



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Dois métodos para medir o índice de refração de líquidos

Eric Barros Lopes
&
Carlos Eduardo Aguiar

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Eric Barros Lopes, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Janeiro de 2014

Dois métodos para medir o índice de refração de líquidos

Eric Barros Lopes
Carlos Eduardo Aguiar

Resumo

Descrevemos dois métodos simples para medir o índice de refração de líquidos, baseados no aumento aparente de objetos submersos. As medidas podem ser realizadas facilmente em sala de aula ou em casa.

1 Refração e aumento aparente

O índice de refração é uma importante propriedade óptica dos materiais, e praticamente a única estudada nos cursos introdutórios de física. Sua medida pode ser feita de muitas maneiras, quase todas baseadas no uso de prismas do material que se quer medir o índice, conjuntamente com alguns equipamentos especiais. No entanto, existem também métodos de medida mais fáceis de implementar, inclusive fora do laboratório. Aqui apresentaremos uma forma bastante simples para medir o índice de refração de líquidos. O experimento pode ser realizado em salas de aula ou até mesmo em casa, com materiais que podem ser facilmente encontrados.

A ideia da medida no índice de refração se baseia na observação “corriqueira” de que objetos imersos na água parecem maiores. A figura 1 mostra um exemplo disso.

Observando a figura poderíamos perguntar: “será que esse aumento tem a ver com a água, ou melhor, com o líquido dentro do recipiente?”. Essa pergunta se mostra consistente quando olhamos para a figura 2.

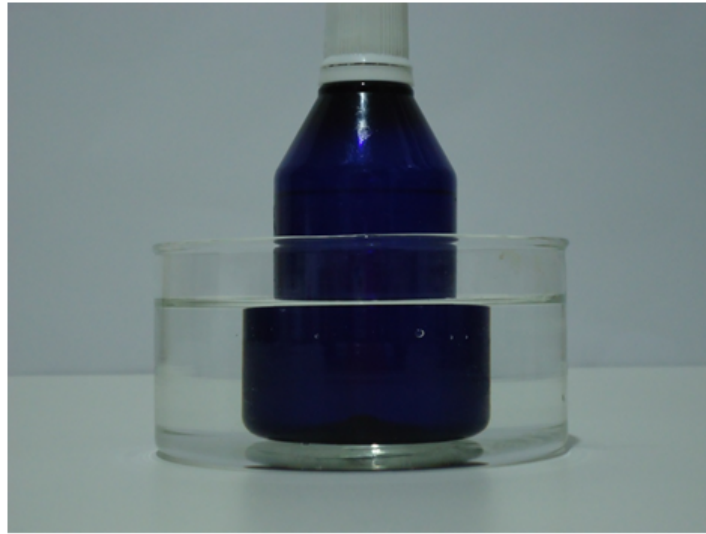


Figura 1: Uma fotografia onde vemos o aumento aparente sofrido por um corpo imerso em um recipiente com água.

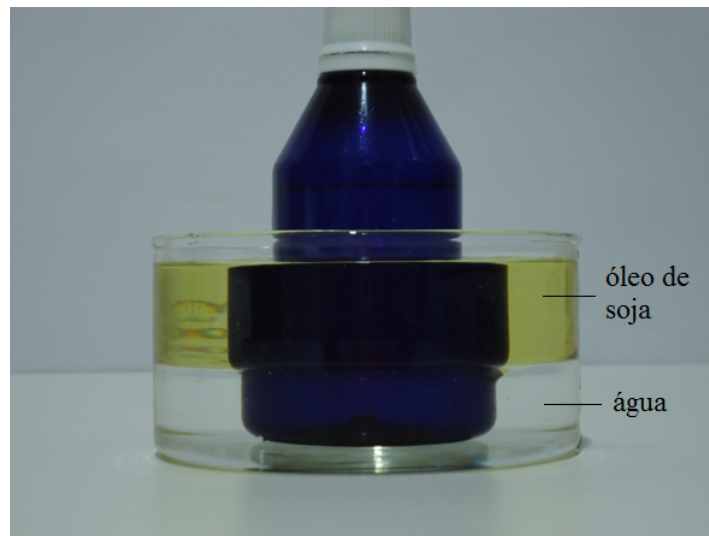


Figura 2: Fotografia de um corpo imerso em dois líquidos distintos (água e óleo) sofrendo aumentos distintos correspondentes aos líquidos.

Na figura 3 temos diagramas de raios que representam a situação do objeto imerso num líquido.

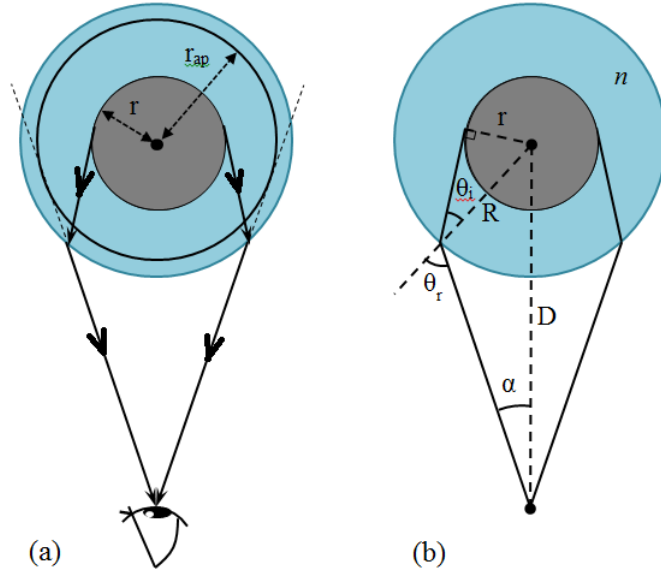


Figura 3: Diagramas ilustrando o aumento aparente de um objeto imerso num dado líquido. No diagrama da esquerda temos os parâmetros de análise geométrica do referido aumento.

Observando a figura 3b, notamos que o raio aparente é dado por

$$r_{ap} = D \operatorname{sen} \alpha, \quad (1)$$

onde D é a distância do centro do recipiente (e do objeto) ao observador e α é o semi-diâmetro angular da imagem do objeto. O raio real do objeto em relação ao raio do recipiente é dado por

$$r = R \operatorname{sen} \theta_i, \quad (2)$$

onde θ_i é o ângulo de incidência na borda do recipiente do raio que sai de P da figura. O ângulo de refração θ_r é dado pela *lei de Snell*,

$$\operatorname{sen} \theta_r = n \operatorname{sen} \theta_i, \quad (3)$$

onde n é índice de refração do líquido no recipiente, relativo ao ar. Já que temos uma situação de aumento aparente, podemos calcular o fator de am-

pliação

$$\frac{r_{ap}}{r} = \frac{D \operatorname{sen} \alpha}{R \operatorname{sen} \theta_i} = n \frac{D \operatorname{sen} \alpha}{R \operatorname{sen} \theta_r} \quad (4)$$

Já pela lei dos senos, temos

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha}{R} = \frac{\operatorname{sen} \theta_r}{D} \quad (5)$$

e com isso a equação (4) se reduz a

$$\frac{r_{ap}}{r} = n, \quad (6)$$

ou seja, a razão entre os tamanhos aparente e real de um objeto imerso num recipiente preenchido com um certo líquido é igual ao índice de refração deste líquido (relativo ao ar).

A partir desse resultado, mostraremos como medir o índice de refração de líquidos.

2 Medida de n por aumento aparente

Para as medidas, procedemos do seguinte modo: colocamos o objeto cilíndrico no centro de um recipiente (também cilíndrico) contendo o líquido cujo índice de refração queremos medir. Em seguida fotografamos o conjunto com câmera digital, com o cuidado de que tanto a parte submersa do objeto quanto a parte que está fora do líquido (no ar) fiquem visíveis na foto. O próximo passo é, ou imprimir a foto e usar uma régua para fazer a medida ou transferi-la para um computador, onde podem ser feitas as medidas utilizando um software adequado, como o *ImageJ* [?], o *Modellus* [?] e até o *PowerPoint*.

A figura 4 mostra um exemplo de medida do índice de refração da água realizado com o procedimento descrito acima. Importamos a foto para o *PowerPoint* e traçamos as duas linhas mostradas na figura, correspondentes aos diâmetros real e aparente do frasco. O comprimento dessas linhas pôde ser encontrado facilmente, selecionando-se a linha desejada, e depois no botão formatar da barra de ferramentas, onde pode-se alterar as propriedades dessa

linha, inclusive o tamanho. As medidas encontradas no caso da figura 4 foram 3,25 cm para o diâmetro da parte acima da água e 4,39 cm para o diâmetro da parte imersa em água. De acordo com a equação (6), o índice de refração da água no recipiente é

$$n = \frac{4,39}{3,25} = 1,35. \quad (7)$$

que é um bom resultado comparado com o valor estabelecido para este índice, que é 1,33. A diferença entre esses valores é da ordem de 2%.¹

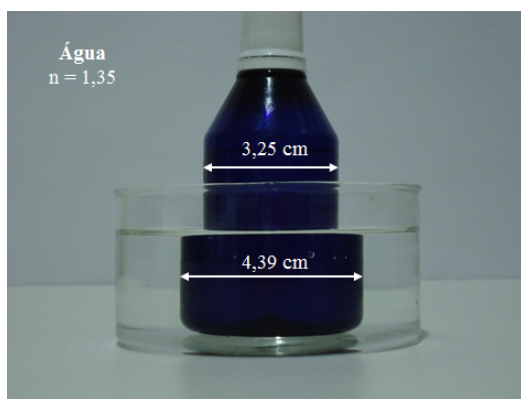


Figura 4: Medida do índice de refração da água.

Esse método de medida do índice de refração é bastante simples e possui a extraordinária vantagem de se poder medir com a mesma facilidade índices de líquidos variados, até mesmo aqueles que temos em casa. Fizemos medidas dos índices de refração do óleo de soja e do detergente (lava louças) que estão apresentadas nas figuras 5 e 6. No caso do óleo de soja encontramos $n = 1,48$, e a *United States Pharmacopeia Convention* dá como referência valores entre 1,465 a 1,475 (mais precisos que os nossos). Para o detergente encontramos 1,37. Como referência, a *Johnson & Johnson* indica valores (para um lava

¹Uma forma de estimar o erro da medida do índice de refração, que pode ser aplicada com facilidade no ensino médio, consiste em calcular os valores máximo e mínimo de n gerados pelos erros em r_{ap} e r . Nas medidas de r_{ap} e r nós usamos uma “régua virtual” (o *PowerPoint*) com erro de 0,05 cm, compatível com a resolução das fotos na tela do computador. Nesse caso teríamos $n_{max} = (r_{ap} + \delta r_{ap}) / (r - \delta r) = 1,39$ e $n_{min} = (r_{ap} - \delta r_{ap}) / (r + \delta r) = 1,32$, de modo que o erro δn pode ser estimado por $\delta n = (n_{max} - n_{min}) / 2 \approx 0,04$, compatível com o obtido com o método usual de propagação de erros. Podemos notar que o valor estabelecido, $n = 1,33$, está dentro da faixa de erro obtida.

roupas) na faixa de 1,3794 a 1,3848 (com precisão maior ainda), bem próximo do que obtivemos.

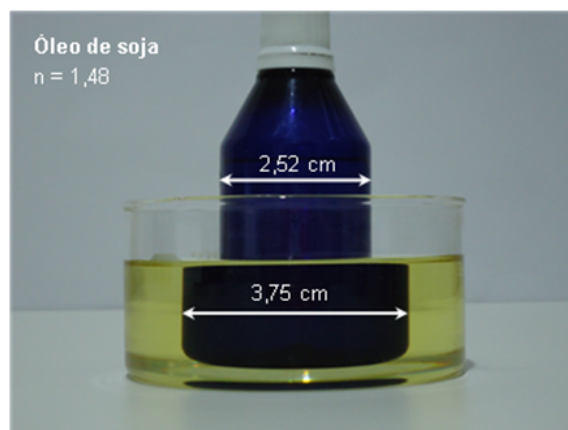


Figura 5: Medida do índice de refração do óleo de soja.

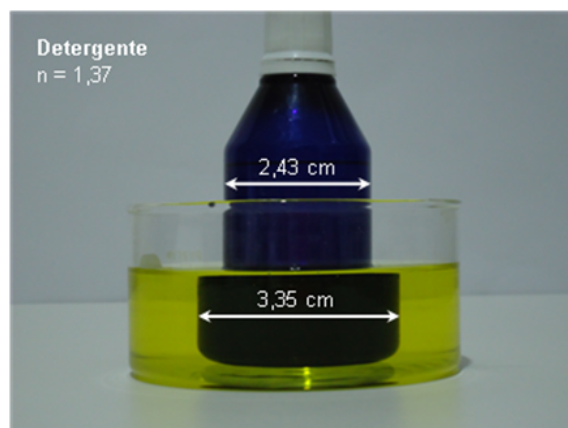


Figura 6: Medida do índice de refração de um detergente.

Este método é suficientemente preciso para que mudanças no índice de refração causadas por substâncias dissolvidas sejam detectadas. Um exemplo disso está na figura 7, onde temos uma solução de água com açúcar (a 50% em peso). O tamanho da parte submersa foi de 3,70 cm e o da parte de fora 2,60 cm. O valor de n encontrado para essa solução foi 1,42, bem maior do que o da água pura. A *International Scale of Refractive Indices of Sucrose Solutions at 20 °C* de 1936 atribui à concentração de 50% de açúcar em

água o índice de refração 1,4201, o que está em ótimo acordo com a nossa medida. A variação do índice de refração com a concentração de açúcar pode ser vista na figura 8. Essa variação tem consequências importantes. Por exemplo, permite entender como o diabetes pode afetar o funcionamento dos olhos. Estudos mostram que o diabetes pode levar à deficiência visual em vários níveis. Isso se dá pelo excesso de glicose no humor vítreo que muda o índice de refração dos olhos e o doente desenvolve uma espécie de “miopia oscilante” [?].

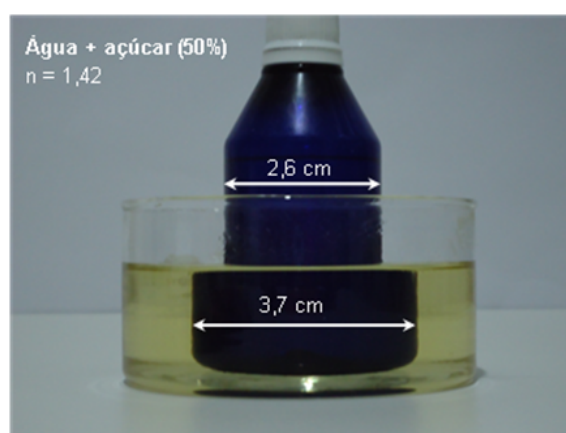


Figura 7: Medida do índice de refração da mistura de água com açúcar (50% em peso).

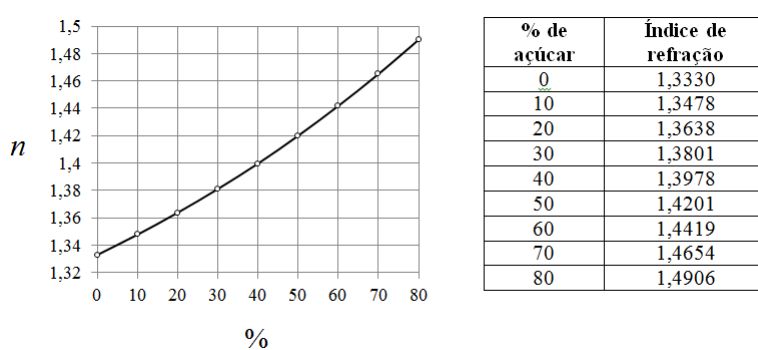


Figura 8: Gráfico e tabela do índice de refração da água como função da concentração de açúcar, referidos pela *International Scale of Refractive Indices of Sucrose Solutions at 20 °C*.

3 Medida de n com um cone submerso

Uma outra maneira de fazer a medida de n é submergindo um cone no líquido estudado. O método também utiliza o efeito de aumento aparente de um objeto imerso no líquido, contudo o procedimento é diferente e pode ser vantajoso em algumas situações. A medida é feita da seguinte maneira: tem-se um recipiente cilíndrico transparente relativamente comprido (pode ser um copo de água) onde se coloca o cone, como mostra a figura 9.

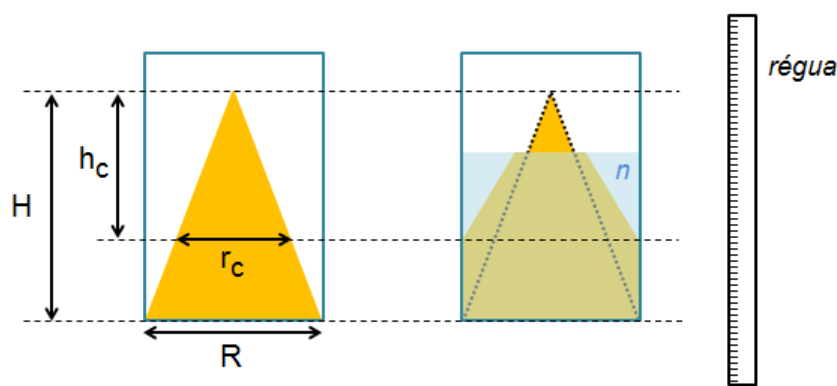


Figura 9: Esquema que ilustra a medição do índice de refração de um líquido utilizando um cone submerso.

Vimos que o fator de aumento lateral de um objeto imerso num líquido de índice de refração n é dado por $r_{ap}/r = n$, onde r é o raio do objeto.

Dada a geometria do cone, vemos que à medida que a distância ao vértice aumenta, o raio também aumenta, proporcionalmente à distância. Quando colocado num recipiente cilíndrico de espessura desprezível preenchido com um líquido, um cone será visto “mais gordo”, com um ângulo de abertura aparente maior que o real. Sejam H e R , respectivamente, a altura e o raio da base do cone. Este último é igual ao raio da base do recipiente onde o cone será colocado.

Note que, de baixo para cima, há um ponto a partir do qual a imagem do cone “desgruda” da parede do recipiente. Neste ponto, o raio aparente r_{ap} é igual ao raio do recipiente, R (figura 9). O raio do cone para o qual isso acontece é o raio crítico r_c , para o qual corresponde uma única distância

até o vértice, que chamaremos de altura crítica h_c . Da figura 9 temos, por semelhança de triângulos, a seguinte relação:

$$\frac{H}{R} = \frac{h_c}{r_c} \quad (8)$$

Utilizando a equação 6 na condição crítica, a equação anterior se reduz a

$$n = \frac{H}{h_c} \quad (9)$$

Assim para determinar experimentalmente o valor de n , basta medirmos h_c . Isso pode ser feito colocando-se uma régua do lado de fora do recipiente, por exemplo. Com um cone de $H = 12,95$ cm, obtivemos $h_c = 9,75$ cm para a água (figura 10). Assim, obtivemos para o índice de refração da água, com este método, $n = 1,33$. Note que, como mostrado na figura 10, podemos

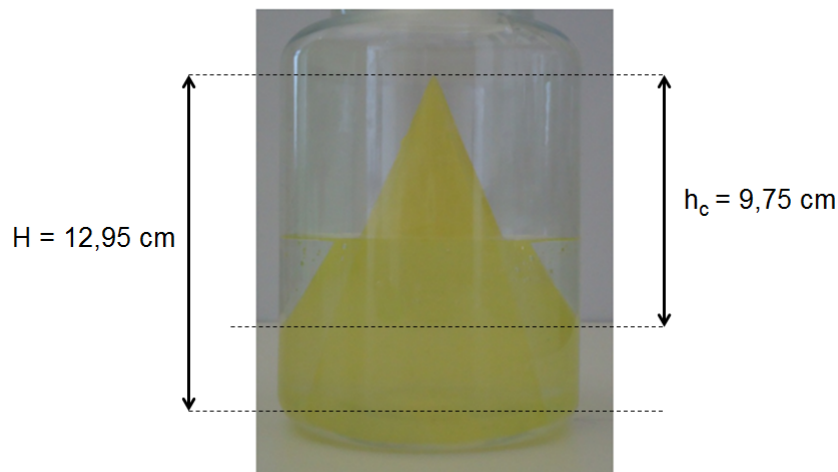


Figura 10: Foto que ilustra o método de medida do índice de refração da água com o cone submerso.

substituir a régua por uma escala baseada na equação (9), que permite ler diretamente o valor de n . Com esse procedimento podemos medir o índice de qualquer líquido de modo bastante prático e sem o auxílio de computadores, o que num ambiente de sala de aula é bastante vantajoso.