



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissional em Ensino de Física

ESTÁTICA DE CORPO EXTENSO: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL

Leonardo Sampaio Motta

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Antônio Carlos Fontes dos Santos

Rio de Janeiro

Dezembro de 2014

ESTÁTICA DE CORPO EXTENSO: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL

Leonardo Sampaio Motta

Orientador: Antônio Carlos Fontes dos Santos

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Dr. Antônio Carlos Fontes dos Santos (Presidente)

Dr. Helio Salim de Amorim

Dr. Bruno Souza de Paula

Rio de Janeiro

Dezembro de 2014

FICHA CATALOGRÁFICA

M921e Motta, Leonardo Sampaio
Estática de corpo extenso: Uma abordagem experimental /
Leonardo Sampaio Motta - Rio de Janeiro: UFRJ / IF, 2014.

60.f

Orientador: Antônio Carlos dos Santos

Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física /
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2014.

Referências Bibliográficas:

1. Ensino de Física. 2. Estática. 3. Equilíbrio. I. Santos,
Antônio Carlos . II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto
de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III.
Estatica de corpo extenso: Uma abordagem experimental.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos meus pais e à minha esposa Mariana pela paciência e incentivo a um aperfeiçoamento contínuo.

Gostaria de agradecer também a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que um dia eu estivesse escrevendo esta dissertação. Dentre essas pessoas chamo atenção para meu orientador Antônio Carlos (Toni) e aos funcionários da oficina de mecânica do Instituto de física, pela inestimável ajuda na montagem do aparato experimental.

RESUMO

ESTÁTICA DE CORPO EXTENSO: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL

Leonardo Sampaio Motta

Orientador: Antônio Carlos Fontes dos Santos

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

O equilíbrio dos corpos extensos faz parte do conteúdo de Física no Ensino Médio e possui aplicações cotidianas importantes em várias áreas do conhecimento humano. Apesar disso, os alunos de cursos introdutórios de física enfrentam muitas dificuldades na tentativa de aprender este tópico. A proposta desta dissertação é sugerir atividades experimentais envolvendo a estática de um corpo extenso que pode rotacionar em torno de um eixo fixo, assim como, da elaboração dum aparato experimental destinado à realização das mesmas. Essas atividades possibilitam: a explicitação do braço de alavanca como fator geométrico determinante no efeito de rotação que uma força é capaz de gerar, obtendo-se de forma bastante simples - por meio de medidas diretas e inspeção de dados - a relação do torque como o produto da força pelo braço de alavanca, assim como, na validade do princípio de superposição para momentos de força. Num sentido mais restrito obtivemos o que poderíamos denominar de lei de Arquimedes generalizada para o equilíbrio de uma "alavanca". Trabalharam-se também os tipos de equilíbrio – estável, instável e indiferente – na análise dos quais, foi utilizado o conceito de torque resultante restaurador. Para justificar a elaboração do aparato experimental, assim como das atividades desenvolvidas, foram feitos: uma breve análise das atividades experimentais investigativas fazendo-se um comparativo entre as mesmas e as atividades experimentais tradicionais. Também foram analisados alguns dos principais livros texto utilizados em nosso país, análise essa, tanto da teoria desenvolvida como das atividades experimentais propostas, onde foi verificada a ausência de atividades que evidenciassem o papel do braço de alavanca e que permitisse obter / verificar a formulação matemática do momento de força.

Palavras-chave: Ensino de Física, Estática, Equilíbrio, corpo extenso.

Rio de Janeiro

Dezembro de 2014

ABSTRACT

STATICS EXTENSIVE BODY: AN EXPERIMENTAL APPROACH

Leonardo Sampaio Motta

Supervisor(s): Antônio Carlos Fontes dos Santos

Abstract of Master's Dissertation submitted to the Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, as the partial fulfillment of the requirements for the degree of Mestre em Ensino de Física.

The equilibrium of extended bodies is part of the content of physics in high school and has important applications in several areas of the human knowledge. Nevertheless, the students of introductory physics courses face many difficulties in trying to learn this topic. The purpose of this dissertation is to suggest experimental activities involving the statics of an extensive body, which can rotate around a fixed axis, as well as the design of an experimental apparatus for its execution. These activities enable: the explicitness of the lever arm as the determining factor in the rotational effect that a force is capable to generate, coming up very simply - by direct measurements and by inspection of the data - compared to the moment of the force as the product of force by the lever arm. In addition, these activities enable the validity of the superposition principle for the moments of force. The different types of equilibrium - stable, unstable and indifferent – were also discussed, by using the concept of restorative net torque. A brief analysis of experimental investigative activities was performed, by making a comparison between them and the traditional experimental activities. In addition, the analyzes of some of the major textbooks used in high school was done. It was noticed that the textbooks lack suggestions of experimental activities, which show the role of the lever arm, allowing to obtain and/or to verify the mathematical formulation of the moment of force.

Keywords: Physics education, statics, extended bodies, equilibrium

Rio de Janeiro

December 2014

SUMÁRIO

1. Introdução.....	1
1.1 Motivação para a realização do trabalho.....	2
1.2 Diretrizes nacionais.....	2
1.3 Fundamentação teórica (pedagógica) – as atividades práticas.....	5
2. Revisão da literatura.....	9
3. Sequência didática experimental.....	33
3.1 Aparato experimental.....	33
3.1.1 Material utilizado.....	33
3.1.2 Montagem.....	40
3.1.3 Tomada de dados.....	42
3.2 Sequência didática.....	46
3.3 Resultados experimentais.....	51
4. Considerações finais.....	57
Referências Bibliográficas.....	59

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

O trabalho é uma proposta para a realização de uma sequência de atividades envolvendo a estática de um corpo extenso que pode girar em torno de um eixo fixo.

Essas atividades possuem os seguintes objetivos: discussão qualitativa e quantitativa a respeito da grandeza momento de força (torque) em relação a um eixo, juntamente com a condição de equilíbrio de rotação e, análise dos tipos de equilíbrio (estável, instável e indiferente), trabalhando o conceito de torque resultante restaurador.

É seguida a linha preconizada para o ensino médio expressa na Lei de Diretrizes e Bases para a educação (LDB) [1], nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) [2], e em uma teoria construtivista da aprendizagem. Com relação aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio (PCN-EM), podemos dizer que, o conteúdo do trabalho refere-se ao tema estruturador: movimentos variação e conservação, envolvendo no caso as subunidades didáticas: fenomenologia cotidiana, e ainda, equilíbrio e desequilíbrio.

No presente capítulo indica-se o porquê (motivação) para a realização do trabalho, a qual corresponde a uma tentativa de suprir uma carência observada ao se analisar a exposição teórica e, principalmente, as atividades experimentais sugeridas em alguns livros didáticos utilizados no ensino médio brasileiro. Também serão trazidos os referenciais pedagógicos que, em conjunto com as orientações apresentadas nos documentos oficiais, justificam o desenvolvimento e a aplicação de uma atividade experimental. No capítulo 2 é feita a análise detalhada do assunto estática de corpo extenso referente a alguns livros didáticos utilizados em nosso país. Já o capítulo 3 traz o aparato experimental, onde consta o material utilizado, assim como a maneira como é feita a montagem do mesmo e a tomada de dados. Nesse mesmo capítulo, também há as atividades práticas sugeridas e os resultados experimentais. Finalizando, no capítulo 4 onde constam as considerações finais, comenta-se a respeito de todas as atividades experimentais individualmente, assim como, sobre o material utilizado na elaboração do aparato.

1.1. Motivação para a realização do trabalho

Durante a prática em sala de aula lecionando estática de corpo extenso nota-se uma grande dificuldade por parte dos alunos em compreender conceitos relativos a esse assunto. Nos livros didáticos em capítulos que precedem a estática de corpo extenso – dinâmica e estática da partícula - a marcação de forças já representava um grande desafio, somam-se a isto as dificuldades adicionais que o assunto estática de corpo extenso apresenta, como: a identificação correta do ponto de aplicação da força, além da compreensão dos conceitos geométricos de linha de ação e braço de alavanca de uma força. Observa-se também que há uma concepção errônea extremamente enraizada em considerar a distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo, e não, o braço de alavanca da força como fator geométrico determinante na efetividade de uma força em produzir rotação.

Como está mostrado em pesquisas em ensino, e, exposto pelos alunos, a utilização de um material experimental facilitaria o entendimento dos conceitos apresentados. Porém, pesquisando a respeito das atividades experimentais propostas em alguns dos principais livros didáticos adotados em nosso país (Helou, R.D; Gualter, J. B & Newton, V.B. [3]; Alvarenga, B.A & Máximo, A. R.I. [4]; Gaspar, A. [5]; Ramalho, F. J, Nicolau, G.F & Toledo. [6]), percebe-se que há uma lacuna de experimentos que evidenciem o papel fundamental do braço de alavanca como fator geométrico determinante na efetividade de uma força em produzir rotação. É fundamentalmente na tentativa de preencher essa lacuna que foram elaborados o aparato experimental e as atividades propostas.

1.2. Diretrizes nacionais

Segundo a lei de diretrizes e bases da educação [1], o ensino médio deve ser a etapa conclusiva da educação básica, cujo foco principal é o desenvolvimento de habilidades e competências voltadas para o pleno exercício da cidadania, e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores, como expresso em seu artigo 22, porém sem pretender ser profissionalizante, ou simplesmente preparatória para o ensino superior. Em seus artigos 35 e 36, a

mesma estabelece como formação a ser desenvolvida: a promoção da compreensão dos fundamentos científicos - tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática de cada disciplina, o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico, a compreensão do significado da ciência e do processo histórico de transformação da sociedade e da cultura, além do conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. É destacada também, a adoção de metodologias de ensino e avaliação que estimulem a iniciativa dos estudantes.

Para a orientação da implantação da LDB, foram lançados os parâmetros curriculares nacionais [2], documentos estes na forma de diretrizes e parâmetros, não possuindo os mesmos, força legal. Nestes documentos foi estabelecida uma organização do currículo em três grandes áreas: ciências da natureza e matemática, linguagens e códigos e ciências humanas, sendo previsto um conhecimento articulado intra e Interáreas. Nos PCN+, lançados no final de 2002, essa articulação é favorecida pela consideração de dimensões, a saber: representação e comunicação, investigação e compreensão, e contextualização sociocultural. Segundo Menezes,

Essas interfaces não enfraquecem o sentido mais específico, próprio das ciências e da matemática, de investigação e compreensão de processos naturais e tecnológicos, mas, ao contrário, estabelecem melhor o contexto dos conhecimentos científicos e para as competências e habilidades a eles associadas [7].

Referente à dimensão representação e comunicação são destacadas habilidades e competências como ler, interpretar e construir corretamente tabelas, gráficos, esquemas e diagramas apresentados em textos, compreendendo que os mesmos são formas diferentes de representação de uma mesma relação, com potencialidades e limitações próprias.

Já na dimensão investigação e compreensão figuram habilidades e competências como: o reconhecimento da relação entre diferentes grandezas, ou relações de causa-efeito, para ser capaz de estabelecer previsões, fazer uso de formas e instrumentos de medidas, de modo a estabelecer comparações quantitativas utilizando adequadamente escalas, para a elaboração de representações.

Quanto à terceira dimensão, há destaque da “compreensão da construção do conhecimento físico como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época”, juntamente com a compreensão do desenvolvimento histórico dos modelos físicos, e da tecnologia.

Habilidades e competências são desenvolvidas por meio de ações concretas, as quais se referem a conhecimentos, a temas de estudos. Temas estes que, articulando competências e conhecimentos, tornam-se elementos estruturadores da ação pedagógica, ou seja, temas estruturadores. A escolha destes temas está fundamentada em aspectos como a natureza, a diversidade de campos e relevância dos processos e fenômenos físicos.

Foram sugeridos no PCN+ seis temas estruturadores dentre os quais, consta movimentos: variações e conservações. No caso, a mecânica passa a estar associada a competências que permitem dentre outras coisas, lidar com os movimentos de coisas que observamos, identificando suas causas.

Para a organização das atividades pedagógicas, no PCN+ foi sugerida a sistematização das atividades em três ou quatro unidades temáticas.

No caso do tema movimento variação e conservações, as unidades temáticas compreenderam: fenomenologia cotidiana, variação e conservação da quantidade de movimento, energia e potência associada aos movimentos e equilíbrio e desequilíbrios.

Dentro da fenomenologia cotidiana há a caracterização das variações de grandezas como distâncias, velocidades, massa, tempo e etc. Essa caracterização é feita fazendo estimativas, escolhendo equipamentos e procedimentos adequados para realização de medidas, reconhecendo nas interações, as causas das modificações nos movimentos. Já na unidade equilíbrios e desequilíbrios, é prevista a distinção de situações de equilíbrio (estático ou dinâmico) daquelas de não equilíbrio, em fenômenos naturais ou referentes a artefatos tecnológicos.

A explicitação e discussão de objetivos para educação necessariamente tem que vir acompanhada da fixação de estratégias para alcançá-los, como a definição de conteúdos, os quais devem selecionados, como vimos, em função da lógica do ensino, tomando como referência o “para que ensinar” e não “o que ensinar de física” como tradicionalmente selecionados.

1.3. Fundamentação teórica (pedagógica) - as atividades experimentais.

A LDB estabelece que estudantes integrem conhecimento teórico e conhecimento prático, sendo isso possível somente com os ensinamentos teórico e experimental efetuados em consonância. Essa meta é justificada pelo fato que o conhecimento, que teorias e leis carregam, só fazem sentido se nos permite ter uma compreensão do mundo natural e tecnológico. Em outras palavras, porque as coisas são de determinada maneira e não de outra. Para Borges,

Descartar a possibilidade de que os laboratórios têm um papel importante no ensino de ciências significa destituir o conhecimento científico de seu contexto, reduzindo-o a um sistema abstrato de definições, leis e fórmulas. O que se deseja buscar é evitar uma fragmentação do conhecimento, de modo que a própria aprendizagem seja mais interessante, motivadora e acessível aos estudantes [8].

Segundo White,

Nós preferimos pensar que os laboratórios funcionam porque acrescentam cor a curiosidade de objetos não usuais e eventos diferentes, em contraste com a prática comum em sala de aula de permanecer assentado [9].

Em um curso de Física, torna-se de fundamental importância apresentar aos alunos problemas para serem resolvidos, pois essa é a realidade dos trabalhos científicos - e da vida cotidiana - em todo o mundo. Para Garret,

Pensar é parte do processo de solucionar problemas, e inclui o reconhecimento da existência de um problema e as ações que são necessárias para o seu enfrentamento [10].

Antes de continuarmos, cabe-nos diferenciar problemas, aos quais corresponde uma investigação (onde em muitos casos aplicamos uma metodologia científica), do que podemos chamar de exercícios, destinados de maneira geral à aplicação mais direta da própria teoria e a memorização de expressões. Um problema diferentemente de um exercício é uma situação perturbadora/ desafiadora, que não pode ser resolvido por uma simples aplicação de um algoritmo, baseado em situações anteriores.

Metodologia comum (tradicional) de trabalho (maneira de organizar as atividades)

- a. teoria.
- b. problemas.
- c. atividades experimentais.

Segundo Azevedo [11], investigações parecem mostrar que esse método gera uma visão deformada do que é ciência, já que na realidade do cientista essas formas de trabalho aparecem muito relacionadas umas com as outras, formando um todo coerente e interdependente.

Para promover uma integração funcional das três atividades, segundo Gil et.al,

Pode-se pensar, pois, em abraçar as práticas de laboratório e a resolução de problemas como variantes de uma mesma atividade: o tratamento de situações problemáticas abertas, com uma orientação próxima do que constitui o trabalho científico [12].

Para Hodson,

Os estudantes aprendem mais sobre ciência e desenvolvem melhor seus conhecimentos conceituais quando participam de investigações científicas, semelhantes às feitas nos laboratórios de pesquisa. Essas investigações tanto podem ser resolvidas na forma de práticas de laboratório (atividades práticas) como problemas de lápis e papel [13].

De acordo com Blosser, um dos objetivos pedagógicos que se procura atingir é:

Compreensão da natureza da ciência – empreendimento científico, cientistas e como eles trabalham a existência de uma multiplicidade de métodos científicos, inter-relações entre ciência e tecnologia e entre várias disciplinas científicas [14].

Fundamentando legalmente esse objetivo, os parâmetros Curriculares Nacionais [2] propõem que o ensino de ciências deve propiciar.

[...] ao educando compreender as ciências como construções humanas, entendendo como elas se desenvolvem por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o desenvolvimento científico com a transformação da sociedade (p.107).

Segundo Gil e Castro, Alguns aspectos da atividade científica que podem ser explorados numa atividade investigativa, pois ressaltam a importância dessas atividades. Dentre eles estão:

- considerar a elaboração de hipóteses como atividade central da investigação científica, sendo esse processo capaz de orientar o tratamento das situações e de fazer explícitas as concepções dos estudantes;
- Considerar análises com atenção nos resultados (sua interpretação física, confiabilidade, etc.) de acordo com os conhecimentos disponíveis, das hipóteses manejadas e dos resultados das demais equipes de estudantes;
- Conceder uma importância especial às memórias científicas que reflitam o trabalho realizado e possam ressaltar o papel da comunicação e do debate na atividade científica;
- Ressaltar a dimensão coletiva do trabalho científico [15].

Reforçando o que já foi dito, um dos objetivos para as atividades experimentais é proporcionar aos educandos a aquisição e desenvolvimento de habilidades práticas ou teóricas básicas de laboratório, como por exemplo: a realização de pequenas montagens, a apreenderem a usar instrumentos específicos e equipamentos, medir grandezas físicas, aprendendo a lidar com erros e incertezas inerentes ao processo de medição. Em certos casos, repetindo muitas vezes procedimentos para aumentar a confiabilidade dos resultados. Além disso, o estudante é incentivado a obter e a colocar as informações em diferentes formas de representação, objetivo esse já referido anteriormente nos parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio [2].

Quanto ao papel do professor numa atividade investigativa, o mesmo deve deixar de ser um transmissor do conhecimento para passar a ser um guia. Segundo Azevedo:

Deve ser um professor que questione, argumente, saiba conduzir perguntas, estimule, proponha desafios, ajude os alunos a manterem a coerência de suas ideias e que estabeleça métodos de trabalho colaborativo e um ambiente em que todas as ideias sejam respeitadas [11].

Carvalho [16] propõe uma graduação para estudar o que chama de grau de liberdade que os professores oferecem aos estudantes. Essa graduação é apresentada na tabela 1.1 abaixo.

	GRAU I	GRAU II	GRAU III	GRAU IV	GRAU V
PROBLEMA	---	P	P	P	A/P
HIPÓTESES	---	P/A	P/A	P/A	A
PLANO DE TRABALHO	---	P/A	A/P	A	A
OBTENÇÃO DOS DADOS	---	A/P	A	A	A
CONCLUSÃO	---	A/P/Classe	A/P/Classe	A/P/Classe	A/P/Sociedade

Tabela 1.1. Graus de liberdade professor/aluno na aula de laboratório. Fonte: Azevedo [11].

No que se refere ao grau de liberdade, ou melhor, no que é denominado grau de liberdade, indica-se quem tem a responsabilidade sobre determinadas etapas de atividade, ou seja, indica quanto o professor ou roteiro que o mesmo forneça (específica) a tarefa do aluno.

Atentemos para o fato de que: devemos lembrar que para uma atividade prático-experimental ser bem sucedida, é fundamental que haja um planejamento cuidadoso com relação ao tempo destinado a tal finalidade, assim como, em aspectos ligados à segurança é claro.

No capítulo 2, apresentamos uma revisão da literatura e uma análise dos livros didáticos. Já no capítulo 3 são apresentados o aparato experimental elaborado, assim como a sequência didática.

CAPÍTULO 2. REVISÃO DA LITERATURA

Foi publicado no caderno brasileiro de ensino de física o artigo: *Arquimedes e a lei da alavanca: Erros conceituais em livros didáticos* [17]. O trabalho consistiu na análise da forma como a lei da alavanca de Arquimedes é abordada nos livros de ciências (ensino fundamental) e de física (ensino médio), essa análise teve como ponto de partida o estudo do trabalho de Arquimedes “ *Sobre o equilíbrio dos planos ou os centros de gravidade dos planos*”. Foram detectadas diversas inconsistências conceituais, as quais, segundo os autores, essas inconsistências (ou pelo menos parte delas) são problemas inerentes da interpretação errônea, ora histórica, ora experimental da referida lei.

Dentre os lapsos conceituais assinalados pelos mesmos, podemos destacar a não consideração do peso da própria alavanca na análise da situação de equilíbrio estático da alavanca, equilíbrio estático este que muitas vezes não é claramente explicitado. A não consideração do peso no enunciado da lei é bastante surpreendente, uma vez que grande parte dos exercícios de aplicação da teoria leva em conta o peso da alavanca (barra).

É convenientemente destacado neste artigo que, inicialmente ao formular a lei da alavanca, Arquimedes a demonstra matematicamente utilizando argumentos de simetria em uma circunstância puramente estática. Segundo os autores, seria mais bem expressa nos livros didáticos como: a Lei de equilíbrio de uma alavanca.

Agora faremos a análise dos livros didáticos dividida em duas partes: teoria apresentada pelos autores e atividades experimentais sugeridas pelos textos.

De início, faremos algumas observações gerais com relação à apresentação teórica:

1. Conceitos fundamentais dentro da física, como é o caso do torque (também chamado de momento de força), não são tratados com a precisão que se faz necessária. Com destaque, cito os elementos geométricos inerentes à grandeza momento de força.

2. Vale frisar que em capítulos precedentes ao estudo da estática, seja ela de ponto material ou de corpo extenso, que: com relação à grandeza força, é reforçado que a mesma possui uma intensidade, uma direção e um sentido, mas não é mencionado, ou, de maneira geral, não é explicitado, que a mesma também possui uma **linha de ação** e um **ponto de aplicação** (quando não se tratar é claro de forças distribuídas superficialmente ou volumetricamente).

3. Não é feita por parte dos autores dos livros a **distinção entre o torque** de uma força (ou de um conjunto de forças) **em relação a um ponto**, o qual é uma grandeza vetorial, do torque de uma força (ou de um conjunto de forças) **em relação a um eixo**, o qual é uma grandeza escalar. Não por acaso, muito menos é feita a **relação entre os torques** em relação a um ponto e o torque em relação a um eixo.

Uma observação a ser feita é a seguinte: essa distinção existente entre momento de força em relação a um eixo e momento de força em relação a um ponto é bastante incomum nos livros de física universitária utilizados nos ciclos básicos das carreiras de ciências e tecnologia. Ao contrário, a mesma consta nos livros - textos utilizados nos ciclos profissionais ou nos livros - texto utilizados nos cursos de Engenharia Mecânica. Como exemplos, temos: [16], [17] e [18].

4. Outra observação que cabe salientar é o tratamento quase exclusivo que se faz na estática de corpo extenso no ensino médio de **sistemas de forças coplanares**. No caso, esse conjunto de forças está contido **num plano perpendicular ao eixo** real em torno do qual o corpo possa realizar um movimento de rotação, ou, como sabemos de eixos virtuais em torno dos quais o corpo poderia rotacionar. O tratamento quase exclusivo desse caso particular torna bastante limitada a possibilidade de análise por parte dos estudantes de situações cotidianas referentes ao equilíbrio de corpos submetidos a sistemas de forças não coplanares.

Tradicionalmente, mecânica é lecionada na primeira série do ensino médio, geometria espacial e geometria analítica são abordadas nas segunda e terceira séries respectivamente. Esse fato justifica, ou melhor, pelo menos explica, os tópicos 3 e 4.

Seguindo um modelo utilizado no artigo *Arquimedes e a lei da alavanca: Erros conceituais em livros didáticos* [17], apresentaremos o excerto original do livro texto e, em seguida, os comentários.

Analisaremos então a apresentação teórica referente ao primeiro livro texto: TÓPICOS DE FÍSICA [3].

Na seção: Momento escalar de uma força em relação a um eixo Helou [3], para introduzir a grandeza momento de força em relação a um eixo, os autores iniciam a seção com a consideração de três situações:

Situação 1:

Uma pessoa deseja fechar uma porta, como sugere a figura.

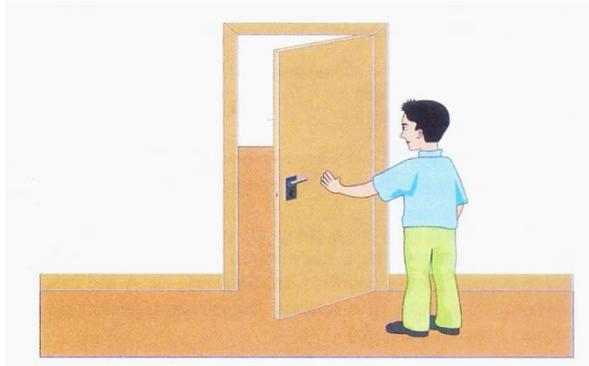


Figura 2.1 Abertura de uma porta pela aplicação duma força perpendicular à mesma como exemplo de aplicação do conceito de torque. Fonte: *Helou* [3].

Para tanto, ela precisa aplicar uma força que, vamos supor, seja perpendicular a porta.

É fácil constatar que a eficiência da força em fazer a porta rotar é tanto maior quanto maiores forem sua intensidade e a distância entre o local onde a mesma é aplicada e o eixo de rotação (eixo das dobradiças) [grifo nosso].

Situação 2:

O motorista do caminhão representado na figura está tentando desapertar um parafuso de uma das rodas com uma chave.

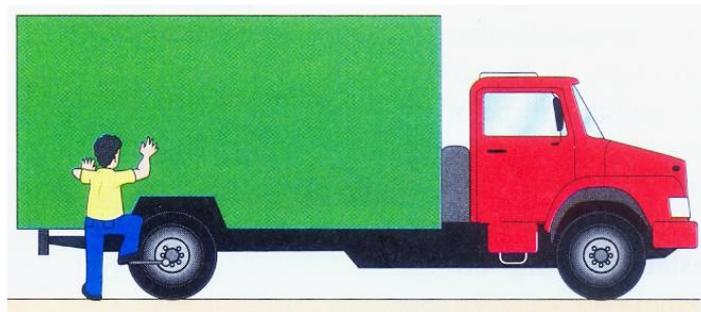


Figura 2.2 O desaparafusar de uma roda com a utilização de uma chave de boca como exemplo de aplicação do conceito de torque. Fonte: *Helou* [3].



Figura 2.3 Uso de um cano como auxílio no desparafusar duma roda como exemplo de aplicação do conceito de torque. Fonte: *Helou* [3].

Se, esforçando-se ao máximo, ele não conseguir seu intento, poderá fazê-lo acoplado um cano à chave, de modo que aumente a distância do local onde aplica a força até o eixo de rotação do parafuso [grifo nosso].

Situação 3:

A gangorra também é um sistema que permite investigar a eficiência de uma força em produzir rotação:

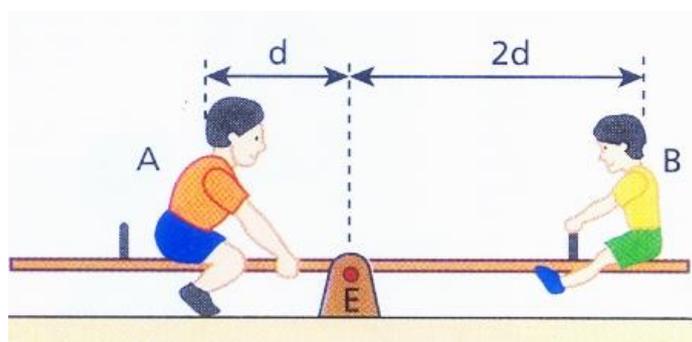


Figura 2.4 Sistema gangorra – meninos como exemplo de sistema em equilíbrio estático. Fonte: *Helou* [3].

Verifica-se que, se o peso do garoto A é o dobro do peso do garoto B, é necessário que a distância de B até o eixo E seja o dobro da distância de A até esse mesmo eixo [grifo nosso].

De acordo com as situações que acabamos de descrever, podemos concluir que a eficiência de uma força em produzir rotação em um corpo é tanto maior quanto maiores forem sua intensidade e a distância entre a reta que passa pela força – denominada linha de ação – e o eixo de rotação do corpo.

A grandeza que mede essa eficiência é denominada momento ou torque [grifo nosso].

Notemos que os autores definiram dois parágrafos acima o conceito geral da intensidade da grandeza momento de força em relação a um eixo ($M = F.b$), onde, a distância (b) entre o eixo de rotação (E) e a linha de ação da força (L) é denominada braço de alavanca da força em relação ao eixo. Mas, essa relação somente é válida para forças que possuem linha de ação contida num plano perpendicular ao eixo de rotação, ou, como dito em Maia [19], de forças ortogonais ao eixo.

De acordo com Maia [19], a **relação geral** para o **momento de uma força em relação a um eixo** é dada por:

O torque N_{Δ} de uma força \vec{F} em relação a um eixo Δ , é igual à componente, segundo o eixo Δ , do torque \vec{N}_O de \vec{F} , relativo a um ponto O qualquer do eixo Δ . Portanto, sendo \vec{u} o unitário do eixo, pode-se escrever sempre que:

$$N_{\Delta} = \vec{u} \cdot \vec{N}_O \quad \text{eq 1}$$

Nesse caso, temos o que matematicamente denomina-se produto misto ou duplo produto escalar. Notemos que forças coplanares a um eixo, não produzem efeito de rotação em relação ao referido eixo. Como exemplo, sabemos que é inútil tentar abrir uma porta atuando com uma força contida no plano da mesma.

Segundo Beer & Johnston [20]

Consideremos uma força \mathbf{F} que atua num corpo rígido e o momento \mathbf{M}_O , dessa força em relação a O (Figura 2.5). Seja OL um eixo que passa por O ; definimos momento OL de \mathbf{F} em relação a OL como sendo a projeção OC do momento \mathbf{M}_O sobre o eixo OL .

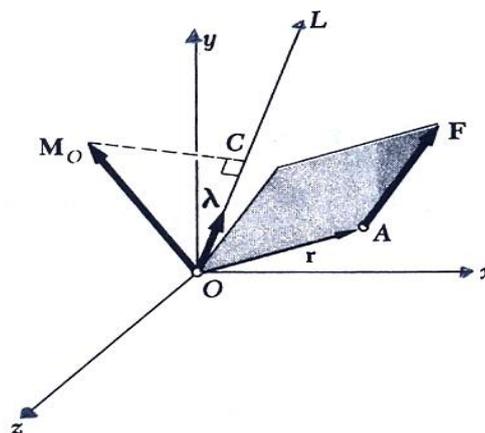


Figura 2.5 Momento de uma força em relação a um eixo dado. Fonte: Beer & Johnston [20]

Denominando λ o vetor unitário segundo OL, temos

$$M_{OL} = \lambda \cdot \mathbf{M}_O = \lambda \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \quad \text{eq 2}$$

O significado físico do momento M_{OL} de uma força \mathbf{F} em relação a um eixo fixo OL ira tornar-se mais claro se decomposermos \mathbf{F} em duas componentes ortogonais \mathbf{F}_1 e \mathbf{F}_2 , sendo \mathbf{F}_1 paralela a OL e \mathbf{F}_2 situada em um plano P normal a OL (fig 2). Decompondo, analogamente, \mathbf{r} em duas componentes \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 e substituindo \mathbf{F} e \mathbf{r} na eq (1), escrevemos

$$M_{OL} = \lambda \cdot [(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)] = \lambda \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1) + \lambda \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_2) + \lambda \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_1) + \lambda \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) \quad \text{eq 3}$$

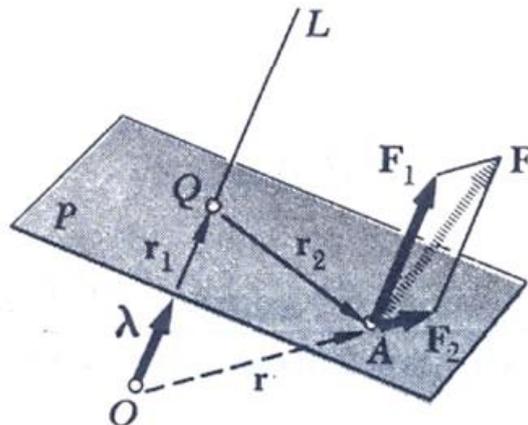


Figura 2.6 Momento de uma força em relação a um eixo dado. Fonte: Beer & Johnston [20]

Observando que todos os produtos mistos, exceto o último, são iguais a zero porque envolvem vetores que são coplanares, quando traçados a partir de uma origem comum, vem

$$M_{OL} = \lambda \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) \quad \text{eq 4}$$

O produto vetorial $\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$ é perpendicular ao plano P e representa o momento da componente \mathbf{F}_2 de \mathbf{F} em relação ao ponto Q, onde OL intercepta P. Portanto o escalar M_{OL} , que será positivo se $\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$ e OL tiverem o mesmo sentido e negativo em caso contrário, mede a tendência de \mathbf{F}_2 fazer girar o corpo rígido ao redor do eixo fixo OL. Como a outra componente \mathbf{F}_1 de \mathbf{F} não tende a fazer girar o corpo ao redor de OL, concluímos que

O momento M_{OL} de \mathbf{F} mede a tendência da força \mathbf{F} de produzir no corpo rígido um movimento de rotação em relação ao eixo OL.

Retornando livro didático em questão, nas três situações apresentadas anteriormente pelos autores -- ilustradas nas figuras 2.1 - 2.4 -- notamos que foram abordados casos bastante particulares, são eles:

- A linha de ação (L) das forças é perpendicular ao eixo de rotação (E)
- Sendo o ponto O (denominado pólo) o ponto de intersecção do plano que contem a linha de ação (L), (plano esse que é perpendicular ao eixo de rotação E), a reta que contem os pontos de aplicação (A) da força e o pólo (O) como extremos é perpendicular à linha de ação (L).

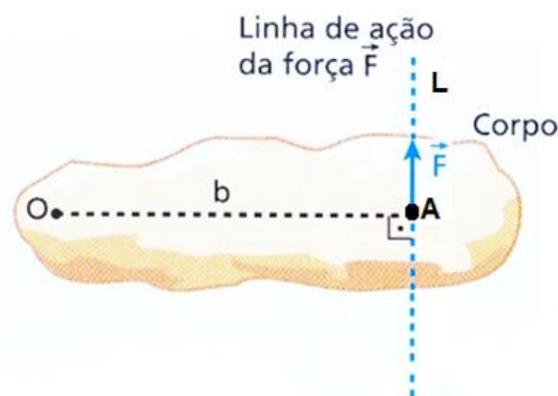


Figura 2.7 Indicação dos elementos geométricos: braço de alavanca (b), ponto de aplicação (A) e linha de ação (L). Fonte: *Helou* [3].

Essas particularidades trazem uma dificuldade substancial à compreensão por parte dos alunos do conceito geral, como iremos explicitando no decurso do texto. Na nossa visão, as situações que foram apresentadas, sendo casos particulares, não leva, de maneira alguma, à conclusão válida para o caso geral como foi colocado.

Vejamos como os autores então definem o torque em relação a um eixo.

Para definir escalarmente essa grandeza, considere um corpo sob ação da força \vec{F} e um eixo de rotação perpendicular ao plano da figura e passando pelo ponto O (polo do momento). A força \vec{F} e o ponto O estão no plano do papel.

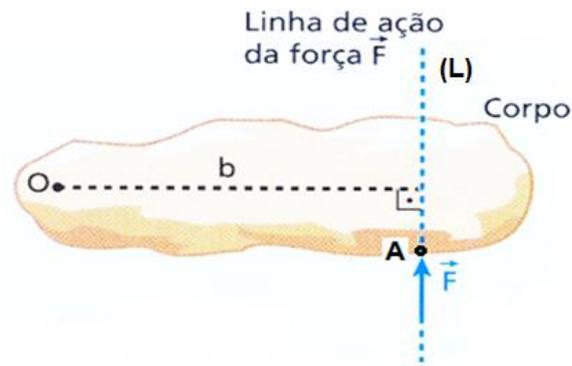


Figura 2.8 Indicação dos elementos geométricos: braço de alavanca (b), ponto de aplicação (A) e linha de ação (L). Fonte: Helou [3].

A distância b , de O até a linha de ação de \vec{F} é denominado **braço de \vec{F}** em relação a O . Assim, definimos:

Momento escalar (M) da força \vec{F} em relação a O [grifo nosso] é o produto da intensidade dessa força por seu braço em relação a O , precedido de um sinal algébrico arbitrário:

$$M = \pm F b \quad \text{eq 5}$$

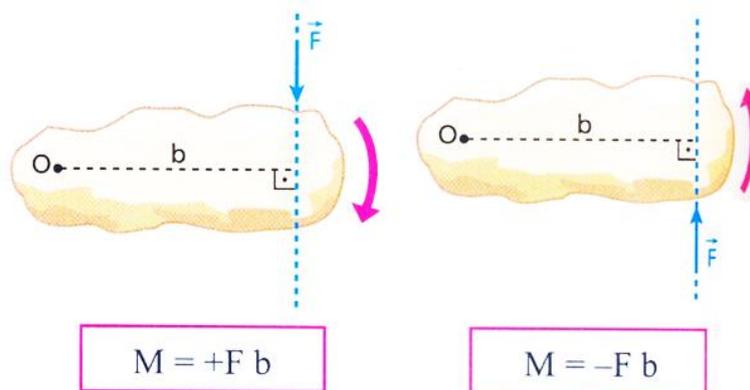


Figura 2.9 Convenção do sinal algébrico para os momentos. Fonte: Helou [3].

A finalidade do sinal algébrico (+ ou -) é distinguir momentos que correspondem a uma tendência de rotação no sentido horário daqueles que correspondem a uma tendência de rotação no sentido anti-horário.

Da maneira como foi colocada, os autores, ao referirem-se ao ponto O , estariam tratando do momento da força em relação a um ponto. Mas, essa grandeza é vetorial, e, esse caráter, não foi sequer mencionado. Notemos que o título da seção é: momento escalar de uma força em relação a um eixo, tendo nesse caso, o autor cometido uma impropriedade.

O produto da intensidade da força (F) pelo braço de alavanca (b) se referiria ao módulo (ou intensidade) desse vetor. A direção desse vetor seria a da reta perpendicular ao plano definido pela linha de ação da força e pelo segmento que tem como extremos os pontos O (polo) e A (ponto de aplicação da força). O sentido desse vetor é tal que, visto da extremidade do mesmo, o segmento OA gira no sentido anti-horário.

Ao longo do capítulo, nos exercícios resolvidos, é sempre explicitada a expressão momento em relação aos pontos A, B, C,...(polos).

Na seção seguinte, condições de equilíbrio do corpo extenso, ao tratarmos da condição de equilíbrio de rotação, os autores colocam:

A condição de equilíbrio de rotação de um corpo extenso sob a ação de um sistema de forças coplanares é que a soma algébrica dos momentos em relação a qualquer eixo perpendicular ao plano das forças seja nula: [grifo nosso].

$$\sum M = 0 \qquad \text{eq 6}$$

Notemos que agora os autores se referem a eixos, isso pode gerar a seguinte dúvida ao leitor do livro: estamos tratando de um momento em relação a um ponto, ou, de um momento em relação a um eixo.

Essa dúvida poderia desaparecer ao utilizarem-se as expressões: momento em relação a um eixo que tem como polo o ponto (O, A, B, C...), ou, de maneira mais simplificada: Momento em relação ao eixo que passa pelo polo...

Comprendemos que essa repetição possa ser cansativa, mas, a mesma é conceitualmente necessária.

Esses aspectos que acabamos de discutir, refletem a colocação que fizemos no tópico 3.

Falaremos um pouco agora a respeito do braço (b) da força, o qual se refere a um dos aspectos principais dessa dissertação: Nesse caso particular de forças coplanares e perpendiculares ao eixo de rotação (tópico 4), da maneira como foi definido o polo O, temos que:

Distância entre a linha de ação e o eixo de rotação = distância entre a linha de ação e o polo O

$$d(L, E) = d(L, O) \qquad \text{eq 7}$$

Para as três situações apresentadas pelos autores, o braço (b) é igual à distância (D) entre o ponto de aplicação (A) e o polo (O). Mas, vemos claramente que se trata dum caso bem particular.

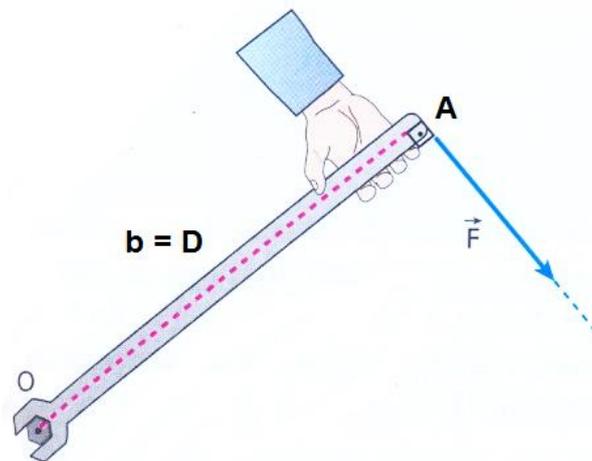


Figura 2.10 Figura ilustrando um caso particular em que o braço (b) é igual à distância (D) entre o ponto de aplicação (A) e o polo (O). Fonte: *Helou* [3].

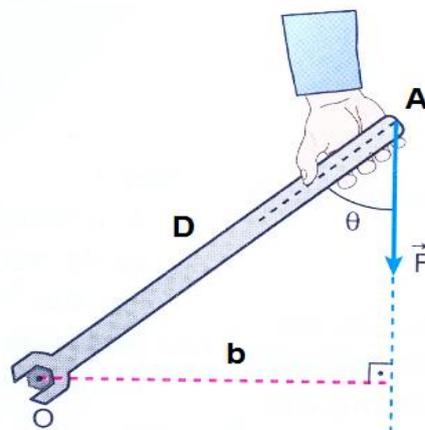


Figura 2.11 Indicação dos elementos geométricos: braço de alavanca (b), ponto de aplicação (A) e Distância entre o pólo (O) e o ponto de aplicação (D), $AO = D$. Fonte: *Helou* [3].

Geometricamente percebemos, que, num caso geral, a distância D corresponde ao comprimento de uma hipotenusa e o braço (b) ao comprimento de um cateto.

A princípio, não há problema nenhum no tratamento desse caso particular ($D = b$), contanto que ficasse claro para os estudantes que se trata duma

particularidade. A vivência de sala de aula me mostra que, na imensa maioria das vezes a percepção da particularidade não ocorre.

Para exemplificar, traremos uma questão de um exame vestibular realizado pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Podemos dizer que a questão colocou à prova a percepção por parte dos candidatos da particularidade anteriormente mencionada, ou seja, de perceber que o que realmente importa ao utilizarmos a intensidade de força aplicada é o braço de alavanca (b).

Num parque de diversões, há dois tipos de gangorra. Um gordinho (à esquerda) e um magrinho (à direita) brincam, sentando em uma gangorra de cada vez, como mostra a figura.

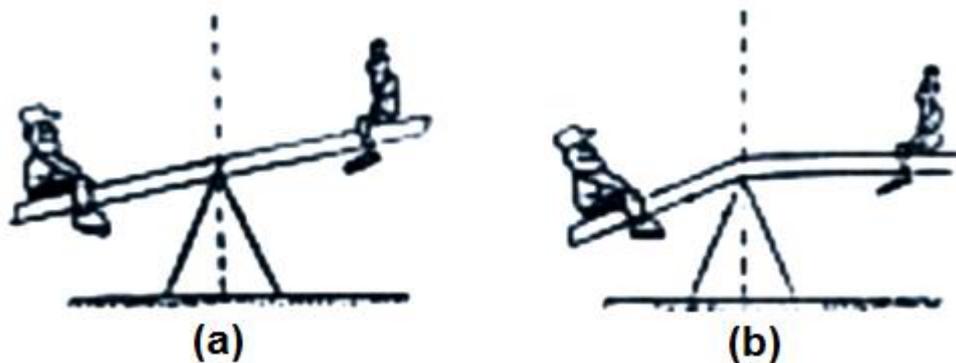


Figura 2.12 Sistema gangorra – meninos em equilíbrio estático (situação a) e em desequilíbrio (situação b). Fonte: *Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)*.

Depois de experimentá-las, descobrem que em apenas uma delas é possível permanecer em repouso sentadas, sem colocar os pés no chão. Admitindo que as crianças se sentam, em cada gangorra, à mesma distância do ponto de apoio, em qual das duas gangorras é possível que as crianças permaneçam em repouso, sem colocar os pés no chão? *Justifique sua resposta.*

Notemos que em ambas as situações, as distâncias entre os pontos de aplicações das forças que as crianças exercem sobre gangorra (forças de contato = resultante das forças normal e de atrito) estão à mesma distância do eixo de rotação, distância essa que corresponde ao comprimento de cada lado da gangorra, mas, só na segunda situação é possível o equilíbrio estático, na qual o braço da força aplicada pelo gordinho é menor que o braço da força aplicada pelo magrinho.

Sabemos que outra forma de enxergarmos a grandeza momento de uma força em relação a um eixo é:

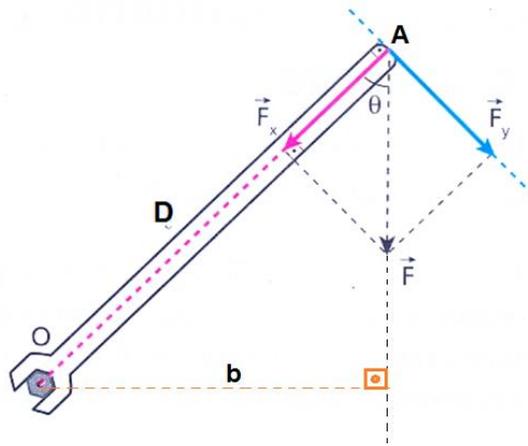


Figura 2.13 Uso da decomposição da força em componente “paralela” e “perpendicular” para o cálculo do momento. Fonte: *Helou* [3].

$$M_F = M_{F_y} \quad (F \cdot b = F_y \cdot D) \quad \text{eq 8}$$

Esse resultado é traduzido normalmente (de forma um tanto imprecisa) pela seguinte afirmação:

Somente a componente perpendicular da força contribui para o momento

Colocamos de forma imprecisa acima, pois deve ser enfatizado que ao falarmos em direção perpendicular, estamos tomando a reta definida pelos pontos O e A (\overrightarrow{OA}) como referência.

Ao apresentarmos aos estudantes as duas formas de “calcular” a intensidade do momento, notamos, ao analisarmos a apresentação (por parte dos estudantes) da resolução dos exercícios teóricos propostos, que há uma falta de entendimento, ou, de outra forma, uma falta de clareza dos elementos geométricos envolvidos.

Como exemplo, vamos analisar o caso dessa questão particular apresentado nos diversos livros-texto (de ensino médio e nível superior).

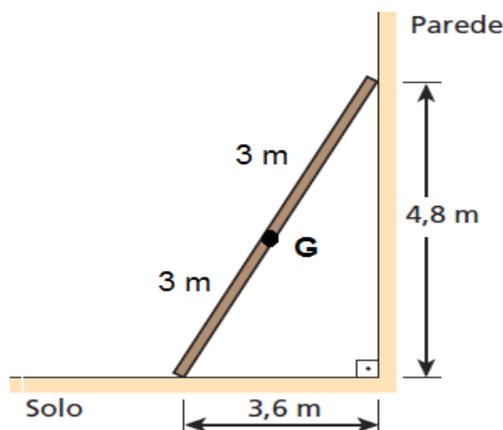


Figura 2.14 Escada em equilíbrio estático apoiada sobre o solo horizontal e uma parede vertical idealmente lisa. Fonte: *Helou* [3].

Ao calcularem a intensidade do momento da força Normal que a parede exerce sobre a escada na extremidade superior da mesma, em relação ao eixo horizontal que passa pela extremidade inferior da escada que toca o solo, é comum expressarem a intensidade desse momento como $N_{\text{parede}} \times 6 \text{ m}$, e não, como o que seria o correto $N_{\text{parede}} \times 4,8 \text{ m}$.

Chamo a atenção para o fato que é bastante persistente o cálculo do momento como $M = F.D$.

Faremos agora a análise do segundo livro didático: CURSO DE FÍSICA [4].

A estática de corpo extenso é tratada no apêndice A.1: Momento de uma força

O apêndice é iniciado pela discussão do conceito de corpo rígido, assim como dos conceitos de equilíbrio de translação e rotação, o que tem de principal novidade em relação aos capítulos anteriores é a definição do equilíbrio de rotação.

Consideremos, na figura 2.15, um corpo rígido que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, passando pelo ponto **O**. Suponhamos que seja aplicada ao corpo uma força \vec{F} , cuja linha de ação esteja a uma distância **d** de **O** (Observe que **d** é a distância perpendicular de **O** à linha de ação de \vec{F} , como mostra a figura 2.15).

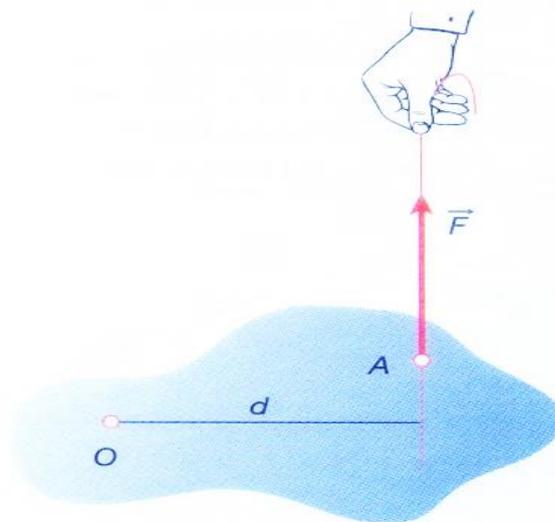


Figura 2.15 Indicação dos elementos geométricos: braço de alavanca (d), ponto de aplicação (A) e linha de ação. Fonte: *Alvarenga* [4].

É evidente que, sob a ação da força \vec{F} , o corpo tende a girar em torno do eixo que passa por O e que esta rotação será mais acentuada quanto maior for o módulo de \vec{F} (o corpo adquire maior velocidade angular em um dado intervalo de tempo). É fácil perceber experimentalmente [grifo nosso] que, além disso, quanto maior for o valor da distância d , mais acentuada será a rotação do corpo. Tendo em vista essas observações, os físicos definiram uma grandeza, usada para medir o efeito de rotação de uma força, denominada momento ou torque da força.

O momento, M , ou torque de uma força \vec{F} , que atua em um corpo, em relação a um eixo que passa pelo ponto O , é definido pela relação.

$$M = F \cdot d \quad \text{eq 9}$$

Em que d é a distância (perpendicular) de O à linha de ação de \vec{F} .

Com relação ao conceito de momento definido pelos autores, os comentários são semelhantes aos que fizemos em relação ao livro texto anterior.

Notemos que os autores colocam que o efeito de rotação seria mais acentuado quanto maiores fossem a intensidade da força F e do valor da distância d , e mais, que isso seria evidente (no caso da força) e, de fácil verificação experimental no caso da distância d .

Se considerarmos que se trata de uma análise qualitativa, a verificação experimental da eficiência da força em produzir a rotação ser crescente com F e d , não seria das mais difíceis. Mas, uma vez que a grandeza momento de força, a qual traduz essa eficiência (de produzir rotação acelerada) definida em seguida pelos

autores, em termos quantitativos é matematicamente DIRETAMENTE PROPORCIONAL a F e d . Cabe nos perguntarmos: a obtenção da verificação experimental quantitativa é possível? e se fosse, seria realmente fácil? O que temos disponível no momento (2014) em termos de atividades experimentais de caráter didático?

Para fecharmos o comentário a respeito desse livro-texto, reparemos que uma ausência sentida é a abordagem dos tipos de equilíbrio (estável, instável e indiferente).

Agora analisaremos o terceiro livro didático: COMPREENDENDO A FÍSICA [5].

A grandeza torque é apresentada na seção 3 – momento de força - do capítulo 9 – peso e equilíbrio.

Observe as figuras a seguir:

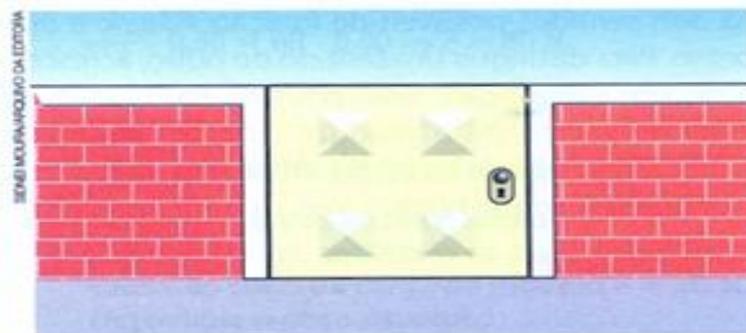


Figura 2.16 Vista frontal de um portão. Fonte: Gaspar [5].

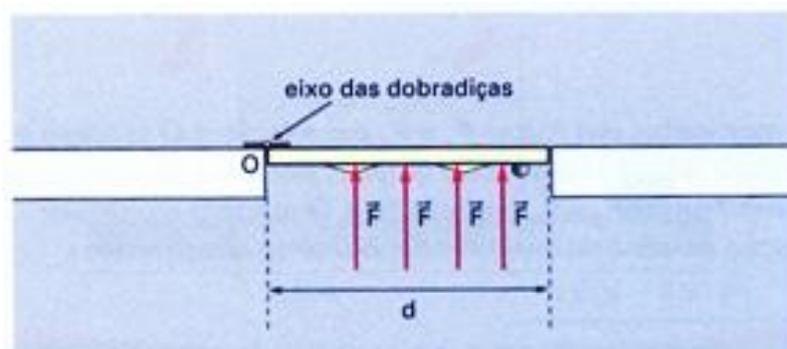


Figura 2.17 Representação de forças horizontais e perpendiculares a um portão atuando em pontos distintos do mesmo. Fonte: Gaspar [5].

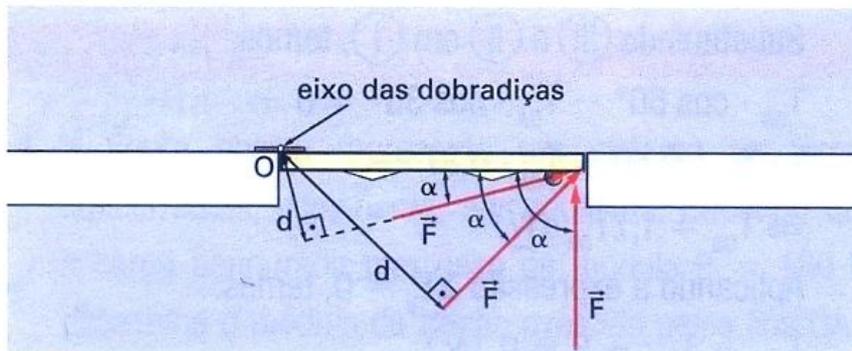


Figura 2.18 Representação de Forças de mesma intensidade atuando sobre a extremidade dum portão sob diferentes ângulos (α) com o mesmo e os correspondentes braços de alavanca (d).
Fonte: Gaspar [5].

Sabemos da nossa experiência cotidiana que é mais fácil abrir o portão quando a distância do ponto de aplicação da força \vec{F} ao eixo das dobradiças é maior. Se a força for aplicada sempre no mesmo ponto, mas em ângulos diferentes com o plano do portão, o efeito da força variará e será tanto maior quanto mais próximos de 90° forem esses ângulos. Para 90° o efeito é máximo. Pode-se notar na figura que, até 90° , quanto maior o ângulo α , maior é a distância d medida do eixo das dobradiças à linha de ação da força; para 90° essa distância é a medida do portão [grifo nosso].

Portanto, o efeito da força está relacionado à rotação do corpo rígido (portão) e depende do módulo da força e da distância da linha de ação da força ao eixo. A esse efeito denominamos momento ou torque de uma força.

Com base nessas observações, podemos definir momento ou torque de uma força em relação ao ponto O , $M_O^{F^*}$. Sendo d a distância de \vec{F} a O – comprimento do segmento da perpendicular que liga O à linha de ação de \vec{F} -, define-se o módulo do momento da força \vec{F} como o produto do módulo de \vec{F} pela distância d .

Matematicamente, o módulo do momento da força \vec{F} em relação ao ponto O ($M_O^{F^*}$) é expresso por:

$$M_O^F = F \cdot d \quad \text{eq 10}$$

Mas o momento da força tende a produzir rotação e há dois sentidos possíveis de rotação: *horário* e *anti-horário*. Para distinguir um sentido do outro, acrescentamos, por convenção, sinal positivo ao módulo do momento que tende a produzir rotação no sentido anti-horário e negativo quando a tendência de rotação é exercida no sentido horário. Veja a figura a seguir:

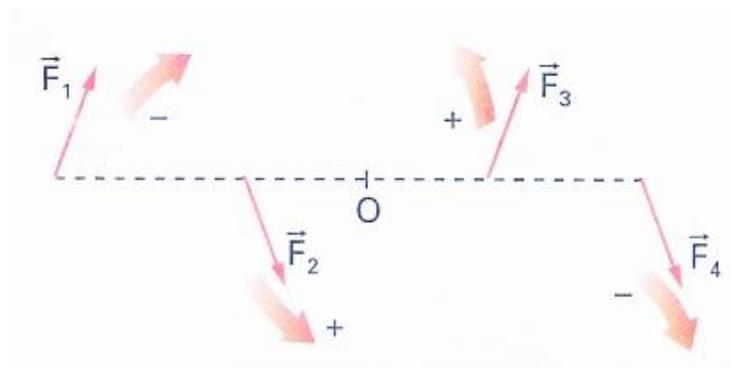


Figura 2.19 Convenção do sinal algébrico para os momentos. Fonte: Gaspar [5].

A unidade de momento não tem nome específico. Ela é dada pelo produto da unidade da força, newton, pela unidade de distância, metro. Portanto a unidade de momento é newton . metro, ou, N . m.

A respeito do tratamento dado ao assunto pelo autor Alberto Gaspar, notamos que: novamente, como nos dois livros anteriormente analisados, é feita a análise da situação particular em que a linha de ação está contida num plano perpendicular ao eixo de rotação. O autor definiu o momento de força em relação a um ponto, definindo o módulo do mesmo como $F \cdot d$, não sendo comentado nada a respeito da direção e ao sentido do vetor, natureza vetorial essa, que não foi explicitada.

Quanto ao braço de alavanca da força (notado por \mathbf{d} pelo autor), a abordagem dada pelo autor foi bastante interessante para que o aluno pudesse compreender a influência do braço no efeito de rotação de uma força. Pela análise das duas situações apresentadas pelo autor notamos que:

- para forças que possuem uma dada intensidade e direção (perpendiculares ao portão no caso apresentado), quanto maior o valor da distância entre o ponto de aplicação (A) e o eixo (E) [distância essa que representaremos por D], maior é o efeito de giro (intensidade do momento, M).
- para forças aplicadas em um dado ponto (A), no caso, correspondendo a uma dada distância D ao eixo; para diferentes ângulos α entre a linha de ação (L) e o segmento OA, o efeito é máximo para 90° e, nulo para 0° logo, pode-se concluir que o efeito girante depende de D e, também, de α , ou seja, não

depende somente de D . Dos triângulos retângulos destacados na figura, tomados de modo que o **braço** de alavanca, expresso por

$$d = D \cdot \sin \alpha \quad \text{eq 11}$$

é, **por hipótese**, o **elemento geométrico determinante** na intensidade do **momento** de força. Cabendo então a verificação **experimental**, o que de fato acontece. A formulação da hipótese é a seguinte:

Notemos que: o torque é nulo para $D = 0$ ou $\alpha = 0$, e que o mesmo é crescente com F , D e α (No 1º quadrante), sendo máximo para $\alpha = 90^\circ$. Uma hipótese razoável é que tenha a forma

$$F \cdot D \cdot \sin \alpha = F \cdot d \quad \text{eq 12}$$

Uma observação que cabe salientar é quanto a afirmação de que o efeito girante aumenta com D . Isso somente é verdade para um ângulo α não nulo.

Feita a análise bibliográfica dos três livros texto, com respeito à apresentação teórica, vamos partir agora para analisar as atividades experimentais que foram sugeridas pelos autores.

Começando por TÓPICOS DE FÍSICA [3], notamos que, infelizmente, não são sugeridas atividades experimentais na obra analisada.

Passemos agora ao livro CURSO DE FÍSICA [4]: Notamos que foram sugeridas três atividades experimentais, são elas:

- Em que condições é possível manter a caixa da figura 5.20 em equilíbrio na posição mostrada;
- por que a estrutura mostrada na figura 5.21 (constituída por martelo e régua) não cai, apesar de ter somente a extremidade da régua apoiada na mesa;
- por que, na figura 5.22, a pessoa pode assumir, sem cair, a posição mostrada na esquerda, mas não consegue repetir a experiência se estiver encostada em uma parede. Procure fazer estas experiências.

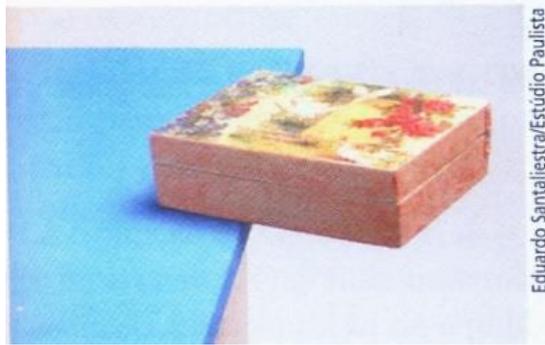


Figura 2.20 Caixa em equilíbrio estático apoiada na extremidade de uma mesa horizontal. Fonte: *Alvarenga* [4].



Figura 2.21 Sistema martelo-haste em equilíbrio estático apoiada na extremidade de uma mesa horizontal como exemplo lúdico do conceito de centro de massa. Fonte: *Alvarenga* [4].

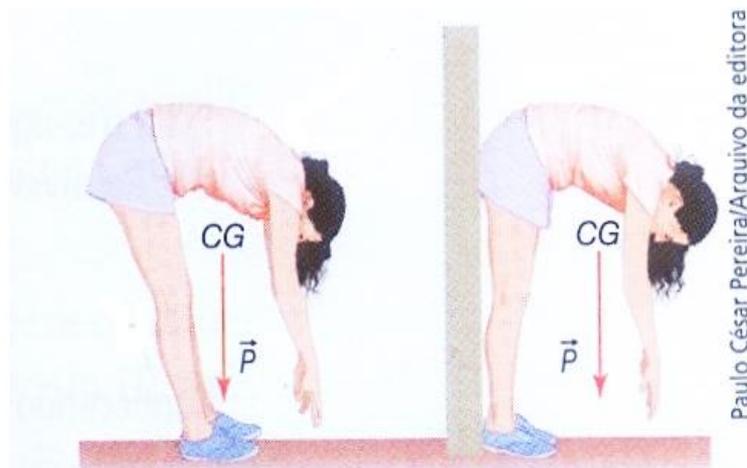


Figura 2.22 Pessoa tentando equilibrar-se segurando a ponta dos pés, como exemplo lúdico do conceito de centro de massa. Fonte: *Alvarenga* [4].

Além disso, em termos experimentais, é também sugerido o site da UNESP (www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/).

Para completar os três livros-texto selecionados, analisaremos a atividade experimental referente à estática de corpo extenso sugerida no livro **COMPREENDENDO A FÍSICA** [5]:

Na seção 4 das atividades práticas temos a seguinte atividade:

Determinação experimental do centro de gravidade.

Esta atividade baseia-se em um conceito simples sobre o equilíbrio dos corpos suspensos. Veja a figura

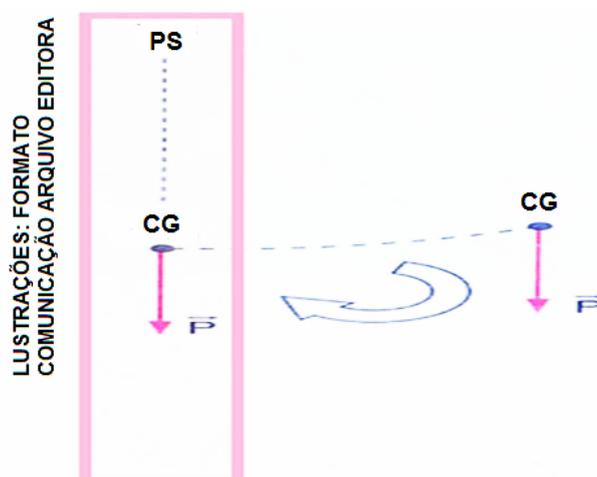


Figura 2.23 Corpo suspenso em equilíbrio estável. Fonte: Gaspar [5].

Se o ponto de suspensão (**PS**), pelo qual o corpo rígido é pendurado (para facilitar a compreensão, usamos uma barra para representar o corpo), estiver acima do seu centro de gravidade (**CG**), sempre que ele for deslocado para um lado, o momento do peso \vec{P} desse corpo em relação ao ponto de suspensão tende a trazê-lo à posição de equilíbrio inicial, em que **PS** e **CG** estão na mesma vertical. Trata-se, portanto, de uma posição de *equilíbrio estável*, para a qual tendem todos os corpos rígidos suspensos.

Então, se pendurarmos qualquer corpo rígido em um prego, por exemplo, e o deixarmos movimentar-se livremente, ele vai assumir a posição de equilíbrio estável tal que o seu **CG** fique na mesma vertical que passa por **PS**. Se pendurarmos esse corpo por furos feitos em posições diferentes, todas as verticais que passam por esses furos quando estiver em equilíbrio estável vão passar pelo centro de gravidade do corpo, ou seja, o **CG** estará no cruzamento de todas essas verticais.

Para verificar isso, desenhe em um pedaço plano de papel-cartão uma figura qualquer (o triângulo da figura a seguir é um exemplo) e recorte-a. Faça dois ou três furos na borda da figura e pendure-a num suporte ou fio vertical por um desses furos. Com o auxílio de um fio de prumo (você pode improvisá-lo pendurando um

chumbinho de pesca no próprio fio em que a figura está pendurada), trace uma reta vertical que passe pelo ponto de suspensão, Veja a figura:

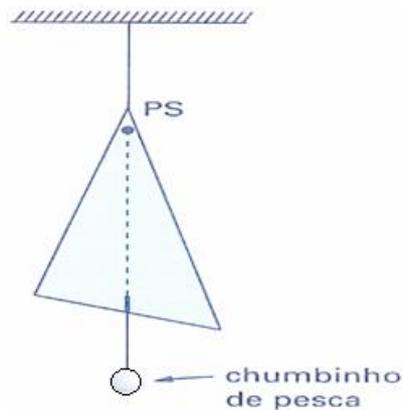


Figura 2.24 Corpo suspenso em equilíbrio estático, com um fio de prumo indicando a vertical que passa por um primeiro ponto de suspensão. Fonte: Gaspar [5].

Convém marcar uma referência na parte inferior da figura (traço mais grosso) enquanto a figura estiver pendurada e traçar a vertical com uma régua depois. Repita o procedimento pendurando essa figura pelos outros furos.

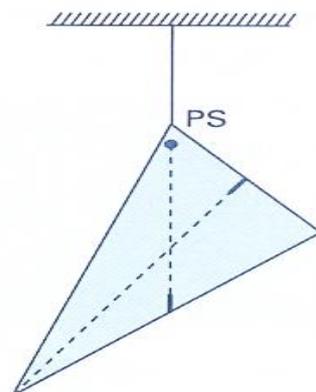


Figura 2.25 Corpo suspenso em equilíbrio estático, com um fio de prumo indicando a vertical que passa por um segundo ponto de suspensão. Fonte: Gaspar [5].

O cruzamento dessas retas será o centro de gravidade da figura

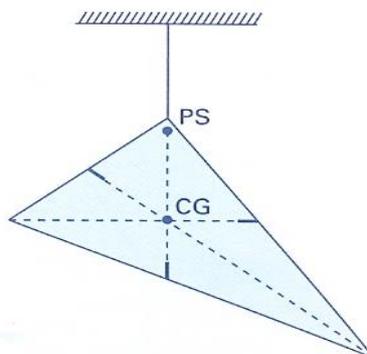


Figura 2.26 Corpo suspenso em equilíbrio estático, com um fio de prumo indicando a vertical que passa por um terceiro ponto de suspensão. Fonte: Gaspar [5].

É possível verificar se essa determinação está correta improvisando um apoio com uma ponta fina e nele colocando a figura sobre o centro de gravidade, horizontalmente – ela deve permanecer em equilíbrio.

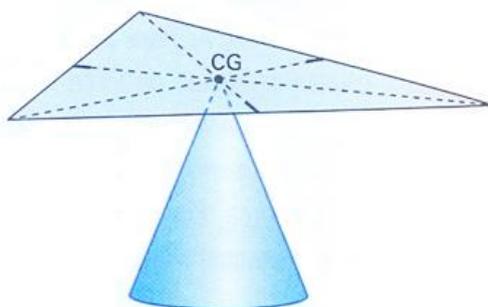


Figura 2.27 Corpo em equilíbrio estático apoiado em um "bico". Fonte: Gaspar [5].

Farei duas observações a fazer em relação ao que foi visto na teoria antes de ser sugerida essa atividade: Não foram discutidos os tipos de equilíbrio, assim como, também, não foi vista a questão dum corpo em equilíbrio sob a ação de somente duas forças, situação essa que tem num corpo suspenso sob a ação do peso e da força exercida no ponto de suspensão como um exemplo.

Embora não conste entre os livros-texto que foram analisados (teoria e propostas experimentais) anteriormente, por ser um livro muito utilizado, analisaremos as atividades experimentais propostas no seguinte livro didático: OS FUNDAMENTOS DE FÍSICA [6].

As atividades constam na parte 7 (estática, hidrostática e hidrodinâmica), capítulo 19 (estática dos corpos extensos), seção atividade experimental.

Realize as experiências com a supervisão do seu professor.

O equilíbrio e o centro de gravidade

1ª experiência

Espete dois garfos idênticos na parte lateral de uma rolha. Em seguida atravesse a rolha num prego, como indica a foto. Depois, apoie o sistema pela ponta do prego numa superfície qualquer.

- que tipo de equilíbrio apresenta o sistema? Por que ?
- Onde se localiza o centro de gravidade em relação ao ponto de apoio?

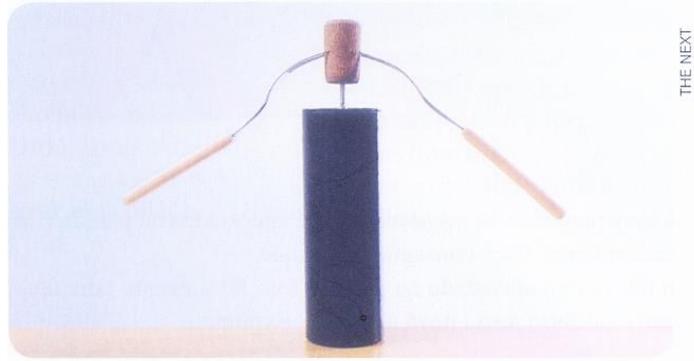


Figura 2.28 Sistema garfos-rolha-prego em equilíbrio estático apoiado pelo ponta do prego numa superfície horizontal. Fonte: *Ramalho [6]*.

2ª experiência

Com uma régua de madeira, um martelo e um cordão, monte o sistema indicado na foto. Ele permanece em equilíbrio com uma régua apoiada numa mesa. Para que haja equilíbrio, como deve estar o centro de gravidade do sistema em relação à base de apoio.



Figura 2.29 Sistema martelo-haste em equilíbrio estático apoiada na extremidade de uma mesa horizontal como exemplo lúdico do conceito de centro de massa. Fonte: *Ramalho [6]*.

3ª experiência

Pegue uma vassoura e mantenha-a em equilíbrio na posição horizontal, apoiada entre os dedos indicadores, que são mantidos bem afastados.

- tente deslizar os dedos, um de encontro ao outro. Você notará que um dos dedos desliza enquanto o outro fica parado, até que depois de alguns instantes também começa a deslizar. Explique por quê.
- Num certo ponto os dedos se encontram. A vassoura fica em equilíbrio apoiada neles?
- Qual parte da vassoura pesa mais, a da direita ou a da esquerda do ponto de apoio?



Figura 2.30 Vassoura em equilíbrio na posição horizontal, apoiada entre os dedos indicadores, que são mantidos bem afastados. Fonte: *Ramalho [6]*.

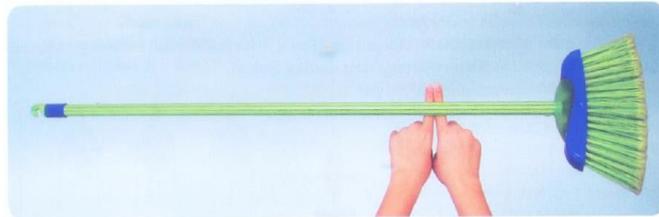


Figura 2.31 Vassoura em equilíbrio na posição horizontal, apoiada entre os dedos indicadores, que são mantidos bem juntos. Fonte: *Ramalho [6]*.

4ª experiência

Fique em pé, em frente a uma parede e com os dedos encostados na parede (figura 5.30). Tente em seguida, ficar em equilíbrio levantando os calcanhares. Você consegue? Explique.

Agora, fique em pé com um ombro encostado na parede (figura 5.31). Levante lateralmente a perna mais afastada da parede. Você consegue ficar em equilíbrio nessa nova situação. Explique



Figura 2.32 Adolescente em pé, em frente a uma parede e com os dedos encostados na mesma, para que em seguida, tentar ficar em equilíbrio levantando os calcanhares. Fonte: *Ramalho [6]*.



Figura 2.33 Adolescente em pé com um ombro encostado na parede. Levante lateralmente a perna mais afastada da parede, para que em seguida levantando lateralmente a perna mais afastada da parede verificar se consegue ficar em equilíbrio nessa nova situação. Fonte: *Ramalho [22]*.

5ª experiência

Desenhe o mapa do Brasil numa folha de cartolina e em seguida o recorte. Descreva um método que permita determinar o centro de gravidade do mapa.

Como podemos notar até o presente momento, as experiências propostas nos livros-textos versam basicamente sobre centro de gravidade e tipos de equilíbrio, talvez, por um caráter mais lúdico que as mesmas possuem. Notamos a falta de experiências que tratam da formulação do torque.

CAPÍTULO 3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA EXPERIMENTAL

Neste capítulo apresentamos uma descrição detalhada do aparato experimental construído, bem como uma sugestão de sequência didática para o professor.

3.1. Aparato experimental

3.1.1. Material

Antes de descrever detalhadamente as partes que compõe o aparato experimental, observemos as duas figuras seguintes (3.1 e 3.2) para que tenhamos uma visão geral do aparato.

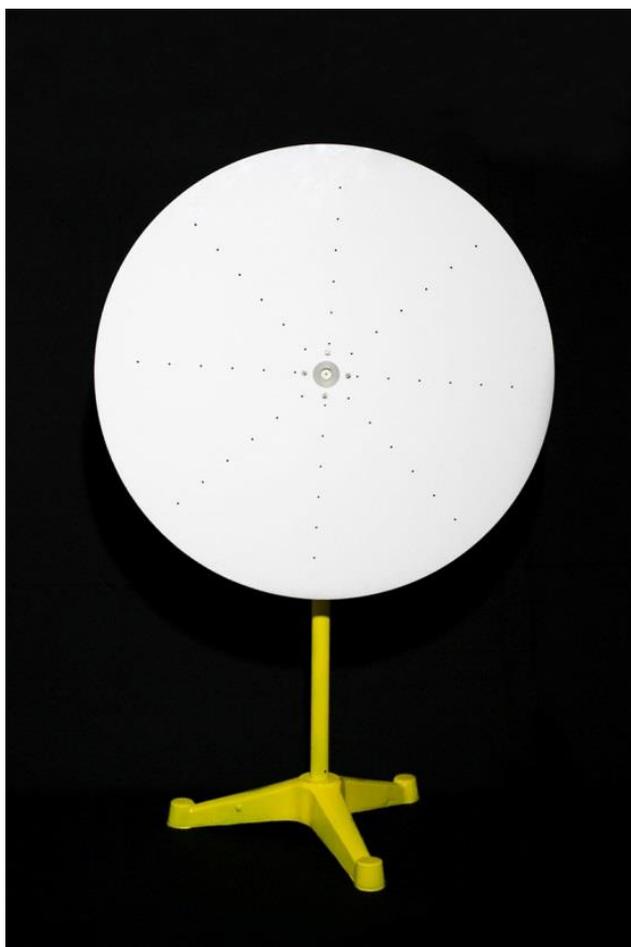


Figura 3.1 Vista frontal do aparato completo, com o disco acrílico no plano vertical.

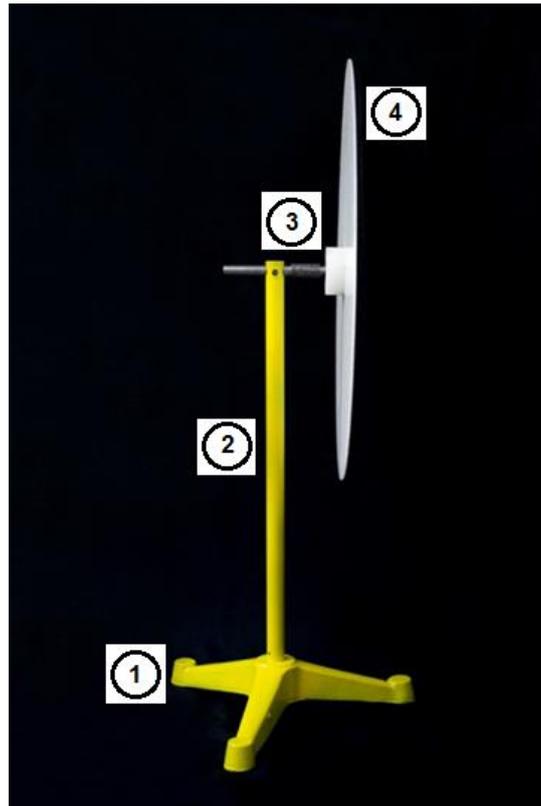


Figura 3.2 Vista lateral do aparato completo com o eixo na direção horizontal e o disco acrílico no plano vertical.

Podemos dizer que o aparato é composto fundamentalmente de 4 (quatro) partes principais; pela figura 3.2 são elas:

- 1) Base (parte 1);
- 2) Haste (parte 2);
- 3) Conjunto eixo – rolamento - base acrílica (parte 3);
- 4) Disco acrílico (parte 4).

A parte 3 é observada com detalhe na figura 3.3 a seguir:

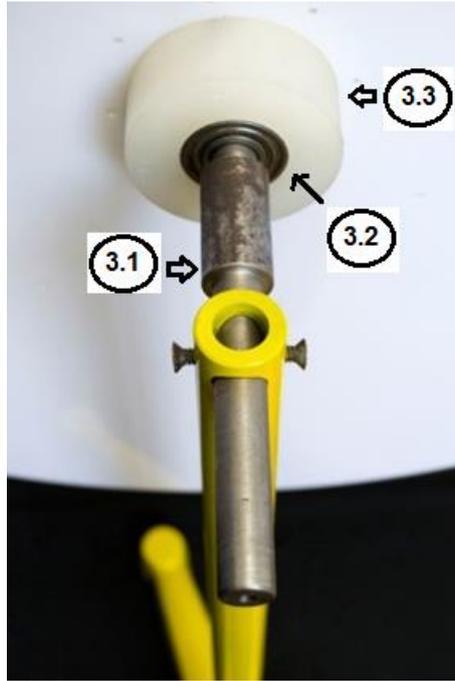


Figura 3.3 Vista traseira superior do conjunto: haste – eixo (parte 3.1) – rolamento (parte 3.2) – base acrílica (parte 3.3) – disco acrílico.

Para que tenhamos uma ideia clara da disposição das partes 2 (dois), 3 (três) e 4 (quatro) vejamos as figuras 3.4 e 3.5 a seguir:

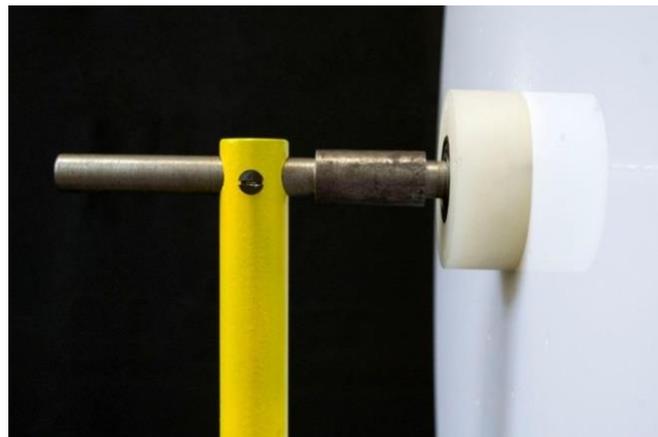


Figura 3.4 Vista lateral do conjunto: haste – eixo – rolamento – base acrílica – disco acrílico.



Figura 3.5 Detalhe do eixo e da base acrílica na qual o rolamento é fixado. Os parafusos prendem o disco à base acrílica.

Passemos agora à descrição detalhada de cada parte principal que compõe o aparato:

- Parte 1(base)

Base triangular de aço, de 42 cm de lado, rosqueada no centro.



Figura 3.6 Vista superior da Base.

- Parte 2 (haste)

Haste de aço com 68 cm de altura, 3 cm de diâmetro, rosqueada em uma extremidade e perfurada radialmente e longitudinalmente (na outra extremidade), como visto nas figuras 3.7 e 3.8 a seguir:

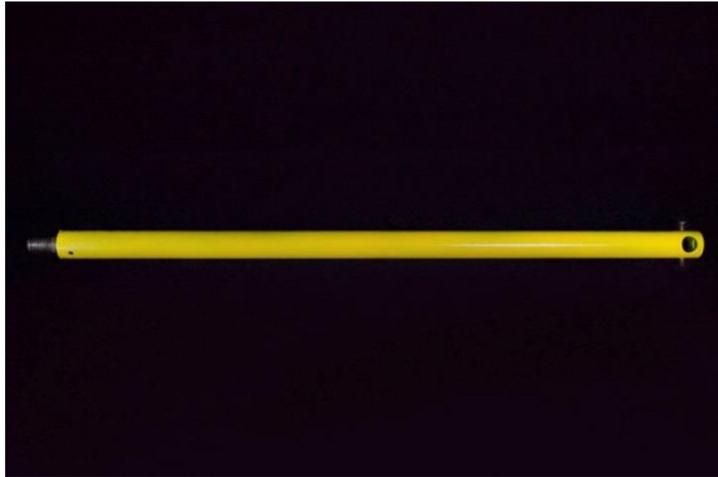


Figura 3.7 Vista "lateral" da haste.



Figura 3.8 Vista superior da haste, na qual podemos visualizar o orifício longitudinal na extremidade superior da mesma.

- Parte 3 (Conjunto eixo – rolamento - base acrílica).

- parte 3.1 (eixo)

Cilindro de aço com 20 cm de comprimento e 1,5 cm de diâmetro (figura 3.3 anterior).

- parte 3.2 (rolamento)

Rolamento de aço, com 1,5 cm de diâmetro interno e 4 cm de diâmetro externo (figura 3.3 anterior).

- parte 3.3 (base acrílica)

Peça acrílica cilíndrica com 8 cm de diâmetro externo e 4 cm de diâmetro interno (figura 3.3 anterior).

- Parte 4 (disco acrílico)

O disco visto na figura 3.1 anterior, possui 4 mm de espessura e 70 cm de diâmetro, com furação de 4mm de diâmetro espaçados de 5 cm ao longo de cada raio. Como podemos ver, são 8 (oito) raios equidistantes (45°). O disco de acrílico foi cortado / furado numa máquina a laser, mesmo assim, devido a não uniformidade da placa de acrílico que originou o disco, assim como da base de acrílico na qual o conjunto disco – eixo / rolamento foi fixado, fez com que o centro de gravidade (CG) do sistema não estivesse perfeitamente localizado sobre o eixo, o que fez com que houvesse um pequeno torque em relação ao próprio eixo relativo ao peso do conjunto.

Como partes “secundárias” do aparato experimental, temos conforme as figuras 3.9 e 3.10 a seguir:

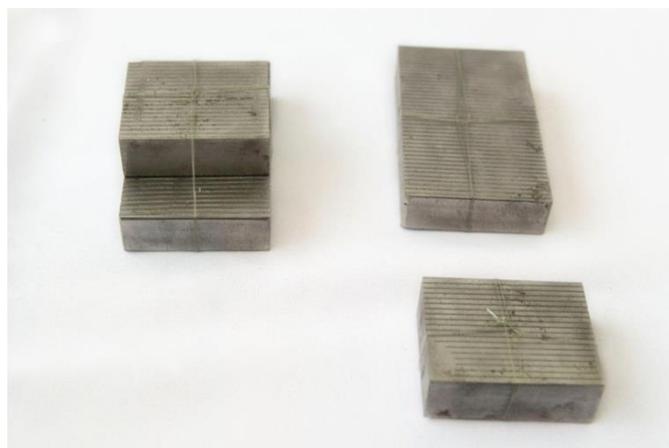


Figura 3.9 Massas de 408 g, 970 g e 1406 g. É mostrado na figura o arranjo com linha de pesca para suspensão dos mesmos.



Figura 3.10 Linha de artesanato e anzol de pesca. (utilizados para: suspensão dos pesos em uma extremidade e fixação ao disco acrílico na outra).

3.1.2 Montagem

i) Uma vez que o sistema parte 3 (conjunto eixo – rolamento - base acrílica) – parte 4 (disco acrílico) fica permanentemente unido, começaremos explicando como o mesmo é montado.

Inicialmente o rolamento é fixado ao eixo por pressão. Em seguida o rolamento é fixado à base acrílica também por pressão, ou seja, rolamento - eixo e rolamento - base acrílica ficam unidos devido ao atrito. Está montada então a parte 3 do aparato (Observe a figura 3.3 anterior).

ii) O disco acrílico (parte 4) é, então, unido à parte 3 através de parafusos, conforme a figura 3.5 anterior.

iii) Depois de montado o sistema parte 3 - parte 4 fixa-se a parte 2 à parte 1 por rosqueamento, conforme a figura 3.11 a seguir:



Figura 3.11 Detalhe da fixação da haste à base.

iv) De posse dos sistemas parte 3 - parte 4 e parte 1 – parte 2, o eixo é inserido num dos orifícios existentes na extremidade da haste e fixado então com o uso de parafusos, havendo então duas possibilidades:

1ª possibilidade: Uso do orifício transversal, conforme as figuras 3.2, 3.3 e 3.4 anteriores. Nesse caso, o eixo fica na posição horizontal e o disco acrílico contido num plano vertical.

2ª possibilidade: uso do orifício longitudinal (figura 3.8). Nesse caso, fica então o eixo na direção vertical e o disco acrílico contido num plano horizontal, conforme a figura 3.12 a seguir:



Figura 3.12 Vista frontal do aparato completo, com o disco acrílico no plano vertical.

3.1.3 Tomada de dados

Uma das massas que foram apresentadas na figura 3.9 é suspensa pelo anzol, descrito na figura 3.10. O sistema completo está apresentado na figura 3.13 a seguir.

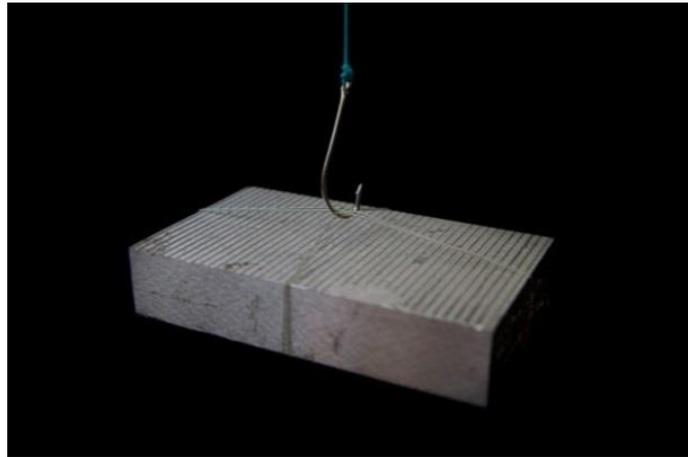


Figura 3.13 Detalhe do peso em suspensão.

Em seguida, o anzol da outra extremidade do fio é introduzido num dos furos do disco acrílico, conforme podemos ver pelas figuras 3.14 e 3.15 a seguir:

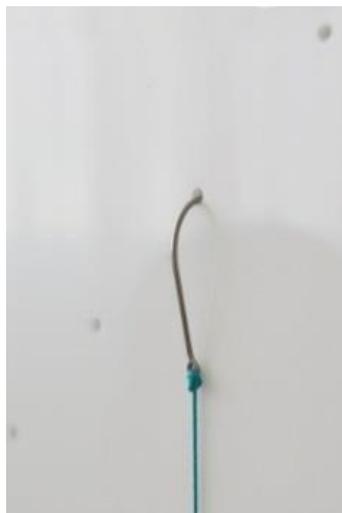


Figura 3.14 Detalhe da "fixação" do anzol de pesca ao disco acrílico.

De maneira geral, ao serem fixados os pesos, o sistema disco-pesos não estará em equilíbrio. Nesse caso, gira-se o disco até acharmos, por tentativas, a posição de equilíbrio estático. Conforme a figura 3.15 a seguir.

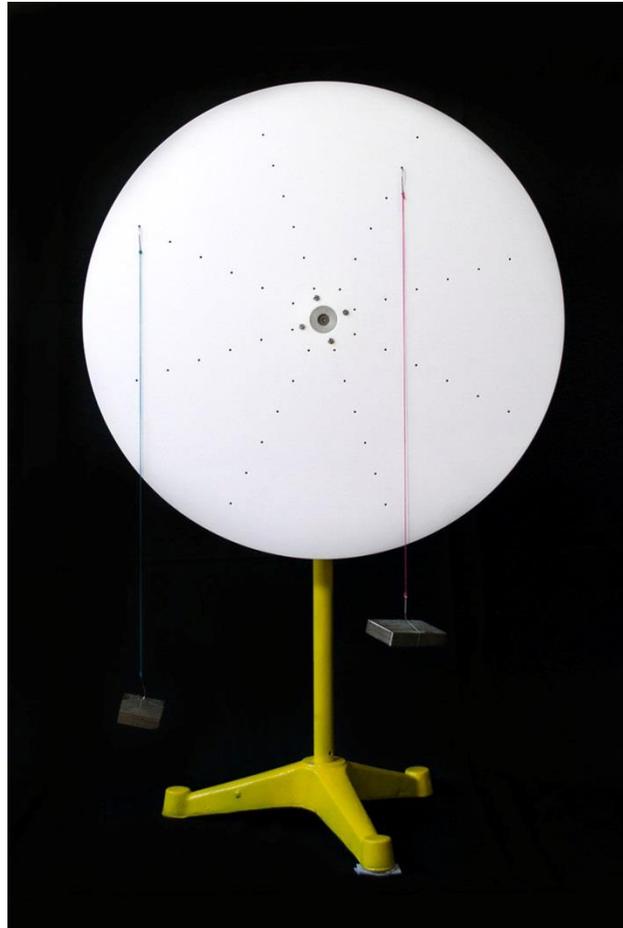


Figura 3.15 Vista frontal do disco acrílico em equilíbrio estático submetido à ação do próprio peso, da força de contato no eixo e das trações. Vemos também os pesos em equilíbrio suspensos pelos fios.

Como sabemos, o braço de alavanca corresponde, por definição, à distância entre o eixo e a linha de ação da força em questão (para forças contidas num plano perpendicular ao eixo). Nesse caso, a linha de ação da tração possui a direção do fio, e está “materializada” pelo próprio fio. Na situação em questão, trata-se geometricamente do comprimento do segmento da perpendicular comum ao eixo e ao fio. Vemos então nas figuras 3.16 e 3.17 a seguir, a medida direta do braço de alavanca da tração utilizando-se para isso uma régua comum milimetrada.

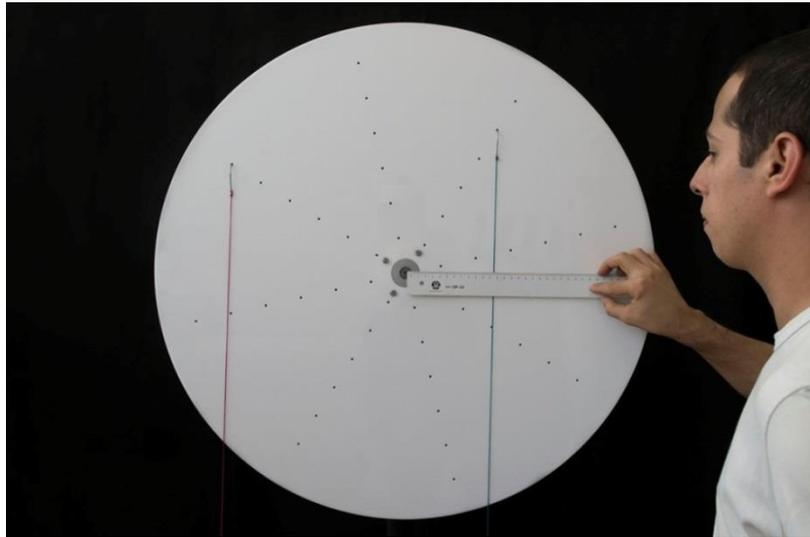


Figura 3.16 Medição direta do braço de alavanca, utilizando-se uma régua milimetrada.

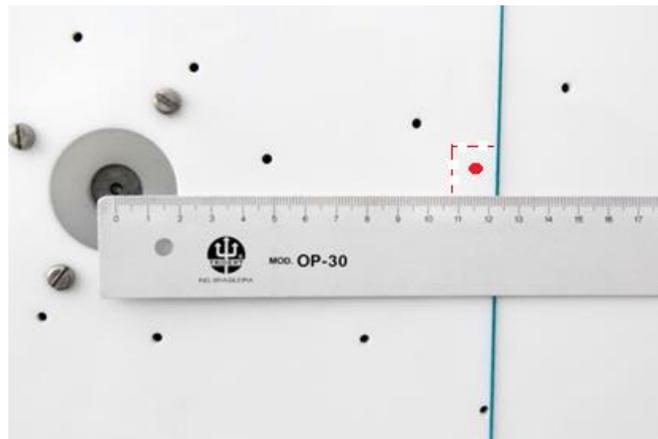


Figura 3.17 Detalhe da medição do braço de alavanca..

Como há atrito no eixo, ou melhor dizendo, na junção eixo – base acrílica, este faz com que houvesse uma faixa angular correspondendo às posições de equilíbrio. Para tentarmos minimizar a influência do atrito, foi estimada uma posição central de equilíbrio. Para isso, foram observadas as posições extremas referentes ao equilíbrio. Foi considerado uma incerteza de 2 mm associada às medidas de cada braço de alavanca.

Os pontos correspondentes ao mesmo raio foram numerados de 1 (um) a 6 (seis), sendo o ponto 1(um) o ponto mais próximo do eixo de rotação e o ponto 6 (seis) o mais externo do eixo, conforme a figura 3.18 a seguir:

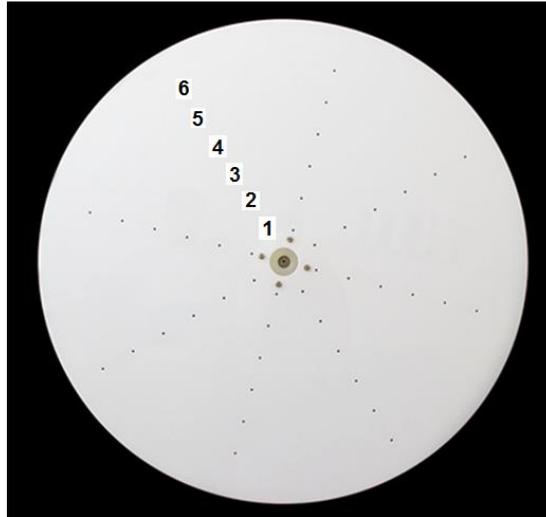


Figura 3.18 Figura ilustrando o modo como foram numerados os pontos de aplicação das forças.

O ângulo entre os raios que contém os dois pontos do disco, pelos quais, foram suspensos os pesos, foi denominado ângulo central (β).

Para exemplificar utilizemos a montagem à qual se refere figura 3.16:

Temos, nesse caso, trações que apresentam tendências de giro opostas. A tração que correspondente à tendência de giro no sentido Anti-horário (A) atua no ponto 6 (seis), enquanto a tração correspondente à tendência de giro no sentido Horário (H) está atuando no ponto 5(cinco). O ângulo central nesse caso é de 90° .

3.2 Sequência didática

Experimento 1

Objetivo:

Verificar que o fator geométrico determinante no momento de força não pode ser a distância entre o ponto de aplicação (A) da força e o eixo.

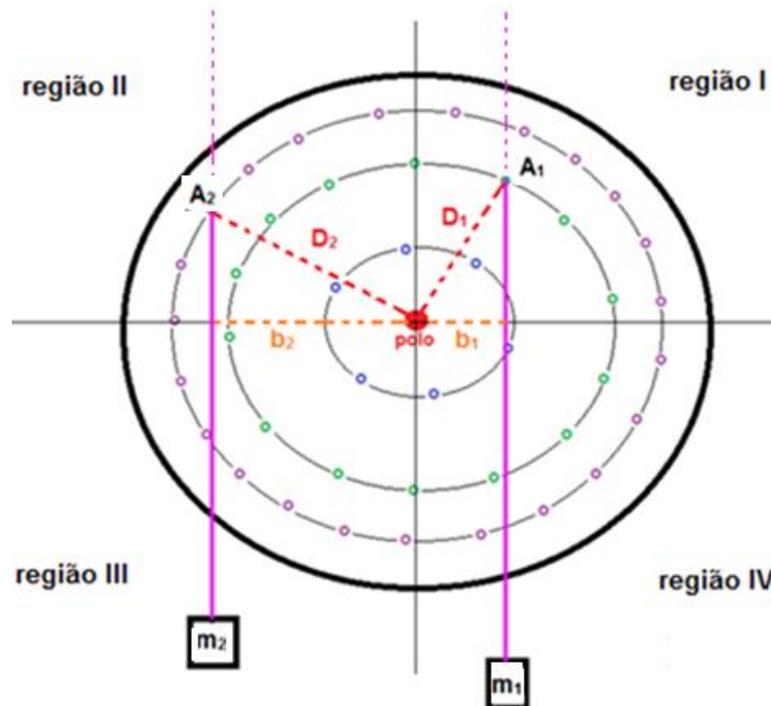


Figura 3.19 Figura ilustrativa indicando os braços de alavanca e as distâncias entre os pontos de aplicação e o eixo, para cada tração atuante no disco.

Antes da realização deste experimento, sugiro que se faça uma discussão com os alunos a respeito da situação cotidiana da abertura de uma porta. Essa situação é, na minha opinião, muito bem abordada no livro *Compreendendo a física* [5] do autor Alberto Gaspar. Conforme comentamos anteriormente no capítulo 2 desta dissertação, é possível, a partir da análise dessa situação, a elaboração da hipótese do braço de alavanca ser o fator geométrico determinante na eficiência de uma força em produzir rotação; elaboração de hipótese esta que é, segundo Gil e Castro [15], um dos aspectos das atividades científicas que podem ser explorados nas atividades didáticas investigativas, pois ressaltam a importância das mesmas.

Procedimento experimental :

1.1. Escolher pontos do disco para fixar os conjuntos (sistemas) fio/peso, sendo um sistema fixado na região I (que chamaremos de sistema **1**) e o outro (que chamaremos, então, de sistema **2**) na região II. Fazer um esquema no caderno.

1.2. Discutir a respeito das forças que atuam no disco, assim como a tendência de giro correspondente a cada força (tração) atuante (desprezando o atrito).

1.3. Segurando o disco para que não rotacione (caso a posição já não seja a de equilíbrio), identificar e medir as respectivas distâncias (D_1 e D_2) entre os pontos de aplicações das forças exercidas pelo fio (tração) sobre o disco e o eixo e os correspondentes braços de alavancas (b_1 e b_2) correspondentes às trações \vec{T}_1 e \vec{T}_2 , conforme a figura 3.19 anterior.

1.4. Mantendo A_1 na região I e A_2 na região II, girando o disco, procurar a posição de equilíbrio, **analisando qualitativamente /quantitativamente** as mudanças (caso haja) em D e/ou b , referentes a cada sistema fio/peso.

1.5. Verificando a existência de uma **única** posição de equilíbrio (nessas condições), e, levando em conta os valores de D e b : discutir com os alunos que podemos concluir disso?

Observação: Como os valores de D não mudam ao girar o disco, assim como não mudam as intensidades das trações. Caso a intensidade do momento de uma força dependesse somente de F e D , em termos lógicos: ou todas as posições seriam de equilíbrio, ou nenhuma posição seria de equilíbrio. Como só há uma única posição, conclui-se que a intensidade do momento de força não depende somente de F e D .

1.6. Verificado que o fator determinante para o momento de uma força pode ser o braço de alavanca, mas não a distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo, cabe agora uma análise da dependência QUANTITATIVA da intensidade do momento em relação à intensidade da força (F) e ao braço (b) num outro experimento.

Experimento 2

Objetivo:

Obtenção da expressão da intensidade do momento de força ($M = F \times b$)

Procedimento experimental :

2.1. Dispondo de um conjunto de massas conhecidas ($m_1, m_2, m_3, m_4, \dots, m_n$): Colocar uma delas (m_i) fixa a um ponto da região **I** e a outra (m_j) fixa a um ponto da região **II**, para em seguida montar uma tabela indicando os valores das massas (m_i e m_j) e os respectivos braços de alavanca (b_i e b_j) em relação ao eixo, referentes a cada situação de equilíbrio.

Nesse caso, pode-se discutir com os alunos formas de apresentação dos dados.

Observações:

- Uma sugestão de um procedimento um pouco mais direcionado é que: como estamos interessados em chegar à relação $F_i \times b_i = F_j \times b_j$, podemos não informar o valor das massas, mas sim a razão entre as mesmas, sendo de preferência razões simples como 2 : 1; 3 : 1 e 3 : 2, etc. Isso guiará de certo modo os estudantes a raciocinarem de maneira semelhante com relação aos braços de alavanca.

- Uma vez descoberta a relação $M = F.b$, podemos informar os valores das massas de modo que se obtenha as intensidades dos momentos.

2.2. Fazer a discussão das incertezas envolvidas.

2.3. Solicitar que os alunos façam o seguinte gráfico referente às posições de equilíbrio

$$M_{\text{Anti-horário}} \times M_{\text{Horário}}$$

2.4. Solicitar aos alunos que tentem chegar **por inspeção** a uma **relação quantitativa para o momento de força**.

Observação: Pode-se perguntar aos alunos caso se desejasse utilizar as regiões III e IV, determinar um procedimento para se medir os braços de alavanca correspondentes. Uma sugestão é a utilização dum fio de prumo, cuja direção passa pelo eixo.

Experimento 3

Objetivo:

Verificação do princípio de superposição para momentos de forças.

Procedimento experimental :

3.1. Colocar agora, simultaneamente, três massas, e, novamente fixando-as nas regiões I e II (m_i e m_j na região I e m_k na região II, por exemplo). Procurar a situação de equilíbrio, registrando para cada massa, o braço de alavanca correspondente (b_i , b_j e b_k , respectivamente).

3.2. Discutir qualitativamente (a tendência de giro referente a cada momento) e quantitativamente ($M_i + M_j = M_k$) da situação física, ou seja, o princípio de superposição para momentos.

Experimento 4

Objetivo:

Análise dos tipos de equilíbrio (estável, instável e indiferente) envolvendo um corpo rígido capaz de rotacionar em torno dum eixo fixo.

Procedimento experimental:

4.1. Utilizando duas massas conhecidas (m_i e m_j) fixá-las a dois pontos do disco (A_i e A_j) e, Girando o disco, achar a posição de equilíbrio, estando os pontos A_i na região I e A_j na região II.

4.2. Medir os respectivos braços (b_i e b_j) referentes à posição de equilíbrio.

4.3. Causando um leve deslocamento angular do disco em relação à posição de equilíbrio, solicitar aos alunos que façam uma análise qualitativa referente à situação física. Fazer uma discussão do desequilíbrio devido às variações dos momentos (aumento de um e diminuição do outro), decorrentes das mudanças dos braços (aumento de um e diminuição do outro, respectivamente).

4.4. Notando que o momento resultante possui um efeito de giro no mesmo sentido do deslocamento angular inicial em relação à posição de equilíbrio, caracterizar a posição de EQUILÍBRIO INSTÁVEL.

4.5. Com as massas agora nas regiões III e IV, fazer procedimento semelhante, de modo a caracterizar a posição de EQUILÍBRIO ESTÁVEL.

4.6. Utilizando furos diametralmente opostos, de tal forma que $D_i / D_j = m_j / m_i$, fazer procedimento semelhante, de modo a caracterizar o EQUILÍBRIO INDIFERENTE.

3.3. Resultados experimentais

- Resultados correspondentes ao experimento 2.

T	P	F (gf) ± 2gf	b (mm) ± 4mm	M (gf x mm).10 ³	δ M (gf x mm). 10 ³	Δ M (gf x mm).10 ³	E (%)	β (graus)
A1	3	970	55	53	4	3	5.7	45
H1	6	468	119	56	2			
A2	4	970	113	110	4	7	6.4	90
H2	6	468	250	117	2			
A3	6	468	273	128	2	7	5.8	90
H3	6	970	125	121	3			
A4	6	1460	146	213	6	3	1.4	90
H4	5	970	217	210	4			
A5	6	468	272	127	2	7	5.8	90
H5	6	1460	82	120	6			
A6	6	468	270	126	2	3	2.4	135
H6	3	1460	84	123	6			
A7	6	468	273	128	2	4	3.1	135
H7	3	970	136	132	4			
A8	3	1460	173	253	6	14	5.5	135
H8	6	970	275	267	4			
A9	5	468	204	95	2	3	3.2	90
H9	4	970	101	98	4			
A10	6	1460	68	99	6	8	8.1	90
H10	5	468	228	107	2			
A11	4	1460	159	232	6	5	2.2	135
H11	5	970	244	237	4			

Tabela 3.1: Dados correspondentes ao experimento 2.

Legenda para os símbolos utilizados na Tabela 3.1

T = Tendência de giro (A = Anti-horário; H = Horário).

P = Ponto.

F = Força (grama x força).

B = Braço de alavanca (milímetros).

M = Intensidade do Momento de força (grama. Força x milímetros).

δ M = Incerteza na intensidade do Momento de força (grama. Força x milímetros).

Δ M = Módulo da diferença entre as intensidades dos momentos Anti-horário (A) e Horário (H), ou seja, $|M_A - M_H|$.

E = Incerteza percentual.

β = Ângulo central.

Tomando somente os valores das intensidades dos momentos anti-horário (M_A) e horário (M_H), com a finalidade de elaborar o gráfico $M_A \times M_H$, temos a tabela 3.2 a seguir.

A 10^3 .(gf x mm)	H 10^3 .(gf x mm)
56	53
117	110
121	128
210	213
120	127
123	126
132	128
267	253
98	95
107	99
237	232

Tabela 3.2: Dados correspondentes às intensidades dos momentos Anti-horário e Horário referentes ao experimento 2.

Veamos então na figura 3.20 a seguir como ficou o gráfico $M_A \times M_H$, juntamente com a curva de tendência:

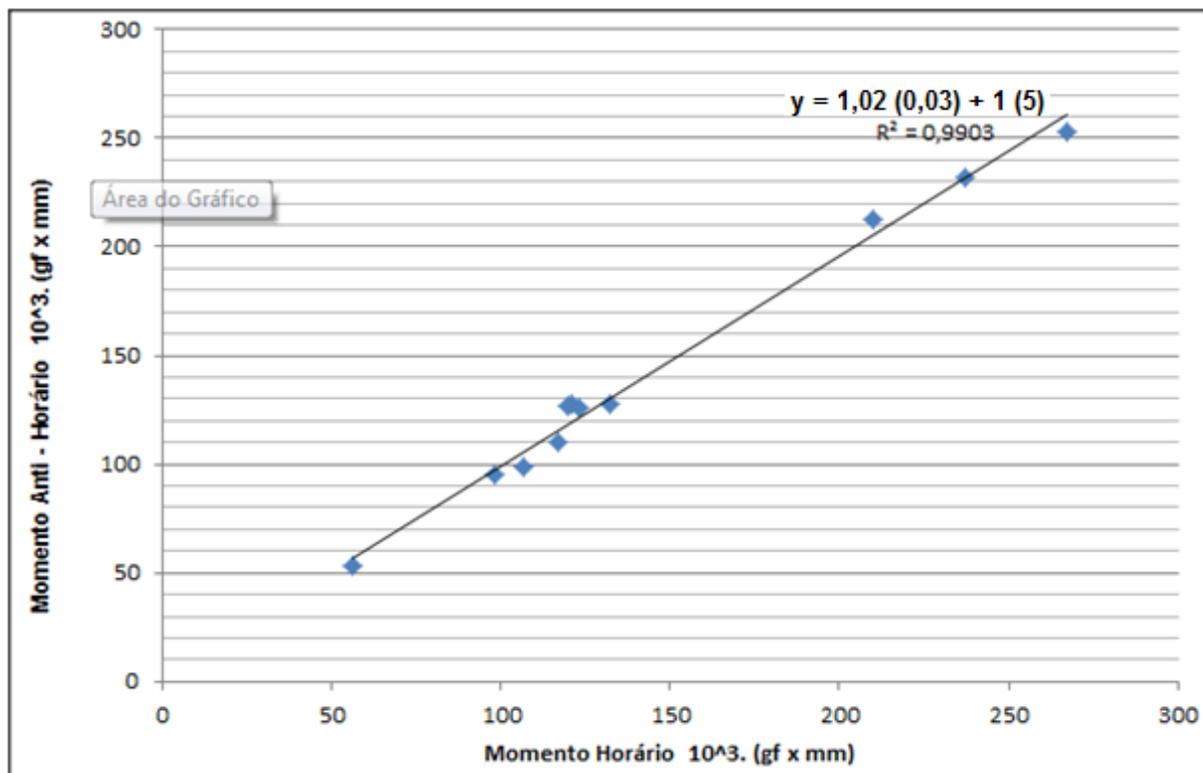


Figura 3.20 Gráfico $M_A \times M_H$ com a curva de tendência.

- Resultados referentes ao experimento 3.

T	P	F (gf) ± 2gf	b (mm) ± 4mm	M 10 ³ .(gf x mm)	δ M 10 ³ .(gf x mm)	Δ M 10 ³ .(gf x mm)	E (%)
A11	6	970	245	238	4	1	0.06
A12	3	468	32	15	2		
H1	6	1460	174	254	10		
A21	5	970	232	225	4	4	1.4
A22	6	468	161	75	2		
H2	6	1460	203	296	6		
A31	6	970	170	165	4	4	1.7
A32	4	468	114	53	2		
H3	6	1460	152	222	6		
A41	6	970	97	94	4	6	4.0
A42	4	468	130	61	2		
H4	5	1460	102	149	6		

Tabela 3.3 Dados relativos ao experimento 3.

Tomando somente os valores das intensidades dos momentos Anti – horário total (M_A) e Horário (M_H), com a finalidade de elaborar o gráfico $M_A \times M_H$ referente ao princípio de superposição, temos a tabela 3.4 a seguir:

Momento Anti-horário total 10 ³ .(gfoxmm)	Momento Horário total 10 ³ .(gfoxmm)
155	149
218	222
253	254
300	296

Tabela 3.4 Intensidades dos momentos Anti-horário total (M_A) e Horário (M_H), referentes ao princípio de superposição.

Vejamos na figura 3.21 a seguir como ficou o gráfico $M_A \times M_H$, juntamente com a curva de tendência:

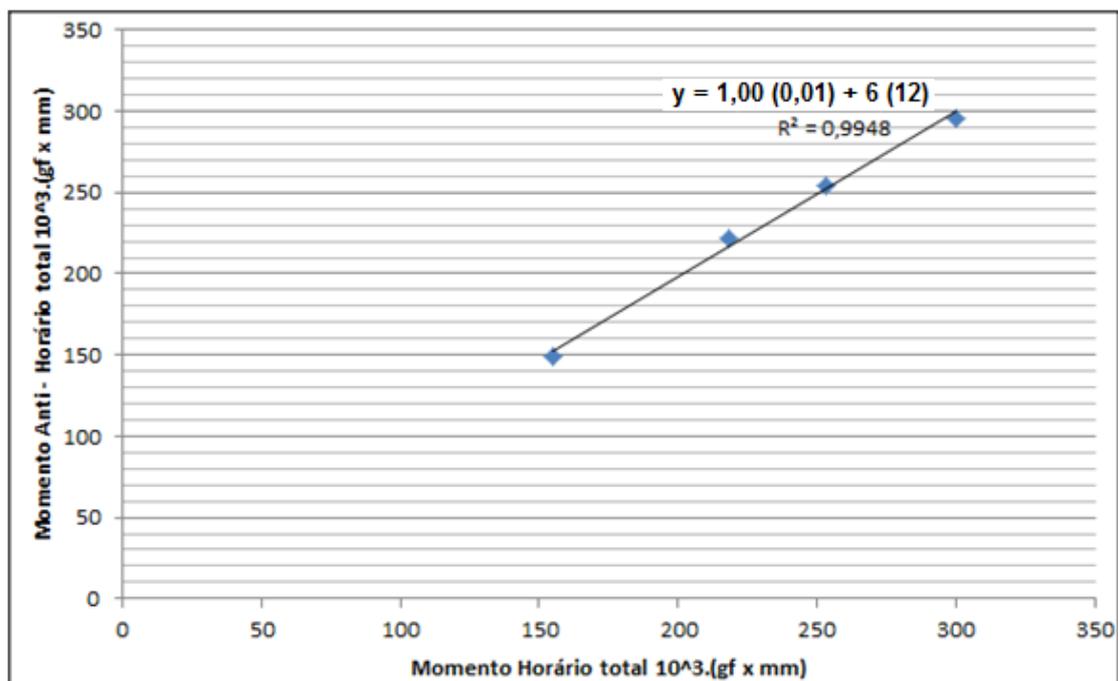


Figura 3.21 Gráfico $M_A \times M_H$ com a curva de tendência, referente ao princípio de superposição.

- **Observações gerais e análise das incertezas.**

Observando os coeficientes angulares de 1,02(0,03) referente ao experimento 2 e de 1,01(0,01) referente ao experimento 3, e os valores de 0,9903 e 0,9948 para R^2 dos gráficos correspondentes aos experimentos 2 e 3 respectivamente, notamos que os dados apresentam exatidão e precisão .

Como possíveis **incertezas aleatórias** inerentes a estes experimentos (mais especificamente aos experimentos 2 e 3) podemos citar:

- Foi utilizada como instrumento de medida direta do braço de alavanca uma régua milimetrada. Nesse caso, foi considerado um erro de paralaxe de 2 mm na medida de cada braço de alavanca, e, em vista do exposto no parágrafo anterior, temos um **incerteza total de 4 mm associada a cada braço de alavanca.**

- Para as **medidas das massas** foi utilizada uma balança graduada em gramas (g), com um **incerteza indicada pelo fabricante de 2 g.**

- O Momento (grandeza de saída) medido indiretamente é dado pelo produto $F \times b$, temos então como incerteza padrão:

$$\delta M = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial F}\right)^2 (\delta F)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial b}\right)^2 (\delta b)^2} = \sqrt{(b \delta F)^2 + (F \delta b)^2} \quad \text{eq 13;}$$

onde $\delta f = 2 \text{ gf}$ e $\delta b = 4 \text{ mm}$.

Gostaria de salientar que: inicialmente a ideia de elaborar o aparato surgiu da necessidade de ter algo material para facilitar o entendimento por parte dos alunos a respeito dos conceitos de ponto de aplicação e linha de ação de uma força. Com esse propósito foram escolhidas trações como forças atuando no corpo rígido, pois as mesmas possuem muito claramente determinados o ponto de aplicação e a linha de ação. A tração tendo a direção do fio faz como que o mesmo sirva como “materializador” da linha de ação.

Passemos agora aos experimentos propriamente ditos: O experimento 2 nos proporciona uma maneira bastante simples de se verificar que a intensidade da grandeza momento de força em relação a um eixo é dada pelo produto da intensidade da força pelo braço de alavanca correspondente. A intensidade da força é conhecida pelo fato da tração estar equilibrando a força peso de uma massa conhecida. Já o braço de alavanca é obtido por uma medida direta bastante simples. O raciocínio utilizado para inferir que a intensidade do momento de força é dado quantitativamente por $F \cdot b$ é o seguinte: estando o corpo rígido em equilíbrio, os efeitos de rotação que as “duas” forças atuantes **tendem** a produzir devem se equilibrar, como podemos ver em Maia [17] (p.152). Num sentido mais restrito, podemos dizer que foi obtida o que poderíamos denominar **lei generalizada de equilíbrio de uma “alavanca”** (na situação de duas forças coplanares e ortogonais ao eixo).

$$(F_1 \cdot b_1)_{\text{Anti-horário}} = (F_2 \cdot b_2)_{\text{Horário}} \quad \text{eq 14}$$

Onde, o braço de alavanca (b) vem substituir a distância entre o ponto de aplicação e o eixo (D), como tradicionalmente enunciada, e, somente válida, para a situação bastante particular (figura 2.8).

$$(F_1 \cdot D_1)_{\text{Anti-horário}} = (F_2 \cdot D_2)_{\text{Horário}} \quad \text{eq 15}$$

Falemos agora a respeito do experimento 3: o mesmo mostra claramente a validade do princípio de superposição para os momentos. Chegamos então à seguinte expressão para a **lei generalizada de equilíbrio de uma “alavanca”**

$$\sum M_{\text{Anti-horário}} = \sum M_{\text{Horário}} \quad \text{eq 16; onde } M = F \cdot b$$

O experimento 4 a respeito dos tipos de equilíbrio permite-nos tratar do importante conceito de **torque RESULTANTE restaurador**, conceito esse que, como comentamos no capítulo 2, só aparece nos livros didáticos numa situação bem particular de um corpo suspenso por um eixo horizontal sob ação “exclusiva” do próprio peso. Ou seja, situação de uma força somente (o peso) tendo torque associado.

Com relação ao roteiro aqui indicado, ele é somente uma sugestão. Nesse sentido, o que será abordado nos experimentos, assim como o grau de liberdade que será dado ao aluno, será uma escolha do docente, escolha essa que, como sabemos, depende de um número grande de variáveis, que, dentre as principais, está o tempo disponível. As atividades aqui sugeridas tanto podem ser desenvolvidas utilizando-se uma metodologia tradicional, como também, seguindo uma metodologia investigativa.

Serão agora apresentadas algumas observações úteis a respeito do material utilizado na construção do aparato experimental, assim como da sua construção propriamente dita: No que se refere ao disco de acrílico, acredito que o material utilizado poderia ser alumínio, por ser bastante leve e ter uma boa rigidez. O custo do disco acrílico foi (julho/ 2014) de R\$ 230,00. Quanto ao mecanismo de fixação do eixo, o mesmo poderia estar fixado a uma haste vertical e esta, estar fixada a uma mesa ou bancada através duma estrutura complementar conhecida como sargento. Uma observação muito importante a fazer com relação à segurança é: caso use os anzóis de pesca, não esquecer de cortar / lixar as pontas.

CAPÍTULO 4. CONCLUSÃO

Considerações finais

É fundamental que o aluno perceba com clareza o caso particular tratado no ensino médio, que é o de sistema de forças coplanares atuando num plano perpendicular ao eixo de rotação - principalmente para aqueles que desejarem trilhar as carreiras de ciências e tecnologia. Nesse sentido, imagino que o aparato é capaz de ser um facilitador para a explicação por parte do professor da situação geral da linha de ação ser transversa ao eixo de rotação e não contida no plano (plano esse “materializado” pelo disco acrílico) perpendicular ao mesmo conforme a figura 3.12 e do caso particular da linha de ação ser transversa com relação em relação ao eixo, mas estar contida num plano perpendicular ao mesmo conforme as figura 3.13 e 3.16. Mesmo em se tratando da situação anteriormente citada, julgo insatisfatória a maneira como a situação particular é apresentada nos livros didáticos, conforme podemos observar nas figuras 2.8 e 2.15.

Na visão do presente autor, a estática de corpo extenso se mostra como um assunto da Física que apresenta um enorme potencial para que seja trabalhada a interdisciplinaridade, com conteúdos ministrados tradicionalmente em geometria analítica como, por exemplo: os produtos escalar, vetorial e misto, versores, equações de reta, planos, além, é claro, da própria geometria espacial, dentre outros.

Sobre aos experimentos propriamente ditos, podemos afirmar que: O experimento 2 nos proporciona uma maneira bastante simples de se verificar que a intensidade da grandeza momento de força em relação a um eixo é dada pelo produto da intensidade da força pelo braço de alavanca correspondente. Num sentido mais restrito, podemos dizer que foi obtida o que poderíamos denominar **lei generalizada de equilíbrio de uma “alavanca”** (na situação de forças coplanares, plano esse, perpendicular ao eixo).

$$(F_1 \cdot b_1)_{\text{Anti-horário}} = (F_2 \cdot b_2)_{\text{Horário}} \quad \text{eq 11}$$

Onde, o braço de alavanca (b) vem substituir a distância entre o ponto de aplicação e o eixo (D), como tradicionalmente enunciada, e, somente válida, para a situação bastante particular (figura 2.10).

$$(F_1 \cdot D_1)_{\text{Anti-horário}} = (F_2 \cdot D_2)_{\text{Horário}} \quad \text{eq 12}$$

O experimento 4 a respeito dos tipos de equilíbrio permite-nos tratar do importante conceito de **torque RESULTANTE restaurador**, conceito esse que, como comentamos no capítulo 2, só aparece nos livros didáticos numa situação bem particular de um corpo suspenso por um eixo horizontal sob ação "exclusiva" do próprio peso. Ou seja, situação de uma força somente (o peso) tendo torque associado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] **MEC**, *Lei de diretrizes e bases da educação*, 1996.

[2] **MEC**, *Parâmetros curriculares nacionais*, 1999.

[3] **HELOU**, R.D; **GUALTER**, J. B & **NEWTON**, V.B. *Tópicos de física – vol. 1*, 20.ed. São Paulo, ed. Saraiva, 2007.

[4] **ALVARENGA**, B.A & **MÁXIMO**, A. R.L. *Curso de Física – vol. 1,1*. Ed. São Paulo, Scipione, 2011.

[5] **GASPAR**, A. *Compreendendo a Física – vol 1*, 1. ed. São Paulo, Ática, 2011.

[6] **RAMALHO**, F. J, **NICOLAU**, G.F & **TOLEDO**, P.A. *Os Fundamentos de Física – vol. 1*, 9.ed, São Paulo, Moderna, 2007.

[7] **MENEZES**, L. C. Uma física para o ensino médio. *Física na escola*, V.1, n.1, 2000. P.6-8.

[8] **BORGES**, A.T. *Novos rumos para o laboratório escolar de ciências*. Caderno Brasileiro de ensino de Física. v.19, n.3, p.291-313, dez. 2002.

[9] **WHITE**, R.F. *The link between the laboratory and learning*. International Journal os science Education, v.18, n.7, p. 761-774, 1996.

[10] **GARRET**, R.M. Resolución de problemas y creatividad: implicaciones: promover estrategias de retroalimentación. *Enseñanza de las ciências*, 6 (3), p.224-230, 1998.

[11] **AZEVEDO**, M. C. P. S. *Problematizando as atividades em sala de aula*.

In: **CARVALHO**, A.M.P. (org) *Ensino de ciências*. São Paulo: Pioneira editora Thomson Learning, 2004.

- [12] **GIL**, D et al. Tiene sentido distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de prácticas de laboratorio? *Enseñanza de las ciencias*. 17(2), p.213-314, 1999.
- [13] **HODSON**, D. In Search of a meaningful relationship: an exploration os some issues relating to integrating in science and science education. *International Journal os science Education*, 14(5), p. 541-566, 1992.
- [14] **BLOSSER**, P.E. O papel do laboratório no ensino de ciências. Tradução M.A.Moreira. *Cad. Cat. Ens. Física*, 5(2), p.74-78, 1998.
- [15] **GIL**, D. e **CASTRO** V., P. La orientación de las prácticas de laboratorio como investigación; um ejemplo ilustrativo. *Enseñanza de las ciencias*. 14(2), p.155-163, 1996.
- [16] **CARVALHO**, A.M.P. et al. *Ciências no ensino fundamental: o conhecimento físico*. São Paulo: Scipione, 1998.
- [17] **CARDOSO**, H.B; **FREIRE**, P. T. C; & **FILHO**, J. M. *Arquimedes e a lei da alavanca: Erros conceituais em livros didáticos*. *Cad. Brás. Ens. Fís.*, v. 23, n. 2: p. 218-237, ago. 2006.
- [18] **SYNGE**, J. L. & **GRIFFITH**, B. A. *Mecânica Racional*, 2. ed. Porto Alegre, Editora Globo, 1960.
- [19] **MAIA**, L.P.M. *Mecânica Vetorial*, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1984.
- [20] **BEER**, F. P. & **JOHNSTON** Jr, E. R. *Mecânica Vetorial Para Engenheiros*, 6. ed. Lisboa, Mc-Graw-Hill, 1999.