



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Profissional em Ensino de Física

## Refração e o Ensino de Óptica

Eric Barros Lopes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2014

# Refração e o Ensino de Óptica

Eric Barros Lopes

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Prof. Carlos Eduardo Aguiar (presidente)

---

Prof. Carlos Farina de Souza

---

Prof. Vitor Luiz Bastos de Jesus

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2014

## FICHA CATALOGRÁFICA

L864r Lopes, Eric Barros

Refração e o Ensino de Óptica / Eric Barros Lopes. –  
Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2014.

xii, 79 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar.

Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física /  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2014.

Referências Bibliográficas: f. 77-79.

1. Ensino de Física. 2. Óptica geométrica. 3. Refração.  
I. Aguiar, Carlos Eduardo. II. Universidade Federal do Rio  
de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação  
em Ensino de Física. III. Refração e o Ensino de Óptica.

Aos meus pais, José Expedito e Maria Lúcia.

## Agradecimentos

Aos meus pais, José Expedito e Maria Lúcia, que com simplicidade e amor me ensinaram as coisas mais importantes que aprendi. *Sou grato por tudo que fizeram. Os amarei enquanto viver!*

À Silvia, pelo amor e paciência durante todo o tempo. *Nosso amor é um dom.*

À Manuela, minha pequenina. *Papai te ama desesperadamente!*

Ao Carlos, que me orientando, contribuiu de forma inestimável para minha cultura profissional e pessoal, além de ter me ensinado muita física. *Grazie!*

A todos os professores e colegas do programa de mestrado em ensino de física, pelas discussões (nem sempre pacíficas) sobre física e ensino. *Sorte a todos!*

Não poderia esquecer a querida professora Susana de Souza Barros (*in memoriam*) pela dedicação ao ensino de física. *Seus conselhos me foram valiosos!*

Aos meus alunos, fonte de inspiração constante. *Sem vocês este trabalho não valeria a pena!*

Assim diz o SENHOR: Não se glorie o sábio na sua sabedoria, nem o forte, na sua força, nem o rico, nas suas riquezas; mas o que se gloriar, glorie-se nisto: em me conhecer e saber que eu sou o Senhor e faço misericórdia, juízo e justiça na terra; porque destas coisas me agrado, diz o Senhor. (Jeremias 9:23,24)

## **Um instante**

Aqui me tenho  
como não me conheço  
nem me quis

sem começo  
nem fim

aqui me tenho  
sem mim

nada lembro  
nem sei

à luz presente  
sou apenas um bicho  
transparente

(Ferreira Gullar)

## RESUMO

### Refração e o Ensino de Óptica

Eric Barros Lopes

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

A óptica geométrica é a forma mais simples de se representar e analisar o comportamento da luz, dentro de certos limites. Apesar disso, os alunos de cursos introdutórios de física enfrentam muitas dificuldades na tentativa de aprender óptica geométrica: ideias pré-existentes e crenças baseadas no senso comum geram concepções equivocadas e persistentes, a noção de raio de luz e sua representação gráfica mostraram ser de difícil compreensão, e pouca ênfase é dada à aplicação do que é estudado a fenômenos que atraiam a atenção aos alunos. Neste trabalho apresentamos uma breve revisão sobre as concepções espontâneas e alternativas em óptica geométrica, principalmente no que se refere à interpretação e uso dos diagramas de raios na análise de fenômenos visuais. Em seguida discutimos um fenômeno curioso: a parede de vidro de uma garrafa cheia de coca-cola aparenta ser extremamente fina, quando sabemos que ela é bem espessa. O estudo desse problema é um bom exemplo de como a óptica geométrica pode ser usada para explicar algo que, uma vez notado, surpreende e intriga muitos alunos. Da análise do problema surge também um método extremamente simples para se medir o índice de refração de líquidos com boa precisão, que pode ser aplicado em praticamente qualquer sala de aula. Finalmente, o mesmo “efeito coca-cola” é usado para explicar outro fenômeno interessante: o desaparecimento de um peixe que se aproxima do vidro de um aquário esférico. Neste caso a explicação também envolve um arco-íris.

Palavras chave: Ensino de Física, Óptica geométrica, Refração.

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2014



## ABSTRACT

### Refraction and the Teaching of Optics

Eric Barros Lopes

Supervisor: Carlos Eduardo Aguiar

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

Geometrical optics provides the simplest method to represent and analyze the behavior of light, within certain limits. In spite of this, students of basic physics courses face many difficulties when trying to learn geometrical optics: preexisting beliefs and ideas based on common sense generate persistent misconceptions, the concept of light ray and its graphical representation through prove hard to understand, and little emphasis is given to applications of the theory to phenomena that are interesting to the students. In this work we present, initially, a review of spontaneous/alternative conceptions on optics, especially regarding the interpretation and use of ray diagrams in the analysis of visual phenomena. We then discuss a curious effect: the glass of a bottle with coca-cola appears to be extremely thin, even though we know that it is quite thick. The study of this problem gives a good example of how geometrical optics can be used to explain something that, once it is noticed, surprises and intrigues many students. The analysis of this phenomenon also leads to an extremely simple method of measuring the refractive index of liquids with good precision, which can be carried out in nearly every classroom. Finally, the same “coca-cola effect” is used to explain another interesting effect: the disappearance of a fish when it gets close to the glass wall of a fishbowl. In this case the explanation also involves a rainbow.

Keywords: Physics education, Geometrical optics, Refraction.

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2014

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aprendizagem em óptica geométrica</b>	<b>5</b>
2.1	Óptica geométrica e alguns obstáculos de aprendizagem . . . .	5
2.2	Concepções sobre óptica geométrica . . . . .	8
2.2.1	Processo de visão e propagação da luz . . . . .	8
2.2.2	Imagens . . . . .	12
2.2.3	Reflexão da luz . . . . .	15
2.2.4	Refração da luz . . . . .	17
2.3	Diálogo com o mundo real . . . . .	29
<b>3</b>	<b>O “efeito coca-cola”</b>	<b>31</b>
3.1	A garrafa de coca-cola: um problema interessante . . . . .	31
3.2	Uma situação semelhante . . . . .	33
3.3	O “efeito coca-cola” . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Medidas do índice de refração</b>	<b>40</b>
4.1	Medida de $n$ e o “efeito coca-cola” . . . . .	40
4.2	Medida de $n$ por aumento aparente . . . . .	43
4.3	Medida de $n$ com um cone submerso . . . . .	47
<b>5</b>	<b>O peixe que sumiu no aquário</b>	<b>50</b>
5.1	O desaparecimento do peixe . . . . .	50
5.2	O efeito da parede de vidro do aquário . . . . .	54
5.3	Reflexão interna total . . . . .	55
5.4	Um arco-íris no aquário . . . . .	58
5.5	Outro efeito do aquário: a distribuição de luminosidade . . . .	62
5.6	O peixe no aquário e o “efeito coca-cola” . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>65</b>

<b>A Proposta de uso em sala de aula</b>	<b>68</b>
A.1 Medindo o índice de refração de líquidos . . . . .	68
A.2 Medida de $n$ por aumento aparente . . . . .	71
A.3 Medida de $n$ com um cone submerso . . . . .	75
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>77</b>

# Capítulo 1

## Introdução

“[...] uma boa teoria não é uma teoria definitivamente irrefutável e absolutamente verdadeira: é uma teoria coerente e que possui certa eficácia nas condições vigentes.”

---

Pierre Thuillier

A óptica geométrica é a teoria que explica como a luz se comporta ao encontrar objetos cujas dimensões são muito maiores que seu comprimento de onda. O modelo tem pouquíssimos ingredientes: os raios luminosos e duas leis que descrevem a mudança de direção desses raios nos processos de reflexão e refração. Com isso a óptica geométrica consegue explicar inúmeros fenômenos e instrumentos que encontramos no dia-a-dia: o aparecimento de arco-íris no céu, as imagens formadas por espelhos e lentes, a beleza dos brilhantes e até, como veremos, o curioso desaparecimento de um peixinho dentro de um aquário.

Numa perspectiva sintética e elegante, poderíamos construir a óptica geométrica com apenas um princípio: o *princípio de Fermat*, que afirma simplesmente que “*a natureza age sempre pelo caminho mais curto e mais simples*”<sup>1</sup>. Aplicado ao caso da luz, ele pode ser interpretado como a luz viajando de um ponto a outro em trajetórias tais que o tempo de viagem é estacionário. Muito embora os cartesianos não gostassem nada de um princípio moral

---

<sup>1</sup>Cartas de Fermat a De La Chambre, 1657.

governando a natureza, Fermat, com esse princípio, conseguiu dar uma explicação física para a lei da refração.

Tendo em vista que a óptica geométrica é um modelo físico da luz cujos ingredientes básicos são o conceito de raio luminoso e as leis da reflexão e da refração, e mais ainda, sendo ela uma área com inúmeras aplicações a fenômenos cotidianos, somos levados a pensar que deveria ser fácil ensiná-la. Não sem razão, pois precisamos apenas de um pouco de matemática (geometria básica) e os fenômenos de que falamos são “vistos”. Mas não é tão fácil assim. A lista de possíveis razões para isso é extensa. Citando algumas, temos, por exemplo, que as ideias pré-existentes sobre a luz e crenças baseadas no dia-a-dia construídas desde a infância (num processo muitas vezes anterior ao estabelecimento da linguagem e das funções psicológicas mais complexas) geram concepções que entram em conflito com os conceitos que desejamos transmitir. Mais ainda, essas ideias e crenças, por serem úteis em várias situações cotidianas, acabam se tornando persistentes e difíceis de deslocar.

Outra razão está no problema da compreensão da noção de raio de luz e sua representação gráfica (diagramas de raios). Os alunos têm dificuldade em compreender o raio de luz como um modelo e não algo com realidade própria. Além do mais, é muito comum no processo de ensino formal a apresentação de diagramas de raios como elementos de realidade (coisas *per se*) e não o resultado do esforço de modelagem geométrica de fenômenos observados. A pouca importância dada no processo de ensino formal ao papel do observador e do campo visual também é um fator decisivo nas dificuldades em associar um diagrama de raios ao que é visto.

Como quadro geral do ensino de óptica geométrica, temos de um lado as concepções equivocadas persistentes dos alunos, de outro um ensino convencional que se concentra nos aspectos quantitativos. O resultado: estudantes não aprendem a interpretar observações qualitativas e fenômenos cotidianos. Se um dos objetivos da educação científica é levar os alunos a interpretarem corretamente observações e fenômenos, o processo de ensino deve constituir-se como um diálogo dos modelos científicos com o mundo real.

No artigo *How we teach and how students learn – A mismatch?*, publicado em 1993 [1], Lillian McDermott faz um balanço de mais de uma década

de pesquisas em ensino de física. Neste estudo ela percebe um claro desencontro entre o que ensinamos e o que os alunos aprendem. Dentre os pontos ressaltados pela autora sobre aprender e ensinar, ela aborda um que aqui nos interessa particularmente, que as conexões entre conceitos, representações formais e o mundo real são frequentemente ausentes após a instrução formal. Quanto ao uso de representações diagramáticas, utilizando um exemplo de óptica, ela afirma que:

“[...] os alunos que tinham estudado ótica geométrica participaram de entrevistas em que lhes foram mostrados uma demonstração que consistia em um objeto, uma lente delgada convergente e uma imagem real invertida em uma tela. Uma das tarefas era prever o que aconteceria ao se cobrir metade da lente. A maioria dos estudantes afirmou que metade da imagem desapareceria. Os diagramas de raios que eles desenharam reforçavam essa intuição equivocada. Dois raios principais foram mostrados como que bloqueados [...]. Ao interpretar os diagramas, os estudantes indicaram que estes raios eram necessários para a formação da imagem, em vez de meramente conveniente para localizar a sua posição.” ( [1], p. 297, tradução livre.)

Esta dissertação constitui-se basicamente numa tentativa de construção do diálogo entre o modelo conceitual da óptica geométrica e o mundo real dos fenômenos ópticos, a partir de algumas situações curiosas de cuja modelagem extraímos consequências bastante interessantes.

No capítulo 2 da dissertação fazemos uma revisão sobre aprendizagem em óptica geométrica, focada em três tópicos: (i) a natureza e especificidade do conhecimento em óptica geométrica e alguns obstáculos à sua aprendizagem; (ii) o levantamento dos diversos tipos de concepções dos alunos sobre óptica geométrica, do processo de visão e propagação da luz, da formação de imagens, reflexão e refração da luz; e (iii) uma breve discussão sobre os propósitos de diálogo com o mundo real.

No capítulo 3 apresentamos o que chamamos de “efeito coca-cola”. O problema é basicamente o fato de não percebermos a espessura do vidro de uma garrafa contendo um líquido (a coca-cola apenas torna o efeito mais perceptível), mesmo quando essa espessura é considerável.

O capítulo 4 é uma aplicação imediata do que aprendemos com o problema da garrafa. A análise do efeito coca-cola nos leva a uma proposta muito simples para a medida do índice de refração de líquidos, que pode ser aplicada com facilidade em qualquer sala de aula. Nesse capítulo, mostraremos duas maneiras de realizar essa medida.

Já no capítulo 5, discutiremos um outro fenômeno interessante: o desaparecimento de um peixinho dentro de um aquário. Veremos que ele apresenta uma óptica bastante rica, que vai da reflexão interna total ao aparecimento de um arco-íris. Mostraremos também que o problema do desaparecimento do peixinho é, na verdade, o mesmo problema do desaparecimento do vidro da garrafa, e sua explicação, o efeito coca-cola.

No capítulo 6 apresentaremos nossas conclusões a respeito desse trabalho. No apêndice A descrevemos as duas formas da medida do índice de refração de líquidos. A finalidade do apêndice é ser um material que possa ser utilizado por professores e alunos sem que seja necessário ler toda a dissertação.

Parte do material apresentado nesta dissertação originou as seguintes publicações:

- E. B. Lopes e C. E. Aguiar, Um método simples para medir o índice de refração de líquidos, *XX Simpósio Nacional de Ensino de Física*, 2013.
- E. B. Lopes, C. E. Aguiar, A. C. F. Santos e W. S. Santos, O peixe que sumiu no aquário, *XX Simpósio Nacional de Ensino de Física*, 2013.
- C. E. Aguiar, E. B. Lopes, A. C. F. Santos e W. S. Santos, The goldfish over the rainbow, *The Physics Teacher*, v. 51, p. 522-523, 2013.



# Capítulo 2

## Aprendizagem em óptica geométrica

Este capítulo consiste de uma revisão bibliográfica das concepções espontâneas e alternativas<sup>1</sup> dos estudantes sobre óptica geométrica face às concepções científicas. Mais especificamente, discutiremos (i) a natureza e especificidade do conhecimento em óptica geométrica e alguns obstáculos à sua aprendizagem; (ii) as concepções sobre mecanismo de visão, comportamento da luz, imagens, reflexão e refração da luz e (iii) a importância do diálogo entre os modelos científicos e o mundo real dos fenômenos e coisas.

### 2.1 Óptica geométrica e alguns obstáculos de aprendizagem

Em estudo sobre o conhecimento do estudantes em óptica geométrica, Igal Galili afirma que a óptica é um assunto problemático, devido, entre outras coisas, ao seu longo e difícil desenvolvimento histórico [2]. E mais, quanto

---

<sup>1</sup>Neste trabalho, a fim de evitarmos ambiguidades, tendo em vista que não é nosso objetivo o estudo da natureza das concepções exibidas pelos estudantes, serão classificadas como espontâneas as concepções existentes anteriormente à instrução formal, e alternativas as concepções existentes posteriormente à instrução formal e que são diferentes das concepções científicas. Dessa forma as concepções se dividiriam em espontâneas, científicas e alternativas.

à instrução formal no assunto, os estudantes consideram o tema difícil e os professores não oferecem contribuições muito satisfatórias. Galili propõe a existência do que ele chamou de *premissas*, que seriam responsáveis pela existência de *obstáculos* à aprendizagem em óptica geométrica. Dentre os objetivos de tal abordagem está a identificação dos obstáculos e a possibilidade de superação dos mesmos. Ao todo, sete premissas e seus correspondentes obstáculos são apresentados.

A primeira premissa é a de que os *parâmetros físicos da luz*, tais como velocidade, comprimento de onda, frequência etc estão fora do alcance da percepção humana. Assim a luz parece *estacionária e contínua*, consistindo num primeiro obstáculo.

A segunda premissa é a de que observamos *fenômenos ópticos modificados* – devido à ação de meios como ar ou água que distorcem o que veríamos no vácuo. Um exemplo disso é o espalhamento atmosférico da luz. Tal situação, segundo Galili, geraria dificuldades na interpretação dos fenômenos em termos da óptica elementar. Mais ainda, a elaboração espontânea do conhecimento sobre a luz é influenciada decisivamente pela percepção direta dos fenômenos, ou seja, enxergamos combinações de efeitos como se fossem elementares.

A terceira premissa é a de que o *observador é parte do sistema óptico*. Tal premissa contrasta um pouco com a física clássica, onde a escolha de um observador resulta apenas numa análise distinta de outro observador, no entanto, o fenômeno observado é o mesmo. No caso da óptica, a escolha do observador pode definir se um fenômeno vai acontecer ou não<sup>2</sup>. Mais do que isso, como o processo visual não é resultado de um esforço consciente, o obstáculo que se apresenta seria a não percepção por parte do observador do seu verdadeiro papel físico num fenômeno óptico, o que geraria problemas de ordem prática quanto ao que, por exemplo, alguém pode ou não ver em determinada situação.

Como quarta premissa tem-se a influência da percepção visual no pro-

---

<sup>2</sup>Um exemplo disso é o surgimento de um arco-íris no céu: um arco-íris só é observado caso o observador esteja numa dada localização. Em outros locais ele poderá dizer que o fenômeno não ocorreu.

cesso de desenvolvimento linguístico e, conseqüentemente, o surgimento de expressões equivocadas no desenvolvimento da linguagem que são enraizadas na estrutura psicológica dos indivíduos. Tais expressões cotidianas seriam os obstáculos, como, por exemplo: *seus olhos brilham, ela lançou-lhe um olhar, espelho reflete imagens, a árvore lança sua sombra*. Essas expressões, que num contexto científico são equivocadas, em contextos cotidianos mostram-se úteis, o que encobre o que há de falso nelas e, conseqüentemente, as legitima e reforça.

Como quinta premissa temos o fato de que as pessoas formulam espontaneamente explicações para os fenômenos (inclusive os ópticos) em termos de mecanismos causais. Tais explicações se baseiam no senso comum e encontram validação em várias situações cotidianas. Ideias como raios visuais (emanados dos olhos), luz estática, etc. são exemplos dos obstáculos que surgem com esta premissa. A conjugação desses elementos com os mecanismos interpretativos causais podem confundir o estudante na construção do conhecimento formal em óptica, onde os parâmetros físicos da luz (relacionados na premissa 1) são a base para o entendimento dos fenômenos.

A sexta premissa se refere ao aspecto interdisciplinar da óptica, haja visto que esta é objeto de estudo tanto da física quanto da fisiologia, neurologia, psicologia etc. O obstáculo que se apresenta seria o ensino sob a perspectiva de uma única disciplina, baseado somente na física, por exemplo. Por definição uma única disciplina não conseguiria abordar o processo por inteiro e seria limitado no confronto com o conhecimento espontâneo sobre a luz.

Como sétima e última premissa temos a presença do simbolismo gráfico como linguagem da óptica geométrica e o obstáculo correspondente, a falta de cuidado na apresentação das regras desse simbolismo, tidas como óbvias ([3], p.60). A não clarificação das regras gera um obstáculo, que são as interpretações subjetivas dos gráficos, inevitavelmente baseadas nos conhecimentos espontâneos ou alternativos.

A respeito dessas premissas e dos obstáculos a elas associados, Galili afirma:

“Esta situação faz com que óptica seja solo extremamente fértil

para a produção de vários tipos de conhecimentos alternativos. Crianças e estudantes constroem espontaneamente concepções que parecem mais plausíveis, fecundas e apropriadas em relação à realidade observada. [...] A complexa interação entre as crenças ontológicas e epistemológicas anteriores, por um lado, e o conhecimento formal, por outro lado, é complicada e idiossincrática. Nossa pergunta é se o conhecimento dos alunos possui ou não características comuns que podem ser causalmente relacionadas com os meios específicos utilizados na instrução oferecida”. ([2], p.849, tradução livre).

Galili e Hazan afirmam que alguns destes obstáculos são intrínsecos e impedem a redução da teoria óptica a modelos explicativos simples e válidos. Outros podem ser removidos no processo de instrução formal ([3], p. 58).

## 2.2 Concepções sobre óptica geométrica

### 2.2.1 Processo de visão e propagação da luz

Em estudo sobre as similaridades conceituais entre diversos modelos da antiguidade e representações dos estudantes em óptica [4], Christos Dedes afirma que décadas de pesquisas sobre o conhecimento em óptica de estudantes (pré e pós-instrução) mostram que o modelo científico de explicação do mecanismo da visão é adotado por pouquíssimos estudantes. Em contrapartida, surgem várias interpretações alternativas a respeito da visão, que podem ser classificadas em quatro categorias principais, como exposto na tabela 2.1.

Não é difícil observar que há uma espécie de evolução conceitual entre as categorias de Dedes, onde na primeira não há qualquer indício de mecanismo, nas categorias 2 e 3 aparece a ideia de um mecanismo e na quarta categoria tem-se todos os elementos do processo de visão – principalmente o reconhecimento da propagação da luz – com diversos mecanismos. Na tabela 2.2 aparece em detalhes a descrição dos mecanismos listados nesta última categoria (tabela 2.1).

Gircoreano e Pacca, quanto ao processo de visão, afirmam com base nos dados de sua pesquisa [5], que a concepção dominante apresentada pelos estudantes era de que a luz não é necessária no processo de visão. Isso talvez

<b>Categoria</b>	<b>Processo visual</b>	<b>Mecanismo</b>
1	“Nós vemos porque nossos olhos têm a capacidade de ver” ou “porque os objetos brilham” ou ainda “porque os objetos são iluminados”; reconhecimento da luz nos corpos luminosos, mas não no espaço	Inexistência de relação sistemática entre luz, olho e objeto; luz como ente físico “dependente” da fonte e do receptor
2	Passagem de luz da fonte luminosa para objeto	A luz somente “ilumina” o objeto tornando-o visível; a luz viaja até o objeto e permanece nele
3	Objeto visível como resultado de uma iluminação estática e difusa (esquema do “banho de luz”)	A luz como um ente onipresente localizado entre a fonte e o efeito, não tendo a capacidade de se propagar
4	Presença da luz, do objeto e do olho do observador (visão de objetos não-luminosos); Luz se propagando no espaço	Emissão simples, emissão cooperativa, emissão estimulada, emissão estimulada com reflexão, recepção-emissão secundária e iluminação dual

**Tabela 2.1:** Interpretações sobre o processo e o mecanismo da visão. Adaptado de [4].

se deva em consequência da pouca vivência cotidiana de situações na ausência total de luz (tendo em vista a presença constante de luz artificial). Segundo estes autores, *para alguns alunos, a luz era necessária pois intensificaria “aquilo” que sai do olho; sem luz, esse “algo” que sai do olho não teria “força” para vermos. Para outros, os objetos precisam apenas estar iluminados* ([5], p.33). Ainda segundo eles, poucos alunos disseram ser impossível ver sem nenhuma luz. Mesmo quando colocados numa sala completamente escura, alguns ainda persistiam na ideia de que podemos ver sem luz: *“um acreditava que a adaptação visual demoraria pelo menos duas horas, e o outro, que não havia objetos brancos grandes o suficiente na sala”* (idem).

Ainda analisando o papel da luz no processo visual sob a perspectiva de estudantes, num trabalho de Goulart *et al* [7] encontra-se um trecho de um diálogo bastante esclarecedor a esse respeito (E – entrevistador e A – aluno):

Esquema interpretativo	Mecanismo explicativo
Emissão simples	O olho tem o papel de emissor exclusivo de luminosidade
Emissão cooperativa	O objeto é iluminado simultaneamente pela fonte e pelo olho do observador, sendo o centro do processo visual
Emissão estimulada	A luz vai da fonte para o olho, é refletida para o objeto ou estimula uma emissão secundária do olho para o objeto
Emissão estimulada com reflexão	Mecanismo semelhante ao da <i>emissão estimulada</i> com uma diferença: chegando no objeto, a luz é refletida e retornando para o olho do observador
Recepção-emissão secundária	A luz emitida da fonte ilumina o objeto e é “ricocheteada” para o olho, sendo novamente emitida, do olho para o objeto
Iluminação dual	A fonte ilumina simultaneamente olho e objeto.

**Tabela 2.2:** Mecanismos explicativos da categoria 4 da tabela 2.1. Fonte: [4]

E – Existe luz entre a lâmpada e a mesa?

A1 – Não, ela está aqui (lâmpada) e lá (mesa) ao mesmo tempo...

A2 – ... deixa eu pensar... me dá um pedaço de papel...

A3 – ... sim, existe luz entre a lâmpada e a mesa, mas eu não posso ver porque ela pode ir muito rápido... ( [7], p. 14)

Segundo as autoras, o aluno proferiu a resposta A3, retificando A1, após mover um pedaço de papel entre a lâmpada e a mesa.

Em outro estudo sobre concepções de estudantes em óptica geométrica [6], Harres aponta que os estudantes compreendem o processo de visão sem a propagação da luz:

“[...] no processo de visão, pode-se identificar muitos problemas que, não raro, decorrem da dificuldade em reconhecer e aplicar corretamente as propriedades da propagação da luz. *O maior desses problemas é a dissociação entre o processo da visão e a propagação da luz*” ( [6], p.222, grifo nosso).

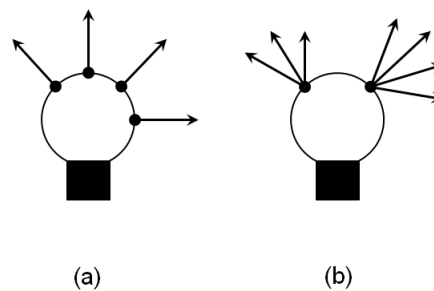
Nos parece, assim, que o não reconhecimento da propagação da luz talvez seja a concepção alternativa que mais influencia o processo de elaboração dos mecanismos descritivos e explicativos em óptica geométrica.

Galili [2] e Galili e Hazan [3], em trabalhos sobre a estrutura das concepções em óptica geométrica, mostram que para os estudantes a visão é uma atividade espontânea do olho, ou seja, os estudantes não percebem a visão como um processo. Mais ainda, os modelos explicativos da visão não fornecem vínculo material entre observador e observado, mesmo após a instrução formal. Segundo os autores, quando perguntados “como vemos as coisas?”, as respostas eram “os olhos podem ver”, ou ainda, “eu abro meus olhos e vejo”.

Quanto ao papel da luz, especificamente, Galili e Hazan observaram que a quantidade de alunos que concebiam a propagação da luz era praticamente igual à dos que não utilizavam esta noção. Isso ocorria mesmo após a instrução formal, onde a propagação da luz é um dos conceitos básicos tratados. Nesse sentido, o não reconhecimento da propagação da luz abre duas possibilidades de interpretação dos fenômenos: (i) a luz como “estando” na fonte luminosa ou no objeto (como encontramos no trabalho de Goulart et al); (ii) a luz permeando todo o espaço (uma espécie de substância etérea) entre fonte, objeto e olho. Para Galili e Hazan, essas duas possibilidades podem fazer parte de dois esquemas de visão: o que eles chamam de *esquema da visão espontânea* e o *esquema de luz corpórea*. O esquema de visão espontânea, é definido pelos autores como aquele em que não há reconhecimento da visão como processo e sim como algo “natural” (espontâneo). Já o esquema de luz corpórea, os autores o definem como aquele em que se pensa na luz como um objeto no espaço ou sobre uma superfície. Os autores perceberam que os estudantes baseados nesses esquemas concebiam os raios de luz como constituintes materiais da luz. Munidos dessas ideias, os estudantes concebiam que durante a reflexão e a refração, os raios de luz “dobram”, “quebram”, “desviam”. A associação dos esquemas acima citados com o conceito de raio de luz apresentado durante a instrução formal, originou o surgimento do que os autores chamaram de *esquema de lanterna*. Neste, os estudantes ao explicarem como a luz se propaga no espaço a partir de um corpo luminoso,

atribuem a cada ponto do corpo um único raio de luz.

O esquema de lanterna mostra-se mais coerente do que os anteriores embora seja incompleto, e por isso leva inevitavelmente a interpretações errôneas de algumas situações, como, por exemplo, o entendimento do brilho de uma lâmpada. Partindo deste modelo, o brilho da lâmpada é entendido como o fluxo de luz representado por raios radiais à lâmpada, em vez de raios saindo de cada ponto da lâmpada em todas as direções, como na figura 2.1. Segundo os autores do estudo, o esquema de iluminação de lanterna já era apresentado por percentual considerável dos estudantes antes da instrução formal, percentual esse que foi pouco alterado após a instrução ([3], p.67).



**Figura 2.1:** Em (a) tem-se um diagrama de raios que ilustra o esquema iluminação de lanterna e em (b) tem-se um diagrama considerado cientificamente correto. [3].

### 2.2.2 Imagens

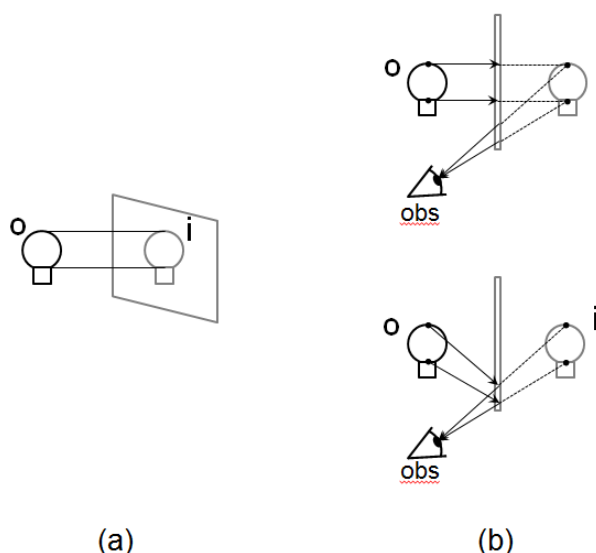
Quanto à formação de imagens, de objetos por observação direta ou por espelhos planos, por exemplo, destacam-se dois tipos de concepção [3, 8]: o *esquema holístico* e o *esquema da imagem projetada*.

O esquema holístico representa basicamente o conhecimento mais comum antes da instrução formal. Nele, os alunos entendem a imagem como ente real, independente do observador, sendo uma espécie de replicação do objeto que pode se mover, ficar parada, girar etc (figura 2.2a). Neste não há indícios da existência de um mecanismo de formação da imagem e da transferência desta. Além disso, pode-se pensar na imagem como algo que pode estar em



algum lugar entre o espelho e o observador, no caso da reflexão num espelho plano.

O esquema da imagem projetada, por sua vez, representa o conhecimento mais comum após a instrução, que é tido como *híbrido* [2]. Neste esquema, a imagem ainda é considerada um ente real, contudo, possui um mecanismo de formação e transferência: cada ponto da imagem se relaciona com um único ponto correspondente do objeto por um único raio de luz que se transfere do objeto para a imagem (figura 2.2b). Esse mecanismo sugere a presença de um anteparo para que a imagem seja projetada.

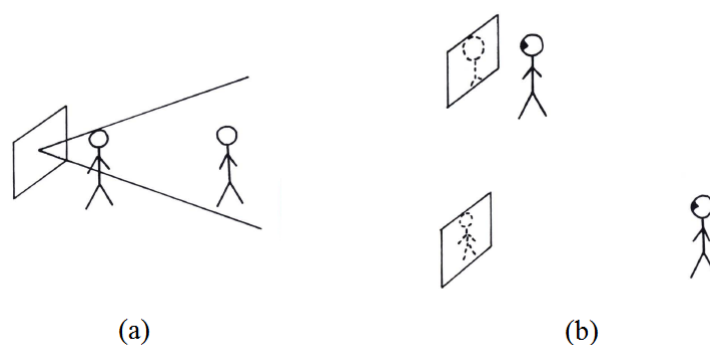


**Figura 2.2:** Diagramas que ilustram a compreensão conceitual de estudantes quanto à formação de imagens virtuais na presença de um espelho plano. Em (a) tem-se um diagrama do esquema holístico e em (b) dois diagramas do esquema da imagem projetada. Legenda: objeto (o), imagem (i), observador (obs). Fonte: [2].

Em um estudo sobre as dificuldades dos alunos quanto à formação de imagens em espelhos planos, Goldberg e McDermott [8], fizeram – em entrevistas – a seguinte pergunta aos estudantes: *há algo que você possa fazer para conseguir se ver mais no espelho?*<sup>3</sup> (p. 478, tradução livre). Segundo eles,

<sup>3</sup>“(...) um pequeno espelho retangular é mantido verticalmente cerca de um metro em frente ao aluno. O espelho é posicionado de modo que o topo da cabeça do aluno apareça na borda superior”. (p.477, tradução livre)

praticamente todos os alunos que não tinham sido apresentados a essa questão antes, responderam que deveriam andar para trás (90% pré-instrução e 70% pós-instrução).



**Figura 2.3:** Diagramas de dois estudantes que responderam que deveriam se afastar do espelho para se verem mais nele. Fonte: [8].

A figura 2.3 contém dois diagramas, tal como desenhados pelos alunos, que representam a justificativa da resposta dada à questão.

O aluno que desenhou o diagrama (a) apresentou a seguinte justificativa: *“Então, se eu estou aqui, você só pode ver parte de mim. Mas se eu voltar, então o meu corpo inteiro estará dentro do ângulo e você poderá vê-lo”*. Já o aluno que desenhou o diagrama (b) justificou assim: *“Como eu vou mais longe, minha imagem fica menor e é capaz de se encaixar no espelho, mas chegando perto, minha imagem é muito maior, e o espelho tem um tamanho fixo”*.

No primeiro caso, os autores fazem o seguinte comentário: *“parece que ela estava pensando no espelho como que “olhando para ela”, com um ângulo de visão de tamanho fixo. Como ela se mudou para longe do espelho, uma parte maior de seu corpo poderia caber neste ângulo”*. Nos parece que, aqui, o estudante pensa no espelho como uma máquina fotográfica em que o objeto precisa estar enquadrado e que mostra o resultado da “fotografia” instantaneamente.

Já no segundo caso, comentam: *“o estudante parece conceber o espelho como “contendo” a imagem dentro de suas fronteiras. [...] O estudante*

*estava aparentemente baseado em sua experiência de que um objeto parece diminuir de tamanho quando o observador se afasta*”. Aqui nos parece que o aluno adotou o modelo da imagem projetada como visão alternativa.

### 2.2.3 Reflexão da luz

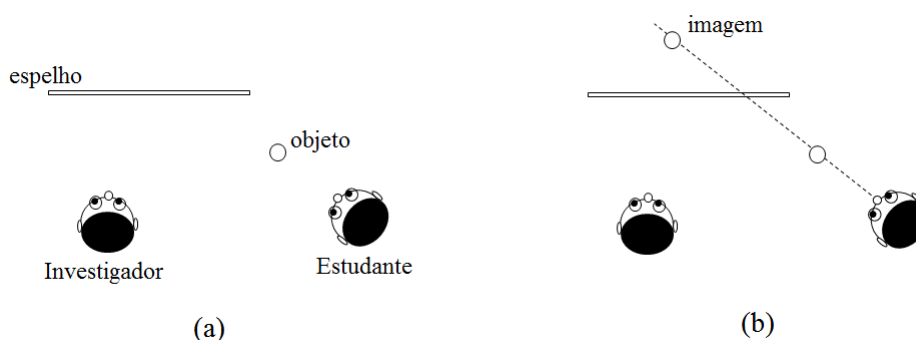
Quanto à reflexão da luz, alguns estudos apontam que, para os estudantes, ela só acontece em espelhos ou objetos similares; objetos opacos não refletiriam luz [6, 7]. As leis da reflexão são violadas com frequência e os alunos têm dificuldades de relacionar os ângulos de incidência e reflexão, quando muito os relacionam erradamente [8].

Em suas entrevistas com os estudantes, Goldberg e McDermott [8] apresentaram questões que versavam sobre a imagem de um objeto posto diante de um pequeno espelho, além daquela que discutimos na seção anterior. Destacam-se alguns resultados: (i) quanto à posição da imagem, alguns estudantes pré-instrução a localizaram no espelho, enquanto a quase totalidade dos estudantes pós-instrução a localizaram atrás do espelho; (ii) quanto ao que aconteceria com a imagem se o observador mudasse de posição, de todos os estudantes pré-instrução, praticamente metade afirmou que a imagem estaria no mesmo lugar, enquanto a outra metade afirmou que a imagem estaria em um lugar diferente. Na investigação pós-instrução, embora a maioria afirmasse que a imagem estaria no mesmo lugar de antes, 30% dos estudantes ainda afirmavam que ela estaria em um lugar diferente. Goldberg e McDermott comentam:

“Alguns estudantes que inicialmente davam uma previsão incorreta pareciam estar confiando fortemente no que percebiam ter sido a sua experiência. Muitas vezes, estes alunos não mudavam sua compreensão após tentar desenhar um diagrama de raios. Apesar do fato de que a maioria poderia recitar a lei de reflexão, os diagramas de raios construídos por eles estavam incorretos. Parecia que eles estavam tentando fazer seus diagramas confirmarem o resultado que eles acreditavam ser o correto. No decorrer das entrevistas, frequentemente tinha-se a impressão de que os estudantes estavam tendo dificuldades para resolver conflitos entre previsões com base em suas interpretações da experiência e previsões baseadas em aplicações das leis da óptica geométrica.” ( [8], p.476, tradução livre);

(iii) numa situação em que o estudante não está diretamente em frente ao espelho e nem o objeto (figura 2.4a), a questão posta era se o estudante e o investigador veriam ou não a imagem. Dos estudantes pré-instrução, metade respondeu corretamente que ele não veria a imagem e o investigador veria. Dos estudantes pós-instrução, três quartos responderam corretamente; os que responderam incorretamente apresentavam como justificativa o argumento da “linha de visão” (figura 2.4b). Goldberg e McDermott observaram que

“[...] A maioria dos estudantes pós-instrução que deram uma resposta errada, disse que tanto eles como o investigador seriam capazes de ver a imagem da haste. Praticamente todos os alunos que cometeram este erro usaram um tipo de raciocínio para prever o que o investigador veria e outro tipo para o que ele mesmo veria. Eles erroneamente decidiram que seriam capazes de ver a imagem, porque esta estaria em sua linha de visão da haste. Por outro lado, ao aplicar corretamente a lei de reflexão, concluíram que o investigador seria capaz de ver a imagem também”. ([8], p.477, tradução livre)



**Figura 2.4:** Em (a) temos o esquema da questão 3 e em (b) um diagrama que ilustra o argumento de “linha de visão” que os estudantes utilizaram para explicar porque eles veriam a imagem e o investigador não. Fonte: [8].

Como resultados dessa pesquisa, os autores mostram que a ideia de que uma imagem é vista quando está na linha de visão do observador em relação ao objeto aparece tanto na pré quanto na pós-instrução. Concepção que leva a outra: que uma imagem seria vista em posições diferentes por observadores diferentes. Os autores salientam que, em todas as tarefas, um número significativo de estudantes não reconheceu, mesmo pós-instrução, que a posição

da imagem depende apenas da posição do objeto em relação ao espelho e é independente da posição do observador. Um outro resultado importante deste estudo – oriundo principalmente da terceira questão – é que os estudantes não compreendem bem o papel desempenhado pelo olho na percepção de uma imagem. Conseqüentemente, os estudantes têm dificuldade em dizer onde o observador deve estar para ver uma imagem. Os autores resumindo afirmam que

“Em quase todas as tarefas, o comportamento de alguns estudantes pós-instrução sugere que eles não reconhecem o diagrama de raios como uma representação dos princípios da óptica geométrica. Apesar de serem capazes de afirmar que o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência, eles frequentemente ignoram as implicações que esta relação tem para a imagem. Na tentativa de justificar uma previsão incorreta, pós-estudantes, bem como pré-estudantes violaram muitas vezes a lei de reflexão, aparentemente sem saber que estavam fazendo isso.” ( [8], p.479, tradução livre)

#### 2.2.4 Refração da luz

Quanto à refração da luz, faremos uma análise mais minuciosa das concepções dos estudantes a partir de dois trabalhos. O primeiro, de Keawkhong *et al* [9], faz uma descrição detalhada das concepções utilizadas pelos estudantes num problema de refração. O segundo trabalho, de Singh e Butler [10], resume as concepções sobre refração sob um aspecto mais geral, desde os termos usados no ensino e seus significados até as condições de ocorrência da reflexão interna total. Esses trabalhos se complementam na medida em que enquanto um se concentra em detalhes específicos de um problema, o outro descreve como os estudantes enxergam o quadro mais geral de relações entre conceitos.

##### **As investigações de Keawkhong *et al***

Em trabalho recente, Keawkhong *et al* (op.cit.) realizaram um estudo das concepções de estudantes sobre a refração da luz numa interface plana. O estudo consistia em um questionário aplicado a 220 estudantes de duas escolas tailandesas, tidas como de boa reputação, que selecionavam bons estudantes.

Todos os estudantes já haviam cursado óptica introdutória (mesmo livro e currículo), com professores tradicionais, em aulas sem atividades experimentais em refração.

O questionário, por sua vez, consistia de duas questões sobre um objeto submerso num tanque com água. Essas questões visavam diagnosticar a habilidade dos estudantes em usar o diagrama de raios para (i) explicar a relação entre objeto, imagem e observador; e (ii) determinar qualitativamente a posição de uma imagem por refração.

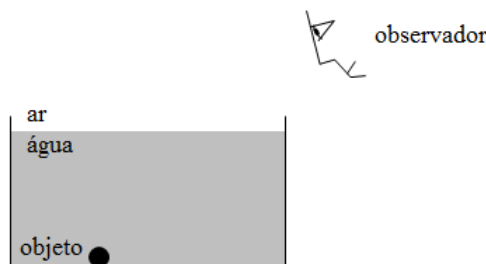
Os autores afirmam, em linhas gerais, que os estudantes possuem concepções equivocadas sobre a direção de propagação da luz, de como a luz refrata numa interface e em como determinar a posição de uma imagem por refração. Eles afirmam ainda que há grande diversidade de modelos conceituais empregados na tentativa de explicação do problema.

Já em linhas específicas, os autores afirmam que apenas 22% dos estudantes possuem uma compreensão qualitativa de como usar o diagrama de raios para determinar a posição da imagem. Mais ainda, de todos os estudantes, apenas um pôde determinar a posição correta da imagem usando um raciocínio adequado.

A seguir veremos em detalhes a análise das questões deste estudo.

### Questão 1

A primeira questão apresentada no estudo é dada abaixo:



**Figura 2.5:** Esquema da questão 1. Fonte: [9].

“*Desenhe* um diagrama de raios para representar a propagação da luz que permite que um observador possa ver um objeto no fundo de um

tanque com água. *Explique* as ideias que você usou para desenhar seu diagrama”. ( [9], p.99, tradução livre.)

Nesta questão os autores analisam as concepções alternativas em dois aspectos: concepções sobre propagação da luz e sobre refração.

Quanto à propagação da luz no problema do objeto no tanque com água, as concepções foram sumarizadas na tabela 2.3.

	<b>Concepções alternativas sobre a propagação da luz</b>	<b>Número total de estudantes (199)</b>
#1	Estudantes desenharam a trajetória de um raio se propagando do olho do observador para o objeto	58 (29.1%)
#2	Estudantes desenharam a trajetória de um raio se propagando do olho do observador para a imagem	51 (25.6%)
#3	Estudantes desenharam a trajetória de um raio se propagando da imagem para o olho do observador	17 (8.5%)
#4	Estudantes desenharam a trajetória de um raio se propagando do objeto para o olho do observador, mas a imagem é “vista” quando um raio viaja do olho para a imagem	14 (7%)

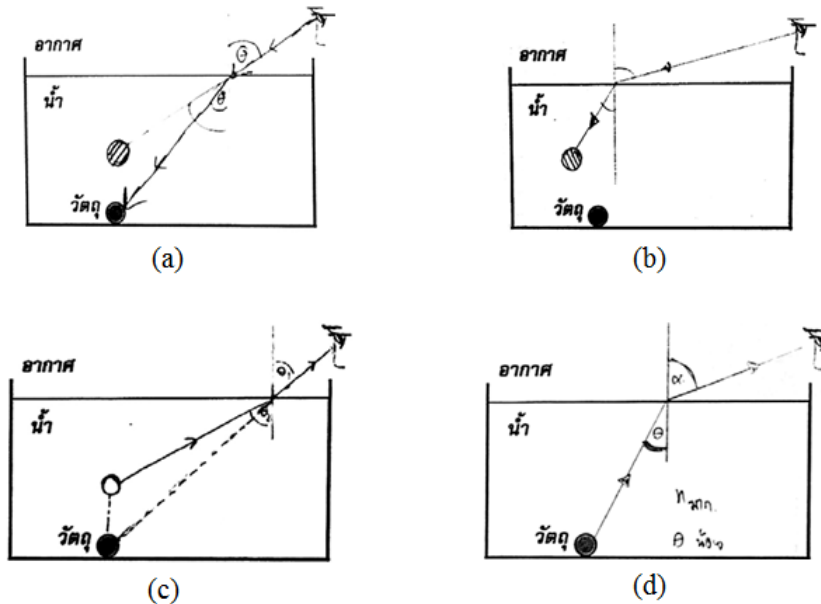
**Tabela 2.3:** Concepções de estudantes sobre a propagação da luz investigadas na questão 1. Fonte: [9].

De 199 estudantes<sup>4</sup>, 109 (54.7%) tentaram explicar a visão em termos da luz emanada dos olhos do observador (respostas #1 e #2), como na figura 2.6 a e b. Segundo os autores, 20 destes estudantes, por sua vez, explicaram que o caminho do olho ao objeto era uma espécie de “caminho imaginário”. Os 17 estudantes (8.5%) que deram a resposta #3, tentaram, segundo os autores, relacionar objeto e imagem, como pode ser visto na figura 2.6c. Estes estudantes explicaram que o raio foi simplesmente associado ao processo de olhar. Embora a explicação seja vaga, ela representa uma

<sup>4</sup>“As respostas de 21 dos 220 estudantes foram inconsistentes ou incompletas até certo ponto onde nenhuma interpretação significativa pôde ser formada”.( [9], p.99, tradução livre).

tentativa de estabelecer uma relação entre objeto e imagem, algo que não foi observado nas respostas anteriores.

De todos, apenas 14 (7%) desenharam o diagrama corretamente, mostrando o raio se propagando do objeto para o olho do observador. Poderíamos pensar que estes estudantes possuíam uma compreensão sólida quanto à propagação da luz em fenômenos refrativos. Contudo, os autores mostraram que os mesmos estudantes que desenharam o diagrama da questão 1 corretamente, na questão 2 desenharam incorretamente o raio se propagando do olho do observador até a imagem, refratando como se fosse um raio de luz real (ver a figura 2.9(d) mais à frente).



**Figura 2.6:** Diagramas de estudantes referentes a questão 1. Fonte: [9].

Quanto à refração da luz no problema do objeto no tanque com água, as concepções foram sumarizadas na tabela 2.4:

Sobre a resposta #1, os autores afirmam que estes estudantes usam os termos reflexão e refração inapropriadamente. Uma confusão similar foi encontrada em estudantes de ensino médio da Suécia [11].

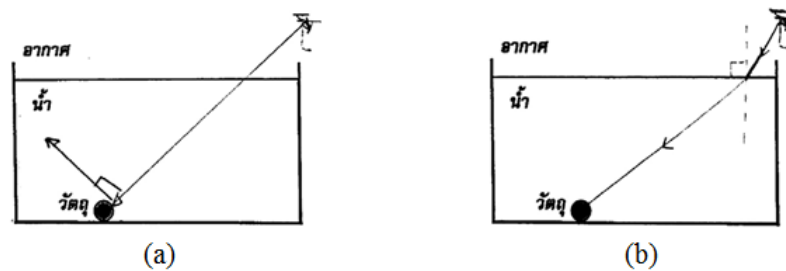
Quanto à resposta #2, do total de 75 estudantes, 28 não acreditavam que a luz refrata quando passa por uma interface. Outros 28 destes usaram uma



	Concepções alternativas sobre refração da luz numa interface	Número total de estudantes (199)
#1	Estudantes confusos sobre o significado da reflexão e da refração	11 (5.5%)
#2	Estudantes desenharam uma trajetória em linha reta (real ou imaginária) do olho para o objeto sem refração na interface	75 (37.7%)
#3	Estudantes desenharam o raio se afastando da normal quando se propaga de um meio de menor para outro de maior índice de refração e vice-versa	71 (35.7%)

**Tabela 2.4:** Concepções de estudantes sobre refração investigadas na questão 1. Fonte: [9].

linha reta entre o olho e o objeto para representar a trajetória de observação. Dos 75 alunos, 47 desenharam os raios como a trajetória trivial do objeto sendo visto com o tanque vazio. Tomando esse raio como uma referência, o ponto onde este cruza a interface foi usado para determinar o caminho do raio refratado entre o olho do observador e a imagem, o que pode-se ver nas figuras 2.6c e 2.7a.



**Figura 2.7:** Diagramas de estudantes investigados quanto à refração. Fonte: [9]. Em (a) um diagrama em que o estudante não considerou a ocorrência da refração na interface água-ar; já em (b) um diagrama em que o estudante considerou a ocorrência da refração, muito embora não tenha demonstrado boa compreensão dos aspectos quantitativos da refração.

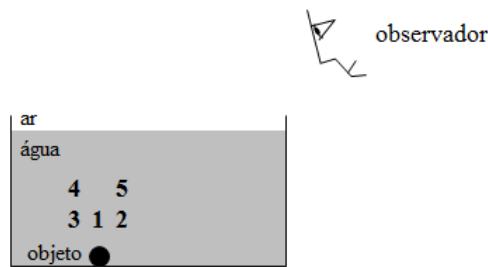
Já quanto à resposta #3, 71 estudantes (35.7%) desenharam incorretamente a inclinação do raio quanto à normal antes e depois da refração de

acordo com o a medida do índice de refração antes e depois da interface. Destes, segundo os autores, 54 não possuíam boa compreensão quantitativa da refração. Destes ainda, 61 utilizaram outras idéias para construir seus diagramas, dentre elas a da construção do tipo “tanque vazio” (figura 2.6c).

### Questão 2

A segunda questão apresentada no estudo foi a seguinte:

“Na figura abaixo, o observador está olhando para um objeto colocado no fundo de um aquário cheio de água. Escolha o número que indica a posição da imagem virtual do objeto como visto pelo observador. Desenhe o diagrama de raios para ilustrar sua resposta”. ([9], p.99, tradução livre.)



**Figura 2.8:** Esquema da questão 2. Fonte: [9].

As concepções apresentadas pelos alunos foram sumarizadas na tabela 2.5.

As respostas a essa questão foram divididas pelos autores em 5 modelos conceituais distintos, como veremos a seguir.

#### *Modelo 1*

Neste modelo, os estudantes usam o conceito de refração na interface água-ar para determinar como os raios se propagam entre o objeto e o olho (figura 2.9(a)). Usam a ideia de extensão dos raios entre a interface e olho (no ar) numa linha reta (na água) para indicar a posição da imagem. Para os autores, o uso de um único raio e a discussão usual de refração num dioptra plano podem ser os responsáveis por este erro.

	<b>Concepções alternativas sobre a determinação da posição da imagem</b>	<b>Número total de estudantes (199)</b>
#1	A reflexão a partir do objeto determina a posição da imagem, ou permite que ela seja vista	24 (12%)
#2	A imagem pode ser vista porque o caminho do raio que se propaga entre o olho do observador e a imagem refrata na interface água-ar	100 (50.2%)
#3	A posição da imagem, determinada a partir do caminho do raio entre o olho do observador e a <i>imagem</i> , não depende da posição do objeto	39 (19.6%)

**Tabela 2.5:** Concepções de estudantes sobre a determinação da posição da imagem investigadas na questão 2. Fonte: [9].

### *Modelo 2*

Neste, os estudantes desenham uma trajetória em linha reta entre o olho do observador e o objeto, e entre o objeto e a imagem, e usam isto para indicar a posição da imagem. O raio entre o olho e a imagem é refletido no objeto (figura 2.9(b)). Segundo os autores, estes estudantes têm uma compreensão muito ingênua dos conceitos físicos necessários para resolver o problema e não consideram a refração na interface um fator importante. Mais ainda, eles têm dificuldades na compreensão da lei da reflexão.

### *Modelo 3*

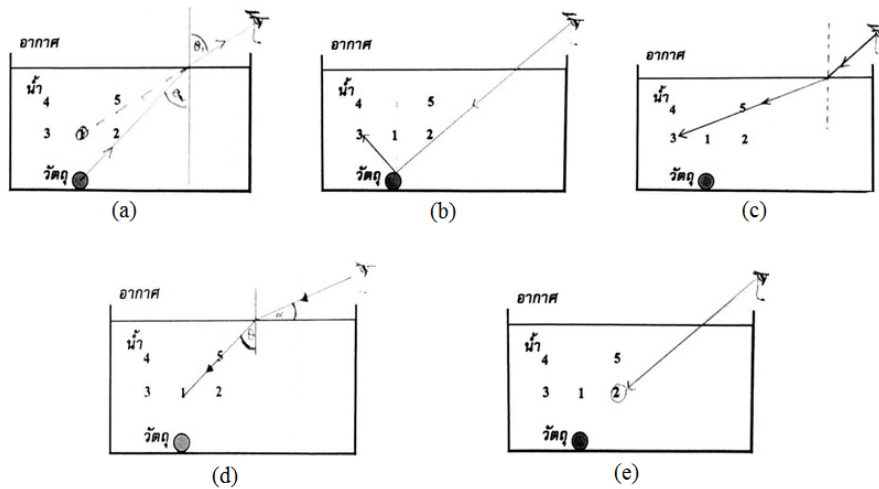
Já neste, os estudantes constroem uma trajetória desviada entre olho e imagem, que é refratada na interface (figura 2.9(c)). Esta construção é algumas vezes acompanhada por uma outra construção de raios incorreta entre olho e objeto. Para os autores, eles aparentemente não compreendem que a imagem é localizada pelo traçado imaginário dos raios que dela parecem divergir. Eles apresentam uma compreensão qualitativa de que a refração é importante na solução do problema, mas falta-lhes a compreensão significativa de como a imagem é formada.

*Modelo 4*

Neste quarto modelo, os estudantes constroem um raio de luz viajando do objeto para o olho que é corretamente refratado na interface, mas incorretamente desenharam outro raio viajando do olho à imagem que também refrata na interface (figura 2.6(d) e figura 2.9(d), respectivamente). Eles têm uma boa compreensão de como a luz se propaga do objeto ao olho, mas têm uma compreensão pobre de como imagens virtuais são formadas. Os autores salientam que a opção 1 foi a mais escolhida como resposta.

*Modelo 5*

Finalmente no modelo 5, os estudantes desenharam uma trajetória em linha reta entre imagem e olho (figura 2.9(e)). Para os autores eles não usaram a ideia de refração qualitativa nem quantitativamente em suas análises. Mais ainda, metade dos estudantes não consideraram o objeto e a outra metade simplesmente desenharam uma linha reta entre objeto e olho.



**Figura 2.9:** Diagramas de estudantes referentes a questão 2. Fonte: [9].

**As investigações de Singh & Butler**

Num estudo também sobre concepções e estrutura do conhecimento em refração da luz, Singh e Butler [10], aplicaram seis questionários a seis grupos

de estudantes de 15 a 18 anos – de ingressantes no ensino médio a calouros de graduação em física, sobre termos e equações usados em refração e reflexão em interfaces planas e curvas, lentes e primas.

Em linhas gerais, os autores perceberam que os estudantes não reconheciam o raio de luz sendo parcialmente refletido *e* refratado. Consideravam apenas o raio sendo refletido *ou* refratado<sup>5</sup>. Isso levou os autores a uma conclusão mais forte: a estrutura de conhecimento dos estudantes sobre refração é um aglomerado de grupos de conteúdos existindo de forma independente.

Em linhas específicas, vejamos ainda alguns detalhes da pesquisa e seus resultados. Embora o programa curricular prescrevesse o ensino de alguns tópicos de óptica geométrica, as concepções e compreensão dos estudantes sobre refração eram de baixa qualidade. Segundo os autores, em muitos casos, mesmo quando os alunos sabiam as respostas, não conseguiam explicá-las, mostrando uma compreensão superficial do assunto. Em todos os questionários, os estudantes tiveram uma pontuação ruim em questões que demandavam a aplicação dos princípios em situações não padronizadas. Por outro lado, tiveram bom desempenho em questões padrão utilizadas como exemplos em sala de aula e nos livros didáticos.

Um outro aspecto importante, detectado pelos autores, foi que os estudantes calouros da graduação em física não tiveram desempenho significativamente melhor do que os outros grupos, com exceção do grupo de estudantes de 15 anos.

#### *Alguns exemplos*

Num primeiro exemplo, foi pedido aos estudantes que explicassem os termos *refração* e *índice de refração*. De um total de 35 estudantes, 82% explicaram a refração como o desvio da luz incidente numa interface entre dois meios. Somente 2 destes estudantes mencionaram que a luz que incide normal à interface refrataria. Esses mesmos estudantes explicaram a refração usando a mudança de velocidade da luz. Os outros 33 não consideraram que a refração normal ocorria. Somente 4 dos 35 definiram o índice de refração como a razão entre as velocidades da luz no vácuo e num dado meio. Dos

---

<sup>5</sup>Diga-se de passagem, que muitos livros didáticos tratam esses assuntos separadamente.

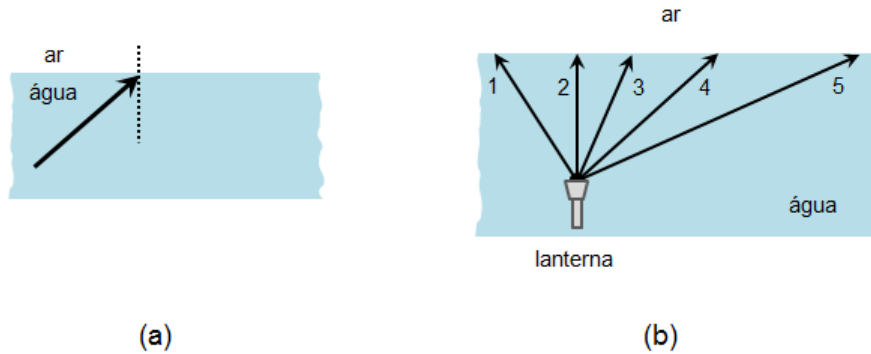
outros 29 que conheciam o termo *índice de refração*, 14 usaram a fórmula  $n = \text{sen}(i)/\text{sen}(r)$  para defini-lo.

Num segundo exemplo, os estudantes foram solicitados a completar o caminho de um raio incidente numa interface plana considerando todas as possibilidades de direções possíveis dos raios. 82% não consideraram a reflexão, declarando que somente a refração ocorria, já que os raios não estavam incidindo num espelho ([10], p. 431). Os autores afirmam que as respostas dadas pelos estudantes foram respostas de livros de didáticos, onde, geralmente, se considera apenas um processo de cada vez.

Já num outro exemplo, aos estudantes foi pedido que completassem o caminho de um raio incidente numa interface curva. Segundo ao autores, muitos não foram capazes de fazê-lo. Os que desenharam esboços quase corretos, sendo convidados a fazer desenhos mais precisos, apenas 4 (11%) fizeram, apesar de 78% terem desenhado corretamente o caminho de raio refratado numa interface plana.

Num outro exemplo, foram dadas duas configurações que testavam as concepções sobre a refração de um meio mais refringente para outro menos refringente (figura 2.10). 62% dos estudantes desenharam o raio refratado no meio menos refringente, ignorando a reflexão interna total. Sobre a figura 2.10(a), dos 5 alunos (de 37) que desenharam o raio totalmente refletido internamente, 2 disseram que a refração de meios mais refringentes para meios menos refringentes ocorre para pequenos ângulos de incidência. Já sobre a figura 2.10(b), dos 37 alunos, 3 desenharam o raio 4 refletido internamente e 11 desenharam o raio 5 refletido internamente. Alguns estudantes desenharam o raio 2 refratado normal à interface. Dos 23 que desenharam o raio 1 refratado, somente 6 indicaram que o ângulo de incidência era menor que o ângulo crítico do meio. Os autores sintetizam essas informações afirmando que

“Os estudantes têm uma concepção muito pobre das condições necessárias para a ocorrência da reflexão interna total. A menos que o ângulo de incidência seja muito grande, a maioria dos estudantes não considera a reflexão interna total. Falta-lhes conhecimento e compreensão dos detalhes mais finos”. ([10], p.434, tradução livre)



**Figura 2.10:** Diagramas para o teste das concepções sobre reflexão interna total. Em (a) o raio foi desenhado sob um ângulo de incidência maior que o limite. Em (b) o raio 1 foi desenhado um pouco menor que o ângulo crítico. Já os raios 4 e 5 foram desenhados bem acima do ângulo limite. Fonte [10].

### *Considerações gerais*

As investigações de Singh e Butler mostraram que conteúdos de ensino fragmentados, em detrimento de um quadro conceitual mais amplo, resultaram em uma evidente falta de estrutura adequada no conhecimento dos estudantes. Segundo eles, os estudantes possuem um conhecimento superficial sobre o assunto, já que não conseguem fornecer explicações para suas respostas. (p. 442). Mais ainda: “muitas das concepções dos estudantes surgem por causa de uma falta de profundidade no conhecimento e na organização formal do assunto” ([10], p.442, tradução livre). O ensino, por sua vez, é feito com base no uso de regras específicas – independentes entre si – em certas situações e não como parte de um quadro conceitual relacional mais amplo.

### **Quadro conceitual da refração**

Singh e Butler sugerem, quando do processo de ensino, enfatizar a organização do assunto, mostrando as conexões entre os diversos grupos de conteúdos. A figura 2.11 apresenta um quadro conceitual – dentre outros que possam ser construídos – proposto pelos autores deste estudo.

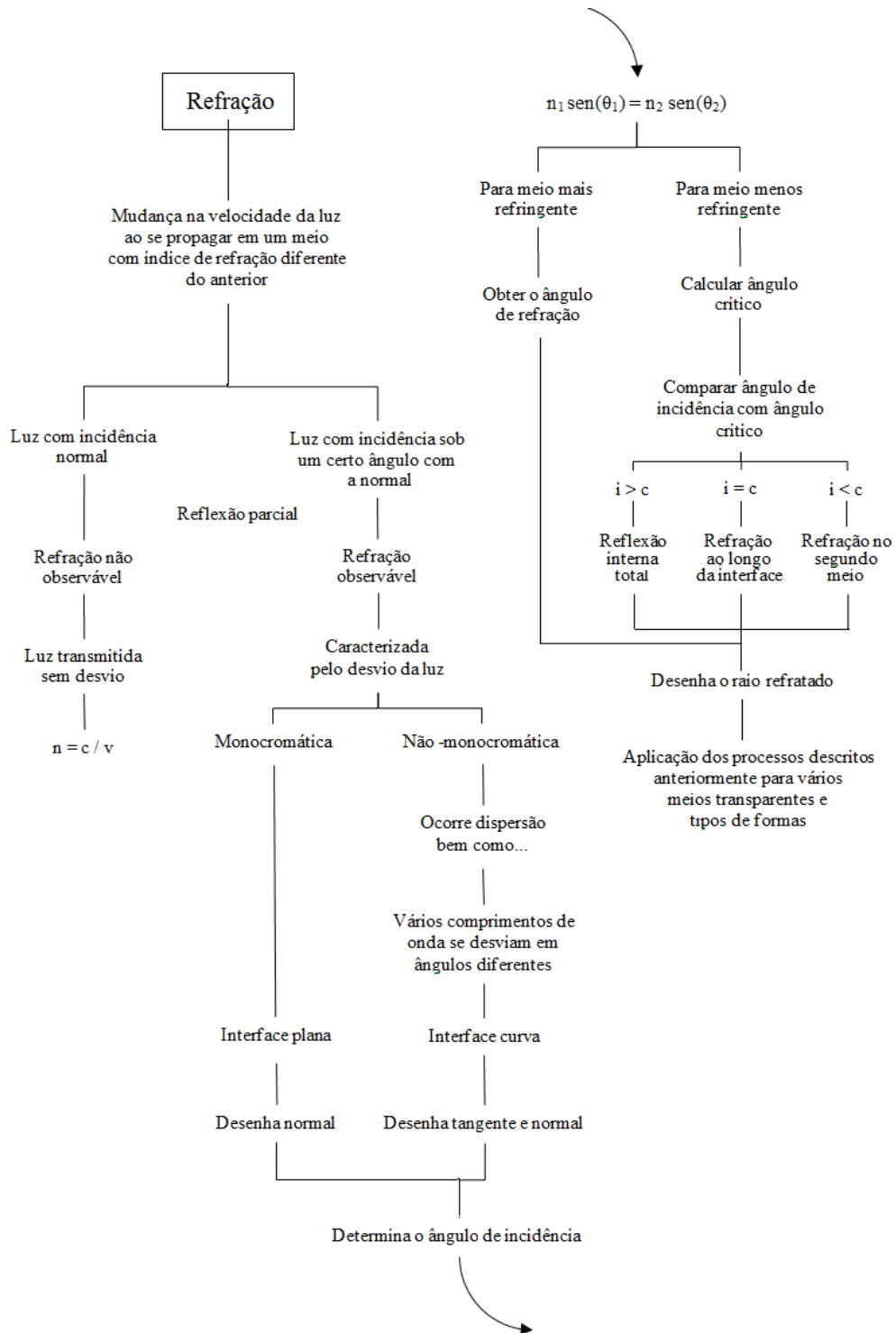


Figura 2.11: Um quadro conceitual sobre refração. Fonte: [10].



## 2.3 Diálogo com o mundo real

Em importante trabalho [1], Lillian McDermott faz um balanço de mais de uma década de pesquisas em ensino de física, cujos resultados indicam – segundo ela – que, em todos os níveis de instrução, a diferença entre o que é ensinado e o que é aprendido é frequentemente maior do que os professores percebem. E essa discrepância sugere a seguinte questão: há um desencontro correspondente entre como ensinamos e como os estudantes aprendem?

Na discussão a respeito de algumas generalizações sobre aprender e ensinar, McDermott destaca os seguintes pontos: (i) a facilidade em resolver problemas quantitativos padrão não é um critério adequado para a compreensão funcional; (ii) um quadro conceitual coerente não é tipicamente resultado de uma instrução tradicional; (iii) certas dificuldades conceituais não são superadas pela instrução tradicional; (iv) o crescimento na habilidade de raciocinar não é usualmente resultado de uma instrução tradicional; (v) as conexões entre conceitos, representações formais e o mundo real são frequentemente ausentes após a instrução formal e (vi) o ensino do tipo “cuspe-e-giz” não é um modo efetivo de instrução para a maioria dos estudantes.

De todos os pontos destacados por McDermott, um nos é particularmente interessante: o problema das conexões entre o mundo real dos fenômenos e o mundo dos conceitos e representações. Esse é um ponto em que os estudantes têm consideráveis dificuldades, como afirma a autora:

“[...] Os estudantes muitas vezes não conseguem relacionar os conceitos e representações formais da física com outros conceitos e com o mundo real. A incapacidade de interpretar equações, diagramas e gráficos gera muitas dificuldades conceituais e de raciocínio”. ([1], p.297, tradução livre)

A autora aponta que a fim de que os estudantes sejam capazes de fazer tais conexões, é necessário que haja uma prática de repetição na interpretação do formalismo físico e na sua relação com o mundo real dos fenômenos. Este é o objetivo central deste trabalho: tomar situações cotidianas diversas e interpretá-las à luz dos mesmos conceitos. Em particular queremos promover uma conexão significativa entre a representação por diagramas de raios e

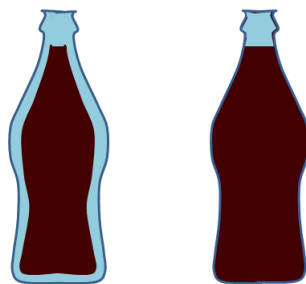
a observação de fenômenos ópticos cotidianos. O uso de exemplos do cotidiano encontra justificativa no seguinte fato: “*o traçado dos raios de luz deve ser entendido como uma forma para compreender a formação de imagens e não como algo real com significado próprio*” (PCN+ [12], p.74-75). Sob essa perspectiva, a conexão entre diagramas de raios e fenômeno real é essencial, pois esse diagrama é a ferramenta que utilizamos para interpretar o observado, e que eventualmente nos ajuda a extrapolar a observação para outros contextos correlatos. Veremos isso neste trabalho, onde será mostrado que dois problemas aparentemente independentes são, na verdade, resultado de um mesmo efeito.

# Capítulo 3

## O “efeito coca-cola”

### 3.1 A garrafa de coca-cola: um problema interessante

Existem alguns fenômenos que, embora cotidianos, não são notados pela maioria das pessoas. Um deles é o curioso efeito que acontece numa garrafa de coca-cola. Ele se dá da seguinte maneira: quando olhamos uma garrafa cheia de coca-cola, dessas de vidro, não vemos a parede da garrafa, como ilustrado nas figuras 3.1 e 3.2. Por que não vemos a parede de vidro da garrafa, apesar do vidro ser bastante espesso?<sup>1</sup>



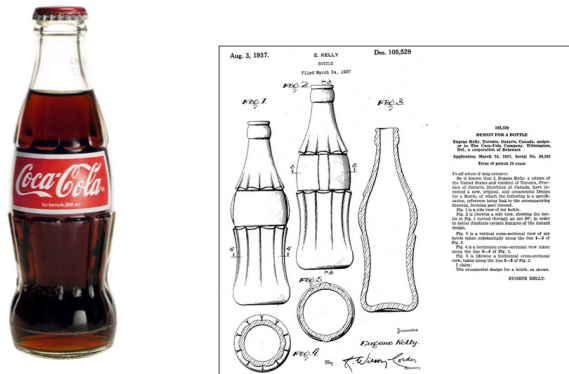
**Figura 3.1:** O desaparecimento da parede de vidro de uma garrafa de coca-cola.

Outras questões surgem: e se a garrafa estivesse preenchida com outro

---

<sup>1</sup>O mesmo efeito numa caneca de cerveja é citado em algumas referências como, por exemplo, no livro *Física Conceitual* de Paul Hewitt.

líquido (óleo de cozinha etc.)? Esse “efeito” acontece qualquer que seja a espessura da parede de vidro? O mais surpreendente é que a parede de vidro aparece quando mergulhamos a garrafa num recipiente com água, como pode ser visto na figura 3.3.



**Figura 3.2:** À esquerda uma fotografia de uma garrafa pequena de coca-cola e à direita a página da patente da garrafa de coca-cola de 1937, onde se pode observar a espessura (nada desprezível!) do vidro da garrafa.

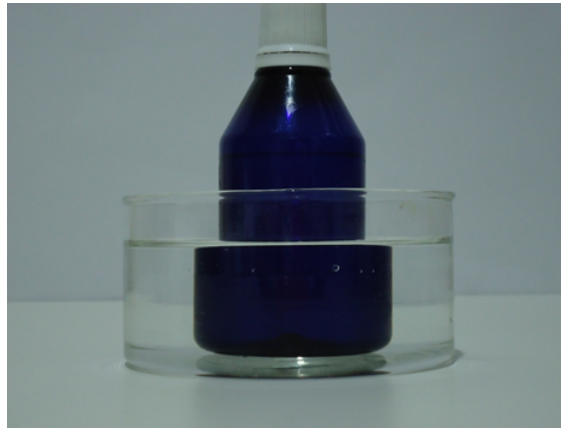


**Figura 3.3:** Garrafa de coca-cola imersa em água. Note o aparecimento do vidro.

## 3.2 Uma situação semelhante

Para investigar essas questões vamos considerar uma situação semelhante à que acontece na garrafa de coca-cola: um pequeno objeto cilíndrico colorido colocado no centro de um recipiente também cilíndrico contendo água.

Começemos pelo aspecto fenomenológico. Colocando-se o objeto no recipiente preenchido com água, obtém-se a imagem da figura 3.4. Pode-se observar um notável *aumento aparente* sofrido pelo objeto dentro da água; mais precisamente, a imagem vista pelo observador externo da parte do objeto imersa em água é maior do que o próprio objeto.



**Figura 3.4:** Objeto num recipiente contendo água.

Colocando o mesmo objeto num recipiente menor obtemos a imagem da figura 3.5. Observa-se que nesta, a imagem da parte imersa do objeto ocupou todo o recipiente, tornando a água nele contida “invisível”! Como veremos, esse fenômeno é semelhante ao desaparecimento do vidro da garrafa de coca-cola.

Dessa situação podemos tirar duas conclusões preliminares: (i) do primeiro arranjo (fig. 3.4) concluímos que se trata de um efeito de refração da luz, já que o aumento aparente indica que a luz sofre um desvio ao sair do recipiente, além do fato básico de que a luz que sai do objeto (espalhada) viaja da água para o ar; (ii) já do segundo arranjo vemos que há um forte indício de que o desaparecimento da água é semelhante ao “efeito coca-cola”.

Vejam agora o aspecto analítico do problema a partir do diagrama de



**Figura 3.5:** Objeto num recipiente menor.

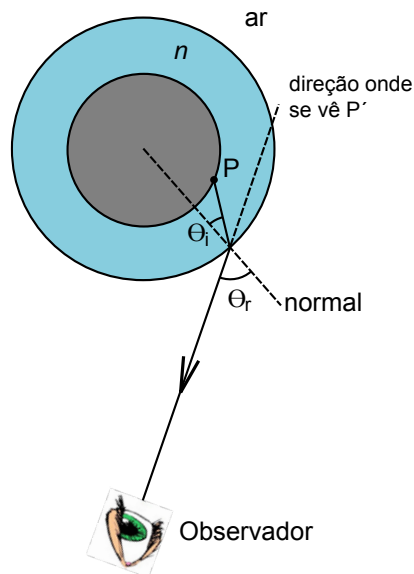
raios do frasco imerso na água. Seja uma seção transversal deste esquema vista de cima como na figura 3.6. Seja também um ponto  $P$  na borda do objeto central. Deste ponto saem inúmeros raios em todas as direções. Escolha-se um desses raios de tal modo que ao refratar na borda do recipiente, tome uma certa direção indo até o olho de um observador, que verá sua imagem  $P'$  como que vindo de outra direção. Por razões de simetria, o mesmo ocorre na parte esquerda da figura, e é assim que se observa o aumento aparente do frasco (vide figura 3.7).

Observando a figura 3.7, notamos que o raio aparente do objeto é dado por

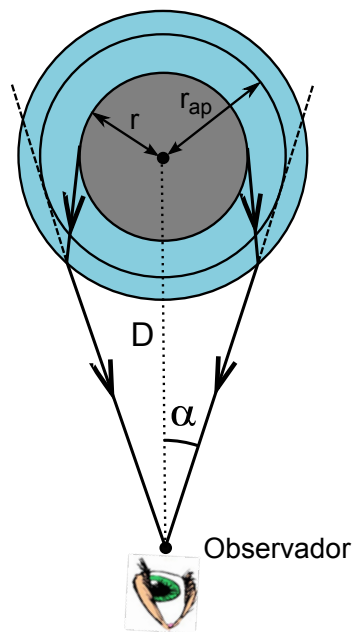
$$r_{ap} = D \operatorname{sen} \alpha, \quad (3.1)$$

onde  $D$  é a distância do centro do recipiente (e do objeto) ao observador e  $\alpha$  é o semi-diâmetro angular da imagem do objeto.

É bom ressaltar que esse resultado depende do fato de o raio luminoso do último ponto visto pelo observador deixar o objeto tangencialmente, definindo o tamanho aparente da imagem. Para um objeto no ar, é fácil perceber que raios tangenciais definem o diâmetro angular do objeto. No entanto, no caso de um objeto imerso em água, como concluir que seu diâmetro aparente se defina da mesma maneira? Na figura 3.8, observemos o ponto  $P$ , um ponto de onde sai um (dentre inúmeros) raio de luz, que refrata para o ar em um ponto  $Q$  e chega aos olhos  $O$  do observador. Se a espessura do recipiente for

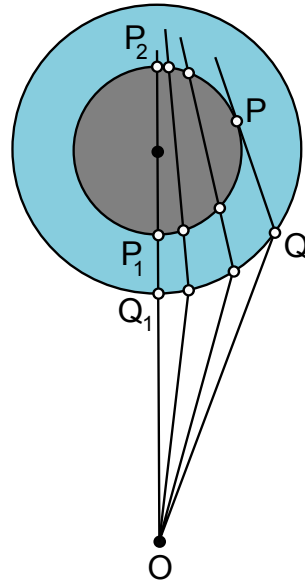


**Figura 3.6:** Raio de luz oriundo de  $P$  é refratado e chega ao observador, que vê a imagem de  $P$  ( $P'$ ).



**Figura 3.7:** Diagrama de raios mostrando o efeito de aumento aparente de um objeto imerso num líquido, causado por refração.

bem menor do que seu diâmetro, podemos desprezar a presença do vidro, de modo que assim, é como se o objeto estivesse imerso num cilindro de água, como veremos em detalhe no capítulo 5. Observemos que referente ao ponto  $Q_1$  tem-se dois pontos (geometricamente falando),  $P_1$  e  $P_2$ . À medida que  $Q_1$  se aproxima de  $Q$ ,  $P_1$  e  $P_2$  se aproximam entre si, tal que para  $Q$ , ponto por onde passa o último raio que refrata para o ar, temos apenas o ponto  $P$ , mostrando que esse raio é tangente ao objeto. Assim, vemos que raios tangenciais determinam o diâmetro aparente de um objeto imerso num líquido, que no nosso caso é a água.



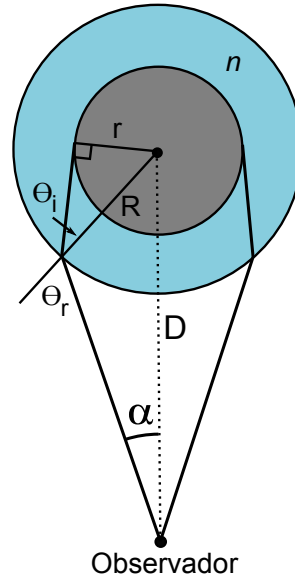
**Figura 3.8:** Diagrama de raios onde se pode-se ver que o diâmetro angular aparente do objeto é formado por raios tangenciais ao objeto. A luz se propaga de P até O passando por Q.

Na figura 3.9 temos um diagrama mais completo da situação. Nele, vemos que a relação entre o raio real do objeto e o raio do recipiente é dada por

$$r = R \operatorname{sen} \theta_i, \quad (3.2)$$

onde  $\theta_i$  é o ângulo de incidência na borda do recipiente do raio luminoso que





**Figura 3.9:** Diagrama de raios do aumento aparente do objeto, onde vemos os ângulos de incidência( $\theta_i$ ) e refração ( $\theta_r$ ). Omitiu-se o círculo aparente de modo a simplificar visualmente o diagrama.

sai do objeto (à esquerda na figura). O ângulo de refração  $\theta_r$  é dado pela *lei de Snell*,

$$\text{sen } \theta_r = n \text{ sen } \theta_i, \quad (3.3)$$

onde  $n$  é índice de refração do líquido no recipiente, relativo ao ar. Podemos calcular o fator de ampliação da imagem do objeto, que é dado por

$$\frac{r_{ap}}{r} = \frac{D \text{ sen } \alpha}{R \text{ sen } \theta_i} = n \frac{D \text{ sen } \alpha}{R \text{ sen } \theta_r} \quad (3.4)$$

Pela lei dos senos, temos

$$\frac{\text{sen } \alpha}{R} = \frac{\text{sen } \theta_r}{D}. \quad (3.5)$$

Com isso, o fator de ampliação se reduz a um resultado extraordinariamente simples:

$$\frac{r_{ap}}{r} = n, \quad (3.6)$$

ou seja, a razão entre os tamanhos aparente e real de um objeto imerso num

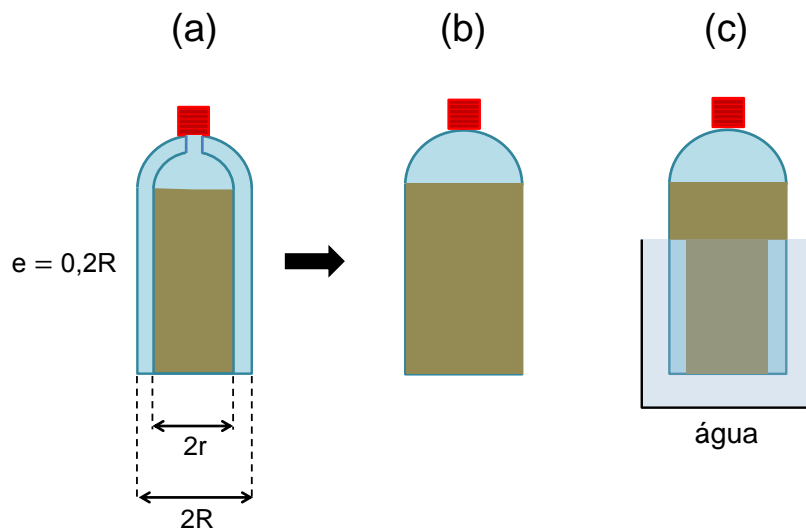
recipiente preenchido com um certo líquido é igual ao índice de refração deste líquido (relativo ao ar). Existe um raio crítico para o objeto imerso,  $r = r_c$ , tal que o raio aparente torna-se igual ao raio do recipiente,  $r_{ap} = R$ . Da equação 3.6 vemos que

$$r_c = R/n. \quad (3.7)$$

Nesse caso o líquido desaparece, situação que persiste para raios maiores,  $r > r_c$ , onde  $r_{ap} > R$ .

### 3.3 O “efeito coca-cola”

Vejam como a partir do resultado da seção anterior é possível explicar o “efeito coca-cola”.  $R$  é o raio externo da garrafa,  $r$  seu raio interno e  $n$  é o índice de refração do vidro da garrafa. A espessura da garrafa é  $e = R - r$ , como podemos ver na figura 3.10a.



**Figura 3.10:** Ilustração do “efeito coca-cola”, onde na garrafa da esquerda temos descritos seu elementos como raio interno  $r$ , raio externo  $R$  e espessura  $e = 0,2R$ . Na garrafa da direita temos o desaparecimento da parede de vidro por efeito coca-cola.

Quanto ao desaparecimento da garrafa, vimos que se dá por refração, por efeito semelhante ao do aumento aparente de um objeto imerso num líquido. No caso específico da garrafa, o efeito consiste no aumento aparente da porção líquida contida no seu interior, causando o desaparecimento do vidro quando a espessura for menor ou igual do que uma certa espessura crítica  $e_c = R - r_c$ , onde  $r_c = R/n$ , como vimos na seção anterior. Tal efeito não depende do líquido contido na garrafa, mas somente do índice de refração relativo da interface vidro-ar. Neste caso,  $n = 1,5$  e  $r_c \approx 0,7R$ , de modo que a espessura crítica  $e_c \approx 0,3R$ . Como a espessura de uma garrafa de coca-cola é aproximadamente  $0,2R$ , teremos  $e \leq e_c$ , e então a parede de vidro da garrafa desaparece (figura 3.10b).

No caso de uma interface vidro-água (garrafa imersa em água),  $n = 1,1$  e  $r_c \approx 0,9R$  e  $e_c \approx 0,1R$ . Como sabemos que a espessura da garrafa é de  $0,2R$ , vemos que no caso em que a garrafa está mergulhada em água, que  $e > e_c$ , e assim o efeito coca-cola não acontece, como na figura 3.10c.

No próximo capítulo discutiremos mais aplicações desses resultados.

# Capítulo 4

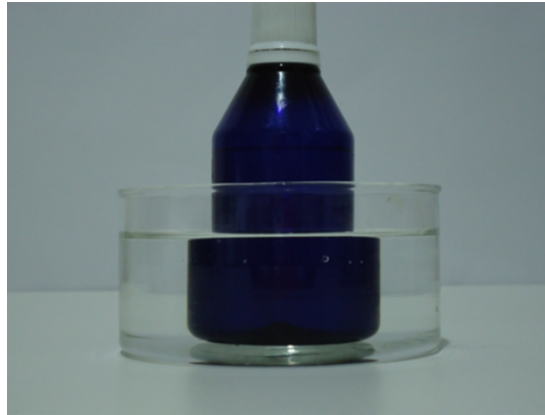
## Medidas do índice de refração

Neste capítulo apresentaremos um método de medida do índice de refração de um líquido, baseado no aumento aparente sofrido por um corpo cilíndrico imerso nesse líquido. Como veremos, esse método é uma aplicação do “efeito coca-cola”. Apresentaremos também uma variante do método, baseado num cone submerso no líquido.

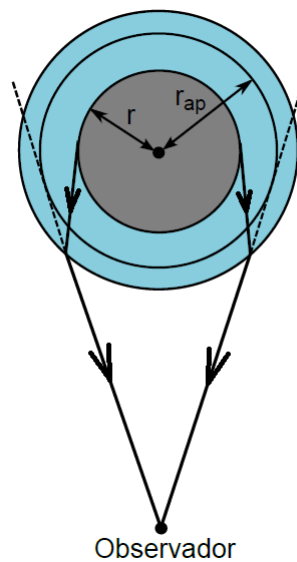
### 4.1 Medida de $n$ e o “efeito coca-cola”

O índice de refração é uma importante propriedade óptica dos materiais e, praticamente, a única estudada nos cursos introdutórios de física. Sua medida pode ser feita de muitas maneiras, quase todas baseadas no uso de prismas do material cujo índice se quer medir, em conjunto com equipamentos especiais como lâmpadas e espectômetros [13]. No caso da refração de líquidos é possível adaptar os procedimentos usados em sólidos, utilizando recipientes em forma de prisma [14]. Alguns métodos de medida são relativamente fáceis de implementar, inclusive fora do laboratório [15–17].

Apresentaremos uma forma simples de medir o índice de refração de líquidos [18]. O experimento pode ser realizado em salas de aula ou até mesmo em casa, com materiais que podem ser facilmente encontrados. O método se baseia na observação de que objetos imersos na água parecem maiores. A figura 4.1 mostra um exemplo disso.



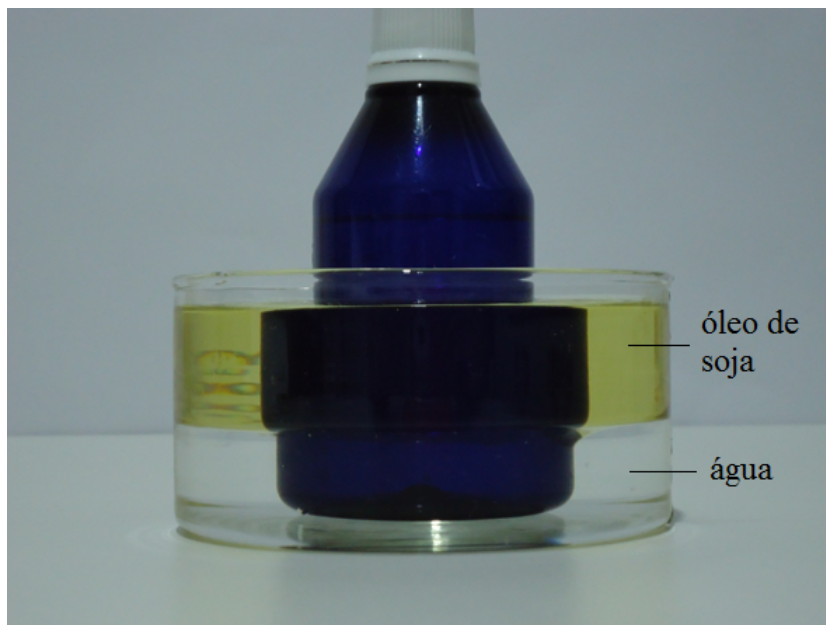
**Figura 4.1:** Fotografia onde se vê o aumento aparente sofrido por um corpo imerso em um recipiente com água.



**Figura 4.2:** Diagrama de raios que ilustra o aumento aparente sofrido por um objeto imerso num líquido.

A parte submersa do objeto aparenta ser mais larga que a parte fora d'água. O porquê do aumento foi discutido em detalhe no capítulo anterior e pode ser entendido qualitativamente observando-se a figura 4.2. Nela, o objeto é representado pelo círculo central e o recipiente pelo círculo mais externo. Raios luminosos que saem do objeto e chegam a um dado ponto (os olhos do observador) são mostrados na figura. Ao passar da água para

o ar (podemos desprezar os efeitos da parede do recipiente) a refração faz com que os raios mudem de direção, de modo que para o observador, eles subentendem um ângulo maior que o determinado pelo tamanho real do objeto. Desse modo, um objeto de raio  $r$  tem um raio aparente  $r_{ap} > r$ . Numa apresentação dessa situação em sala de aula (antes da discussão do “efeito coca-cola”) poderíamos questionar aos alunos: *será que esse aumento depende do líquido que está lá dentro?* Na figura 4.3 vemos o objeto imerso em dois líquidos, óleo de soja e água. Percebe-se claramente que o aumento aparente sofrido pelo objeto é diferente comparando-se os dois líquidos, e mais, o aumento sofrido no óleo é maior, de modo que de fato, o efeito de refração é maior no óleo de soja. O mais curioso é que a densidade do óleo de soja é aproximadamente  $0,93 \text{ g/cm}^3$ , enquanto que a da água é aproximadamente  $0,99 \text{ g/cm}^3$ . Assim, vemos que a capacidade refrativa não aumenta necessariamente com a densidade, como muitas vezes é suposto.



**Figura 4.3:** Fotografia de um corpo imerso em dois líquidos distintos (água e óleo) sofrendo aumentos distintos correspondentes aos líquidos.

No capítulo anterior, ao estudar o efeito coca-cola, vimos que a razão entre os tamanhos real e aparente do objeto colocado no recipiente fornece exatamente o índice de refração do líquido no recipiente, ou dito em forma

matemática,

$$n = \frac{r_{ap}}{r}. \quad (4.1)$$

Com isso, a análise de fotos como as mostradas nas figuras anteriores permite que a medida do índice de refração seja feita com facilidade (utilizando uma régua, por exemplo) e razoável precisão.

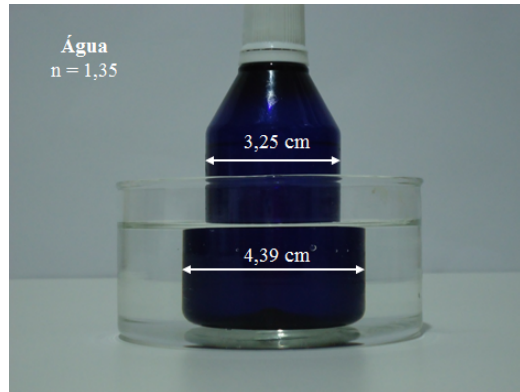
## 4.2 Medida de $n$ por aumento aparente

Para as medidas, procedemos do seguinte modo: colocamos o objeto cilíndrico no centro de um recipiente (também cilíndrico) contendo o líquido cujo índice de refração queremos medir. Em seguida fotografamos o conjunto com câmera digital, com o cuidado de que tanto a parte submersa do objeto quanto a parte que está fora do líquido (no ar) fiquem visíveis na foto. O próximo passo é, ou imprimir a foto e usar uma régua para fazer a medida ou transferi-la para um computador, onde podem ser feitas as medidas utilizando um software adequado, como o *ImageJ* [19], o *Modellus* [20] e até o *PowerPoint*.

A figura 4.4 mostra um exemplo de medida do índice de refração da água realizado com o procedimento descrito acima. Importamos a foto para o *PowerPoint* e traçamos as duas linhas mostradas na figura, correspondentes aos diâmetros real e aparente do frasco. O comprimento dessas linhas pôde ser encontrado facilmente, selecionando-se a linha desejada, e depois no botão formatar da barra de ferramentas, onde pode-se alterar as propriedades dessa linha, inclusive o tamanho. As medidas encontradas no caso da figura 4.4 foram 3,25 cm para o diâmetro da parte acima da água e 4,39 cm para o diâmetro da parte imersa em água. De acordo com a equação (4.1), o índice de refração da água no recipiente é

$$n = \frac{4,39}{3,25} = 1,35. \quad (4.2)$$

que é um bom resultado comparado com o valor estabelecido para este índice, que é 1,33. A diferença entre esses valores é da ordem de 2%.



**Figura 4.4:** Medida do índice de refração da água.

Como toda medida, o resultado acima tem um erro. O tratamento de erros não é um tema comum no ensino médio; faremos a seguir a propagação de erros usual, mas apresentaremos também uma abordagem simples que pode ser utilizada no nível médio.

Numa razão os erros relativos do numerador e denominador são somados (em quadratura). Como o índice de refração  $n$  é calculado pela razão 4.1, seu erro  $\delta n$  será dado por

$$\frac{\delta n}{n} = \sqrt{\left(\frac{\delta r_{ap}}{r_{ap}}\right)^2 + \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2}, \quad (4.3)$$

onde  $\delta r_{ap}$  e  $\delta r$  são os erros nas medidas dos raios aparente e real.

Nas medidas de  $r_{ap}$  e  $r$  nós usamos uma “régua virtual” (o *PowerPoint*) com erro de 0,05 cm, compatível com a resolução das fotos na tela do computador. Com isso obtemos  $\delta n \approx 0,03$ , de maneira que o resultado final da medida de  $n$  pode ser escrito como

$$n = 1,35 \pm 0,03. \quad (4.4)$$

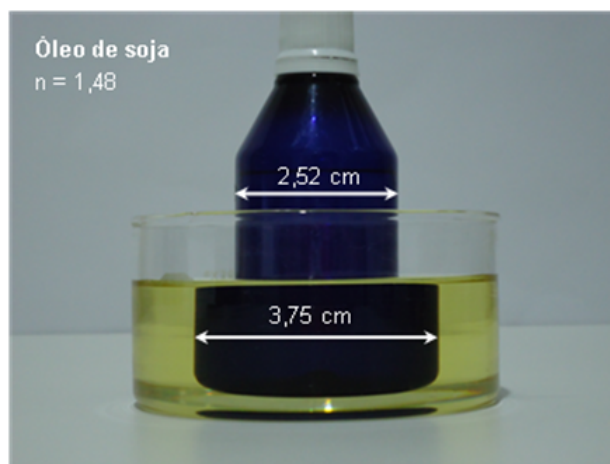
Podemos notar que o valor estabelecido,  $n = 1,33$ , está dentro da faixa de erro obtida.

Uma forma de estimar esse erro, que pode ser aplicada com facilidade no ensino médio, consiste em calcular os valores máximo e mínimo de  $n$  gerados



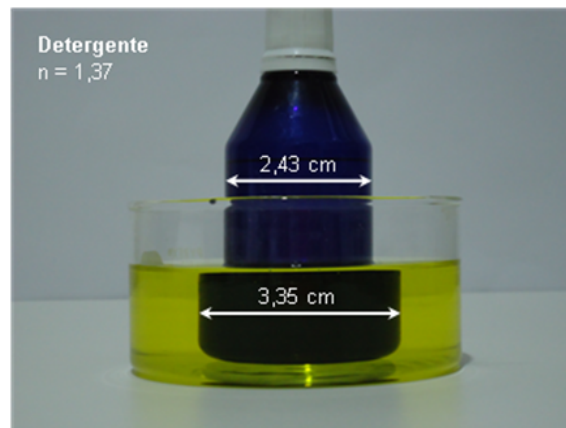
pelos erros em  $r_{ap}$  e  $r$ . Nesse caso teríamos  $n_{max} = (r_{ap} + \delta r_{ap}) / (r - \delta r) = 1,39$  e  $n_{min} = (r_{ap} - \delta r_{ap}) / (r + \delta r) = 1,32$ , de modo que o erro  $\delta n$  pode ser estimado por  $\delta n = (n_{max} - n_{min}) / 2 \approx 0,04$ , compatível com o obtido com o método usual de propagação de erros.

Esse método de medida do índice de refração é bastante simples e possui a extraordinária vantagem de se poder medir com a mesma facilidade índices de líquidos variados, até mesmo aqueles que temos em casa. Fizemos medidas dos índices de refração do óleo de soja e do detergente (lava louças) que estão apresentadas nas figuras 4.5 e 4.6. No caso do óleo de soja encontramos  $n = 1,48 \pm 0,03$ , e a *United States Pharmacopeia Convention* dá como referência valores entre 1,465 a 1,475 (mais precisos que os nossos). Para o detergente encontramos  $1,37 \pm 0,03$ . Como referência, a *Johnson & Johnson* indica valores (para um lava roupas) na faixa de 1,3794 a 1,3848 (com precisão maior ainda), bem próximo do que obtivemos. Os erros nas medidas foram estimados com a equação 4.3.



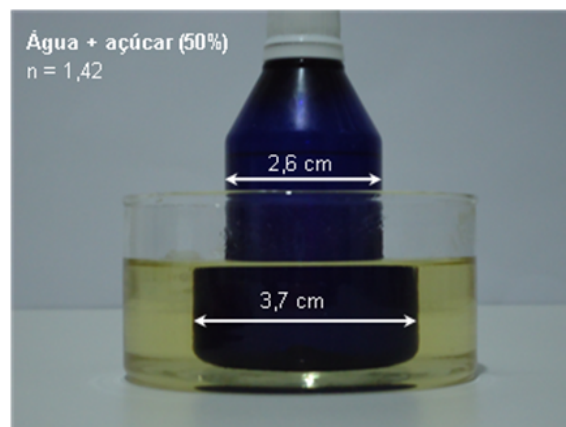
**Figura 4.5:** Medida do índice de refração do óleo de soja.

Este método é suficientemente preciso para que mudanças no índice de refração causadas por substâncias dissolvidas sejam detectadas. Um exemplo disso está na figura 4.7, onde temos uma solução de água com açúcar (a 50% em peso). O tamanho da parte submersa foi de 3,70 cm e o da parte de fora 2,60 cm. O valor de  $n$  encontrado para essa solução foi  $1,42 \pm 0,03$ , bem maior do que o da água pura. A *International Scale of Refractive Indices of Sucrose*

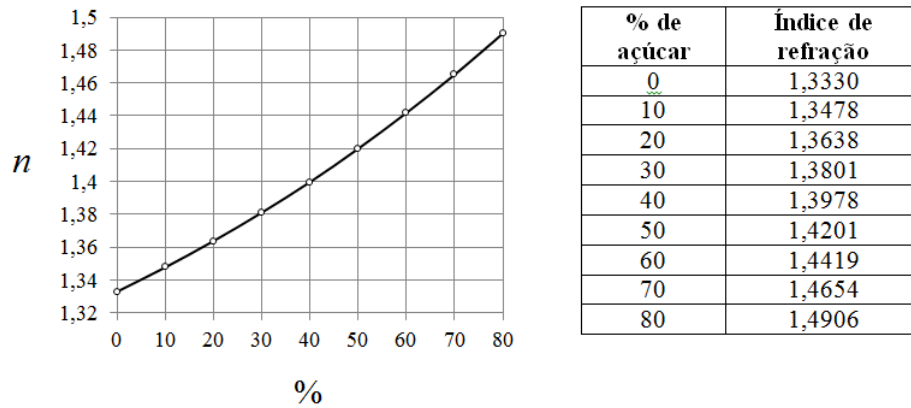


**Figura 4.6:** Medida do índice de refração de um detergente.

*Solutions at 20 °C* de 1936 atribui à concentração de 50% de açúcar em água o índice de refração 1,4201, o que está em ótimo acordo com a nossa medida. A variação do índice de refração com a concentração de açúcar pode ser vista ser vista na figura 4.8. Essa variação tem consequências importantes. Por exemplo, permite entender como o diabetes pode afetar o funcionamento dos olhos. Estudos mostram que o diabetes pode levar à deficiência visual em vários níveis. Isso se dá pelo excesso de glicose no humor vítreo que muda o índice de refração dos olhos e o doente desenvolve uma espécie de “miopia oscilante” [21].



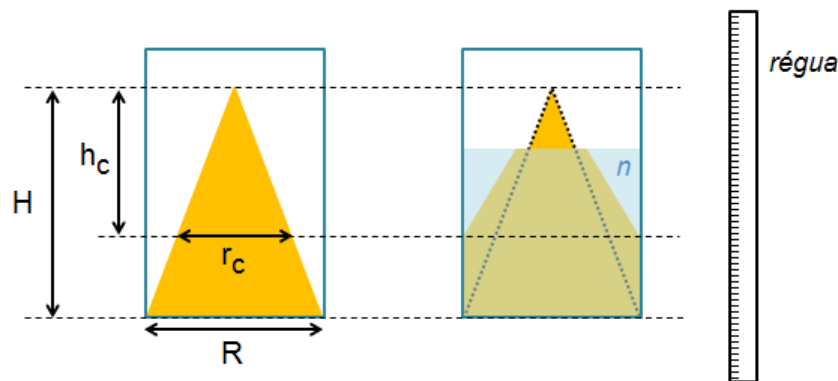
**Figura 4.7:** Medida do índice de refração da mistura de água com açúcar (50 % em peso).



**Figura 4.8:** Gráfico e tabela do índice de refração da água como função da concentração de açúcar, referidos pela *International Scale of Refractive Indices of Sucrose Solutions at 20 °C*.

### 4.3 Medida de $n$ com um cone submerso

Uma outra maneira de fazer a medida de  $n$  é submergindo um cone no líquido estudado. O método também utiliza o efeito de aumento aparente de um objeto imerso no líquido, contudo o procedimento é diferente e pode ser vantajoso em algumas situações. A medida é feita da seguinte maneira: tem-se um recipiente cilíndrico transparente relativamente comprido (pode ser um copo de água) onde se coloca o cone, como mostra a figura 4.9.



**Figura 4.9:** Esquema que ilustra a medida do índice de refração de um líquido utilizando um cone submerso.

Vimos que o fator de aumento lateral de um objeto imerso num líquido

de índice de refração  $n$  é dado por  $r_{ap}/r = n$ , onde  $r$  é o raio do objeto.

Dada a geometria do cone, vemos que à medida que a distância ao vértice aumenta, o raio também aumenta, proporcionalmente à distância. Quando colocado num recipiente cilíndrico de espessura desprezível preenchido com um líquido, um cone será visto “mais gordo”, com um ângulo de abertura aparente maior que o real. Sejam  $H$  e  $R$ , respectivamente, a altura e o raio da base do cone. Este último é igual ao raio da base do recipiente onde o cone será colocado.

Note que, de baixo para cima, há um ponto a partir do qual a imagem do cone “desgruda” da parede do recipiente. Neste ponto, o raio aparente  $r_{ap}$  é igual ao raio do recipiente,  $R$  (figura 4.9). O raio do cone para o qual isso acontece é o raio crítico  $r_c$ , para o qual corresponde uma única distância até o vértice, que chamaremos de altura crítica  $h_c$ . Da figura 4.9 temos, por semelhança de triângulos, a seguinte relação:

$$\frac{H}{R} = \frac{h_c}{r_c} \quad (4.5)$$

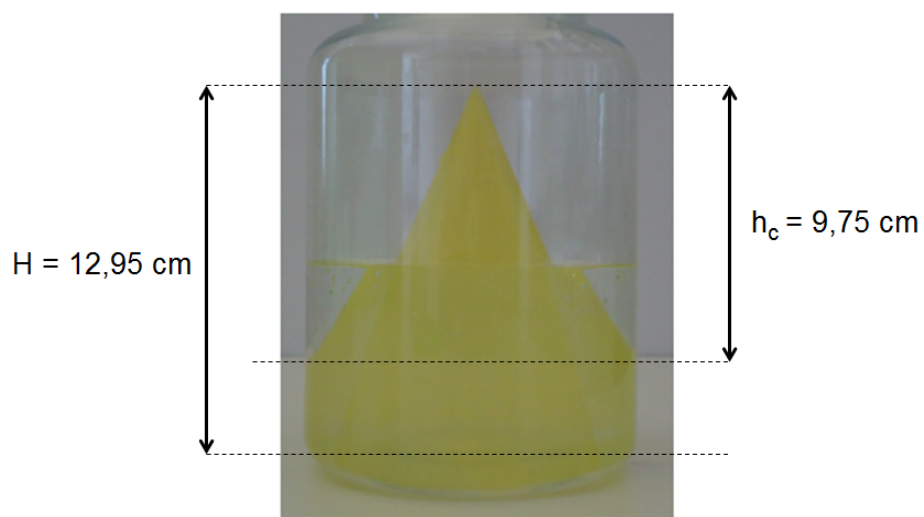
Utilizando a equação 4.1 na condição crítica, a equação anterior se reduz a

$$n = \frac{H}{h_c} \quad (4.6)$$

Assim para determinar experimentalmente o valor de  $n$ , basta medirmos  $h_c$ . Isso pode ser feito colocando-se uma régua do lado de fora do recipiente, por exemplo. Com um cone de  $H = 12,95 \text{ cm}$ , obtivemos  $h_c = 9,75 \text{ cm}$  para a água (figura 4.10). Assim, obtivemos para o índice de refração da água, com este método:

$$n = 1,33 \pm 0,01 \text{ ,} \quad (4.7)$$

onde o erro foi calculado de maneira análoga à desenvolvida na equação 4.3. Note que, como mostrado na figura 4.10, podemos substituir a régua por uma escala baseada na equação (4.6), que permite ler diretamente o valor de  $n$ . Com esse procedimento podemos medir o índice de qualquer líquido de modo bastante prático e sem o auxílio de computadores, o que num ambiente de sala de aula é bastante vantajoso.



**Figura 4.10:** Foto que ilustra o método de medida do índice de refração da água com o cone submerso.

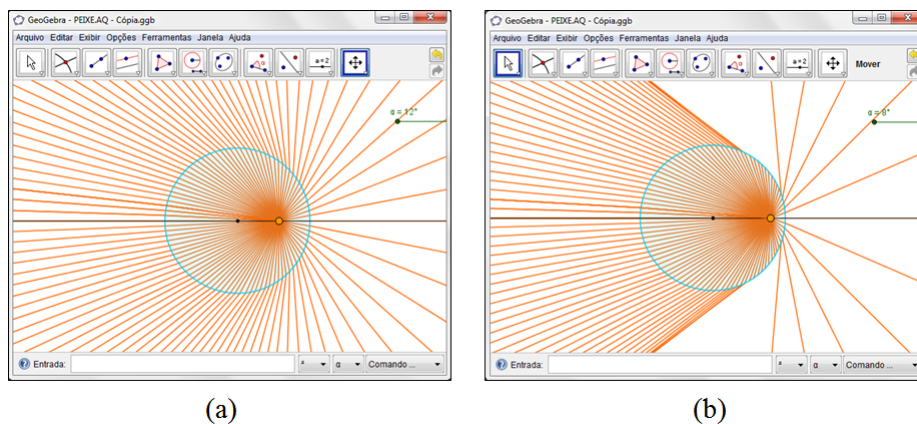
# Capítulo 5

## O peixe que sumiu no aquário

Neste capítulo discutiremos uma situação bastante familiar àqueles que possuem um aquário em casa: o desaparecimento do peixe para certos ângulos de observação, quando este está próximo à parede do aquário. Veremos que a óptica envolvida no desaparecimento do peixe vai desde a reflexão interna total até a formação de um arco-íris. Mais ainda, veremos que o problema do desaparecimento do peixe tem a mesma origem do “efeito coca-cola”.

### 5.1 O desaparecimento do peixe

Um pequeno peixe num aquário esférico pode ficar invisível sob certas circunstâncias. Quando ele se aproxima da parede do aquário, ele desaparecerá para alguns ângulos de observação, como pode ser visto em [http://youtu.be/F05v\\_tQANZE](http://youtu.be/F05v_tQANZE). Uma simulação desse fenômeno, feita com um programa de geometria dinâmica, o *Geogebra* [22], está mostrada na figura 5.1, que é uma vista de cima de uma seção circular do aquário. Na figura, o aquário (ou melhor, uma seção circular deste) é representado pelo círculo grande, o peixe é o ponto à direita do centro e as linhas são os raios de luz que partem do peixe. No caso (a), todos os raios são refratados para fora do aquário, e o peixe é visível de qualquer ponto de observação. No caso (b) o peixe está mais próximo à parede e alguns raios sofrem reflexão interna total, criando uma faixa angular de onde não se pode ver o peixe.

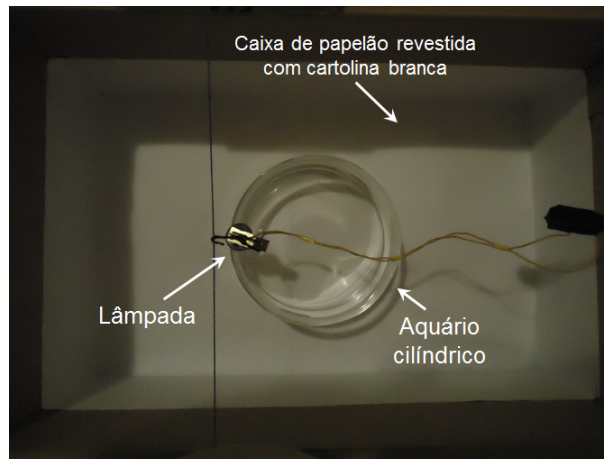


**Figura 5.1:** Simulação por geometria dinâmica dos raios de luz que vêm (espalhados) do peixe no aquário. Em (a) o peixe é visível de qualquer ângulo. Em (b) o peixe está mais próximo da parede do aquário e surge uma região de onde ele não pode ser visto.

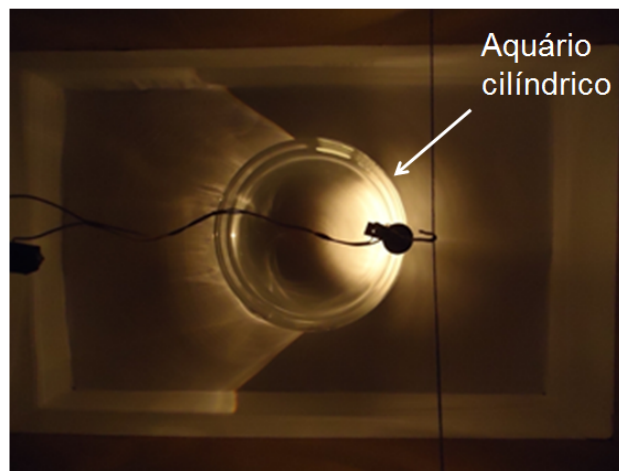
Essa situação pode ser estudada experimentalmente com a montagem mostrada na figura 5.2. Nela, uma pequena lâmpada incandescente (daquelas de placa de carro) faz o papel do peixe e está imersa num recipiente cilíndrico de vidro contendo água, o “aquário” (escolhemos um aquário cilíndrico de modo a melhorar a simetria do problema). A iluminação produzida quando a lâmpada está próxima à parede de vidro pode ser vista na figura 5.3. É possível perceber a existência de uma zona não iluminada fora do aquário, ou seja, há uma região de onde não se pode ver a lâmpada. Essa “zona cega” é a mesma encontrada na simulação mostrada na figura 5.1(b).

As figuras 5.4 e 5.5 mostram o aparato visto lateralmente de dois ângulos diferentes. Do primeiro (fig. 5.4) podemos ver a lâmpada, mas do segundo ângulo ela é invisível (fig. 5.5; a mancha branca não é a lâmpada, mas uma etiqueta pintada no vidro do recipiente).

Num artigo publicado em 2009, *Why does the goldfish disappear in the fishbowl?* [23], Zhu e Shi atribuíram o desaparecimento do peixe à reflexão interna total da luz. Como veremos aqui, a situação envolve uma óptica mais rica: a “zona cega” é definida de um lado pela reflexão interna total, assim como Zhu e Shi mostraram, e de outro lado por um arco-íris [24, 25].

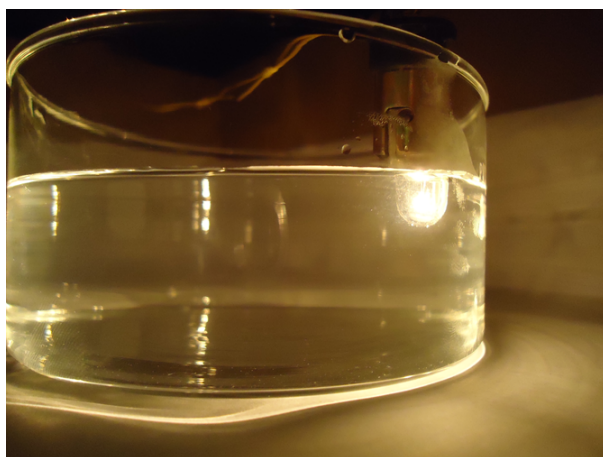


**Figura 5.2:** Aparato para estudo da visibilidade do peixe na aquário. O tamanho da lâmpada, inferior a 1 cm, é bem menor do que o do aquário, cujo raio é da ordem de 10 cm.

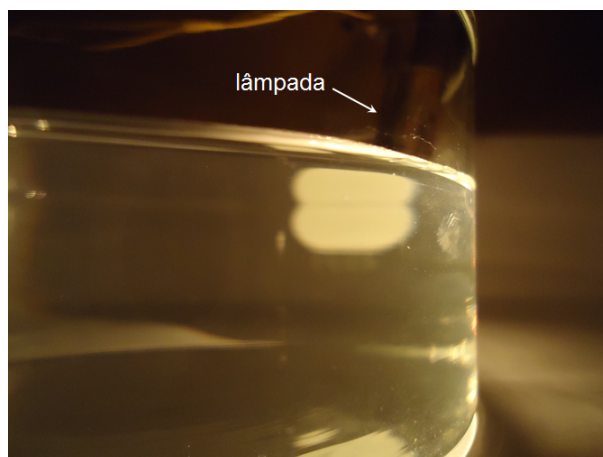


**Figura 5.3:** Iluminação produzida pela lâmpada (simulando o peixe) imersa num aquário com água. As zonas não iluminadas fora do aquário correspondem aos locais de onde não se pode ver a lâmpada.





**Figura 5.4:** Vista lateral do aquário, de um ponto de onde se vê a imagem da lâmpada imersa n'água.

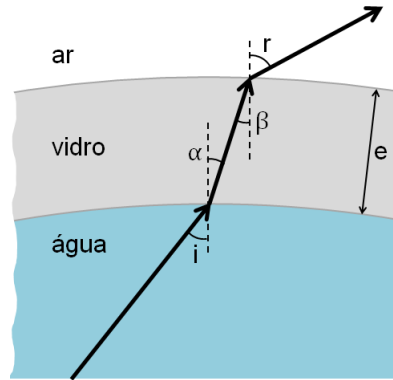


**Figura 5.5:** Ponto de vista para o qual a lâmpada desaparece (a mancha branca é uma etiqueta pintada no vidro do recipiente).

## 5.2 O efeito da parede de vidro do aquário

Começaremos a discussão do desaparecimento do peixe mostrando que o efeito da parede de vidro do aquário pode ser desprezado.

Na figura 5.6 temos uma ilustração das proximidades do ponto de incidência de um raio de luz que sai do aquário. Esse raio atravessará duas interfaces: água-vidro e vidro-ar, ambas interfaces curvas. Escrevendo a lei



**Figura 5.6:** Efeito da parede de vidro (espessura  $e$ ) do aquário na propagação de um raio de luz.

de Snell para o dióptro água-vidro temos

$$n_a \sin i = n_v \sin \alpha. \quad (5.1)$$

Já para o dióptro vidro-ar, a lei de Snell fica

$$n_v \sin \beta = n_{ar} \sin r, \quad (5.2)$$

onde  $n_a$ ,  $n_v$  e  $n_{ar}$ , são os índices de refração da água, do vidro e do ar, respectivamente. Em situações onde a espessura  $\epsilon$  da parede de vidro do aquário for pequena relativamente ao seu raio  $R$ , ou seja,

$$\frac{\epsilon}{R} \ll 1, \quad (5.3)$$

o vidro pode ser tratado como se fosse uma lâmina de faces paralelas, nas proximidades do ponto de incidência de um raio de luz. Podemos concluir

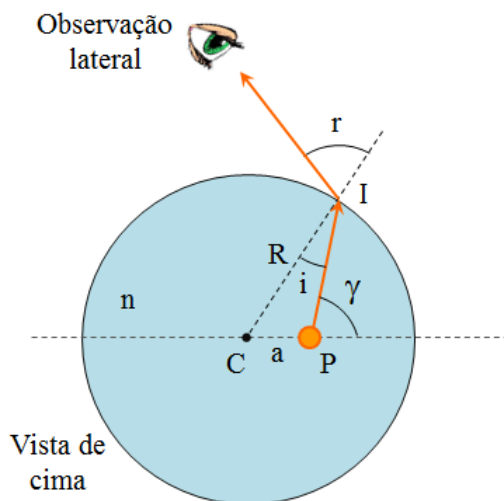
então que  $\alpha = \beta$ . Com isso as equações 5.1 e 5.2 resultam em

$$n_a \text{ sen } i = n_{ar} \text{ sen } r, \quad (5.4)$$

que é a forma da lei de Snell para uma interface água-ar. Isso significa que, com a condição de paralelismo apresentada acima, a menos de um pequeno desvio lateral, a parede de vidro do aquário não interfere na refração dos raios de luz que saem do aquário, inclusive na condição da ocorrência de reflexão interna total.

### 5.3 Reflexão interna total

Consideremos um aquário esférico de raio  $R$ , com o peixe a uma distância  $a$  de seu centro. A figura 5.7 mostra um raio de luz que sai do peixe e é refratado para fora do aquário. O raio faz um ângulo  $\gamma$  com a linha que vai do peixe até o centro do aquário e atinge a parede de vidro com um ângulo de incidência  $i$ , saindo do aquário com um ângulo  $r$ .



**Figura 5.7:** Diagrama de raios ilustrando o peixe no aquário.

O ângulo de incidência  $i$  está relacionado a  $\gamma$  pela lei dos senos

$$\text{sen } i = \rho \text{ sen } \gamma, \quad (5.5)$$

onde  $\rho = a/R$  é a distância do peixe ao centro em unidades do raio do aquário. Pela lei de Snell e a equação 5.5 obtemos

$$\text{sen } r = n\rho \text{sen } \gamma, \quad (5.6)$$

onde  $n$  é o índice de refração da água em relação ao ar.

O papel da reflexão interna total na explicação do desaparecimento do peixe pode ser entendido da seguinte maneira: como  $\text{sen } r \leq 1$ , vemos, da equação 5.6, que os raios que conseguem sair do aquário devem ter um ângulo  $\gamma$  tal que

$$\text{sen } \gamma \leq \frac{1}{n\rho}. \quad (5.7)$$

Se o peixe não estiver muito longe do centro do aquário – ou mais exatamente, se  $a < R/n$  – então  $n\rho < 1$  e pela equação 5.7 vemos que não há restrição sobre  $\gamma$ . Neste caso, todos os raios de luz vindos do peixe saem do aquário. Por outro lado, se o peixe estiver perto da parede do aquário, com  $a > R/n$ , então  $n\rho > 1$  e a equação 5.7 impõe uma restrição sobre  $\gamma$ . A figura 5.8 mostra graficamente esta restrição: a curva representa a função  $\text{sen } \gamma$  e a região hachurada corresponde à região onde a condição 5.7 não é obedecida e a reflexão interna total impede que o raio deixe o aquário. Vemos que o intervalo de valores de  $\gamma$  para os quais o raio é totalmente refletido é simétrico em torno de  $\pi/2$ ,

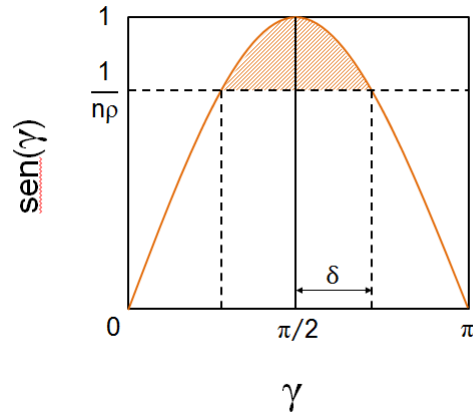
$$\frac{\pi}{2} - \delta < \gamma < \frac{\pi}{2} + \delta. \quad (5.8)$$

A (meia) largura  $\delta$  do intervalo 5.8 é dada por  $\text{sen}(\pi/2 \pm \delta) = 1/n\rho$ . Como  $\text{sen}(\pi/2 \pm \delta) = \cos \delta$ , temos  $\cos \delta = 1/n\rho$  e, portanto,

$$\delta = \arccos\left(\frac{1}{n\rho}\right). \quad (5.9)$$

No caso da água, onde  $n = 1,33 \approx 4/3$ , uma zona cega surgirá quando a distância do peixe ao centro do aquário for maior do que três quartos do raio do aquário, isto é,  $\rho > \frac{3}{4}$ .

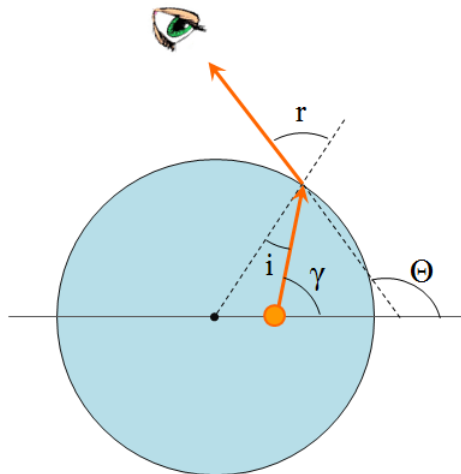
É útil definir um “ângulo de observação”  $\Theta$  entre o raio refratado e a



**Figura 5.8:** Representação da condição de reflexão interna total. A curva é gráfico da função  $\text{sen } \gamma$ .

direção formada pelo centro do aquário e a posição do peixe, como ilustrado na figura 5.9. Dessa figura vemos que

$$\Theta = \gamma + r - i. \quad (5.10)$$



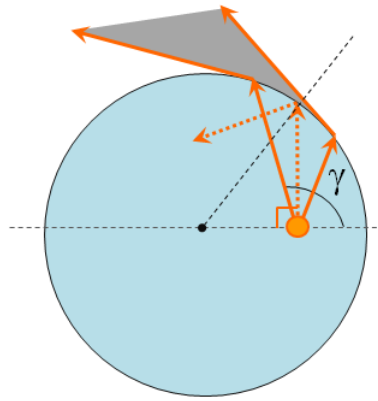
**Figura 5.9:** Definição do ângulo de observação  $\Theta$ .

Se o ângulo  $\Theta$  crescer monotonicamente com  $\gamma$ , o intervalo 5.8 será ma-

peado em

$$\pi - i_c - \delta < \Theta < \pi - i_c + \delta, \quad (5.11)$$

onde  $i_c = \arcsen(1/n)$  é o ângulo de incidência crítico, correspondente ao ângulo de refração  $\pi/2$ . Em outras palavras: se a reflexão interna total for o único mecanismo responsável pelo desaparecimento do peixe, a “zona cega” será dada pelo intervalo da equação 5.11. A figura 5.10 ilustra essa possibilidade.



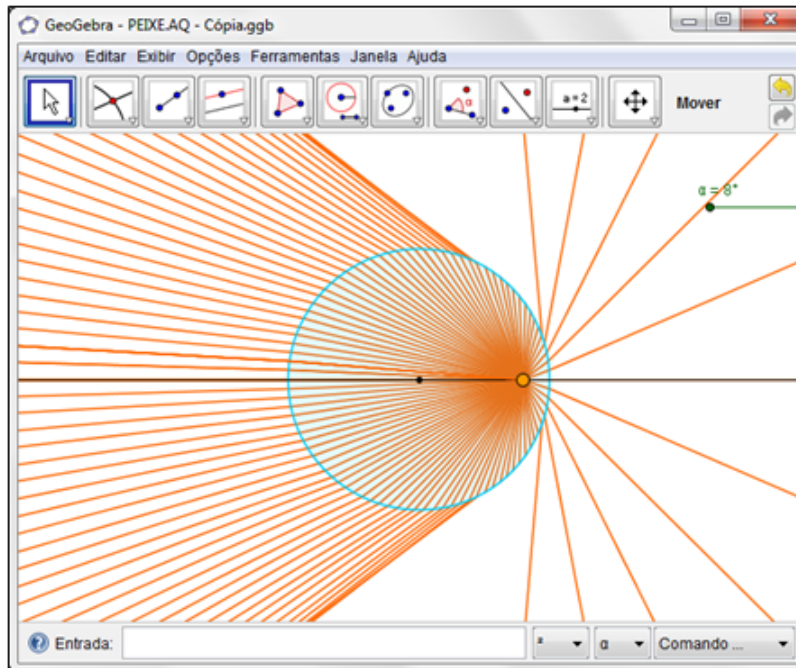
**Figura 5.10:** Como seria a zona cega criada pela reflexão interna total.

Entretanto, como veremos a seguir, a zona cega é menor do que o previsto pelo intervalo 5.11 (e, conseqüentemente, pela figura 5.10). Isso se deve à formação de um arco-íris.

## 5.4 Um arco-íris no aquário

Os raios de luz com origem no peixe e que, por refração, saem do aquário estão mostrados na figura 5.11 (essa é a mesma figura apresentada no início do capítulo, ampliada para permitir um exame mais detalhado).

Podemos notar que, à direita da figura, a zona cega é limitada por raios que saem tangenciando a superfície do aquário. Isso indica que, desse lado, o desaparecimento do peixe se deve à reflexão interna total, e o ângulo em que isso ocorre corresponde ao limite inferior da equação 5.11. Na outra fronteira

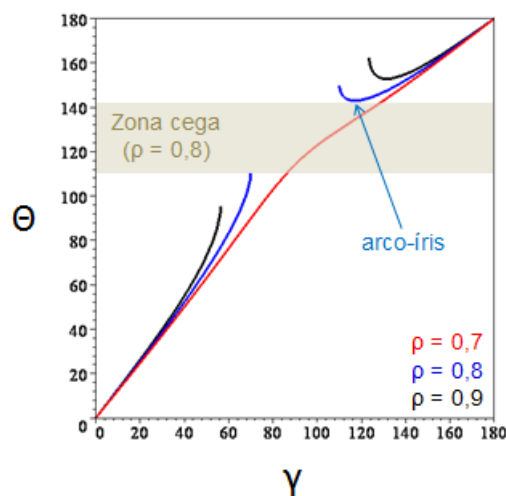


**Figura 5.11:** Raios luminosos com origem no peixe, refratados para fora do aquário. A concentração de raios no limite esquerdo da zona cega indica a existência de um arco-íris.

da zona cega temos uma física mais interessante. Vemos que os raios que definem essa fronteira não deixam o aquário tangentes a este e mais, tem-se uma concentração de raios nessa região.

Na figura 5.12 podemos ver mais facilmente o que acontece nessa fronteira da zona cega. Nela temos gráficos do ângulo de observação  $\Theta$  em função de  $\gamma$ , obtidos combinando as equações 5.5, 5.6 e 5.9. Três curvas são mostradas, correspondentes a valores diferentes do parâmetro de distância:  $\rho = 0,7$  (curva inferior, vermelha),  $\rho = 0,8$  (curva intermediária, azul)  $\rho = 0,7$  (curva superior, preta).

Para  $\rho = 0,7$  (curva inferior, vermelha) o peixe está sempre visível, pois neste caso  $n\rho < 1$ . Para valores maiores, como  $\rho = 0,8$  (curva do meio, azul) e  $\rho = 0,9$  (curva superior, preta) os gráficos apresentam uma descontinuidade, correspondente à zona cega. Embora o intervalo angular de  $\gamma$  correspondente a essa zona seja o dado pela equação 5.8, o intervalo cego para o ângulo de observação  $\Theta$  é menor que o definido pela equação 5.11. Isso ocorre devido ao



**Figura 5.12:** Gráficos do ângulo de observação  $\Theta$  em função de  $\gamma$ , para três valores do parâmetro de distância  $\rho$ . A zona cega corresponde aos intervalos em que  $\Theta$  não está definido (a faixa horizontal indica essa zona para  $\rho = 0,8$ ). Note que o mínimo local de  $\Theta(\gamma)$  logo após a fronteira superior da zona cega indica a formação de um arco-íris (também indicado no caso  $\rho = 0,8$ ).

comportamento não-monotônico da função  $\Theta(\gamma)$  próximo ao limite superior da lacuna. Vemos na figura 5.12 que à medida que  $\gamma$  aumenta além da descontinuidade, o ângulo de observação diminui, atingindo valores inferiores a  $\pi - i_c + \delta$  que seriam proibidos se a condição 5.11 fosse válida. Somente após passar por um mínimo local o ângulo  $\Theta$  volta a crescer monotonicamente.

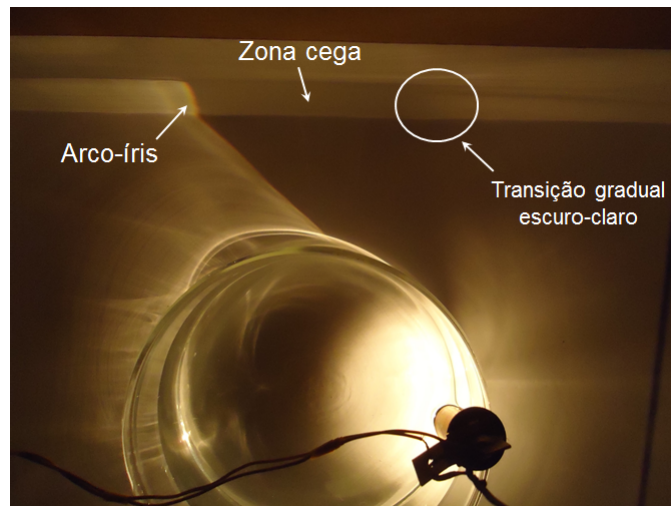
Além de tornar a zona cega menor, o mínimo de  $\Theta(\gamma)$  tem outras consequências. Um ponto extremo (máximo ou mínimo) em  $\Theta(\gamma)$  indica a existência de um arco-íris no ângulo de observação correspondente [26,27]. Isso significa que um dos lados da zona cega termina num arco-íris! O agrupamento dos raios de luz em torno da direção correspondente ao mínimo local faz com que o término da zona cega se dê de forma abrupta, com o surgimento repentino de uma faixa brilhante e bem definida. Quando é vista no céu, essa faixa luminosa é chamada de arco-íris. É pedagogicamente interessante perceber que este efeito não está associado apenas ao fenômeno atmosférico que lhe deu o nome. Que a invisibilidade do peixe no aquário seja causada em parte pela ação de um arco-íris é um bom exemplo de como



ele pode ser encontrado em muitas outras situações físicas [28].

A presença de um arco-íris no processo de ocultação do peixe é confirmada pelas fotografias mostradas nas figuras 5.13 e 5.14, obtidas com o aparato descrito na seção 5.1. Na figura 5.13, o arco-íris pode ser percebido facilmente na fronteira bem definida entre as zonas iluminada e escura. A separação de cores característica do arco-íris, causada pela dispersão da luz, pode ser vista na figura 5.14.

A figura 5.13 também mostra que a segunda fronteira da zona cega é bem mais difusa. Isso se deve ao fato de que, desse lado, o mecanismo de ocultação é a reflexão interna total, no qual há uma transição gradual do claro para o escuro descrita pelos coeficientes de transmissão de Fresnel (ver as referências [29–31], por exemplo).



**Figura 5.13:** A zona cega, o arco-íris, e a transição suave claro-escuro associada à reflexão interna total.



**Figura 5.14:** Separação de cores no arco-íris.

## 5.5 Outro efeito do aquário: a distribuição de luminosidade

Além de uma zona cega e um arco-íris, a simulação em geometria dinâmica do peixe no aquário (figura 5.11) revela um efeito de luminosidade bastante curioso. Olhando-se na direção da linha que liga o peixe ao centro do aquário percebe-se que a intensidade de luz que sai do aquário, medida pela densidade de raios, é menor do lado mais próximo do lado em que o peixe está mais perto que do lado mais distante. As fotografias nas figuras 5.15 e 5.16 mostram que isso realmente ocorre na prática: a lâmpada parece mais brilhante quando vista do lado em que está mais distante.

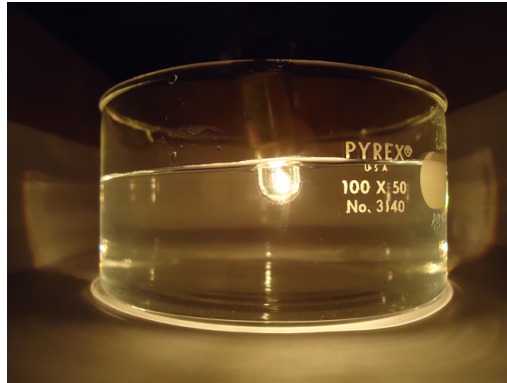


Figura 5.15: Fotografia do lado próximo à lâmpada.

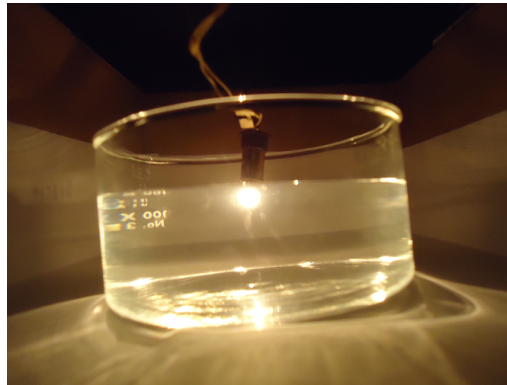


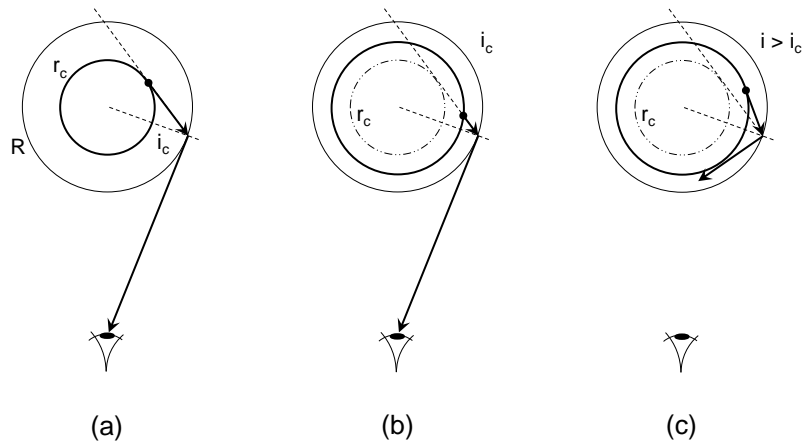
Figura 5.16: Fotografia do lado onde a lâmpada está mais distante.

## 5.6 O peixe no aquário e o “efeito coca-cola”

Como vimos no início deste capítulo, a proximidade da parede do aquário é uma das condições para o desaparecimento do peixe. Essa condição sugere uma semelhança com o problema da garrafa de coca-cola, que discutiremos a seguir.

A zona cega surge quando a distância  $a$  do peixe ao centro do aquário é tal que  $a > R/n$ . Há uma “distância crítica”  $a_c = R/n$  que, se excedida, torna o peixe invisível para certos ângulos de observação. Esse resultado é semelhante ao que vimos no capítulo 3 sobre o efeito coca-cola. Lá mostramos que um cilindro de raio  $r$  sofre um aumento aparente quando colocado num recipiente também cilíndrico de raio  $R$  contendo um líquido. Para  $r$  maior que o “raio crítico”  $r_c = R/n$ , vimos que a imagem do cilindro toma toda a extensão do

recipiente, tornando o líquido invisível. O fato das duas distâncias críticas serem iguais,  $a_c = r_c$ , mostra que os efeitos estão realmente relacionados. Para entender melhor essa relação, notemos que não é apenas o líquido que desaparece quando o raio  $r$  do objeto central é maior que  $r_c$ ; partes desse objeto também tornam-se invisíveis e o motivo para isso é a reflexão interna total, como mostrado na figura 5.17.



**Figura 5.17:** Diagramas que ilustram o que acontece no efeito coca-cola numa garrafa. Em (a) temos a condição de raio crítico – o que pode ser visto a partir do raio refratado tangencialmente, o que implica um raio de incidência sob ângulo crítico. Em (b) temos o raio interno (limite da porção líquida) maior que o crítico, e como, o raio refratado continua tangencial, o ponto de onde sai o raio incidente muda, fazendo com que todos os pontos acima deste não sejam observados, como em (c).

# Capítulo 6

## Conclusões

Embora a óptica geométrica seja um modelo físico simples, que com poucos elementos conceituais consiga explicar inúmeros fenômenos e instrumentos encontrados no dia-a-dia, vimos que seu ensino e aprendizagem não são tão fáceis como se poderia imaginar a princípio.

Dentre as possíveis razões para essa dificuldade, o conhecimento em óptica possui peculiaridades que podem se constituir como obstáculos para o estabelecimento das concepções cientificamente aceitas como corretas [2, 3]. A elaboração de concepções espontâneas sobre a luz desde a infância, num processo muitas vezes anterior ao estabelecimento da linguagem e das funções psicológicas mais complexas, é um exemplo. E mais, a maioria dessas concepções espontâneas além de equivocadas, são persistentes. No que se refere às concepções sobre refração da luz, vimos as dificuldades de estudantes na elaboração e interpretação de diagramas de raios que envolviam processos de refração [9], muitas delas associadas ao modelo de visão adotado pelos estudantes: num dos estudos realizados, a maioria dos estudantes tentou explicar a visão num problema de refração em termos da luz emanada dos olhos do observador. Mais ainda, os estudantes frequentemente apresentam uma concepção muito pobre das condições necessárias para a reflexão interna total [10].

Como quadro geral do ensino de óptica geométrica, vimos que de um lado tem-se as concepções equivocadas e persistentes nos estudantes, e de

outro, um ensino convencional centrado em aspectos quantitativos. Assim, os estudantes não aprendem a interpretar observações qualitativas e fenômenos cotidianos. Se estabelece assim um claro desencontro entre o que os professores ensinam e o que os estudantes aprendem [1]. Para que os estudantes sejam capazes de fazer conexões entre os conceitos e representações formais e os fenômenos do mundo real, é necessário estimular a interpretação do formalismo físico – que no caso da óptica são os diagramas de raios – e sua relação com os fenômenos observados. Essa conexão constituiu-se como o objetivo central desta dissertação: interpretar situações cotidianas a partir dos princípios básicos da óptica geométrica, mostrando como um modelo físico simples da luz pode explicar fenômenos visuais que, embora sejam parte do nosso dia-a-dia, muitas vezes são surpreendentes e intrigantes.

Os problemas aqui apresentados foram baseados num aspecto da refração da luz frequentemente ignorado: o *aumento aparente* sofrido por um objeto imerso num líquido. Vimos que esse aumento aparente (i) é a chave conceitual para o problema do desaparecimento da parede de vidro de uma garrafa de refrigerante e da eventual invisibilidade de um peixe dentro de um aquário, além de (ii) sugerir um método simples e preciso de medida do índice de refração de um líquido, que pode ser utilizado facilmente em salas de aula ou mesmo em ambientes domésticos [18, 24].

Ao efeito de desaparecimento associado ao aumento aparente de um objeto imerso em um líquido, chamamos *efeito coca-cola*. Percebemos esse efeito observando que a parede de vidro de uma garrafa de coca-cola (ou outro refrigerante) parece não existir (fica invisível!), mesmo tendo espessura comparável ao diâmetro da garrafa. Vimos que a luz vinda do líquido, ao refratar no vidro da garrafa, conferia um aumento aparente da porção líquida, fazendo com que o vidro desaparecesse.

Com o *efeito coca-cola* percebemos ser possível fazer medidas do índice de refração de diversos líquidos cotidianos como água, óleo de soja, detergente e uma solução de água com açúcar. As medidas podem ser feitas de duas maneiras: fotografando o aumento aparente, ou utilizando um cone submerso no líquido. O segundo procedimento pode ser vantajoso em algumas situações por dispensar a máquina fotográfica e a análise da fotografia.

Por fim apresentamos o problema do desaparecimento de um peixe para certos ângulos de observação, quando este se aproxima da parede do aquário. Começamos a análise do problema com a construção de uma simulação em geometria dinâmica, na qual o peixe foi modelado como uma fonte de luz pontual, cujos raios eram refratados para fora do aquário. Com a simulação percebemos que a partir de uma dada distância do peixe ao centro do aquário surgia uma “zona cega”, região de onde o peixe não era visto. A simulação sugeria que (i) um dos limites da zona cega é definido pela reflexão interna total da luz; (ii) o outro limite é dado por um arco-íris; e (iii) a intensidade da luz é menor do lado próximo ao peixe e maior do lado mais distante. Todas essas previsões foram confirmadas experimentalmente [25].

O papel desempenhado por um arco-íris no desaparecimento do peixe no aquário se mostrou um fato pedagogicamente interessante, mostrando que este não está associado apenas ao fenômeno atmosférico do qual recebeu o nome, podendo ser encontrado em situações físicas bastante diversas [28].

O resultado mais interessante da análise do problema do peixe no aquário foi, entretanto, a demonstração de que o desaparecimento do peixe se dava pelo mesmo mecanismo que tornava invisível o vidro de uma garrafa de refrigerante, o *efeito coca-cola*.

Por fim, esperamos ter apontado nesta dissertação alguns exemplos novos e interessantes da conexão entre o modelo conceitual da óptica geométrica e o mundo real dos fenômenos ópticos. Além disso esperamos ter mostrado como a óptica geométrica ainda possui muito potencial a ser explorado em cursos introdutórios de física.

# Apêndice A

## Proposta de uso em sala de aula

Neste apêndice, apresentamos um material que pode servir de base para a elaboração de uma atividade de implementação em sala de aula da medida do índice de refração de líquidos por aumento aparente e com cone submerso.

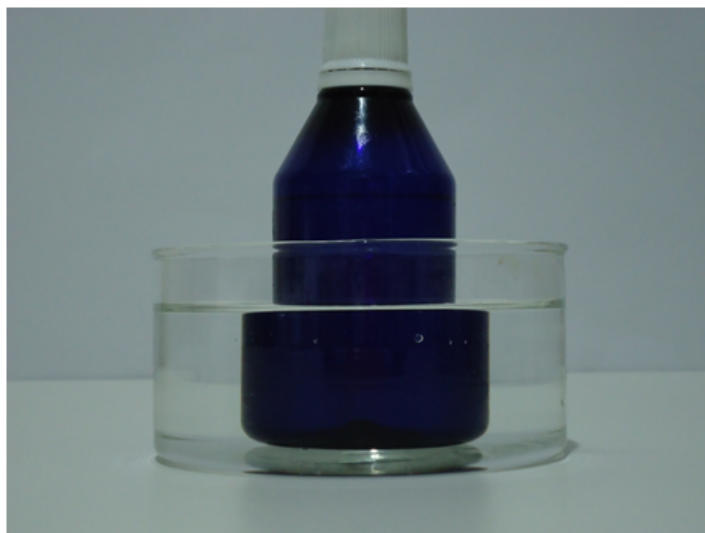
### A.1 Medindo o índice de refração de líquidos

O índice de refração é uma importante propriedade óptica dos materiais, e praticamente a única estudada nos cursos introdutórios de física. Sua medida pode ser feita de muitas maneiras, quase todas baseadas no uso de prismas do material que se quer medir o índice, conjuntamente com alguns equipamentos especiais. No entanto, existem também métodos de medida mais fáceis de implementar, inclusive fora do laboratório. Aqui apresentaremos uma forma bastante simples para medir o índice de refração de líquidos. O experimento pode ser realizado em salas de aula ou até mesmo em casa, com materiais que podem ser facilmente encontrados.

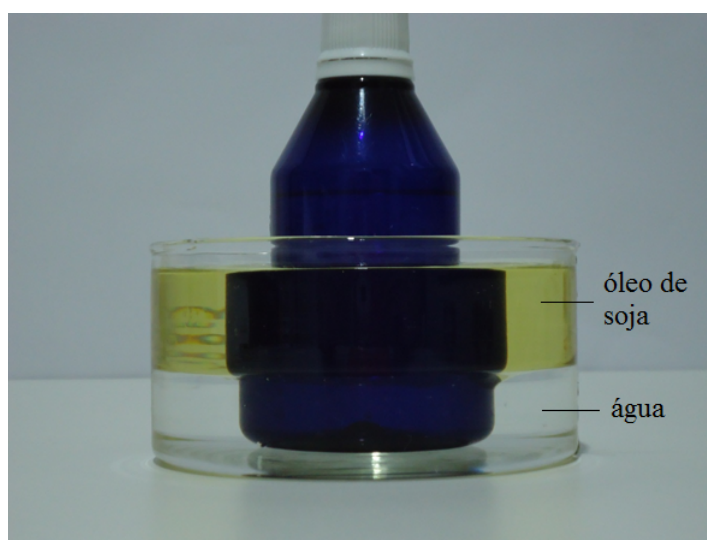
A idéia da medida no índice de refração se baseia na observação “corriqueira” de que objetos imersos na água parecem maiores. A figura A.1 mostra um exemplo disso.

Observando a figura poderíamos perguntar: “será que esse aumento tem a ver com a água, ou melhor, com o líquido dentro do recipiente?”. Essa pergunta se mostra consistente quando olhamos para a figura A.2.





**Figura A.1:** Uma fotografia onde vemos o aumento aparente sofrido por um corpo imerso em um recipiente com água.

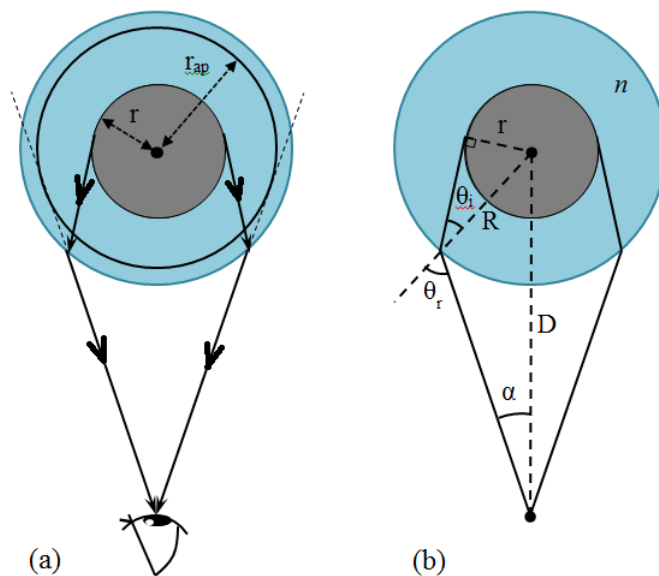


**Figura A.2:** Fotografia de um corpo imerso em dois líquidos distintos (água e óleo) sofrendo aumentos distintos correspondentes aos líquidos.

Na figura A.3 temos diagramas de raios que representam a situação do objeto imerso num líquido.

Observando a figura A.3b, notamos que o raio aparente é dado por

$$r_{ap} = D \operatorname{sen} \alpha, \quad (\text{A.1})$$



**Figura A.3:** Diagramas ilustrando o aumento aparente de um objeto imerso num dado líquido. No diagrama da esquerda temos os parâmetros de análise geométrica do referido aumento.

onde  $D$  é a distância do centro do recipiente (e do objeto) ao observador e  $\alpha$  é o semi-diâmetro angular da imagem do objeto. O raio real do objeto em relação ao raio do recipiente é dado por

$$r = R \sen \theta_i, \quad (\text{A.2})$$

onde  $\theta_i$  é o ângulo de incidência na borda do recipiente do raio que sai de  $P$  da figura. O ângulo de refração  $\theta_r$  é dado pela *lei de Snell*,

$$\sen \theta_r = n \sen \theta_i, \quad (\text{A.3})$$

onde  $n$  é índice de refração do líquido no recipiente, relativo ao ar. Já que temos uma situação de aumento aparente, podemos calcular o fator de ampliação

$$\frac{r_{ap}}{r} = \frac{D \sen \alpha}{R \sen \theta_i} = n \frac{D \sen \alpha}{R \sen \theta_r} \quad (\text{A.4})$$

Já pela lei dos senos, temos

$$\frac{\text{sen } \alpha}{R} = \frac{\text{sen } \theta_r}{D} \quad (\text{A.5})$$

e com isso a equação (A.4) se reduz a

$$\frac{r_{ap}}{r} = n, \quad (\text{A.6})$$

ou seja, a razão entre os tamanhos aparente e real de um objeto imerso num recipiente preenchido com um certo líquido é igual ao índice de refração deste líquido (relativo ao ar).

A partir desse resultado, mostraremos como medir o índice de refração de líquidos.

## A.2 Medida de $n$ por aumento aparente

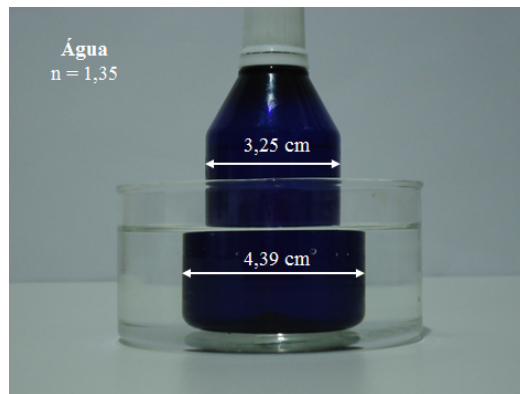
Para as medidas, procedemos do seguinte modo: colocamos o objeto cilíndrico no centro de um recipiente (também cilíndrico) contendo o líquido cujo índice de refração queremos medir. Em seguida fotografamos o conjunto com câmera digital, com o cuidado de que tanto a parte submersa do objeto quanto a parte que está fora do líquido (no ar) fiquem visíveis na foto. O próximo passo é, ou imprimir a foto e usar uma régua para fazer a medida ou transferi-la para um computador, onde podem ser feitas as medidas utilizando um software adequado, como o *ImageJ* [19], o *Modellus* [20] e até o *PowerPoint*.

A figura A.4 mostra um exemplo de medida do índice de refração da água realizado com o procedimento descrito acima. Importamos a foto para o *PowerPoint* e traçamos as duas linhas mostradas na figura, correspondentes aos diâmetros real e aparente do frasco. O comprimento dessas linhas pôde ser encontrado facilmente, selecionando-se a linha desejada, e depois no botão formatar da barra de ferramentas, onde pode-se alterar as propriedades dessa linha, inclusive o tamanho. As medidas encontradas no caso da figura A.4 foram 3,25 cm para o diâmetro da parte acima da água e 4,39 cm para o

diâmetro da parte imersa em água. De acordo com a equação (A.6), o índice de refração da água no recipiente é

$$n = \frac{4,39}{3,25} = 1,35. \quad (\text{A.7})$$

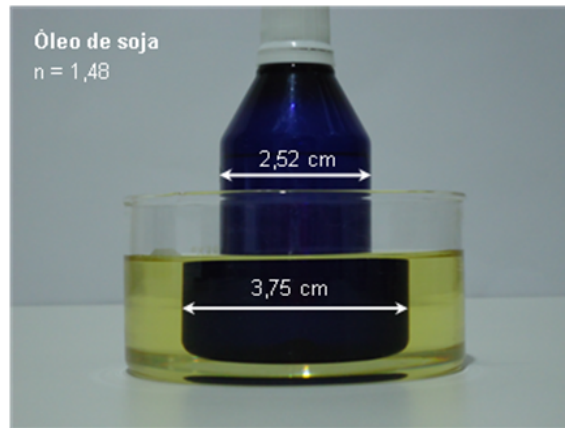
que é um bom resultado comparado com o valor estabelecido para este índice, que é 1,33. A diferença entre esses valores é da ordem de 2%.<sup>1</sup>



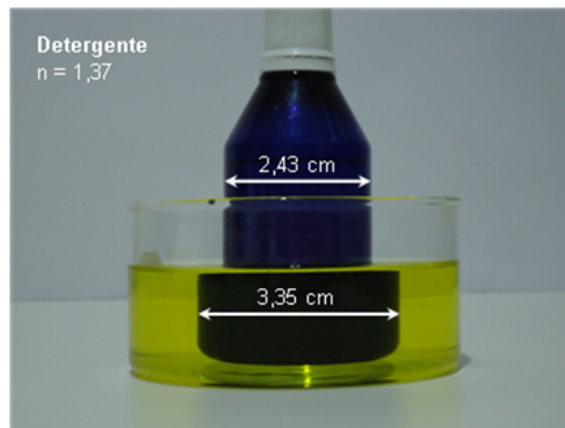
**Figura A.4:** Medida do índice de refração da água.

Esse método de medida do índice de refração é bastante simples e possui a extraordinária vantagem de se poder medir com a mesma facilidade índices de líquidos variados, até mesmo aqueles que temos em casa. Fizemos medidas dos índices de refração do óleo de soja e do detergente (lava louças) que estão apresentadas nas figuras A.5 e A.6. No caso do óleo de soja encontramos  $n = 1,48$ , e a *United States Pharmacopeia Convention* dá como referência valores entre 1,465 a 1,475 (mais precisos que os nossos). Para o detergente encontramos 1,37. Como referência, a *Johnson & Johnson* indica valores (para um lava roupas) na faixa de 1,3794 a 1,3848 (com precisão maior ainda), bem próximo do que obtivemos.

<sup>1</sup>Uma forma de estimar o erro da medida do índice de refração, que pode ser aplicada com facilidade no ensino médio, consiste em calcular os valores máximo e mínimo de  $n$  gerados pelos erros em  $r_{ap}$  e  $r$ . Nas medidas de  $r_{ap}$  e  $r$  nós usamos uma “régua virtual” (o *PowerPoint*) com erro de 0,05 cm, compatível com a resolução das fotos na tela do computador. Nesse caso teríamos  $n_{max} = (r_{ap} + \delta r_{ap}) / (r - \delta r) = 1,39$  e  $n_{min} = (r_{ap} - \delta r_{ap}) / (r + \delta r) = 1,32$ , de modo que o erro  $\delta n$  pode ser estimado por  $\delta n = (n_{max} - n_{min}) / 2 \approx 0,04$ , compatível com o obtido com o método usual de propagação de erros. Podemos notar



**Figura A.5:** Medida do índice de refração do óleo de soja.



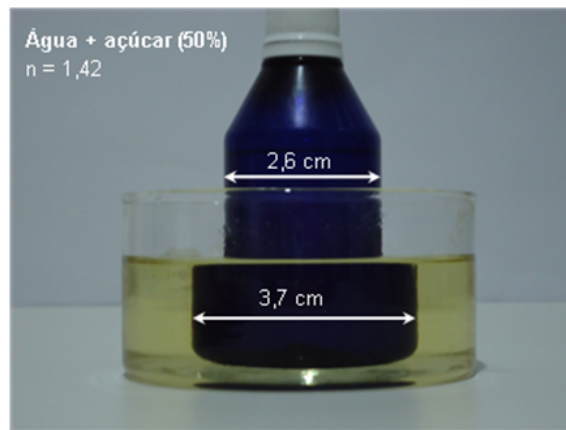
**Figura A.6:** Medida do índice de refração de um detergente.

Este método é suficientemente preciso para que mudanças no índice de refração causadas por substâncias dissolvidas sejam detectadas. Um exemplo disso está na figura A.7, onde temos uma solução de água com açúcar (a 50% em peso). O tamanho da parte submersa foi de 3,70 cm e o da parte de fora 2,60 cm. O valor de  $n$  encontrado para essa solução foi 1,42, bem maior do que o da água pura. A *International Scale of Refractive Indices of Sucrose Solutions at 20 °C* de 1936 atribui à concentração de 50% de açúcar em água o índice de refração 1,4201, o que está em ótimo acordo com a nossa medida. A variação do índice de refração com a concentração de açúcar pode ser vista 

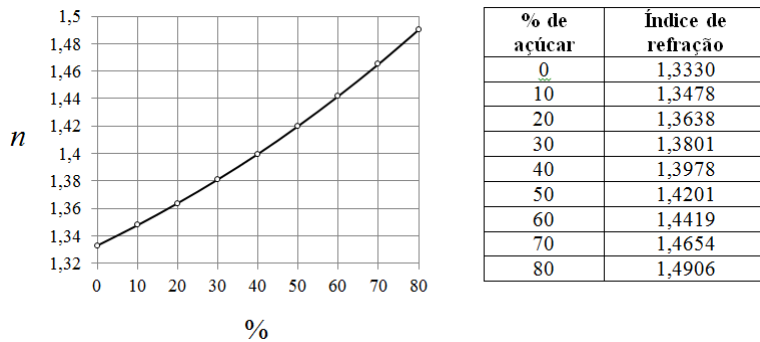
---

que o valor estabelecido,  $n = 1,33$ , está dentro da faixa de erro obtida.

ser vista na figura A.8. Essa variação tem consequências importantes. Por exemplo, permite entender como o diabetes pode afetar o funcionamento dos olhos. Estudos mostram que o diabetes pode levar à deficiência visual em vários níveis. Isso se dá pelo excesso de glicose no humor vítreo que muda o índice de refração dos olhos e o doente desenvolve uma espécie de “miopia oscilante” [21].



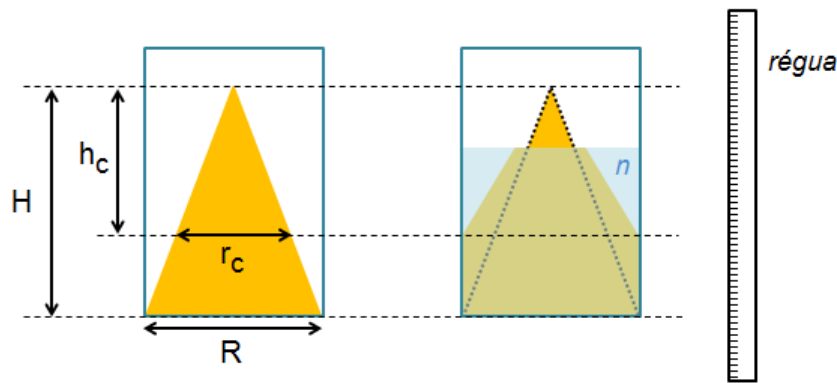
**Figura A.7:** Medida do índice de refração da mistura de água com açúcar (50% em peso).



**Figura A.8:** Gráfico e tabela do índice de refração da água como função da concentração de açúcar, referidos pela *International Scale of Refractive Indices of Sucrose Solutions at 20 °C*.

### A.3 Medida de $n$ com um cone submerso

Uma outra maneira de fazer a medida de  $n$  é submergindo um cone no líquido estudado. O método também utiliza o efeito de aumento aparente de um objeto imerso no líquido, contudo o procedimento é diferente e pode ser vantajoso em algumas situações. A medida é feita da seguinte maneira: tem-se um recipiente cilíndrico transparente relativamente comprido (pode ser um copo de água) onde se coloca o cone, como mostra a figura A.9.



**Figura A.9:** Esquema que ilustra a medida do índice de refração de um líquido utilizando um cone submerso.

Vimos que o fator de aumento lateral de um objeto imerso num líquido de índice de refração  $n$  é dado por  $r_{ap}/r = n$ , onde  $r$  é o raio do objeto.

Dada a geometria do cone, vemos que à medida que a distância ao vértice aumenta, o raio também aumenta, proporcionalmente à distância. Quando colocado num recipiente cilíndrico de espessura desprezível preenchido com um líquido, um cone será visto “mais gordo”, com um ângulo de abertura aparente maior que o real. Sejam  $H$  e  $R$ , respectivamente, a altura e o raio da base do cone. Este último é igual ao raio da base do recipiente onde o cone será colocado.

Note que, de baixo para cima, há um ponto a partir do qual a imagem do cone “desgruda” da parede do recipiente. Neste ponto, o raio aparente  $r_{ap}$  é igual ao raio do recipiente,  $R$  (figura A.9). O raio do cone para o qual isso acontece é o raio crítico  $r_c$ , para o qual corresponde uma única distância

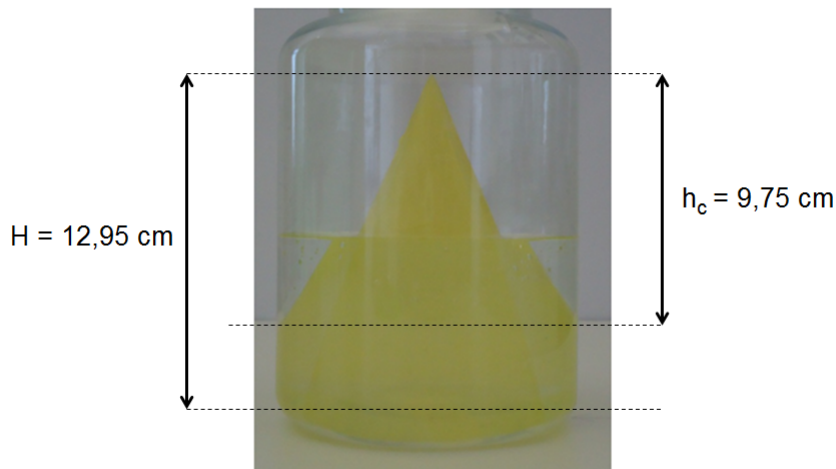
até o vértice, que chamaremos de altura crítica  $h_c$ . Da figura A.9 temos, por semelhança de triângulos, a seguinte relação:

$$\frac{H}{R} = \frac{h_c}{r_c} \quad (\text{A.8})$$

Utilizando a equação A.6 na condição crítica, a equação anterior se reduz a

$$n = \frac{H}{h_c} \quad (\text{A.9})$$

Assim para determinar experimentalmente o valor de  $n$ , basta medirmos  $h_c$ . Isso pode ser feito colocando-se uma régua do lado de fora do recipiente, por exemplo. Com um cone de  $H = 12,95$  cm, obtivemos  $h_c = 9,75$  cm para a água (figura A.10). Assim, obtivemos para o índice de refração da água, com este método,  $n = 1,33$ . Note que, como mostrado na figura A.10, podemos



**Figura A.10:** Foto que ilustra o método de medida do índice de refração da água com o cone submerso.

substituir a régua por uma escala baseada na equação (A.9), que permite ler diretamente o valor de  $n$ . Com esse procedimento podemos medir o índice de qualquer líquido de modo bastante prático e sem o auxílio de computadores, o que num ambiente de sala de aula é bastante vantajoso.



## Referências Bibliográficas

- [1] L. C. McDermott, How we teach and how students learn – A mismatch?, *American Journal of Physics*, n. 61, p. 295-298, 1993.
- [2] I. Galili, Students' conceptual change in geometrical optics, *International Journal of Science Education*, v. 18, n. 7, p. 847–868, 1996.
- [3] I. Galili e A. Hazan, Learners' knowledge in optics: interpretation, structure and analysis, *International Journal of Science Education*, v. 22, n. 1, p. 57–88, 2000.
- [4] C. Dedes, The mechanism of vision: conceptual similarities between historical models and children's representations, *Science & Education*, n. 14, p. 699–712, 2005.
- [5] J. P. Gircoreano J. L. A. Pacca, O ensino da óptica na perspectiva de compreender a luz e a visão, *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 18, n. 1, p. 26–40, 2001.
- [6] J. B. S. Harres, Um teste para detectar concepções alternativas sobre tópicos introdutórios de óptica geométrica, *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 10, n. 3, p. 220–234, 1993.
- [7] S. M. Goulart, E. C. N. Dias e S. L. S. Barros, Conceitos espontâneos de crianças sobre fenômenos relativos à luz: análise qualitativa, *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 6, n. 1, p. 9–20, 1989.
- [8] F. Goldberg e L. C. McDermott, Students difficulties in understanding image formation by a plane mirror, *The Physics Teacher*, n. 24, p. 472–480, 1986.
- [9] K. Keawkhong, A. Mazzolini, N. Emarat e K. Arayathanitkul, Thai high-school students' misconceptions about and models of light refraction through a planar surface, *Physics Education*, v. 45, n. 1, p. 97–107, 2010.

- 
- [10] A. Singh e P. H. Butler, Refraction: conceptions and knowledge structure, *International Journal of Science Education*, v. 12, n. 4, p. 429–442, 1990.
- [11] B. Andersson e C. Karrqvist, How swedish pupils, age 12–15 years, understanding light and its properties, *European Journal of Science Education*, n. 5, p. 387–402, 1983.
- [12] Brasil, *Parâmetros Curriculares Nacionais +*, 2002.
- [13] M. D. Edminston, Measuring refractive indices, *The Physics Teacher*, n. 24, p. 160, 1986.
- [14] B. P. Chandra e S. C. Bhैया, A simple accurate alternative to the minimum deviation method of determining the refractive index of liquids, *American Journal of Physics*, n. 51, p. 160-161, 1983.
- [15] R. D. Edge, Refractive index of liquids, *The Physics Teacher*, n. 17, p. 267, 1979.
- [16] P. Gluck, A simple method to measure the refractive index of a liquid, *Physics Education*, n. 46, p. 253, 2011.
- [17] P. Gluck e T. Massalha, Measurement of refractive index of a liquid, *The Physics Teacher*, n. 50, p. 124, 2012.
- [18] E. B. Lopes e C. E. Aguiar, Um método simples para medir o índice de refração de líquidos, *XX Simpósio Nacional de Ensino de Física*, 2013.
- [19] C. A. Schneider, W. S. Rasband e K. W. Eliceiri, NIH Image to ImageJ: 25 years of image analysis, *Nature Methods*, v. 9, n. 7, p. 671-675, 2012.
- [20] V. D. Teodoro, Modellus, programa de modelagem matemática disponível em <<http://modellus.fct.unl.pt>>. Acessado em agosto de 2012.
- [21] N. Jacobsen, H. Jensen e E. Goldschmidt, Prevalence of myopia in Danish conscripts, *Acta Ophthalmologica Scandinavica 2007*, v. 85, n. 2, p. 165-170, 2007.
- [22] <http://www.geogebra.org>
- [23] Y. Zhu e F. Shi, why does the goldfish disappear in the fishbowl?, *The Physics Teacher*, n. 47, p. 424-426, 2009.
- [24] E. B. Lopes, C. E. Aguiar, A. C. F. Santos e W. S. Santos, O peixe que sumiu no aquário, *XX Simpósio Nacional de Ensino de Física*, 2013.

- [25] C. E. Aguiar, E. B. Lopes, A. C. F. Santos e W. S. Santos, The goldfish over the rainbow, *The Physics Teacher*, v. 51, 2013.
- [26] R. J. Whitaker, Physics of the rainbow *The Physics Teacher*, n. 12, p. 283-286, 1974.
- [27] J. D. Walker, Multiple rainbows from single drops of water and other liquids, *American Journal of Physics*, n. 44, p. 421-433, 1976.
- [28] J. A. Adam, The mathematical physics of rainbow and glories, *Physics Reports*, v. 356, p. 229-365, 2002.
- [29] H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol 4, Editora Edgard Blücher, LTDA (1999).
- [30] E. Hecht, *Optics*, 2nd Ed, Addison Wesley, 1987.
- [31] E. Hecht, *Optics*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1975.