figura 7.73.

As quantidades de movimento depois da colisão apresentadas na figura 7.74 serão colocadas sobre os eixos x e y para que possa ser aplicado as suas respectivas decomposições, conforme a figura 7.76 e 7.77 abaixo:

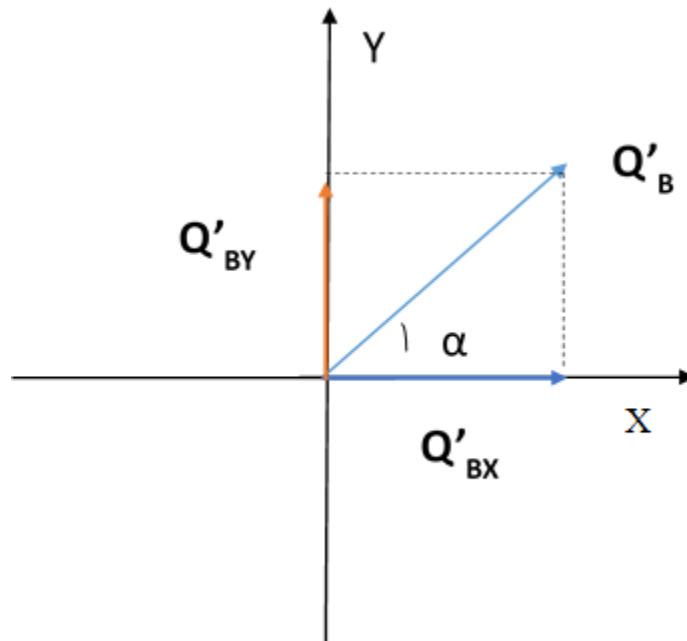


Figura 7.76: Decomposição da quantidade de movimento da massa B depois da colisão no experimento 6.

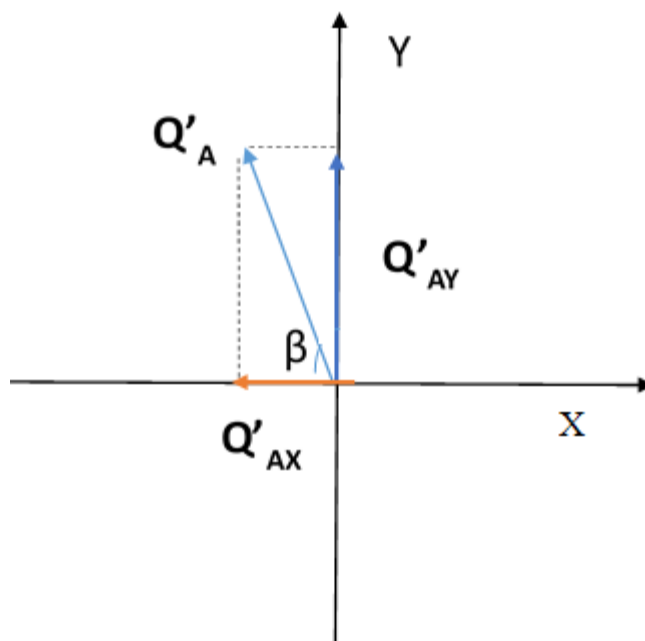


Figura 7.77: Decomposição da quantidade de movimento da massa A depois da colisão no experimento 6.

Como visto no experimento 1.1 e 1.2 a equação 7.13, na forma vetorial, da conservação da quantidade de movimento temos que:  $\mathbf{Q}_A + \mathbf{Q}_B = \mathbf{Q}'_A + \mathbf{Q}'_B$ , mas

aplicação da quantidade de movimento desta forma causará uma complicação a mais na sua resolução. Porém, aplicaremos a decomposição de vetores, usando as definições de seno e cosseno do ângulo, conforme mostra a figura 7.78 abaixo:

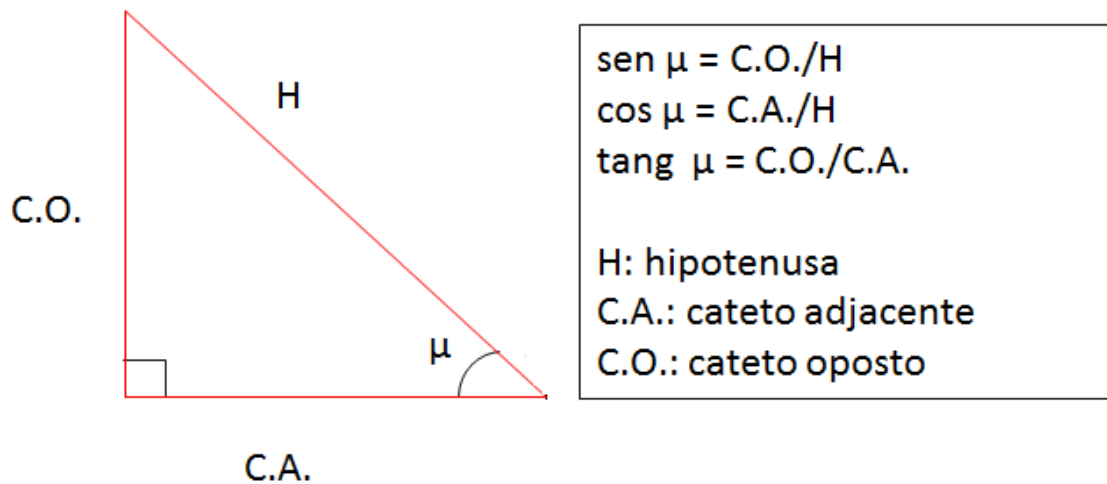


Figura 7.78: Uso das definições de seno e cosseno para a decomposição das quantidades de movimentos.

Decompondo os vetores  $Q_A$ ,  $Q'_A$  e  $Q'_B$  usando seno e cosseno obteremos  $Q_{AX}$ ,  $Q'_{AX}$  e  $Q'_{BX}$  no eixo X e  $Q_{AY}$ ,  $Q'_{AY}$  e  $Q'_{BY}$  no eixo Y, com a equação da conservação da quantidade de movimento, teremos no eixo X a equação 7.14.

$$Q_{AX} = -Q'_{AX} + Q'_{BX} \quad (\text{Eq. 7.14})$$

No eixo Y teremos a equação 7.15 abaixo:

$$Q_{AY} = Q'_{AY} + Q'_{BY} \quad (\text{Eq. 7.15})$$

Decompondo as quantidades de movimento no eixo X na equação 7.14 e usando de cosseno, obteremos a equação 7.16 abaixo:

$$Q_A \cos \theta = - Q'_A \cdot \cos \beta + Q'_B \cdot \cos \alpha \quad (Eq. 7.5)$$

Decompondo as quantidades de movimento no eixo Y na equação 7.15 e aplicando as definições de cosseno, obteremos a equação 7.16 abaixo:

$$Q_A \sin \theta = - Q'_A \cdot \sin \theta + Q'_B \cdot \sin \theta \quad (Eq. 7.16)$$

Então com a aplicação das definições de seno e cosseno foi possível decompor as quantidades de movimentos nos eixos X e Y. Desta forma, pode-se facilitar a aplicação da quantidade de movimento em sua forma vetorial.

## Cuidados ao realizar os experimentos

- 1- Antes de qualquer experimento, regule as sapatas para que não ocorram desníveis que interfiram nos resultados.
- 2- Ao aplicar as forças sobre os discos, tome cuidado ao soltar, pois estes podem bater nas canaletas e não obter um movimento retilíneo e em consequência parar.
- 3 – Procure proceder de forma que ao colocar os discos em repouso estes não se movam para que não ocorra alteração no experimento.

## Capítulo 8

### Conclusão

#### Considerações Finais

É fato bastante conhecido que a maioria dos estudantes tende a achar que as leis de conservação são um tanto quanto misteriosas. Neste trabalho, apresentamos uma tarefa pedagógica importante para fornecer aos alunos um ambiente de aprendizagem onde eles são apresentados a ideias alternativas sobre as leis de conservação, em particular, sobre a conservação do momento linear. Inicialmente, propomos complementar o assunto reintroduzindo o conceito de força como fluxo de momento, tratando o momento linear como uma quantidade que se comporta como uma substância que flui de um corpo para outro. Assim, a abordagem tradicional é enriquecida com uma visão mais geral da lei de conservação do momento linear, utilizando o ensino por analogias. Como resultado desta abordagem, a quantidade de movimento e sua conservação foram reinterpretados de modo complementar o seu caráter vetorial, fornecendo aos alunos modelos mentais alternativos. Em seguida, apresentamos também, a construção detalhada de uma mesa de ar, bem como sugestões de atividades experimentais através da utilização do vídeo análise. As atividades experimentais propostas nesta dissertação explicitam o tema, implementando as propostas levantadas pelo PCN+ em relação ao conteúdo e a formação do educando, no sentido de facilitar a compreensão do conceito de momento linear e a sua conservação. Como passo seguinte, esperamos implementar nossa metodologia em sala de aula, medindo e comparando a sua eficácia em relação ao método tradicional.

# Apêndice A

## Montagem do aparato experimental

Neste apêndice, um dos produtos desta dissertação, apresentamos em detalhes a montagem do aparato experimental.

Na montagem do experimento é necessário tomar algumas precauções. Como se trata de algo experimental, qualquer parâmetro poderá ser alterado se não tomarmos essas precauções necessárias, que serão descritas no fim da montagem do aparato. Erros na montagem desse aparato poderão alterar de forma drástica os dados experimentais, prejudicando a análise do experimento que será realizada por vídeo análise.

### A.1 – Montagem do aparato experimental

#### A.1.1 – Material

Antes de começarmos a descrever o material necessário para a construção do aparato experimental e as partes que o compõem, vejamos a Fig. A.1 que nos dá uma visão geral do aparato.

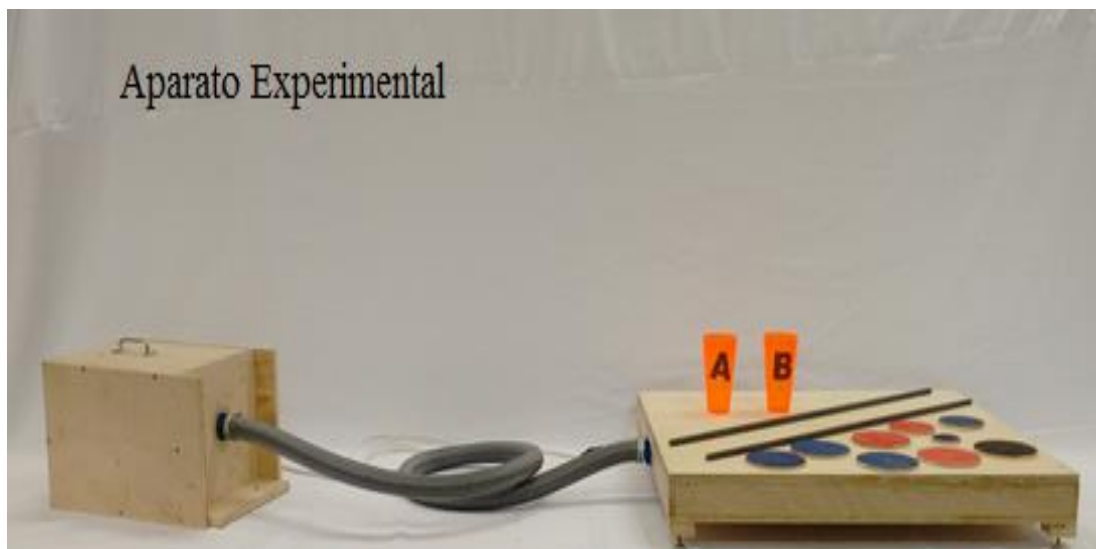


Figura A.1 - Visão geral do aparato experimental (mesa de ar)



Listamos as várias partes do aparato:

Compensados para a mesa de ar:

[1] 2 compensados 800mm x 700mm x 10mm (vide Figura A.2).

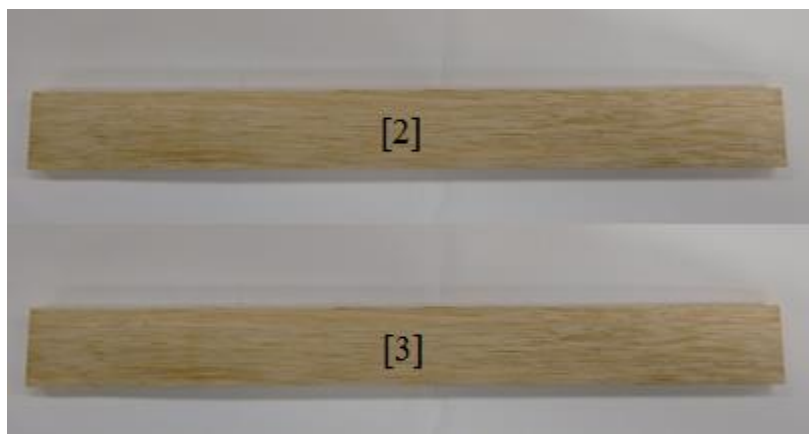
[2] 2 compensados 780mm x 50mm x 10mm (vide Figura A.3).

[3] 2 compensados 700mm x 50mm x 10mm (vide Figura A.3).

[4] 8 compensados 50mm x 50mm x 10mm (vide Figura A.4).



*Figura A.2 - Compensando para tampo e fundo da mesa*



*Figura A.3 - Compensados para as laterais da mesa de ar*



*Figura A. 4 - Compensado para o calço das sapatas*

Compensados para a caixa do motor:

[5] 2 compensados 400mm x 235mm x 15mm (vide Figura A.5).

[6] 2 compensados 270mm x 220mm x 15mm (vide Figura A.6).

[7] 1 compensado 430mm x 270mm x 15mm (vide Figura A.7).

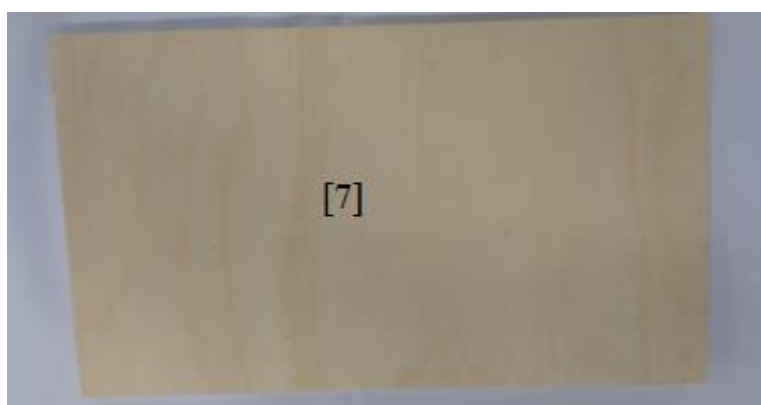
[8] 1 compensado 320mm x 270mm x 15mm (vide Figura A.8).



*Figura A.5 - Compensado para as laterais de caixa*



*Figura A.6 - Compensados para frente e fundo da caixa.*



*Figura A.7 - Compensado para a base da caixa.*



*Figura A.8 - Compensado para a tampa da caixa.*

Compensado para os discos:

[9] 1 compensado 600mm x 600mm x 6mm (vide Figura A.9).



*Figura A.8 - Compensado para corte dos discos.*

Componentes do aparato:

- [10] 100g de pregos 10x10 (vide Figura A.10).
- [11] 100g de pregos 12x10 (vide Figura A.10).
- [12] 14 parafusos de rosca soberba 40x25 (vide Figura A.10).
- [13] Alça de porta (vide Figura A.10).
- [14] 4 pitões com rosca 3/16 x 70 com porca de pressão (vide Figura A.10).
- [15] 4 sapatas (vide Figura A.11).
- [16] 2 espigões de 1.1/4 com fresas (será necessário que as fresas sejam retiradas) (vide Figura A.12).
- [17] 1 luva de 1.1/4 (vide Figura A.13).
- [18] 10 folhas de papel milimetrado (vide Figura A.14).
- [19] 2m de fio paralelo 4 mm (vide Figura A.15).
- [20] 1 tomada macho (vide Figura A.16).
- [21] 1 interruptor (vide Figura A.17).
- [22] 2 braçadeiras de 32 a 44 (vide Figura A.18).
- [23] 2m de mangueira para aspirador de pó 1.1/4 (vide Figura A.19).
- [24] 1 cone sinalizador preto (vide Figura A.20).
- [25] 5 prendedores de fio (vide Figura A.21).
- [26] 2 cantoneiras de 3/4 de 15cm (vide Figura A.22).
- [27] 1 lixa de madeira 220 (vide Figura A.23)

As figuras dos componentes do aparato estão dispostos nas figuras abaixo:

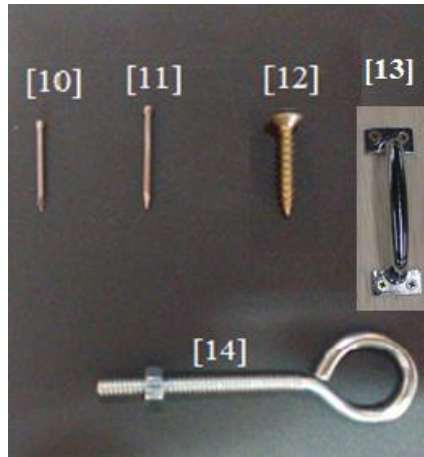


Figura A.10: A figura os componentes do aparato de [10] a [14]

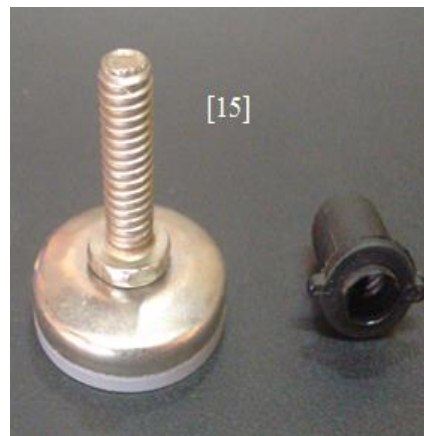


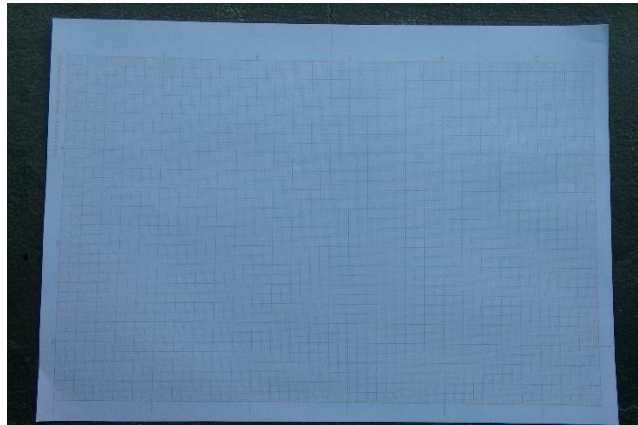
Figura A.11: Mostra o componente [15] – sapatas.



Figura A.12: Mostra o componente [16] - Espigão



*Figura A.13: Mostra o componente [17] - Luva*



*Figura A.14: Mostra o componente [18] - a folha de papel milimetrado.*



*Figura A.15: Mostra o componente [19] - Fio de 4mm.*

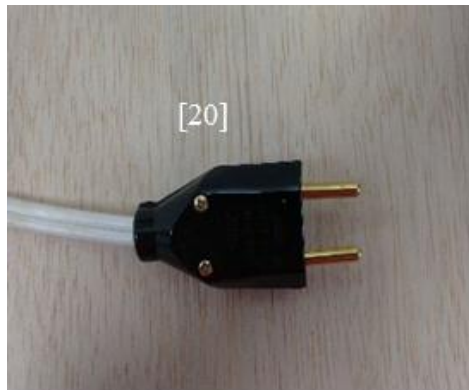


Figura A.16: Mostra o componente [20] - Tomada Macho



Figura A.17: Mostra o componente [21] – Interruptor.



Figura A.18: Mostra o componente [22] – Braçadeiras.

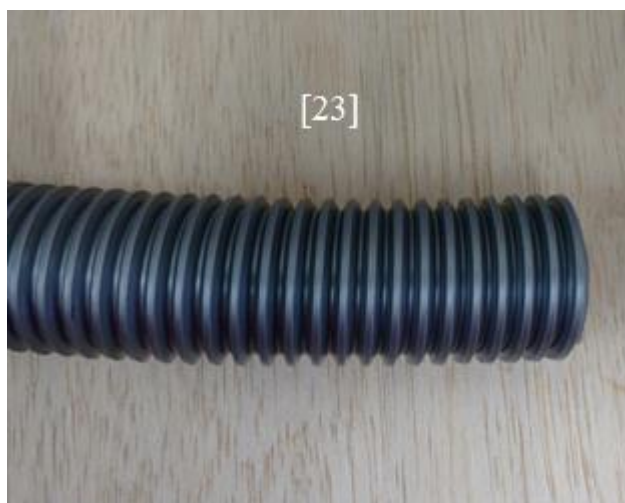


Figura 7.2.11: Mostra o componente [23] – Mangueira.



Figura A.20: Mostra o componente [24] - Cone sinalizador.



Figura A.21: Mostra o componente [25] - Prendedor de fio.



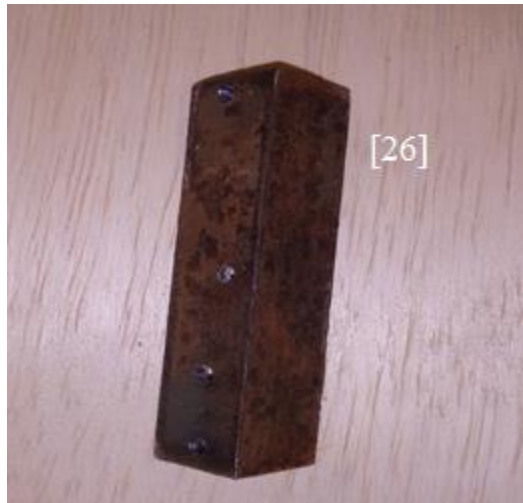


Figura A.22: Mostra o componente [26] - Cantoneiras.



Figura A.23 - Lixa de madeira 220.

Motor:

[28] 1 motor de aspirador de pó max trio (vide Figura A.24).



Figura A.24 - Motor Max Trio.

Componentes extras:

[29] 2 barras quadradas de 850mm (vide Figura A.25).

[30] 2 copos de plástico de 300ml (vide Figura A.26).



Figura A.25 – Barras quadradas.



Figura A.26 - Dois copos de 300ml.

Componentes de uso extra:

[31] 1 veda rosca (vide Figura A.27).

[32] 2 tubos de silicone (vide Figura A.27).

[33] 1 rolo pequeno fita isolante (vide Figura A.28).

[34] 1 rolo de durex (vide Figura A.28).

[35] 1 massa epóxi subaquática (cor final verde) (vide Figura A.25).

[36] 1 lata de seladora (vide Figura A.25).



Figura A.27 - Veda rosca e a bisnaga de silicone.



Figura A.28 – Rolo de fita isolante e fita durex



Figura A.29 - Seladora e massa subaquática.

Ferramentas a utilizar:

- Máquina de furar
- Broca 1,5mm
- Broca de 6mm
- Broca de 10mm
- Martelo
- Alicates
- Chave de fenda
- Chave philips
- Régua de 20cm

**A.1.2 - Montagem:**

1ª Parte: Construção da mesa de ar

Pegue um dos compensados [1], risque uma margem de 5 cm a partir da borda e cole com fita durex a folha de papel milimetrado [18]. Cole assim as folhas de papel milimetrado [18] em todo o compensado, uma a uma, emendando-as com durex [33], não ultrapassando as bordas riscadas, e marque os pontos para os furos com um espaçamento de 2 cm entre os pontos, utilizando um prego com martelo para marcar os pontos, conforme a figura A.30 abaixo:

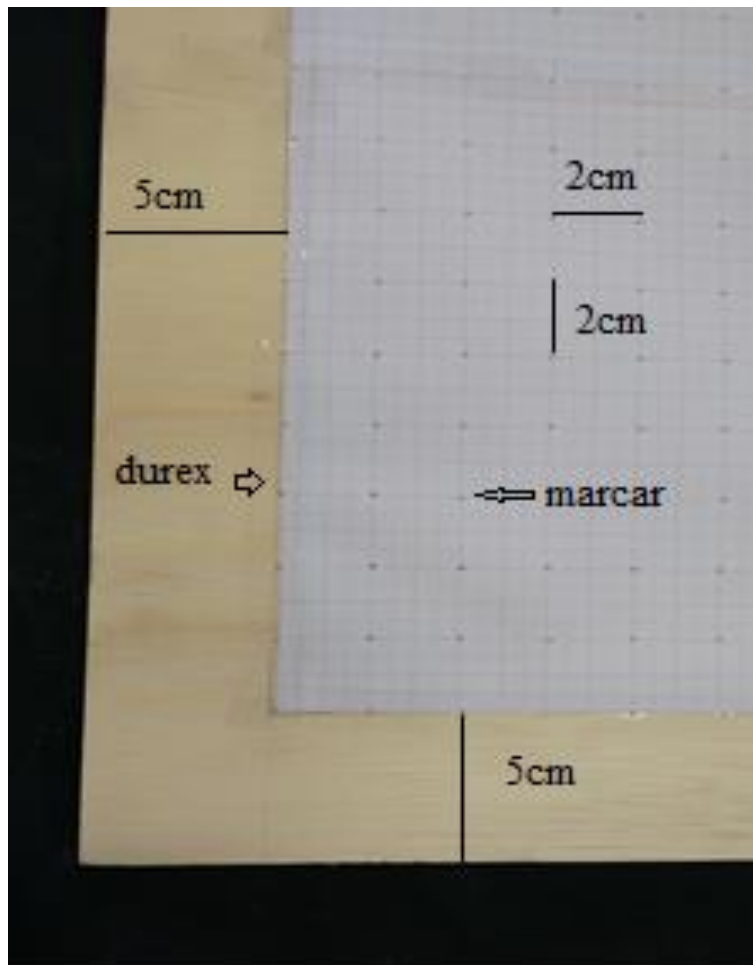


Figura A.30: Mostra como deve ser colocado o papel milimetrado e a marcação para os furos.

Depois de marcar os pontos, retire o papel milimetrado [18] e comece a furar os pontos com a broca de 1,5 mm, usando a máquina de furar. Completado todos os furos, passe uma lixa na parte de baixo da madeira para limpar os excessos. Verifique se todos os furos foram feitos.

Em seguida, pegue um compensado [3], marque o centro do mesmo e fure com a serra copo (44mm). Passe o veda rosca [29] em um dos espigões [16] (sem as fresas), serre a luva [17] ao meio e tire as abas de uma das luvas que excederam de modo a ficar faceado com o compensado [3]. Passe a parte da rosca do espigão no furo na madeira e

coloque a luva do outro lado. Aperte e passe um pouco de silicone para vedar, conforme a figura A.31 abaixo:

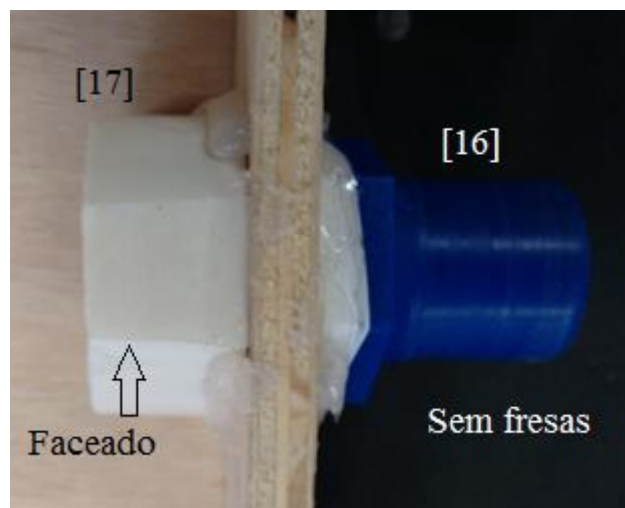


Figura A.31: Mostra espigão [16] e luva [17] colocados no compensado [3].

Pegue os compensados [2] e [3], inclusive o compensado no qual foi colocado o espigão [16]. Pregue-os a formar um retângulo de 800mm x 700mm. Em seguida, pregue o outro (sem furos) compensado [1] para formar uma caixa. Passe a seladora [36] e vede as junções com silicone, conforme a figura A.32 abaixo:

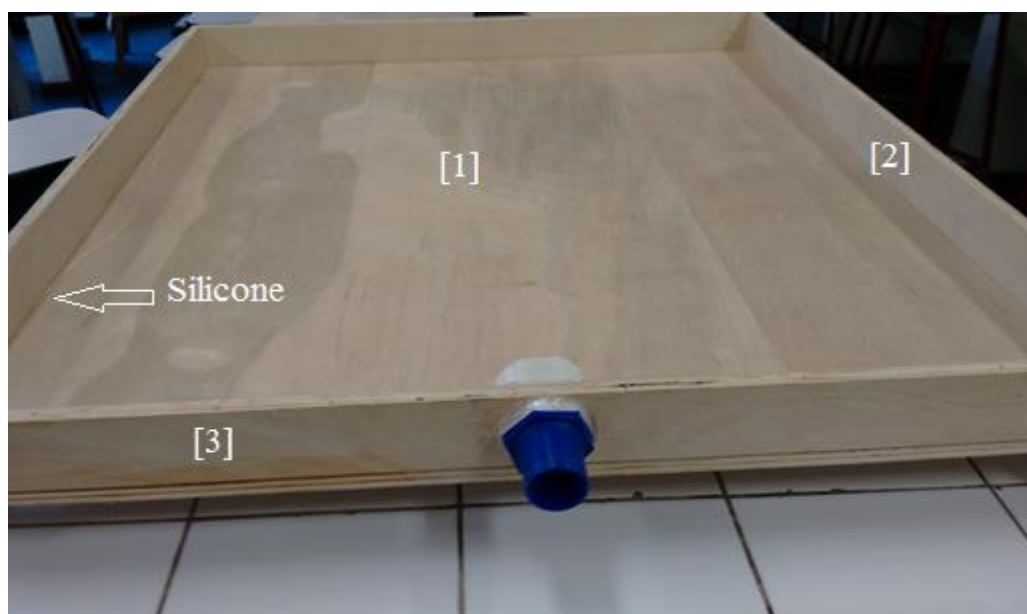


Figura A.32: Mostra os compensados [2] e [3] em forma de retângulo com o compensado [1] colocado como fundo da mesa.

Passa silicone em toda borda da caixa para vedação. Depois pregue o compensado [1] no qual os furos de 1,5mm foram feitos, e coloque como se fosse o tampo da caixa, (peça ajuda a alguém nesta colocação para não se perder o silicone), conforme ilustra a figura A.33 abaixo:

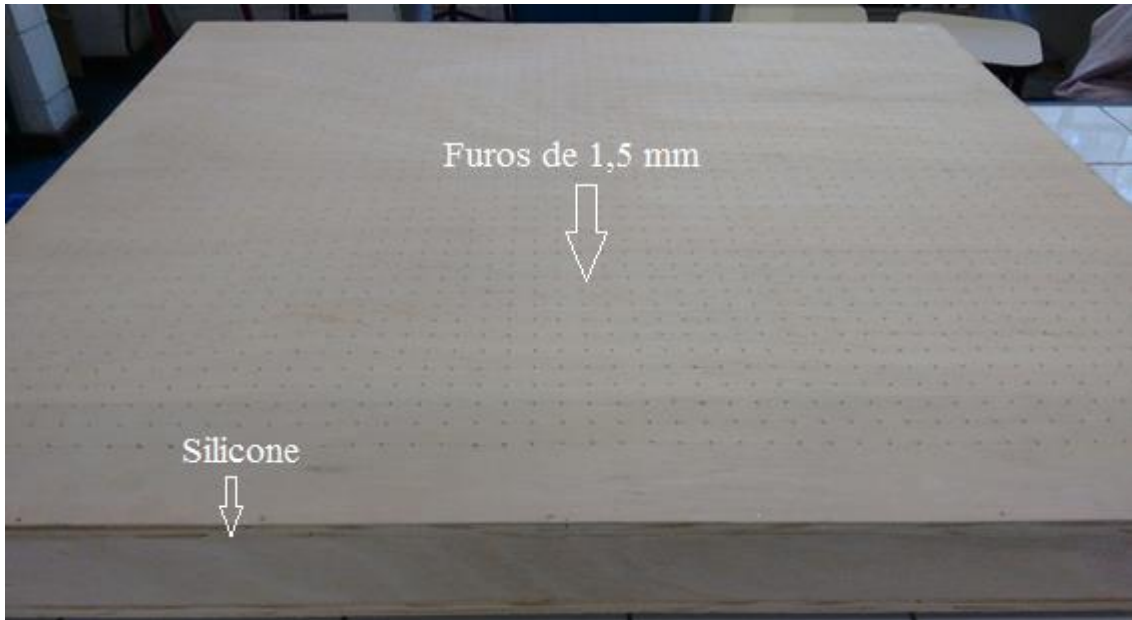


Figura A.33: Mesa de ar como uma caixa selada.

Vire mesa com a parte não furada para cima, pegue os compensados [4] para colocação das sapatas [15], coloque dois compensados em cada canto, pregue um de cada vez, apenas nas bordas para que o prego não vaze a caixa. Depois de pregados os compensados [4], fure-os no centro, com cuidado para que o furo não vaze a mesa, com borca 3/8 para colocar os suportes de rosca das sapatas, conforme a figura A.34 abaixo:

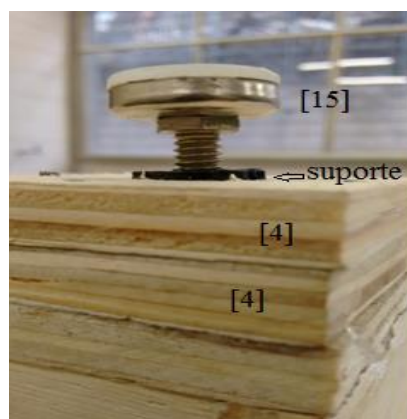


Figura A.34: Sapatas colocadas: servem como reguladoras de nível.

A figura A.35 abaixo mostra a mesa de ar pronta



Figura A.35: Mesa de ar completa.

Montagem da caixa com o motor

Na montagem da caixa do motor de ar primeiro pegue os compensados [6], trace suas as diagonais para encontrar o centro, conforme ilustrado na figura A.36 abaixo:

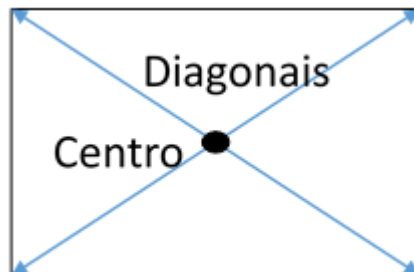


Figura A.36: Mostra como encontrar o centro do compensado [6].



Agora fure o centro com a serra copo de 44mm. Em um dos compensados [6], passe o veda rosca em um dos espigões [16] (sem as fresas), pegue a outra metade da luva, com o compensado [3], passe a parte da rosca do espigão no furo na madeira e o coloque a luva do outro lado, aperte e passe um pouco de silicone para vedar [29], no lado de dentro faça um canaleta em torno da luva para o encaixe do cone, conforme a figura A.37 ao abaixo:



Figura A.37: Afigura mostra os dois lados do compensado [6].

Agora pegue o outro compensado [6] e fure também o seu centro com a serra copo de 44mm. Pegue as cantoneiras e faça quatro furos dois que encaixem nos parafusos do motor e dois onde serão se colocados os pitões [14]. Faça isto nas duas cantoneiras. Estes furos devem ser furados de modo que o motor fique preso ao compensado [6], conforme a figura A.38 abaixo:

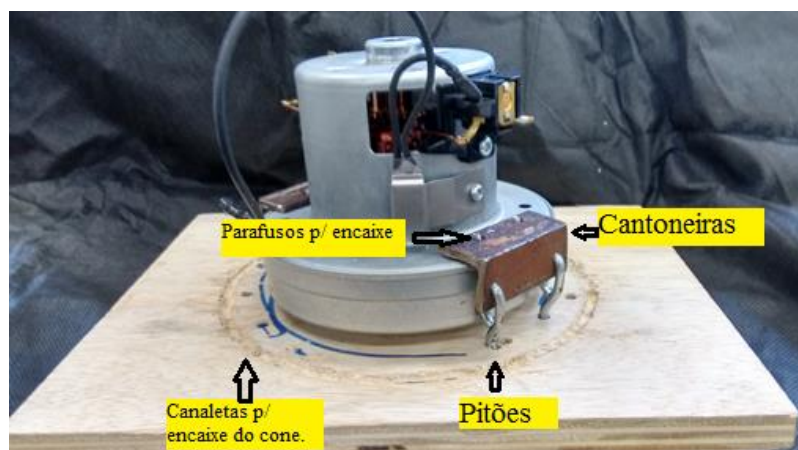


Figura A.38: Mostra como o motor deve ficar preso ao compensado [6].

A figura A.39 abaixo mostra a parte da frente do compensado [6] com o motor preso:



Figura A.39: Mostra a parte da frente do compensado com o motor preso.

Pegue os compensados [7] para base, [5] para as laterais pregue-os de modo que um dos lados fique faceado, conforme a figura A.40 abaixo:



Figura A.40: Lados e base pregados e faceado.

Agora emende o fio [19] no motor e passe fita isolante [32]. Depois do fio preso, pregue o compensado [6] como o motor preso faceados nos compensados [7] e [5] conforme a figura A.41 abaixo:

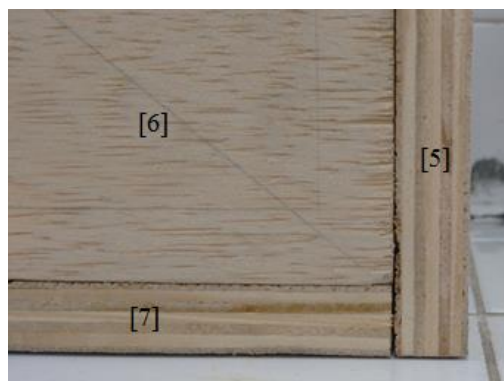


Figura A.41: Os compensados [5], [6] e [7] pregados e faceados.

Depois dessas partes presas, faça um corte no cone [24] de modo que sua altura fique com 32,5cm (os 0,5cm são para o encaixe nas canaletas nos compensados [6] e fure a parte superior do cone, conforme a figura A.42 abaixo:

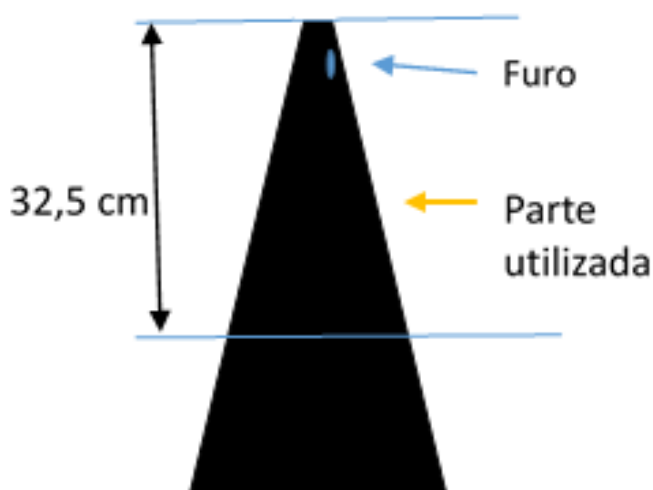


Figura A.42: Como o cone deve ser cortado e furado.

Passa o fio [19] por dentro pela base do cone modo a sair pelo furo feito. Encaixe a base do cone nas canaletas feita em torno do motor (cuidado para que os fios não se soltem do motor), pegue a outra parte do compensado [6] e encaixe a parte mais fina do cone [24] no lado de dentro do compensado [6], (o lado da luva [17]) de modo que o espigão [16] fique para fora da caixa. Depois do cone encaixado nas canaletas, pregue o compensado [6] nos compensados [5] de modo a fechar como uma caixa. Misture a massa epóxi subaquática [31] até que esta fique com uma cor final verde e isole bem a parte mais larga do cone; da mesma forma, a saída do fio. Passe silicone [30] para isolar a parte mais fina do cone e espere secar. Faça um furo com a broca de 10mm na lateral da caixa no compensado [5] e por dentro da caixa em torno do furo faça uma cavidade para encaixar o interruptor e prenda- o pelo lado de fora, prenda o fio com o prendedor [25], fure a parte superior do compensado [6] em que o motor está preso para saída do fio, conforme a figura A.43: abaixo:

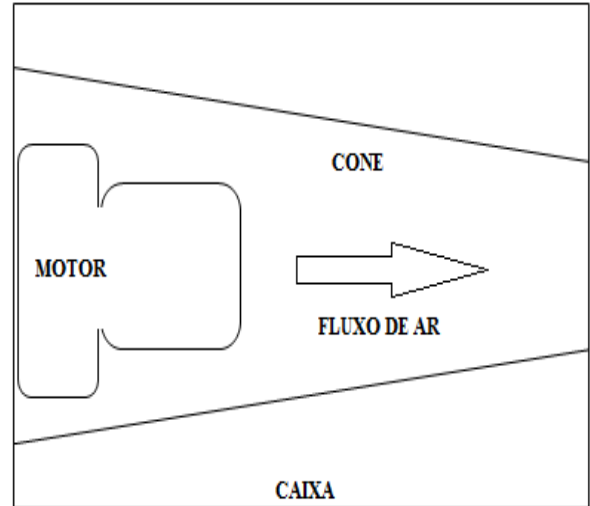
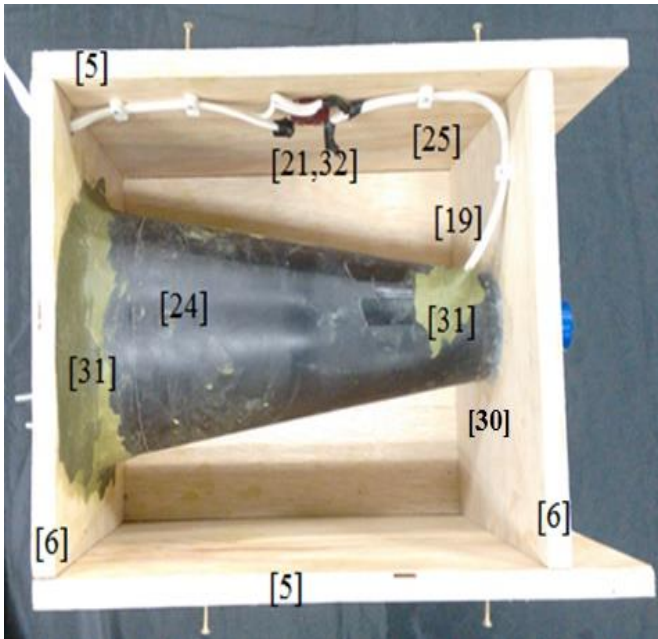


Figura A.43: Mostra como deve ficar a caixa do motor por dentro depois de montada.

A figura A.44 abaixo mostra como deve ficar preso o interruptor [21] na caixa do lado de fora e a saída do fio.



Figura A.44: Mostra a saída do fio e o interruptor preso do lado de fora da caixa.

Agora pegue o compensado [8] e prenda com parafuso [12] a alça [13] na parte superior da caixa de modo a ficar na direção do motor, que está dentro da caixa, conforme a figura A.45 abaixo:

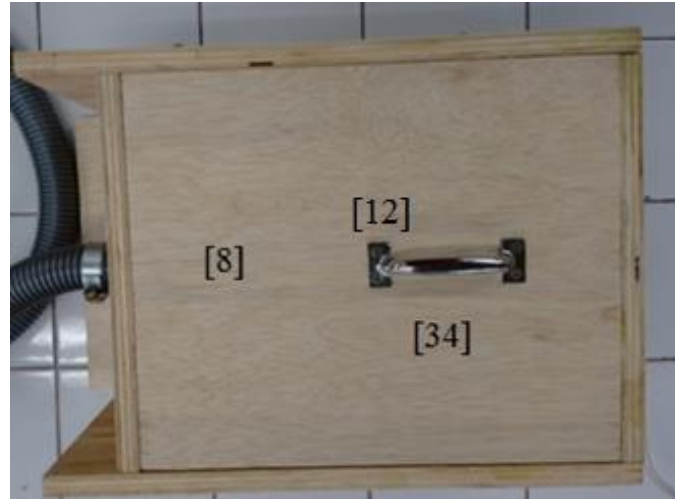


Figura A.45: Mostra alça presa na tampa da caixa, compensado [8].

Agora parafuse nas laterais da caixa [5] os compensados [6] fundo e frente, [7] base e [8] tampa, para que a caixa fique mais rígida conforme a figura A.46 abaixo:

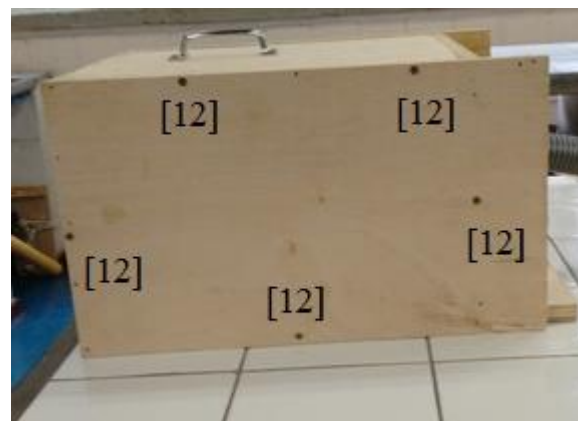


Figura A.46: Mostra os parafusos nas laterais.

A figura A.47 abaixo mostra a caixa montada:

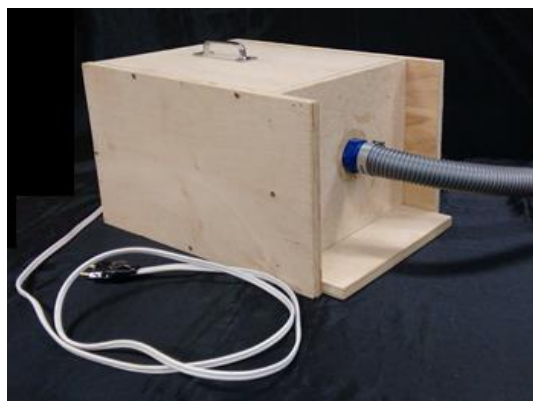


Figura A.47- Caixa montada.

Por fim, passe a mangueira [23] nas braçadeiras [22], e a encaixe nos espigões [16] um na caixa e o outro na mesa, engate as braçadeiras [23] e aperte bem devagar e não muito forte para não quebrar os espigões, conforme a figura A.48 abaixo:

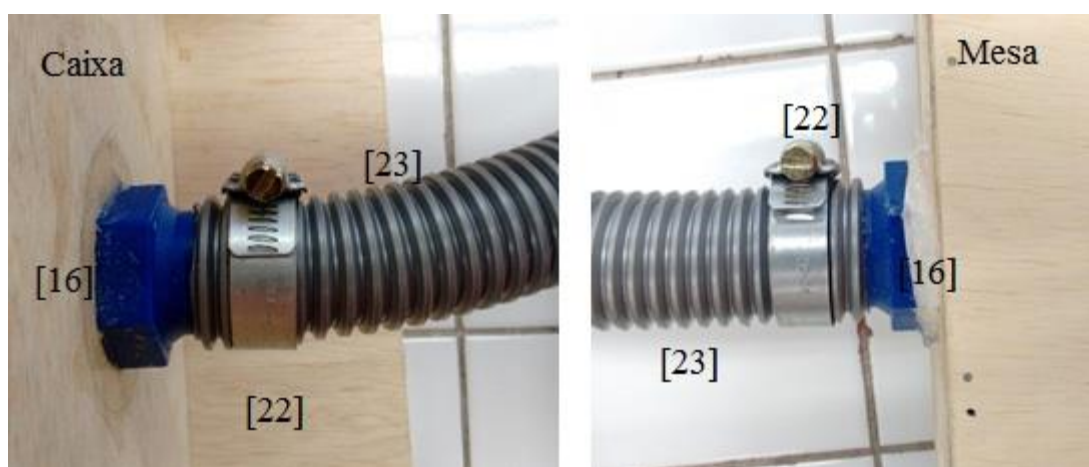
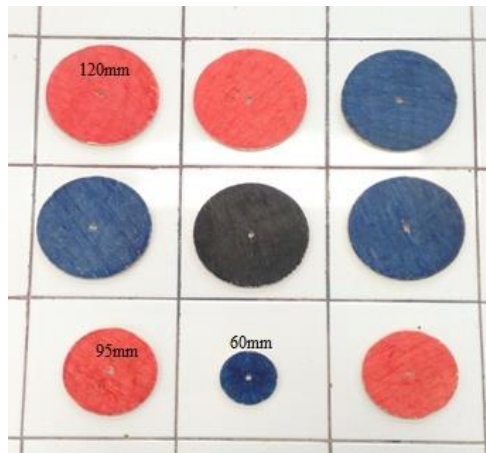


Figura A.48: Mostra a mangueira unindo a caixa a mesa.

Desta forma o nosso aparato está pronto, com a finalidade do ar ser tirado do meio e jogado pelo motor através da mangueira dentro da mesa para que o ar jogado saia diretamente pelos furos.

Agora para a confecção dos discos (massas), vamos usar o compensado [9]. Fure-os com as serras copo 120mm, 95mm e 60mm. Retire os discos presos nas serras copos, lixe-os para que sejam retiradas as rebarbas. Faça os discos de acordo com a sua

necessidade e pinte-os da cor que for melhor. Os discos utilizados nos experimentos estão dispostos na figura A.49 abaixo:



*Figura A.49 Mostra os discos lixados e pintados.*

### **A.1.3 - Precauções a tomar na montagem do aparato:**

1 – Apenas para o tampo a ser furado, tente colocar o compensado de tamanho 800mm x 700mm x 15mm, pois usei um compensado de 800mm x 700mm x 10mm e ao ligar o experimento depois de pronto notei, que este criava um estufo e assim as massas colocadas na mesa deslizavam para as bordas e saíam dela. Para amenizar o problema passei um prego com uma linha nylon na superfície da mesa e amarrei no fundo da mesa para diminuir o estufo. Assim, colocando um compensado mais grosso, talvez este estufo não apareça. É algo que não posso afirmar que dará certo, pois não o fiz, é apenas uma ideia.

2- Vede a mesa de ar com cuidado e também assim na hora de colocar o tampo da mesa, pois qualquer vazamento irá interferir no ar que sai pelos furos de 1,5mm feitos no tampo, ou seja, a saída de ar em pontos da mesa sofrerá alteração.

3- Na vedação do cone, foi colocado primeiramente silicone [30], mas este não aguentou. A vedação foi feita com a massa subaquática [31]. Porém também é preciso tomar cuidado na hora da vedação, pois uma má colocação desta massa tornará necessário desmontar a caixa, pois a massa na caixa endurece muito.

4- A vedação do cone tem que está perfeita, pois qualquer vazamento este alterará a saída de ar nos furos da mesa impedindo a flutuação dos discos.

5 – Os discos maiores são melhores para flutuar sobre a mesa, mesmos sendo mais pesados, mas devido a sua área ser maior, mais pontos de saída de ar que saem da mesa lhe dão uma melhor sustentação. Logo, os discos menores não são tão bons assim em sua flutuação.



6 – O motor aquece, mas não é algo que vá atrapalhar os experimentos. Não foi estipulado quanto tempo este aguenta ficar ligado. Por precaução, evite o seu funcionamento por muito tempo.

## **Apêndice B – Produto da Dissertação: Uma aula sobre Fluxo de Momento ou Fluxo da Quantidade de Movimento**

Vamos seguir o TWAS (Teaching With Analogies Strategy) visto no Capítulo 4.

Os pré-requisitos para esta aula são: cinemática, vetores e as Leis de Newton. As etapas deste método são:

- 1) Introduzir o conceito-alvo;
- 2) Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos o que estes sabem sobre o conceito;
- 3) Identificar as características relevantes entre os dois domínios;
- 4) Mapear a similaridade entre os dois conceitos;
- 5) Indicar onde a analogia é falha.
- 6) Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.

### **B.1 Introduzir o conceito-alvo: quantidade de movimento**

Assim como um objeto em repouso possui inércia, os movimentos dos corpos têm inércia. Curiosamente, o movimento é um dos assuntos mais difíceis de ser tratar em Física, devido ao senso comum. Um trem em alta velocidade é difícil de ser parado. De fato, o trem em movimento está exibindo a sua inércia. Assim, podemos estender o conceito de inércia aos objetos em movimento, tendem a permanecer em movimento. Do mesmo modo, objetos em repouso, que tendem a permanecer em repouso e somente adquirir gradualmente velocidade se estiverem sujeitos a uma interação, através de uma força.

Um conceito importante nas leis do movimento é a quantidade de movimento de um corpo que se move. A palavra é comumente aplicada a um objeto que se move e que é difícil de ser parado. Quanto maior sua quantidade de movimento, maior será a

dificuldade de pará-lo. Nossa intuição nos diz que uma pedra de massa muito grande que rola em um declive acentuado pode adquirir uma grande quantidade de movimento e em consequência a pedra dificilmente pode ser parada. Por outro lado, uma pequena pedra rolando no mesmo declive, a partir da mesma altura, pode ser parada muito mais facilmente, devido ao fato de sua massa ser muito menor do que a da pedra grande.

O conceito físico de quantidade de movimento,  $\mathbf{Q}$ , uma grandeza vetorial, é definido em mecânica clássica como o produto da massa inercial,  $m$ , pela velocidade do objeto,  $\mathbf{v}$ , ou seja

$$\mathbf{Q} = m.\mathbf{v} \quad (\text{B.1})$$

Este conceito foi utilizado por Isaac Newton para formular as leis do movimento e desempenha um papel importante em Física. Como a velocidade de um objeto depende do referencial adotado, a quantidade de movimento também dependerá do referencial. Normalmente, adotamos como referencial a Terra, suposta ela mesma, com boa aproximação.

Outro conceito importante, relacionado com a quantidade de movimento é o conceito de impulso de uma força. Ao empurrar uma caixa, ou chutar uma bola, aplicamos uma força durante um determinado tempo. Este tempo é necessário para que se manifestem os efeitos da interação com o objeto em questão, ou seja, a mudança da velocidade do objeto. Assim, é útil introduzir uma grandeza que leve em conta a interação através da força aplicada e o intervalo de tempo durante o qual a interação ocorre.

Seja  $\mathbf{F}$  uma força externa constante que age num corpo durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Definimos o impulso  $\Delta\mathbf{Q}$  da força  $\mathbf{F}$ , no intervalo de tempo considerado, como sendo uma grandeza vetorial com a mesma direção e sentido de  $\mathbf{F}$ , cuja intensidade é dada por

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{F}.\Delta t \quad (\text{B.2})$$

O teorema do impulso: Considere um corpo de massa  $m$  em movimento retilíneo uniformemente acelerado, sob a ação de uma força externa resultante  $\mathbf{F}$ . Pela segunda Lei de Newton:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \quad (\text{B.3})$$

Como o movimento é uniformemente acelerado:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{V} - \mathbf{V}_0}{\Delta t} \quad (\text{B.4})$$

Substituindo 6.4 em 6.3:

$$\mathbf{F} = m \cdot \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t} = m \cdot \left( \frac{\mathbf{V} - \mathbf{V}_0}{\Delta t} \right) \quad (\text{B.5})$$

Ou ainda

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta \mathbf{Q} = m \cdot \mathbf{V} - m \cdot \mathbf{V}_0 = \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_0 \quad (\text{B.6})$$

Assim, o teorema do impulso afirma que o impulso da resultante das forças constantes que agem num corpo é igual à variação da sua quantidade de movimento num dado intervalo de tempo.

## **B.2 Sugerir o conceito análogo, lembrando aos alunos que estes sabem sobre o conceito: a quantidade de movimento como uma substância**

É extremamente valioso para o ensino de física o fato que algumas grandezas, a princípio distintas, possam ser discutidas de formas iguais. Algumas grandezas físicas se comportam analogamente aos fluidos (líquidos e gases). São chamadas de quantidades de substância. Entre elas está a quantidade de movimento. A quantidade de movimento,  $Q$ , pode ser *imaginada* como um tipo de substância que flui de ou para um corpo. Uma

indicação de que a quantidade de movimento se comporta como substância é o fato dela obedecer à equação da continuidade, expressa aqui por simplicidade como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = F \quad (\text{B.7})$$

Onde  $\Delta Q$  é a variação da quantidade de movimento de um objeto sujeito a uma força externa  $F$ , num intervalo de tempo  $\Delta t$ . Esta equação é análoga a  $\frac{\Delta q}{\Delta t} = I$ ,  $q$  é a carga elétrica e  $I$  a corrente elétrica. Em quaisquer dos casos, a equação da continuidade se aplica a uma dada região do espaço de volume  $V$ , limitado pela superfície  $S$ . A quantidade  $\Delta Q/\Delta t$  representa a taxa de variação temporal da quantidade de movimento dentro da região.  $F_Q$ , a força externa aplicada, representa a intensidade de corrente de  $Q$  que atravessa a superfície  $S$  que limita a região de volume  $V$ . Assim, há duas causas para a mudança no valor de  $Q$  dentro do volume  $V$ : a criação ou destruição de  $Q$  dentro da região e uma corrente de  $Q$  através da superfície  $S$  que limita  $V$ .

A quantidade de movimento apenas pode alterar o seu valor na região  $V$  quando uma corrente de quantidade de movimento (força externa) flui através da superfície  $S$ . Assim, a quantidade de movimento é dita conservada, conforme ilustrado na Fig. B.1.

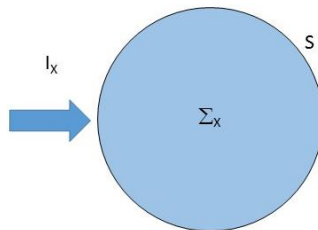


Fig. B.1 – Ilustração da equação da continuidade para uma região limitada pela superfície  $S$ .  $I_x$  representa a taxa de variação da quantidade  $X$  que flui para dentro (ou para fora) do volume definido pela superfície  $S$ .  $\Sigma_x$  representa todas as fontes (ou sorvedouros) de  $X$  dentro de  $S$ .

Sabemos que as transições dos pensamentos científicos geram conflitos com as antigas ideias, as construções dos conceitos físicos são oriundas de uma luta por conceitos novos. Existem razões e dificuldades que forçam a modificar importantes conceitos, devemos não só compreender os caminhos iniciais, mas as conclusões que estas modificações nos levam, não foi diferente com o conceito que temos sobre a quantidade de movimento. Um corpo em movimento possui uma quantidade de movimento, a quantidade de movimento sofre variações desde que ações externas atuem sobre essa massa. Podemos questionar de que forma o corpo adquiriu essa quantidade de movimento ou de que forma essas ações podem variar essa quantidade de movimento.

Se olharmos para o estado do carrinho em repouso, vemos que ação das forças externas que atuam sobre o ele se encontra em equilíbrio e a quantidade de movimento é nula, conforme a Figura B.2 abaixo:

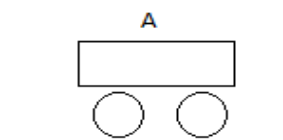


Figura B.2: Carrinho A em repouso.

Quando uma força externa  $F$  passa a atuar sobre o carrinho A, este começa a adquirir quantidade de movimento e a mesma começa a aumentar devido à ação de  $F$ , conforme a figura B.3:

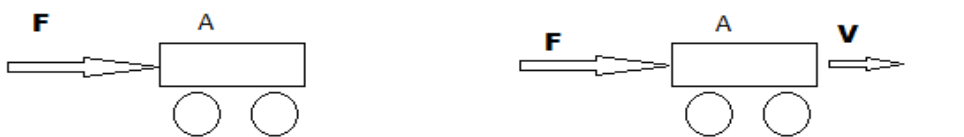


Figura B.3: A força  $F$  atuando sobre o carrinho e alterando a quantidade de movimento do carrinho devido a sua atuação.

Vemos que o carrinho A adquire quantidade de movimento quando a força  $\mathbf{F}$  passa a atuar sobre o carrinho. Da mesma forma, uma força externa pode variar a quantidade de movimento de um corpo se encontrar em movimento. Vejamos a figura.B.4:

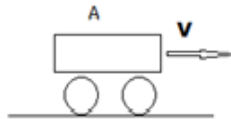


Figura: B.4: Carrinho A com velocidade constante, logo com quantidade de movimento constante.

O carrinho A agora se apresenta com velocidade constante  $\mathbf{V}$  e as forças que atuam sobre o carrinho se equilibram. Em consequência, a sua quantidade de movimento é constante. Sob a ação da força externa  $\mathbf{F}$ , ocorrerá uma alteração em sua velocidade. Conforme ilustra a fig. B.5:



Figura B.5: O carrinho A altera a sua velocidade de  $V$  para  $V'$  devido a ação da força  $F$  sobre o mesmo.

Em consequência da ação da força  $\mathbf{F}$ , a sua quantidade de movimento sofrerá uma variação. Logo, a velocidade do carrinho A também sofrerá uma alteração de  $\mathbf{V}$  para  $\mathbf{V}'$ . Para o caso das colisões, no momento em que as mesmas ocorrem, a ação da força entre dois carrinhos fará o seu papel de alterar a velocidade dos dois carrinhos e por conseguinte a sua quantidade de movimento.

Usando uma analogia com corrente elétrica,  $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , por exemplo, poderíamos a enxergar a alteração dessa quantidade de movimento de uma outra forma: se

considerarmos que a força  $\mathbf{F}$  faz com que a quantidade de movimento se altere pela entrada e saída dessa quantidade como um *fluxo de momento*,  $\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{Q}}{\Delta t}$ . Abordar essa alteração por um fluxo de momento se daria simplesmente por analogias, assunto que foi abordado no capítulo 4. Essa abordagem nos facilitaria em várias ocasiões, e também ajudaria nossos alunos a uma compreensão do assunto proposto para esta dissertação.

Friedrich Herrmann e Georg Job em The Karlsruhe Physics Course [Herrmam,2006], propõem tratar a perda de quantidade de movimento pela saída de um *fluxo* e o ganho da quantidade de movimento pela entrada de um fluxo que ocorre nos corpos, como descrito por eles. Veja o trecho abaixo:

*“Uma comparação da quantidade movimento com a água é útil aqui também. Um veículo com rolamentos ruins que rola até parar, significa que seu impulso está indo para a Terra, em analogia a um balde furado. A água gradualmente escoo para o ambiente. Rolamentos ruins, ou seja, fricção, representam um vazamento de impulso. Um veículo com bons rolamentos é comparável a um balde selado”*  
[Herrmam,2006]

O carrinho A se encontra em repouso. Ao ser empurrado sobre a ação de um bastão, este começa a adquirir quantidade de movimento pelo *fluxo* da quantidade de movimento que passa a “entrar” no mesmo. Este fluxo que é oriundo da Terra, conforme ilustra a fig. B.6:

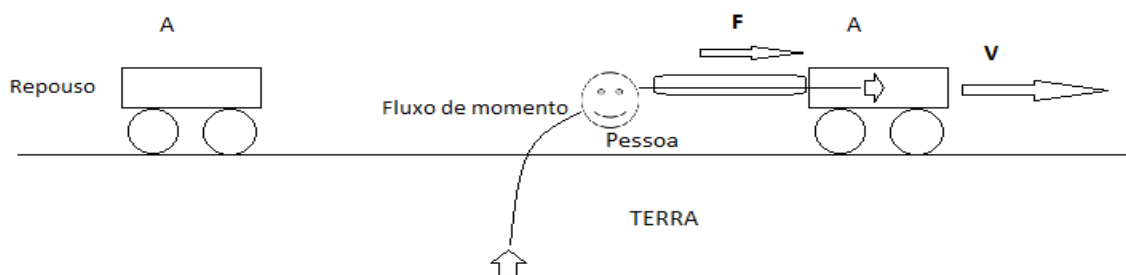


Figura B.6: O carrinho A se encontra em repouso, ao sofrer a ação da força  $F$  ele começa a adquirir quantidade de movimento pelo fluxo de momento.



Vemos que o fluxo do momento flui da Terra, passando pela pessoa e pelo bastão até chegar ao carrinho A.

Quando o contato entre o bastão e o carrinho é desfeito, o carrinho A possui velocidade  $V$ . Ao passar por uma região onde o atrito é suficientemente relevante, ocorrerá a saída do momento devido à ação da força de atrito sobre o carrinho, conforme ilustra a fig. 6.7:

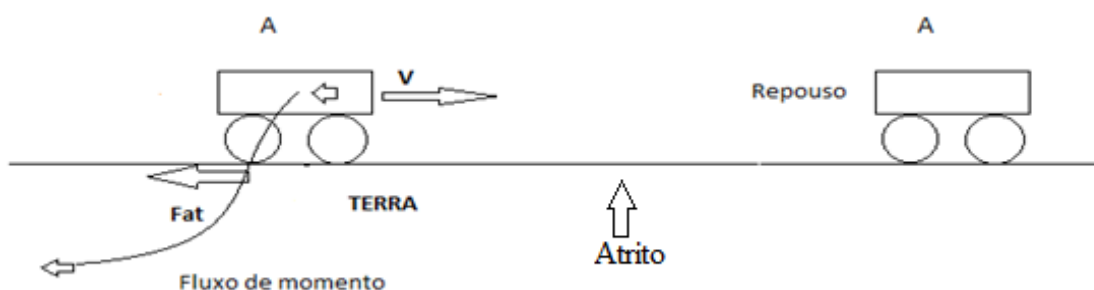


Figura B.7: Com a ação da força de atrito o fluxo de momento flui do carrinho para a terra.

Em consequência da perda total da sua quantidade de movimento, o carrinho ficará no estado de repouso.

Abordaremos a situação em que o carrinho consegue manter a quantidade de movimento constante por ele adquirida. Poderemos entender o que acontece com o fluxo de momento quando há um equilíbrio entre as forças que atuam sobre o carrinho A. Nesse caso, a entrada e a saída do fluxo de momento são dadas pela atuação das forças que agem sobre o carrinho A, como podemos ver a ilustração na figura B.7. Como há um equilíbrio entre as forças  $F$  e a  $F_{at}$ , a entrada e a saída de fluxos são iguais, mantendo a quantidade de movimento do carrinho A constante, conforme ilustra a figura B.8 abaixo:

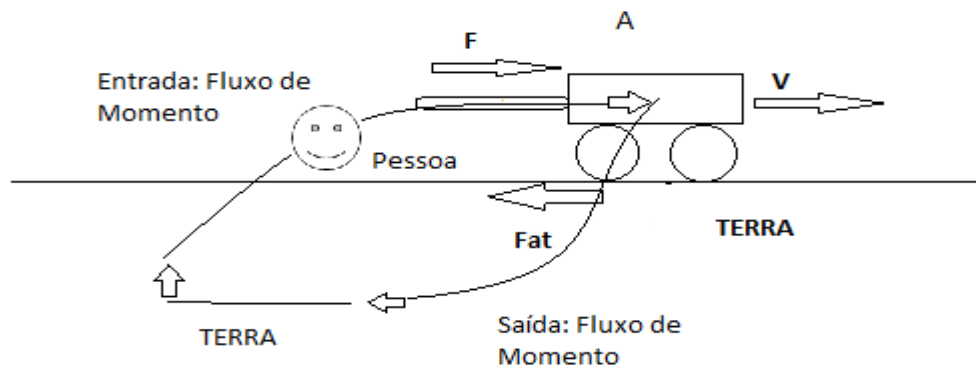


Figura B.8: Entrada e saída de fluxo de momento, pelo equilíbrio das forças que atuam sobre a carrinho A.

O tratamento dado à quantidade de movimento como fluxo que entra ou escoam dos corpos em sua aquisição ou perda pode auxiliar o educando no entendimento do conteúdo. O que não podemos esquecer que é essa abordagem é aplicada pelo uso de analogias, em que o aumento da quantidade de movimento é dado pelo escoamento de seu fluxo para dentro do corpo e, por conseguinte, a sua perda dada pelo escoamento para fora do corpo.

A definição da intensidade desse fluxo que escoam para dentro e para fora do corpo dividido pelo intervalo de tempo do escoamento pode ser descrita pela equação B.8:

$$F = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (\text{B.8})$$

O fluxo é abordado de forma diferente. Atribuímos a intensidade da força como a quantidade de movimento que entra ou sai do corpo por intervalo de tempo.

Abordando a quantidade de movimento nas colisões como fluxo:

Como foi mencionado no item anterior deste capítulo, a aquisição ou perda da quantidade de movimento foi abordada como um fluxo que entra ou escoam dos corpos. O que iremos abordar no neste item é como se daria esse escoamento da quantidade de

movimento através das colisões, já que a nossa proposta é que as colisões ocorram sem atrito com a superfície, de forma que os corpos não estejam em contato com a superfície. Em consequência, não teremos o escoamento do fluxo da Terra para os corpos e vice-versa. A figura B.9 nos mostra aquisição da quantidade de movimento pela massa A: uma pessoa aplica uma força sobre a massa e o fluxo de momento flui da Terra para o bloco, vemos que a quantidade adquirida não tem escoamento para a Terra; logo, há um ganho dessa quantidade enquanto a pessoa age com uma força  $\mathbf{F}$  sobre a massa.

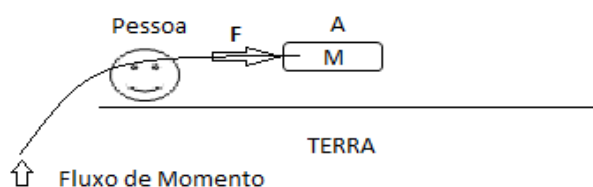


Figura B.9: Aquisição da quantidade de movimento pela massa A.

A figura B.9 nos mostra como ocorre a aquisição da quantidade de movimento pela massa A. O que abordaremos no momento da colisão ocorra um fluxo dessa quantidade de uma massa para outra. O que Herrmann menciona é que esta quantidade flui do corpo que possui maior velocidade para o corpo de menor velocidade.

*“... O impulso flui a partir do corpo com a maior velocidade (o carro) para dentro do corpo com a velocidade mais baixa (para o chão que tem uma velocidade de 0 km / h). Sempre que o impulso deve fluir na direção oposta, ou seja, a partir de um corpo com velocidade inferior a um corpo com uma velocidade mais elevada, uma bomba de impulso é necessário.” [Herrmam,2006]*

A figura B.10 ilustra uma colisão em que o fluxo da quantidade de movimento ocorre, do corpo de maior velocidade para o corpo em repouso (velocidade inicial nula).

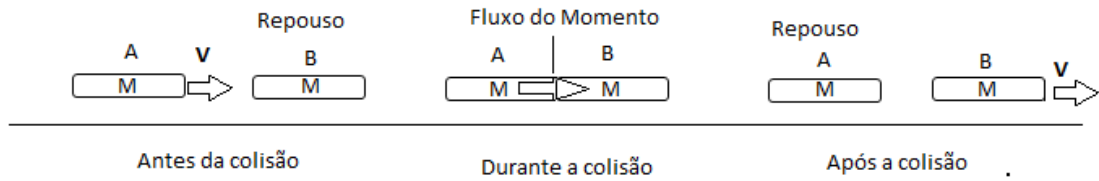


Figura B.10: Durante a colisão há um escoamento total da quantidade de movimento da massa A para a massa B.

Baseado na fluidez da quantidade de movimento do corpo que possui maior velocidade para o corpo de menor velocidade, o que podemos questionar é o caso em que os corpos possuem a mesma velocidade. Neste caso, o escoamento ocorrerá nos dois sentidos em quantidades iguais; em consequência, os corpos sairão com velocidades iguais às iniciais. Ressaltando que para este caso as massas de A e B são iguais, vejamos a figura B.11:

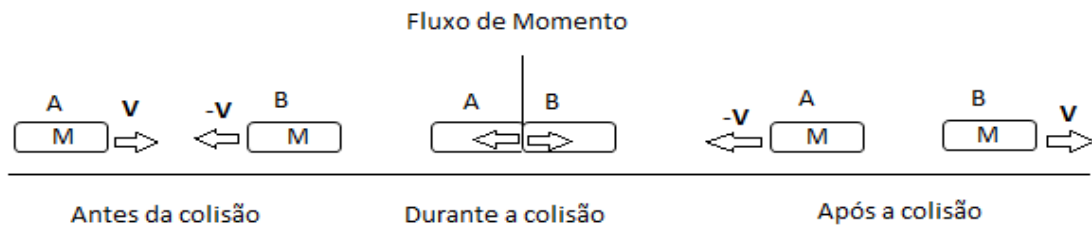


Figura B.11: Durante a colisão o fluxo de momento ocorre nos dois sentidos.

No instante da colisão há um escoamento do fluxo de momento nos dois sentidos, ocorrendo uma troca das quantidades de movimento entre as duas massas.

Para a condição das massas serem diferentes, o fluxo da quantidade de movimento também ocorrerá do corpo que possui maior velocidade para o corpo que possui menor velocidade, mesmo que a sua massa seja menor valor. A fig.B.12 ilustra o que acabamos de ressaltar.

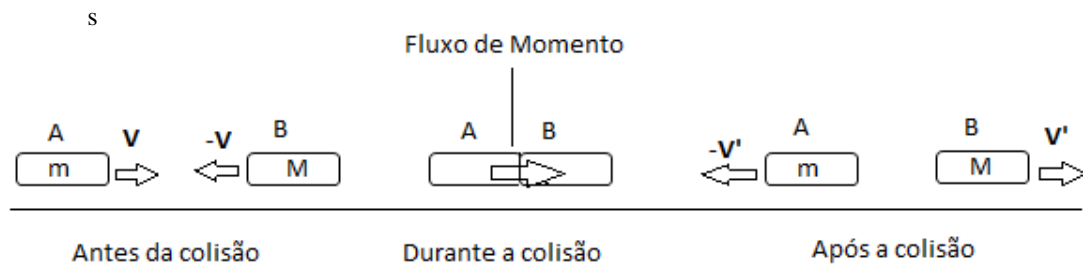


Figura B.12: Mostra a colisão entre corpos de massas diferentes e o fluxo de quantidade de movimento fluindo do corpo que possui velocidade maior para o corpo que possui velocidade menor  $|v| > |-v|$  e  $M > m$ .

Na condição em que as massas são diferentes  $M > m$  e  $|v| > |-v|$  o fluxo de momento ocorrerá do corpo que possui maior velocidade para o de velocidade menor, mesmo que a quantidade de movimento da massa maior, seja maior. Pois o sentido das velocidades depois da colisão não influenciará no escoamento do fluxo.

### B.3 Identificar as características relevantes entre os dois domínios:

Por obedecer à equação da continuidade, a quantidade de movimento possui algumas propriedades que fazem ser fácil de lidar com ela:

- V) O valor da quantidade de movimento refere-se a um corpo;
- VI) A quantidade de movimento possui outra grandeza associada a ela, a força externa  $\mathbf{F}$ , que pode ser interpretada como uma corrente de quantidade de movimento;
- VII) Assim como qualquer fluido, a quantidade de movimento é aditiva, ou seja, se um corpo possui quantidade de movimento  $\mathbf{Q}_0$  e adicionarmos uma quantidade de movimento  $\Delta\mathbf{Q}$ , a quantidade de movimento final será  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0 + \Delta\mathbf{Q}$

VIII) As respectivas correntes, ou forças externas aplicadas, também são aditivas, ou seja, obedecem ao princípio da superposição.

#### **B.4 Mapear as similaridades entre os dois conceitos;**

As similaridades entre a quantidade de movimento e um fluido são:

- V) Ambas grandezas se conservam (obedecem a uma equação da continuidade);
- VI) Passam de um corpo para outro;
- VII) São aditivas; o uso da adição pode ser usada quando o carácter vetorial não é necessário, ou seja, em colisões em uma dimensão.
- VIII) Aumentam ou diminuem de acordo com as suas respectivas correntes;

#### **B.5 Indicar onde a analogia é falha.**

Claramente a quantidade de movimento *não* é um fluido, embora, como vimos, possa ser *imaginado* como um fluido. Os pontos nos quais a analogia falha são:

| <b>Fluido</b>         | <b>Quantidade de movimento</b> |
|-----------------------|--------------------------------|
| Quantidade escalar    | Quantidade vetorial            |
| É paupável (material) | É imaterial                    |

No capítulo 7, os experimentos 5 e 6 são dois exemplos em que a analogia proposta mostra as suas limitações. No experimento 5, a situação proposta só é solucionada quando apresentamos o seu carácter vetorial. No experimento 6, por ser uma colisão bidimensional a proposta é incompatível, pois, mostram o carácter vetorial da quantidade de movimento e suas decomposições.

. A analogia apresentada também apresenta limitações para os casos dos movimentos circulares.

## **B.6 Esboçar as conclusões sobre o conceito-alvo.**

A quantidade de movimento é definida como o produto da massa pela velocidade de um objeto,  $Q = m.v$ . A partir dessa definição, vemos que um corpo pode possuir uma grande quantidade de movimento se sua massa for muito grande e/ou se sua velocidade também for muito grande.

Se desejamos aumentar a quantidade de movimento de um corpo, devemos aplicar uma força externa durante um período de tempo. A quantidade de movimento é aditiva.

## Apêndice C – Cálculo da Velocidade e da Aceleração

O software fornece os valores da velocidade e da aceleração instantânea em um determinado instante  $t_n$  que é o valor da velocidade média entre os dois instantes de tempo  $t_{n-1}$  e  $t_{n+1}$ ,

$$v(t_n) = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} \quad (\text{eq. C. 1})$$

$$a(t_n) = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} \quad (\text{eq. C. 2})$$

Para os cálculos da velocidade e da aceleração num instante  $t_n$ , no movimento uniformemente variado (M.U.V) em que a aceleração é constante. Temos a equação das posições num instante  $t$ :

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (\text{eq. C.3})$$

E a equação das velocidades num instante  $t$ :

$$v = v_0 + a \cdot t \quad (\text{eq. C. 4})$$

Aplicando a equação C.3 no  $t_{n+1}$  e  $t_{n-1}$ , temos:

$$x(t_{n+1}) = x_0 + v_0 \cdot t_{n+1} + \frac{1}{2} a \cdot t_{n+1}^2 \quad (\text{eq. C. 5})$$

e

$$x(t_{n-1}) = x_0 + v_0 \cdot t_{n-1} + \frac{1}{2} a \cdot t_{n-1}^2 \quad (\text{eq. C. 6})$$



Subtraindo as equações C.5 e C.6:

$$x(t_{n+1}) - x(t_{n-1}) = x_0 + v_0 \cdot t_{n+1} + \frac{1}{2} a \cdot t_{n+1}^2 - (x_0 + v_0 \cdot t_{n-1} + \frac{1}{2} a \cdot t_{n-1}^2)$$

$$= v_0(t_{n+1} - t_{n-1}) + \frac{1}{2} a \cdot (t_{n+1}^2 - t_{n-1}^2)$$

$$= v_0(t_{n+1} - t_{n-1}) + \frac{1}{2} a \cdot (t_{n+1} + t_{n-1}) \cdot (t_{n+1} - t_{n-1})$$

$$= (t_{n+1} - t_{n-1})(v_0 + \frac{1}{2} a \cdot (t_{n+1} + t_{n-1}))$$

$$x(t_{n+1}) - x(t_{n-1}) = (t_{n+1} - t_{n-1})(v_0 + a \cdot t_n)$$

$$x(t_{n+1}) - x(t_{n-1}) = (t_{n+1} - t_{n-1}) v(t_n)$$

$$v(t_n) = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_{n-1})}{(t_{n+1} - t_{n-1})}$$

O resultado prova o cálculo da velocidade num instante  $t_n$  pela igualdade do resultado com a equação C.1.

Aplicando a equação C.4 no  $t_{n+1}$  e  $t_{n-1}$ , temos:

$$v(t_{n+1}) = v_0 + a \cdot t_{n+1} \quad (\text{eq. C.7})$$

$$v(t_{n-1}) = v_0 + a \cdot t_{n-1} \quad (\text{eq. C.8})$$

Subtraindo as equações C.7 e C.8:

$$v(t_{n+1}) - v(t_{n-1}) = v_0 + a \cdot t_{n+1} - (v_0 + a \cdot t_{n-1})$$

$$v(t_{n+1}) - v(t_{n-1}) = a \cdot (t_{n+1} - t_{n-1})$$

$$a(t_n) = \frac{v(t_{n+1}) - v(t_{n-1})}{(t_{n+1} - t_{n-1})}$$

O resultado prova o cálculo da aceleração num instante  $t_n$  pela igualdade do resultado com a equação C.2.

## Referências Bibliográficas:

[Baptista,2000] Baptista, José Plínio, Ferracioli, Laércio – A construção do Princípio de Inércia e do Conceito de Inércia Material – Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, no. 2, Junho, 2000.9p

[Brown,2008] Brown, Theodore L., Lemay, H. Eugene, Bursten, Bruce E. Química – A Ciência Central – 9ed – São Paulo – Pearson, 2008.

[de Jesus 2014] V.L.B. de Jesus , D.G.G. Sasaki, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 36, n. 3, 3503 (2014)

[de Jesus 2014a] V.L.B. de Jesus<sup>1</sup>, EXPERIMENTOS E VÍDEO ANÁLISE – DINÂMICA, LIVRARIA DA FISICA EDITORA (2014)

[Doca, 2007] Doca, Ricardo Helou. Tópicos de Física 1 – v.1 – 20ed – São Paulo – Saraiva, 2007. 448p

[Filho, 2010] Filho, Francisco F. de Lucena. Projeto de construção de uma mesa de ar para o estudo experimental de colisões bidimensionais. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto de Física Universidade Federal do Rio de Janeiro (2010)

[Glynn, 2007] Glynn, Shawn. The Teaching with Analogies Model – Building conceptual bridges with mental models, 2007.

[Guimarães, 2004] Guimarães, Luiz Alberto Mendes; Fonte Boa, Marcelo Cordeiro. Física – Mecânica – V.1 – 1ed – Niterói – Futura, 2004. 340p.:il.

[Guimarães, 2014] Guimarães, Osvaldo. et al. Física 1 Ensino Médio – v.1 – 1ed – São Paulo – Ática, 2014. 320p

[Herrmann,2006] Herrmann, Friedrich; Job, Georg - The Karlsruhe Physics Course - A Physics Text Book for the Lower Secondary School - Volume 1, Maio - 2006

[Lima, 1998] Lima, Lauro de Oliveira. Piaget Sugestão aos Educadores. – 1ed – Petrópolis – Vozes,1998. 254p.:il.

[Luz, 2014] Luz, Antônio Máximo Ribeiro da; Alvares, Beatriz Alvarenga. Física Contextos e Aplicações. Coleção Física Contexto e Aplicações – v.1 – 1ed – São Paulo – Scipione, 2014. 320p

[Oliveira, 2013] Maurício Pietrocola Pinto de. Física: Conceitos e Contextos: Pessoal, Social e Histórico: energia, calor, imagem e som – v.2 – 1ed – São Paulo – FTD,2013. 496p.

[PCN+,2013] Portal Educação, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+) Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>

[Ponczek, 2009] Ponczek, Roberto Leon – Deus ou seja a natureza: Spinoza e os novos paradigmas da Física – Salvador: EDUFBA, 2009. 352p.:il.

<[portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&id=12598:publicações](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=12598:publicações)> Acesso em 3 de junho de 2015.

[PCN,2002] Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Ministério da Educação - Secretaria de Educação Média e Tecnológica - Brasília: MEC/SEMTEC, 2002. 360p.:il..

[PNLD, 2015] Pereira, Andrea Kluge. *et al.* PNLD 2015 – Física – Ensino Médio – Brasília Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2014. 108p.:il.

[Piaget,1962] Piaget, Jean; Inhelder, Bärbel. O Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança: Conservação e Atomismo. – 2ed – Rio de Janeiro – Zahar, 1975.

[Piaget,1971] Piaget, Jean. Epistemologia Genética – 1ed – São Paulo - Abril, 1975

[Ramalho, 2007] Ramalho Jr, Francisco. *et al.* Os Fundamentos da Física – v.1 – 8ed - São Paulo – Moderna,2007. 472p

[Sampaio,2005] Sampaio, José Luiz; Calçada, Caio Sergio. Física: Volume Único. – 2ed – São Paulo – Atual, 2015. 472p.

[Speltini, 2002] Speltini, Cristina; Ure, María Célia Dibar. Conservation in Physics Teaching, History of Science and in Child Development. - *Science & Education* **11**: 475–486, 2002.

[Torres, 2010] Carlos Magno A. *et al* Física Ciência e Tecnologia – v.1 – 2ed – São Paulo - Moderna 2010. 320p.

[Tracker] <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>, acessado em 10/07/2015.

[UTFPR] <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/lenz/tracker>, acesso em 12/07/2015

[Yamamoto, 2007] Yamamoto, Kazuhito; Fuke, Luiz Felipe; Shigekiyo, Carlos Tadashi. Os Alicerces da Física – Mecânica - v.1 – 15ed – São Paulo – Saraiva 2007. 432p.