Uma abordagem geométrica da cinemática da partícula

André da Silva Ramos de Faria

MPEF

Orientador: Professor Vitorvani Soares

Objetivos

Objetivos

- Discussão geométrica dos conceitos físicos relevantes para a descrição do movimento:

Objetivos

- Discussão geométrica dos conceitos físicos relevantes para a descrição do movimento:
  - Partícula, Referencial, deslocamento, intervalo de tempo;

Objetivos

- Discussão geométrica dos conceitos físicos relevantes para a descrição do movimento:
  - Partícula, Referencial, deslocamento, intervalo de tempo;
- Geometria do MRU;

Objetivos

- Discussão geométrica dos conceitos físicos relevantes para a descrição do movimento:
  - Partícula, Referencial, deslocamento, intervalo de tempo;
- Geometria do MRU;
- Geometria do MRUV;

Objetivos

- Discussão geométrica dos conceitos físicos relevantes para a descrição do movimento:
  - Partícula, Referencial, deslocamento, intervalo de tempo;
- Geometria do MRU;
- Geometria do MRUV;
- Descrever o movimento parabólico utilizando a geometria como ferramenta.

Vantagens da Geometria

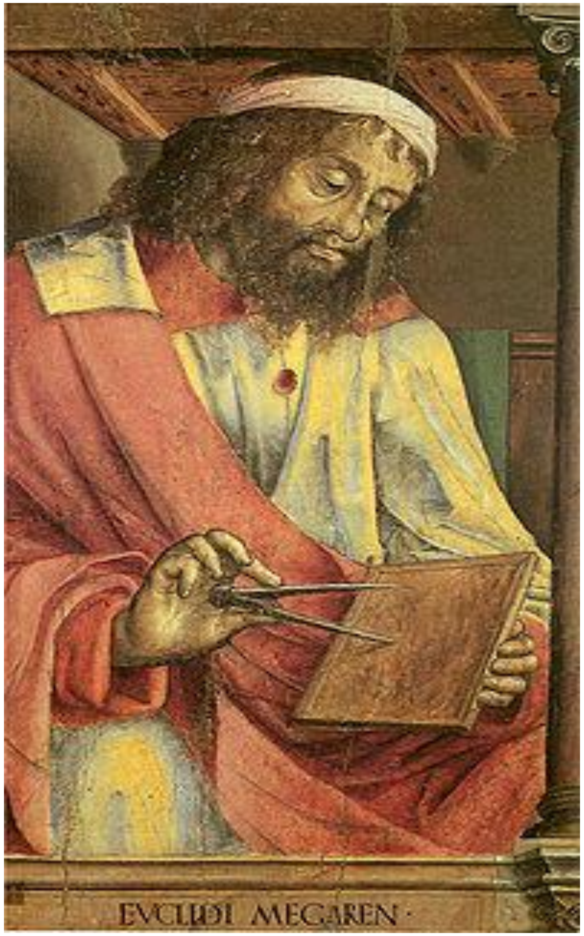
Vantagens da Geometria

- Exploração visual do movimento da partícula;

Vantagens da Geometria

- Exploração visual do movimento da partícula;
- Utilização da geometria plana elementar, não sendo necessário usar “contas sofisticadas”.

Euclides de Alexandria



(360 a.C. – 295 a.C)

Geometria Euclidiana

Em sua obra *Os elementos*, o filósofo e matemático grego Euclides, introduziu definições básicas de geometria. No livro I são definidos os objetos geométricos cujas propriedades desejamos estudar. São 23 definições, entre as quais são definidos ponto, reta, círculo, triângulo, retas paralelas e ângulos. Acrescenta-se ainda cinco axiomas e nove noções comuns que são afirmações admitidas como verdades óbvias. (EUCLIDES, *Os elementos.* Tr. pt. de Bicudo 2009)

Geometria Euclidiana

Tomaremos como início algumas das definições dadas por Euclides, em sua obra.

Geometria Euclidiana

Tomaremos como início algumas das definições dadas por Euclides, em sua obra.

1. Um ponto é aquilo de que nada é parte.

Geometria Euclidiana

Tomaremos como início algumas das definições dadas por Euclides, em sua obra.

1. Um ponto é aquilo de que nada é parte.

Geometria Euclidiana

2. E linha é comprimento sem largura.

Geometria Euclidiana

2. E linha é comprimento sem largura.

3. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.

Geometria Euclidiana

2. E linha é comprimento sem largura.

3. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.

Geometria Euclidiana

6. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.

Geometria Euclidiana

6. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.

7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.

Geometria Euclidiana

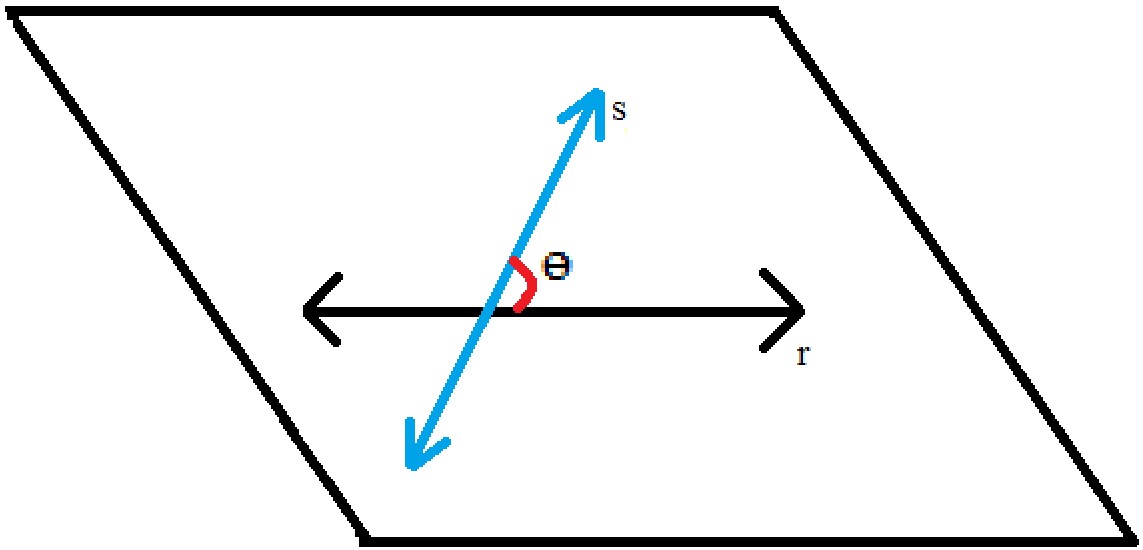
6. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.
7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.

Geometria Euclidiana

8. E ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta.

Geometria Euclidiana

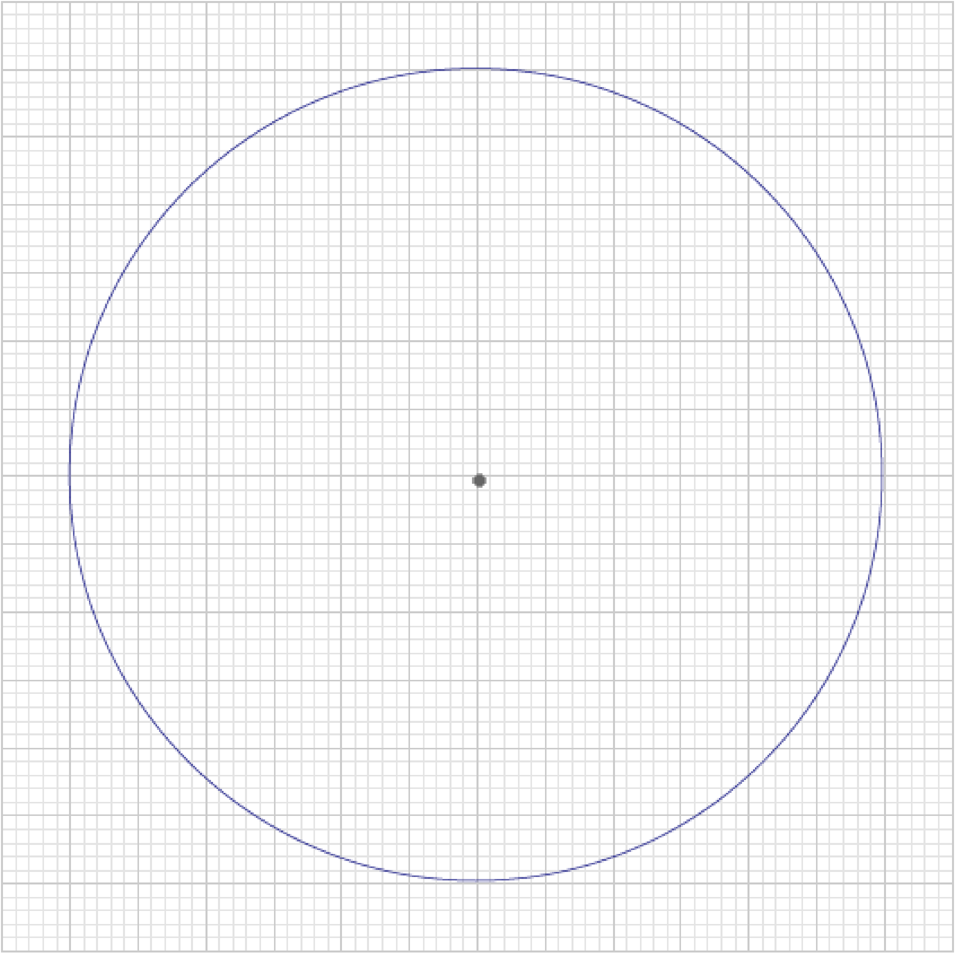
8. E ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta.



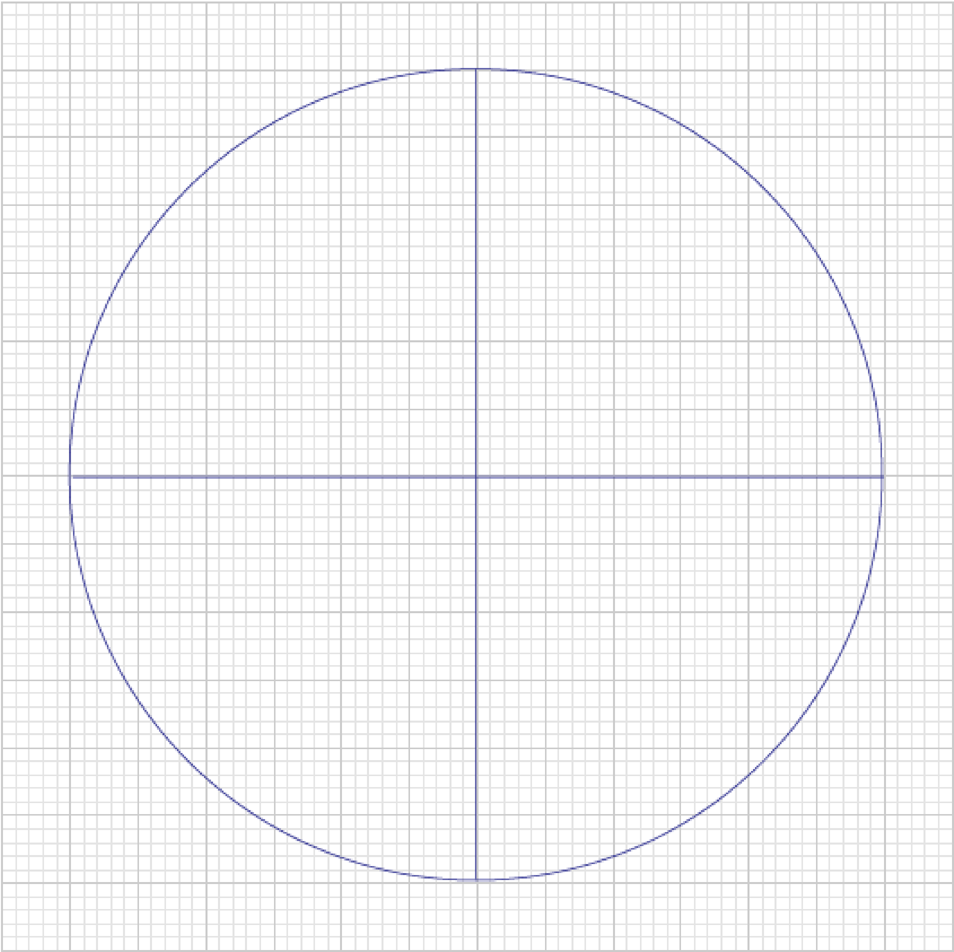
Geometria Euclidiana

- 15. Círculo é uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação à qual todas as retas que se encontram [até a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si.

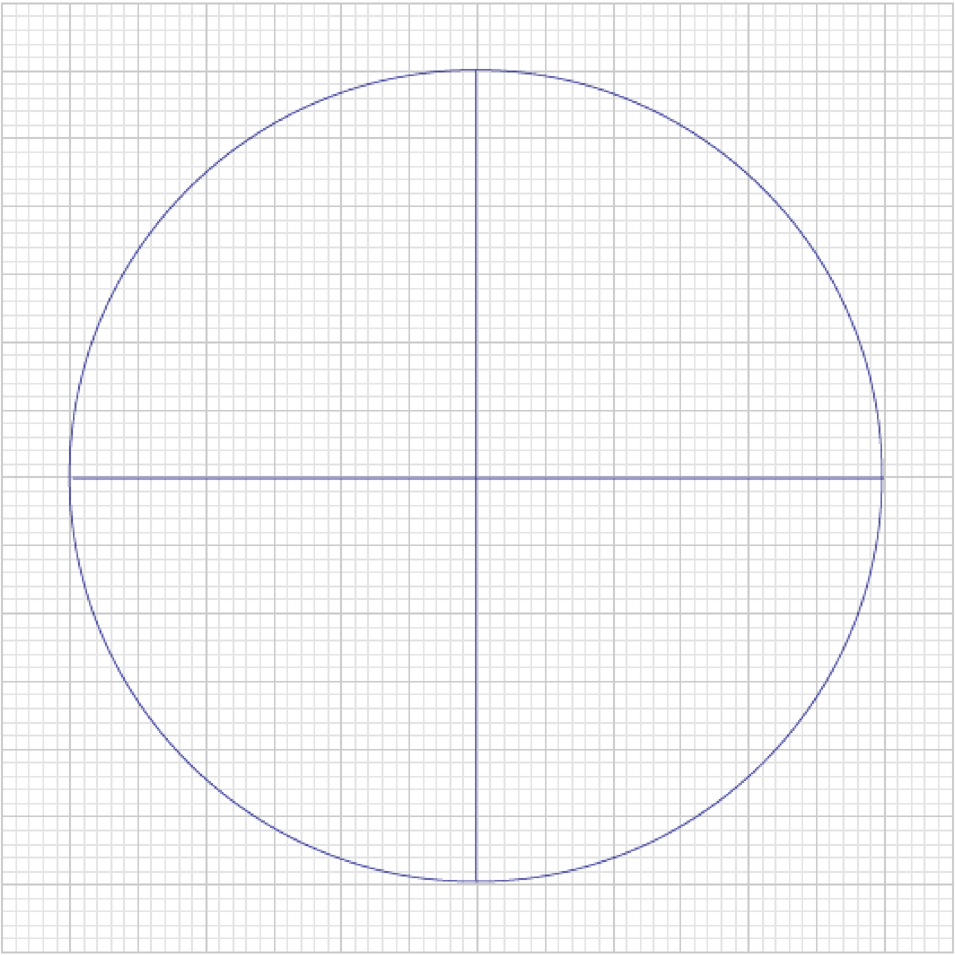
Geometria Euclidiana



Geometria Euclidiana

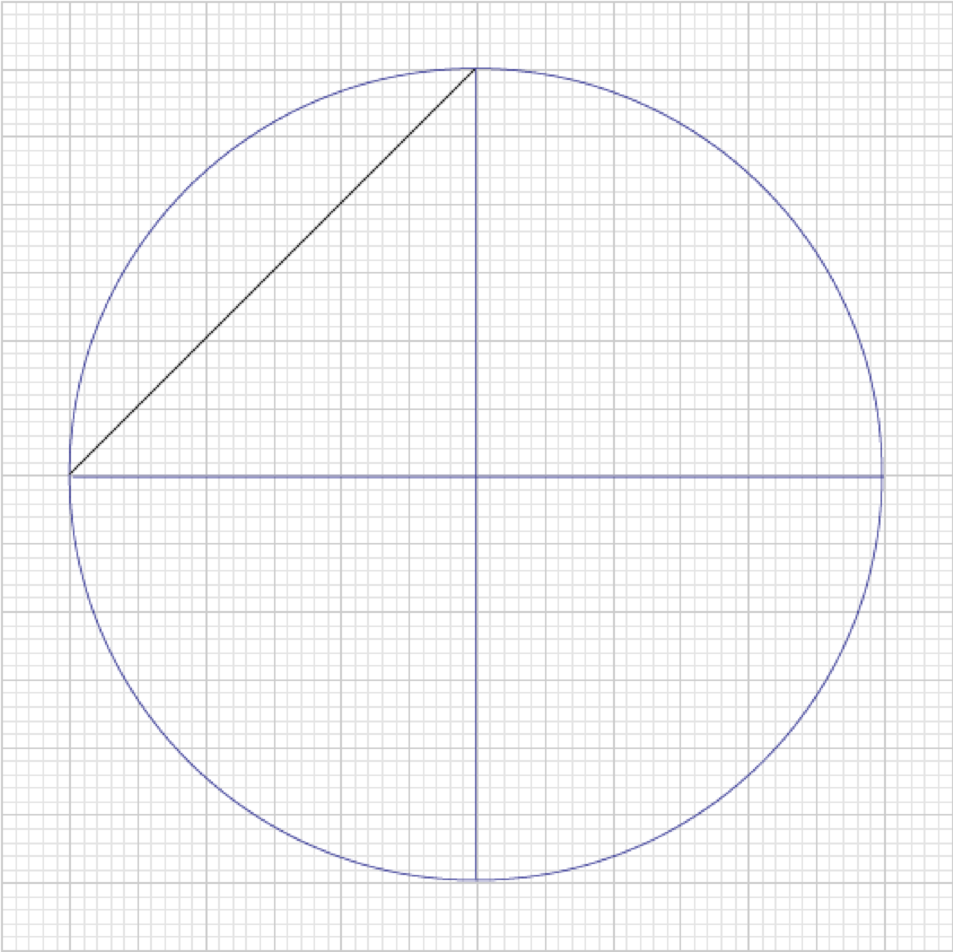


Geometria Euclidiana

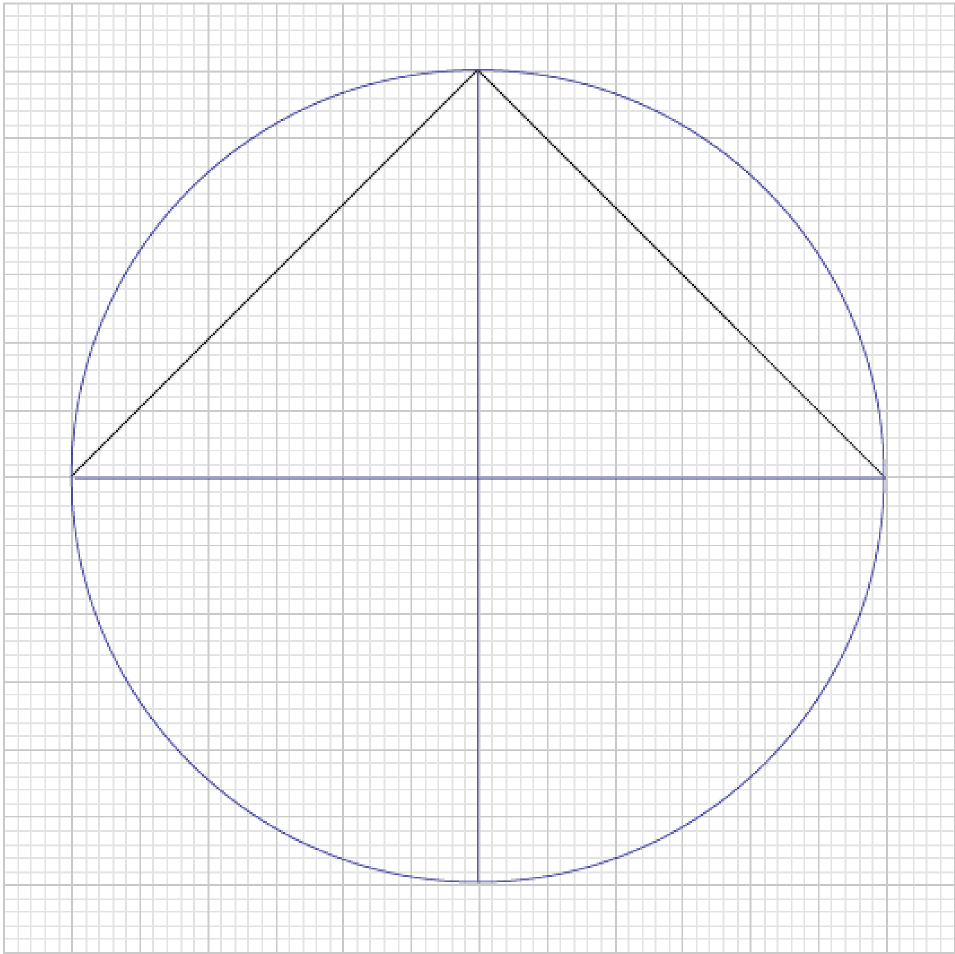


Ângulo Reto

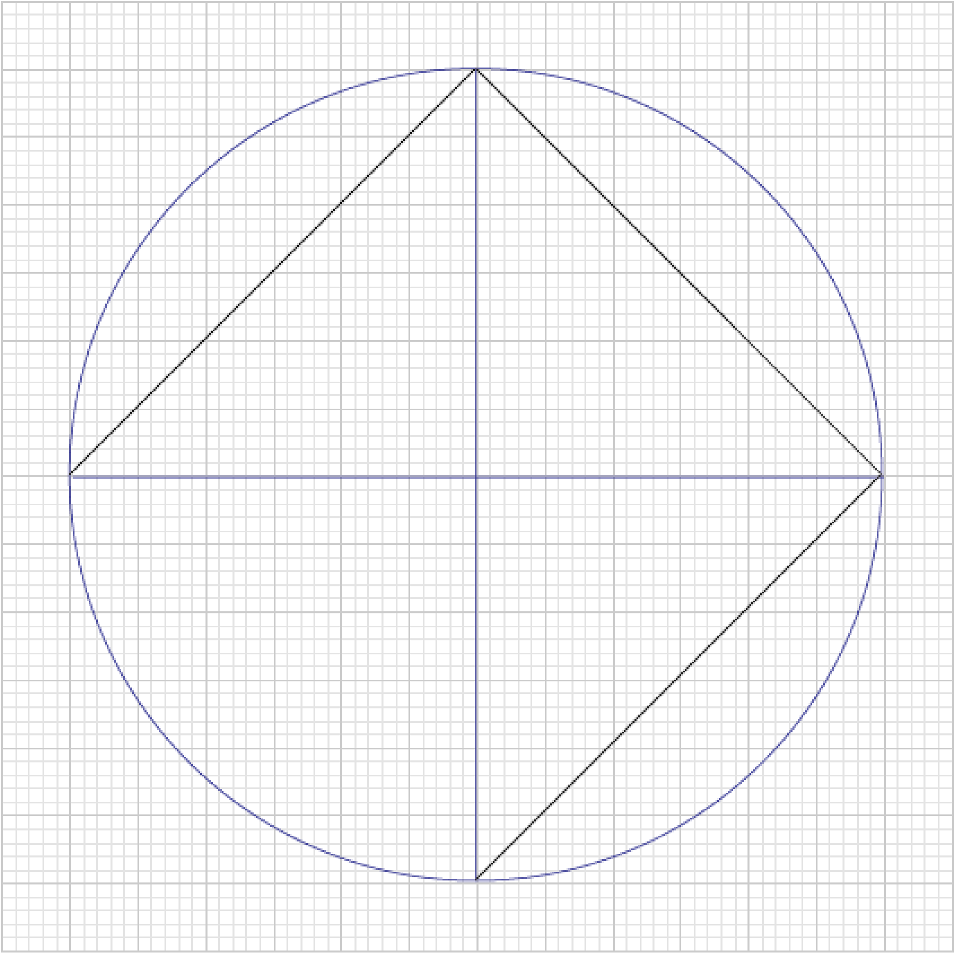
Geometria Euclidiana



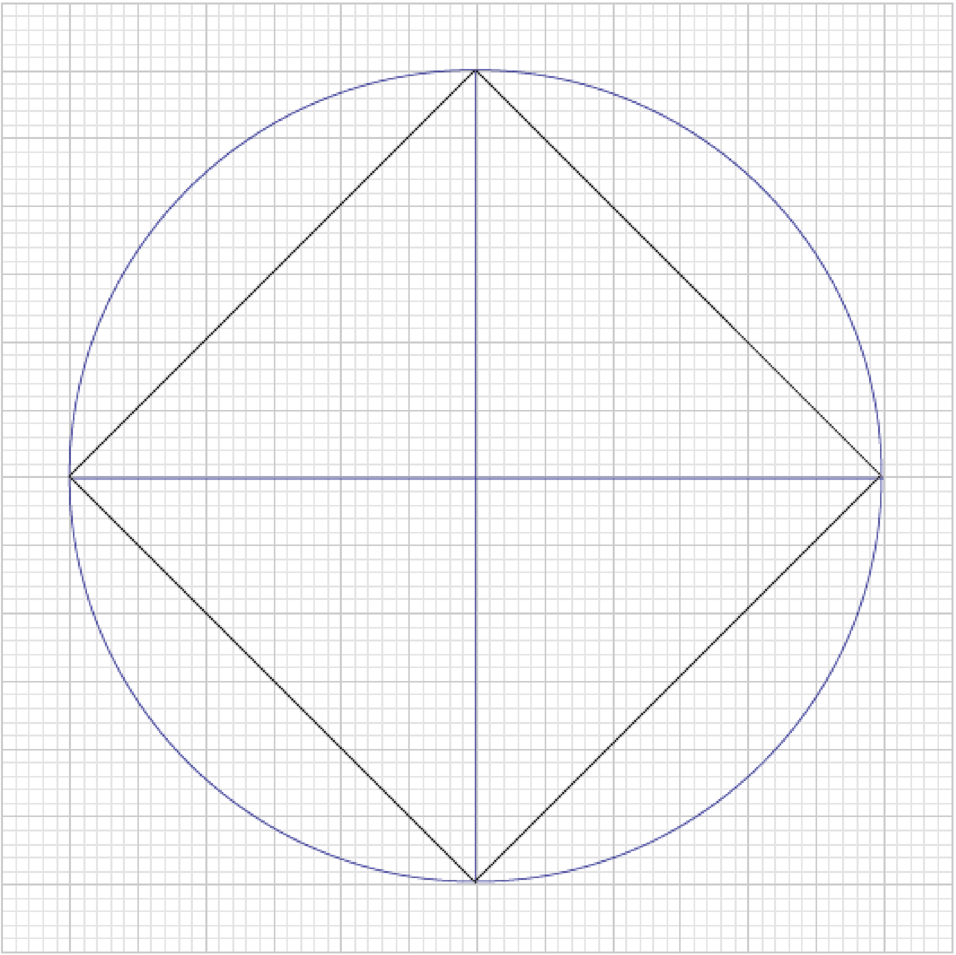
Geometria Euclidiana



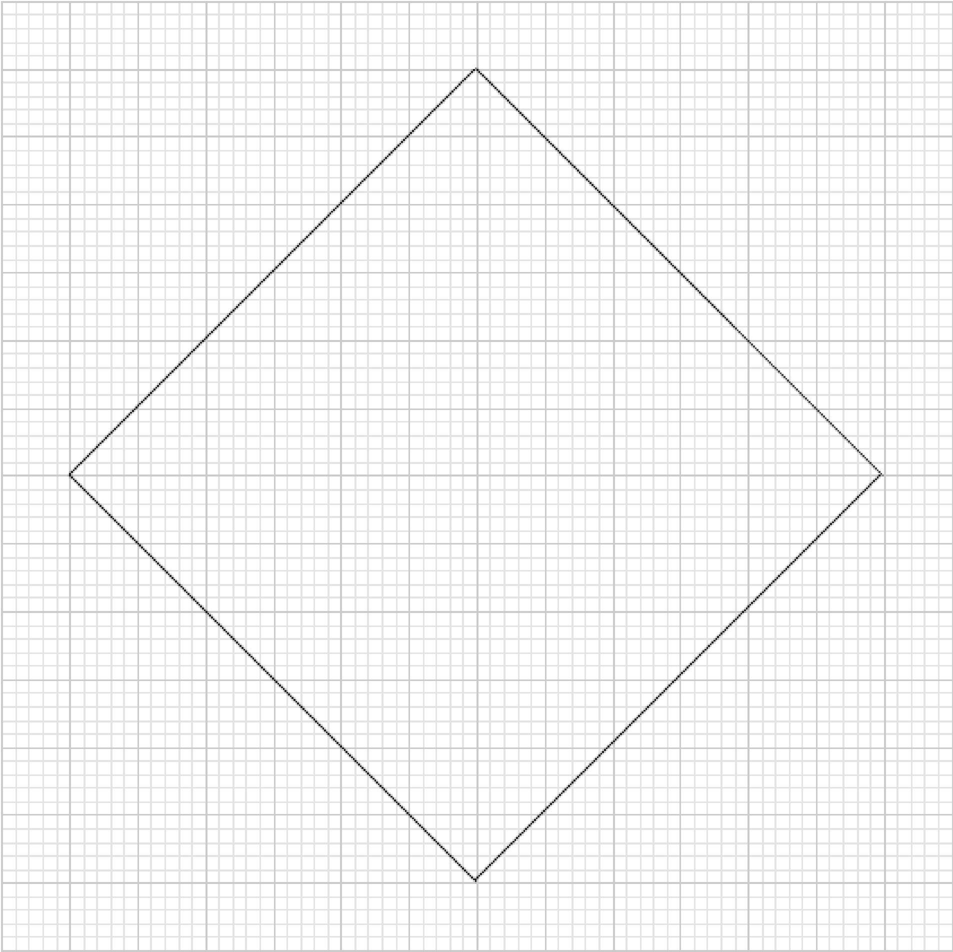
Geometria Euclidiana



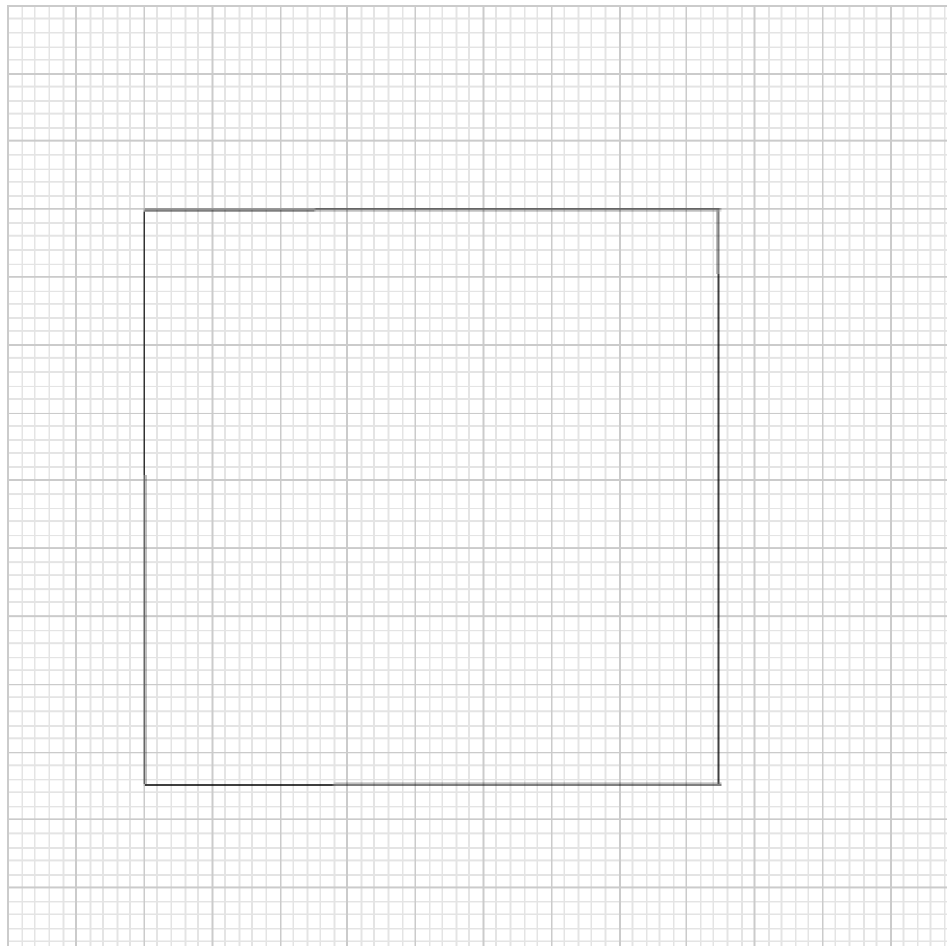
Geometria Euclidiana



Geometria Euclidiana

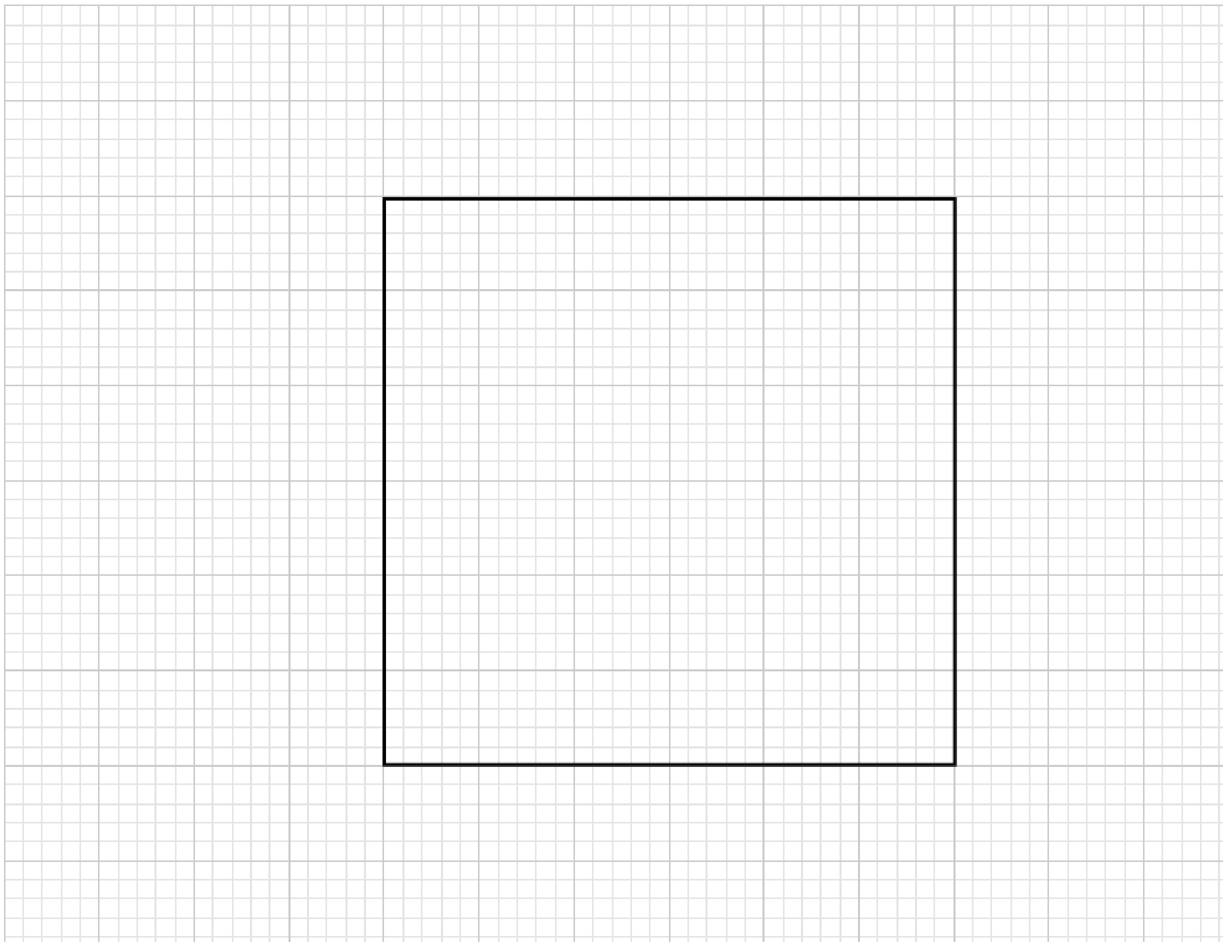


Geometria Euclidiana

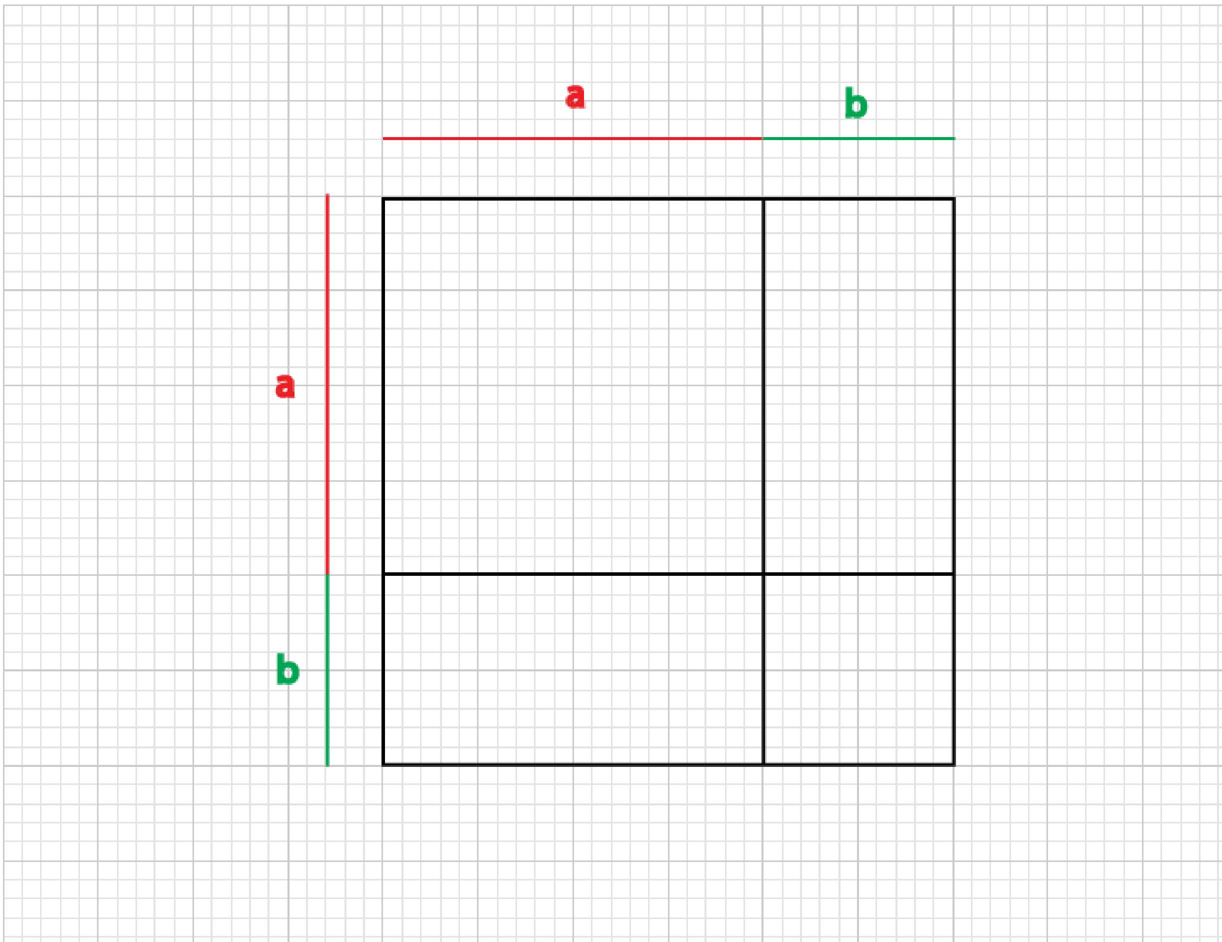


O teorema de Pitágoras

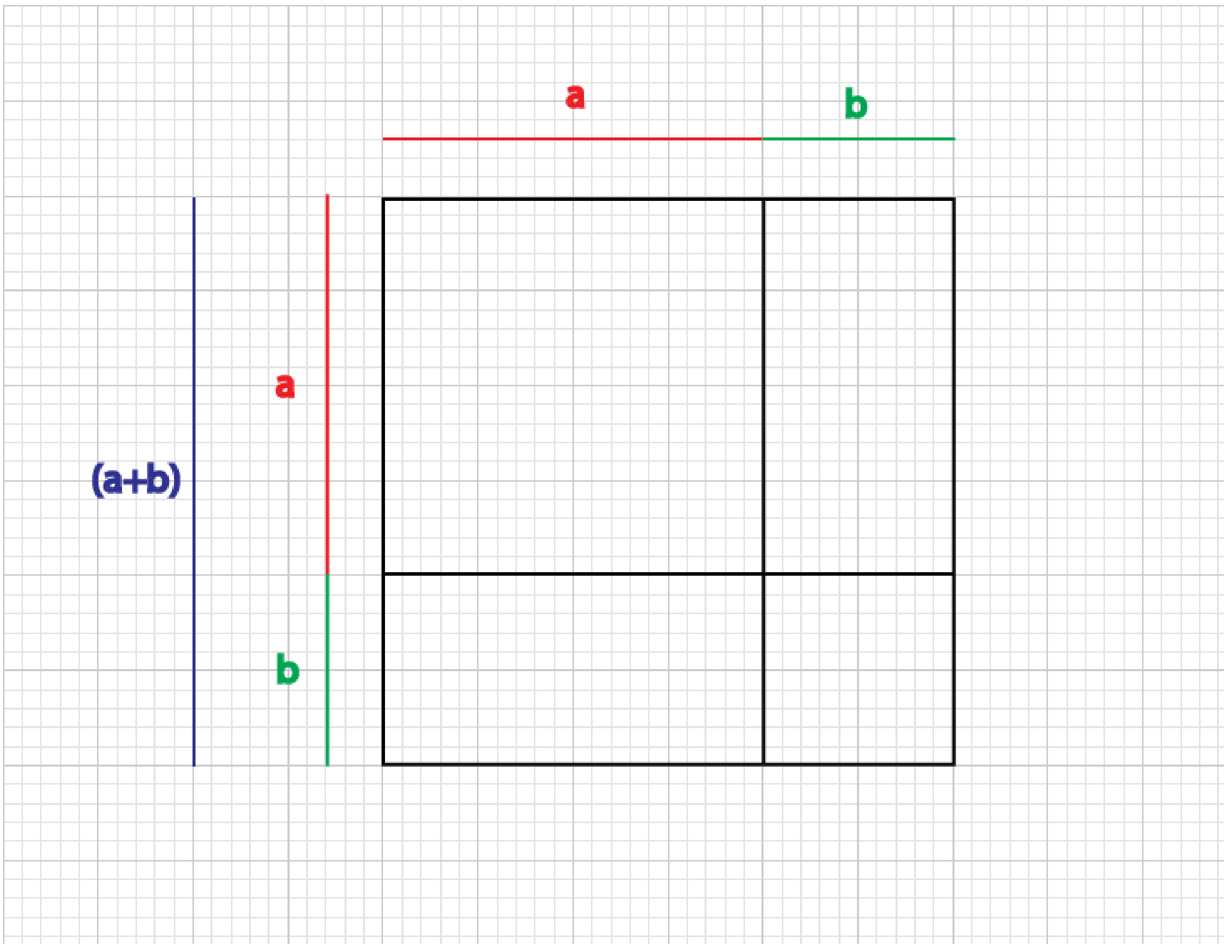
O teorema de Pitágoras



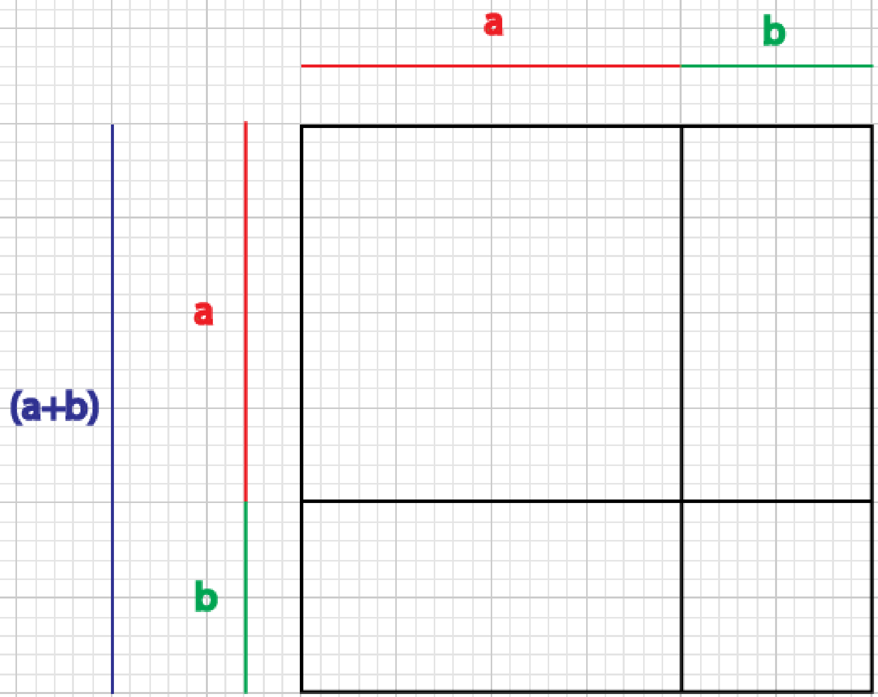
O teorema de Pitágoras



O teorema de Pitágoras

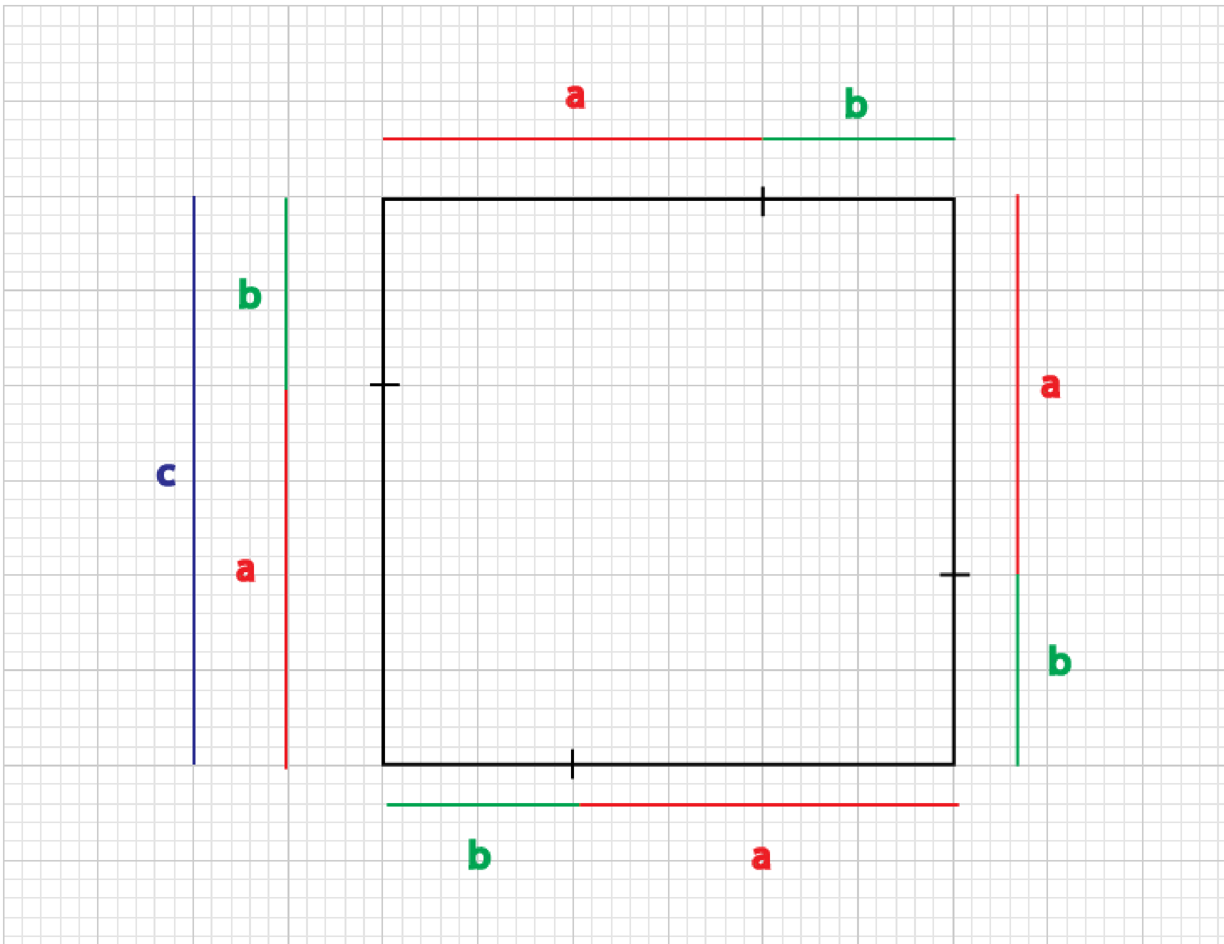


O teorema de Pitágoras

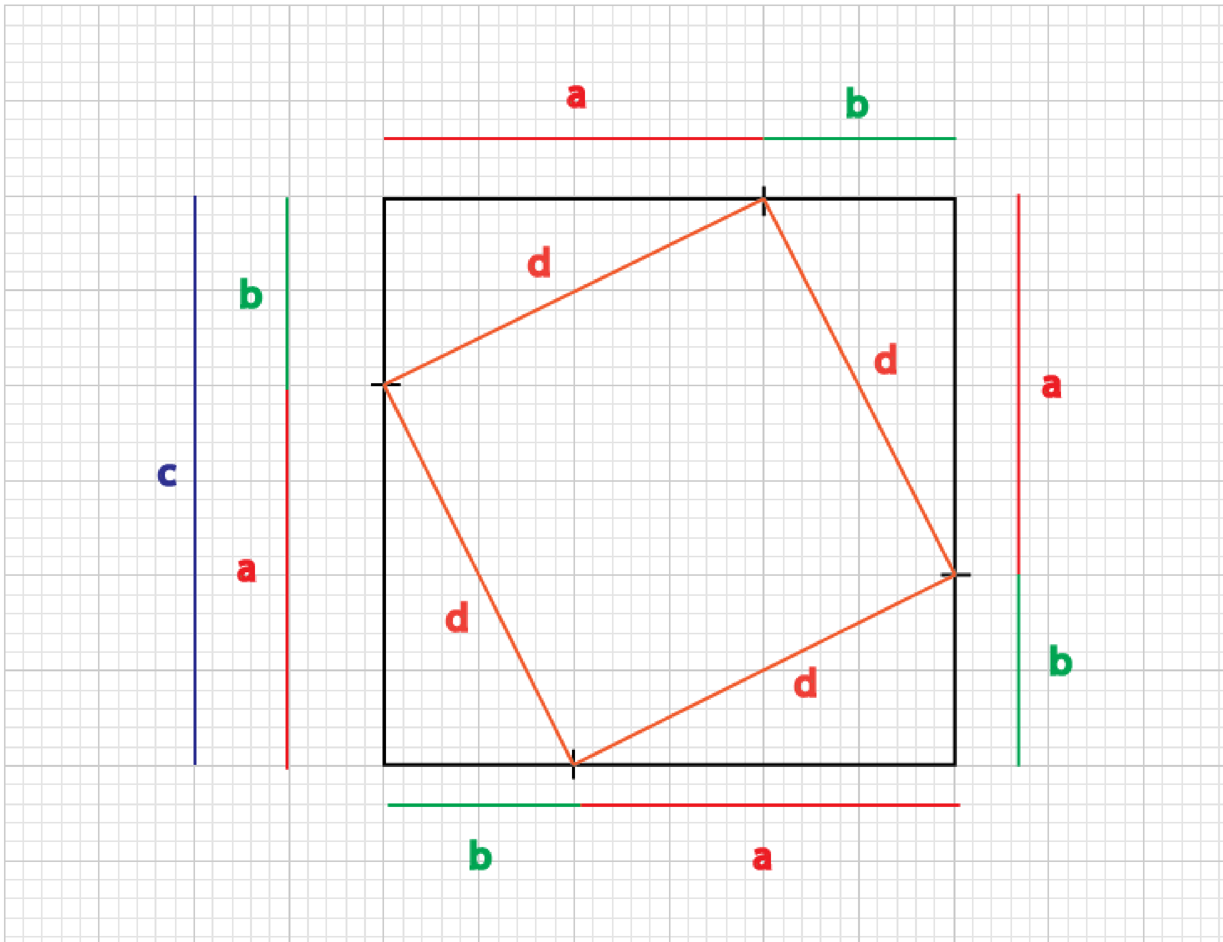


$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

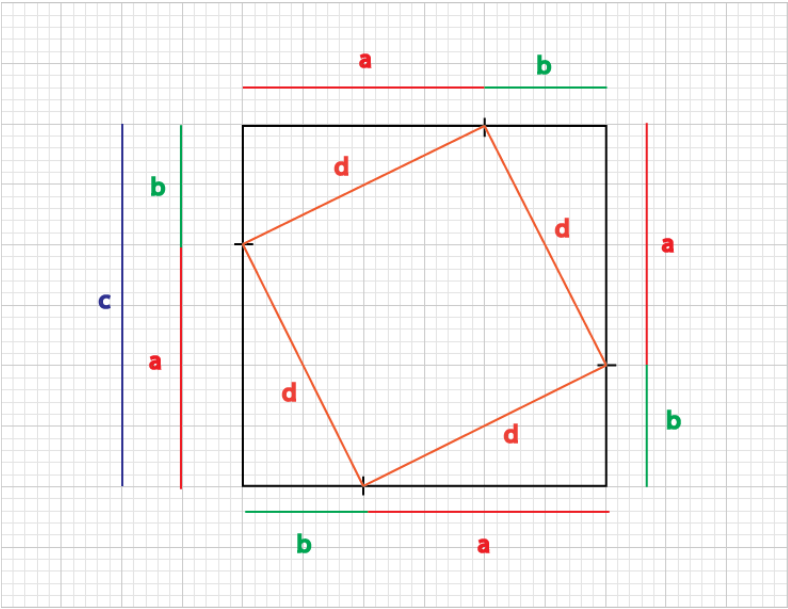
O teorema de Pitágoras



O teorema de Pitágoras

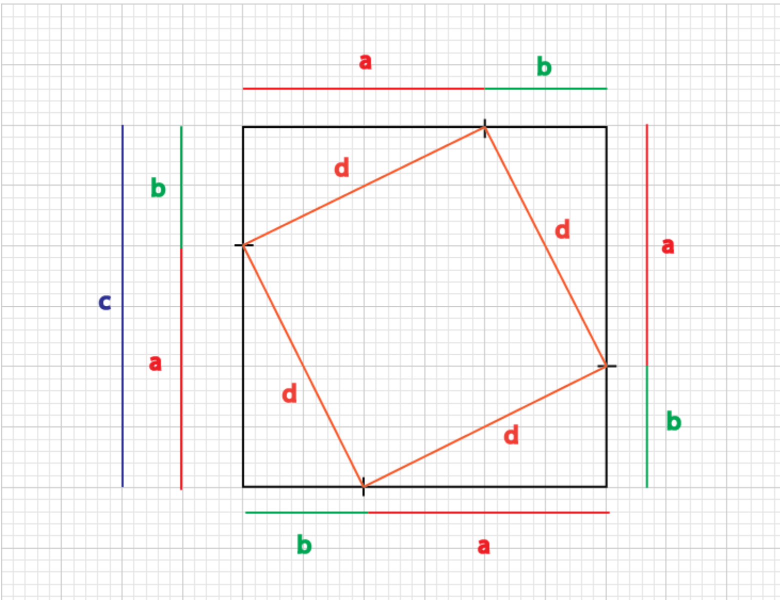


O teorema de Pitágoras



$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

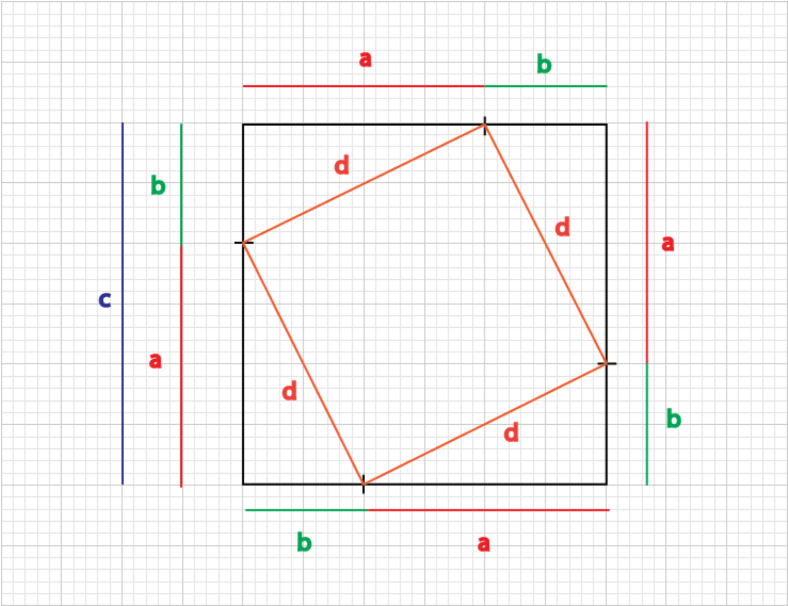
O teorema de Pitágoras



$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$c = a + b$

O teorema de Pitágoras



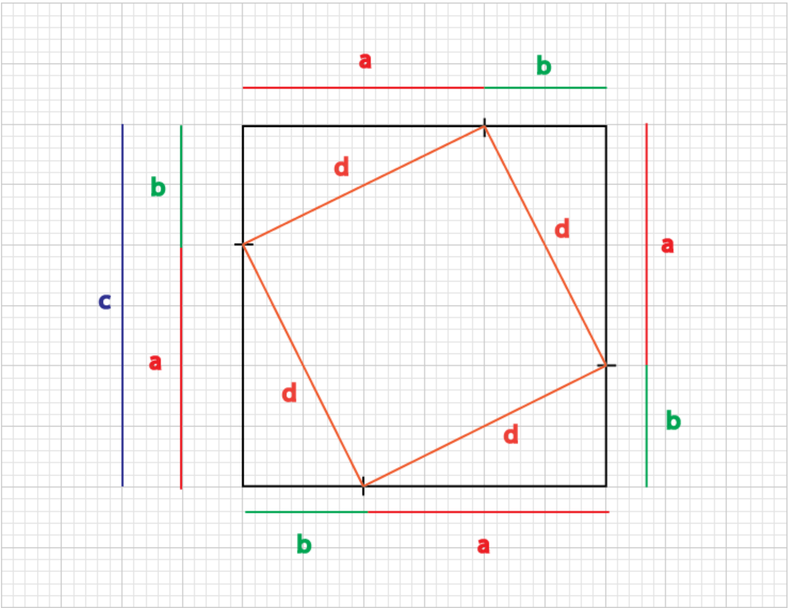
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$c = a + b$$

$$c^2 = d^2 + 4(ab/2)$$

$$c^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

O teorema de Pitágoras



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

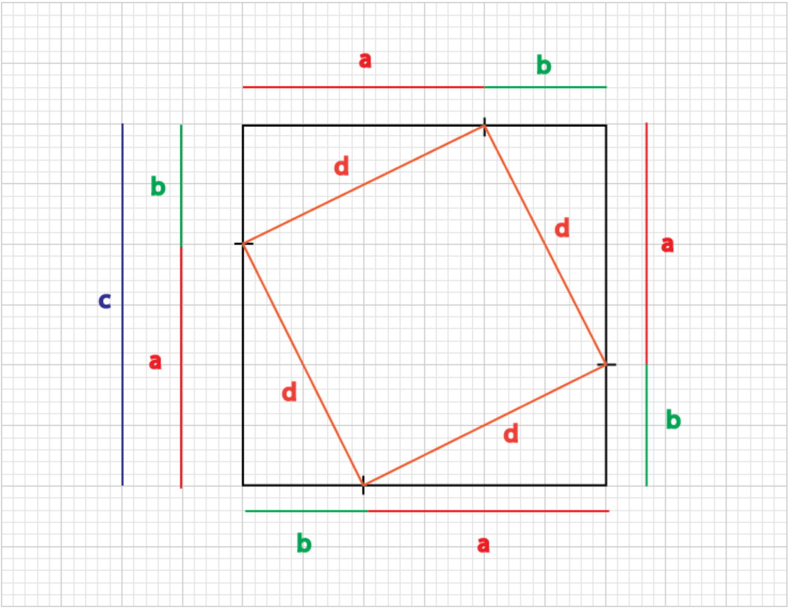
$$c = a + b$$

$$c^2 = d^2 + 4(ab/2)$$

$$c^2 = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Logo:

O teorema de Pitágoras



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$c = a + b$$

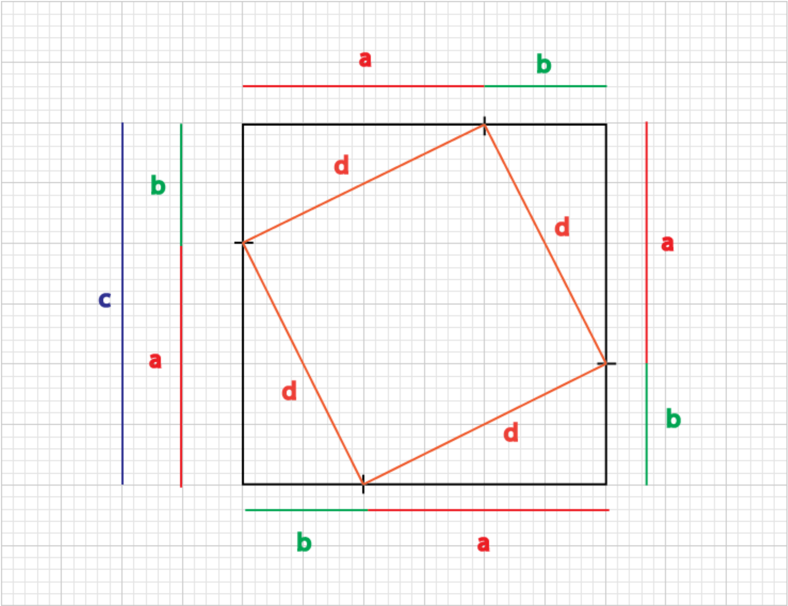
$$c^2 = d^2 + 4(ab/2)$$

$$c^2 = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Logo:

$$a^2 + 2ab + b^2 = d^2 + 2ab$$

O teorema de Pitágoras



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$c = a + b$$

$$c^2 = d^2 + 4(ab/2)$$

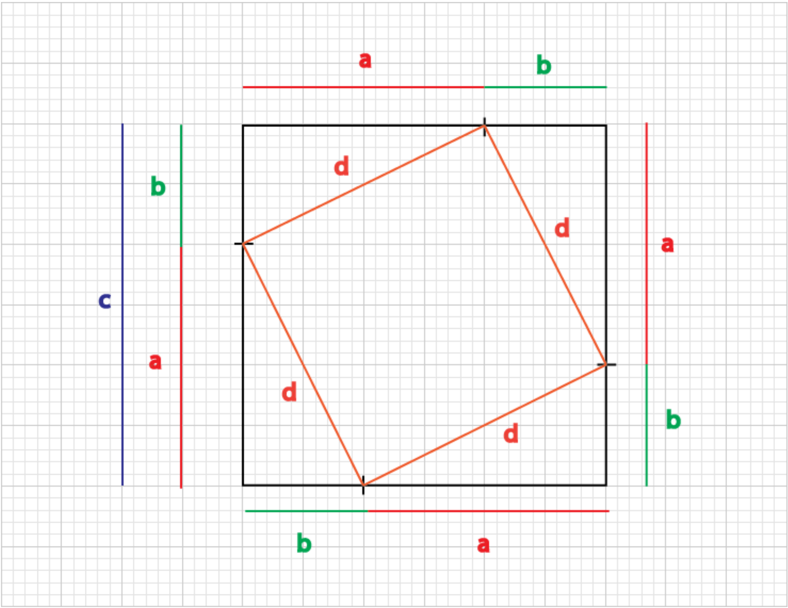
$$c^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Logo:

$$a^2 + 2ab + b^2 = d^2 + 2ab$$

Podemos concluir então que:

O teorema de Pitágoras



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$c = a + b$$

$$c^2 = d^2 + 4(ab/2)$$

$$c^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Logo:

$$a^2 + 2ab + b^2 = d^2 + 2ab$$

Podemos concluir então que:

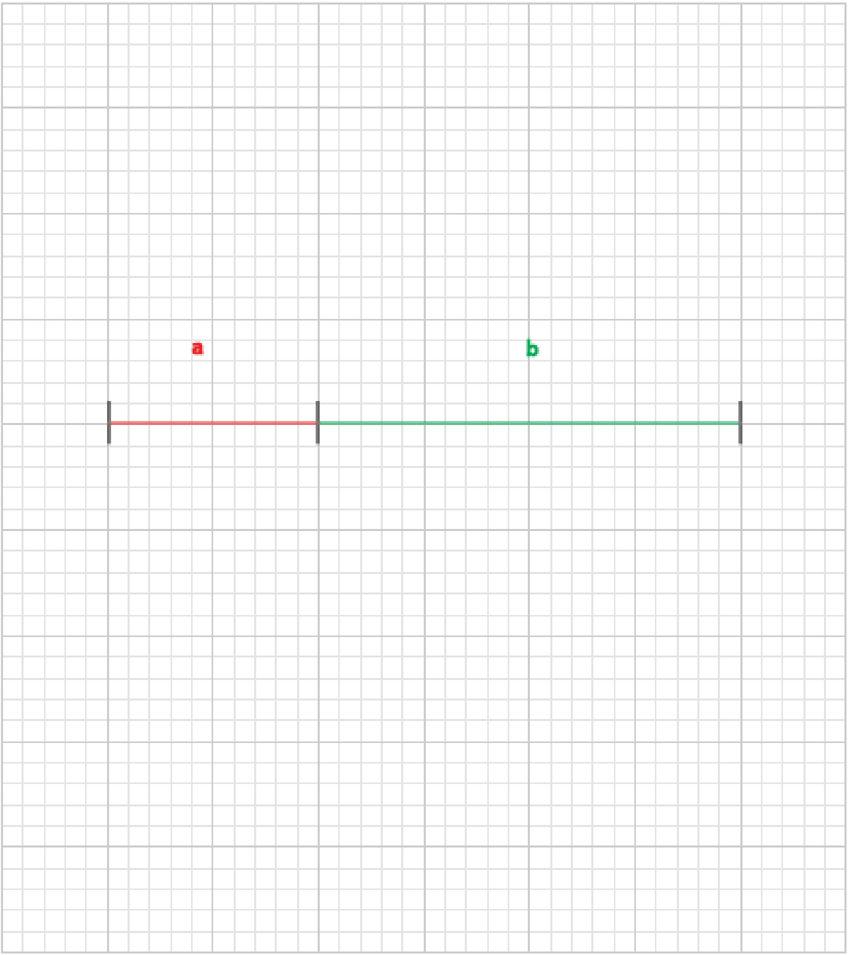
$$d^2 = a^2 + b^2$$

Médias da Grécia antiga

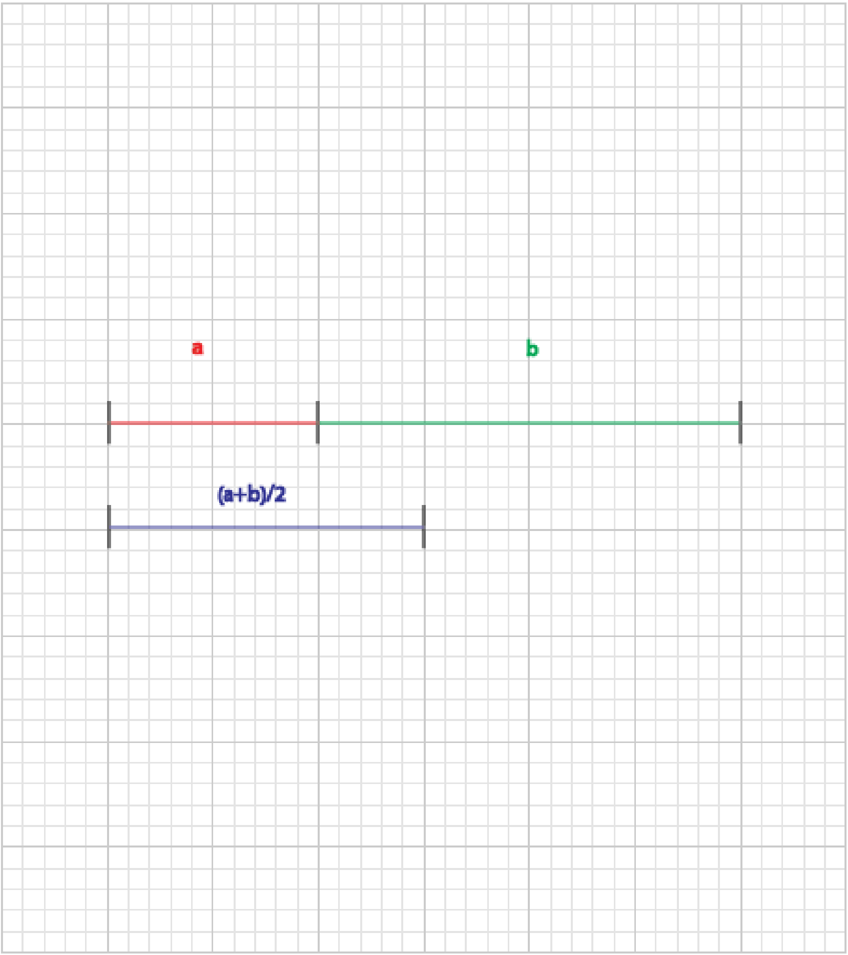
Médias da Grécia antiga

- Aritmética;
- Geométrica;
- Harmônica.

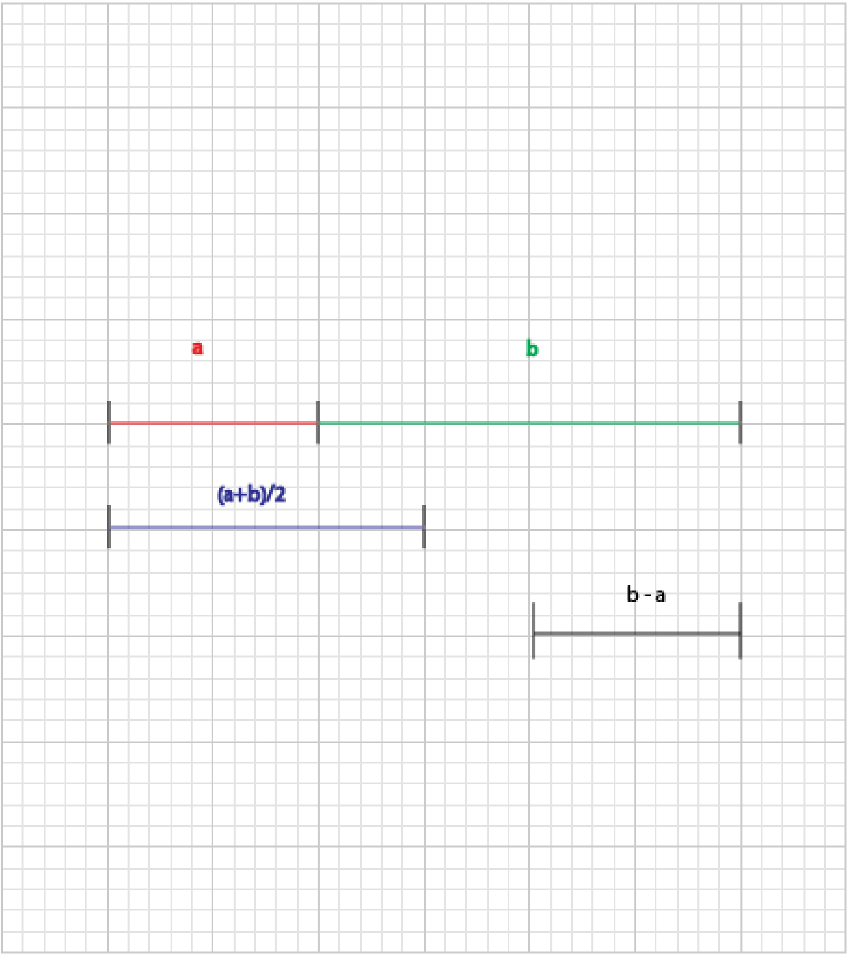
Médias da Grécia antiga



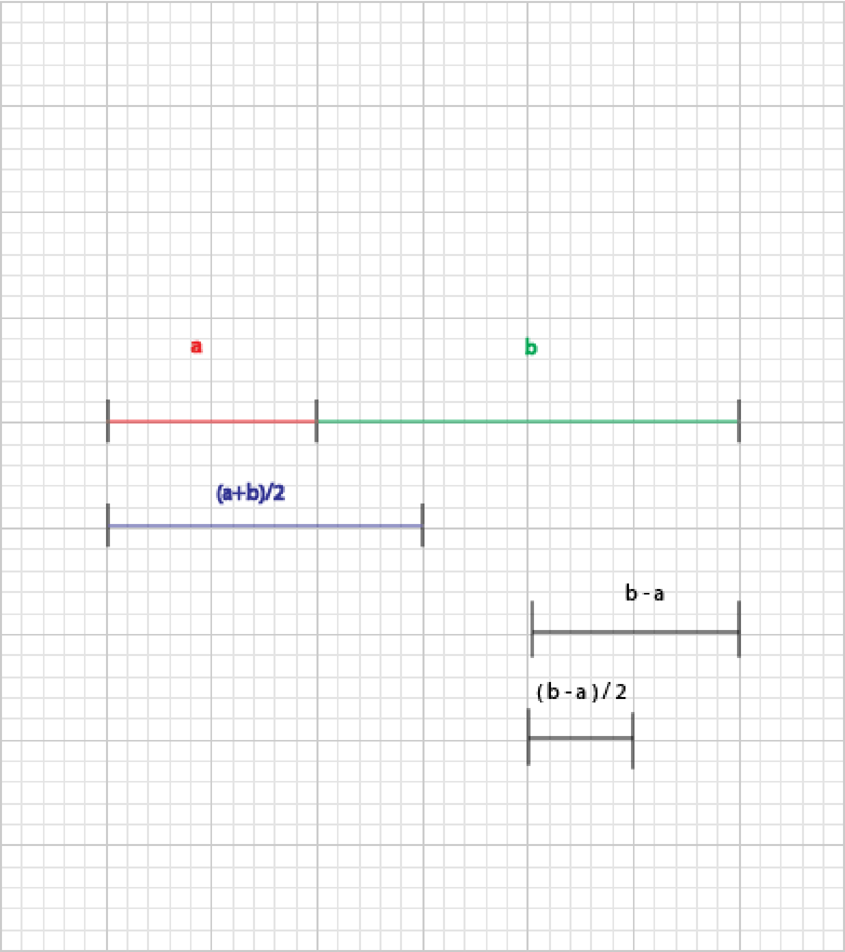
Médias da Grécia antiga



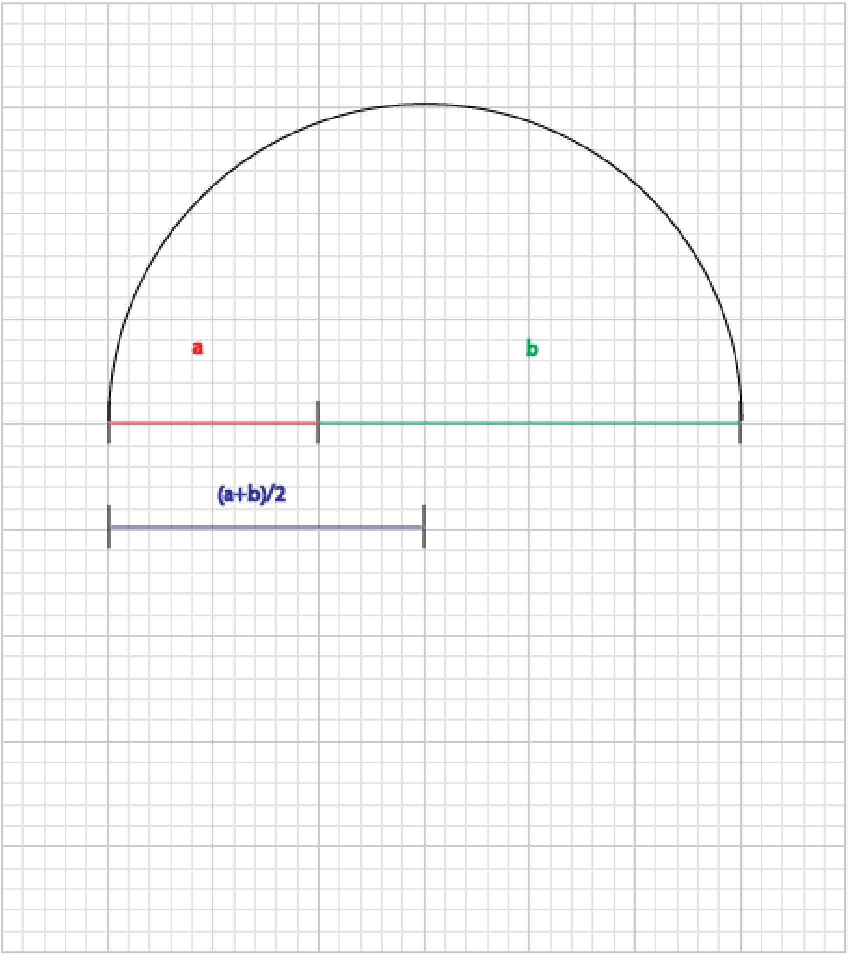
Médias da Grécia antiga



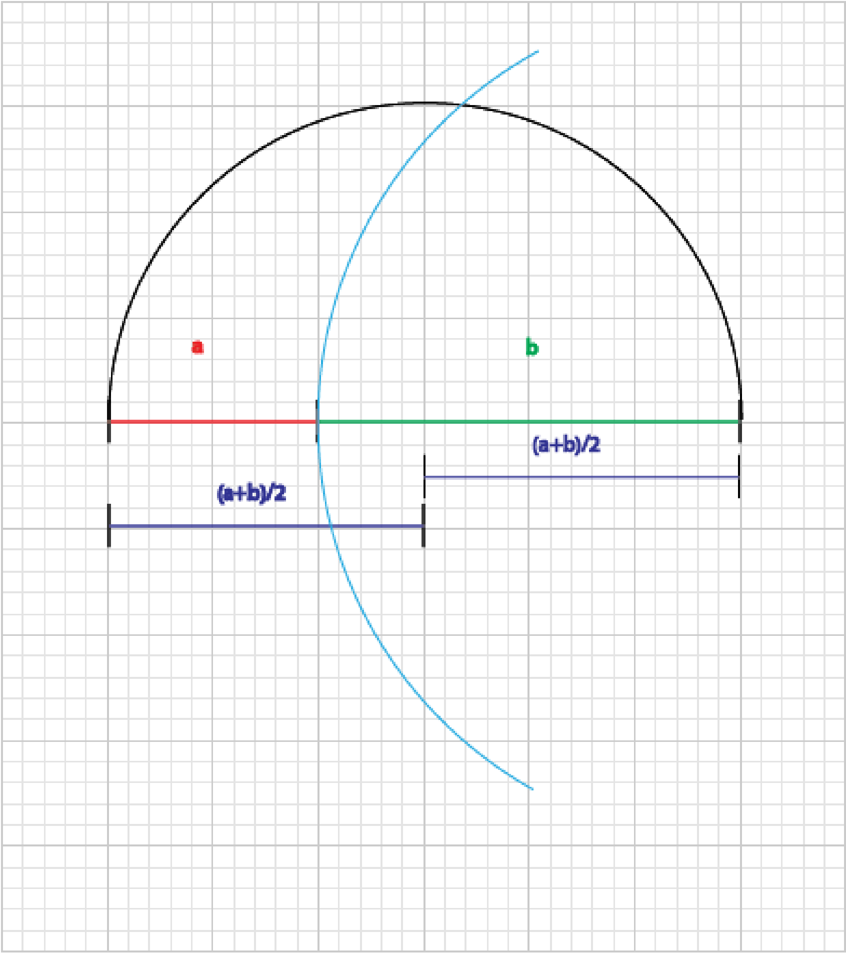
Médias da Grécia antiga



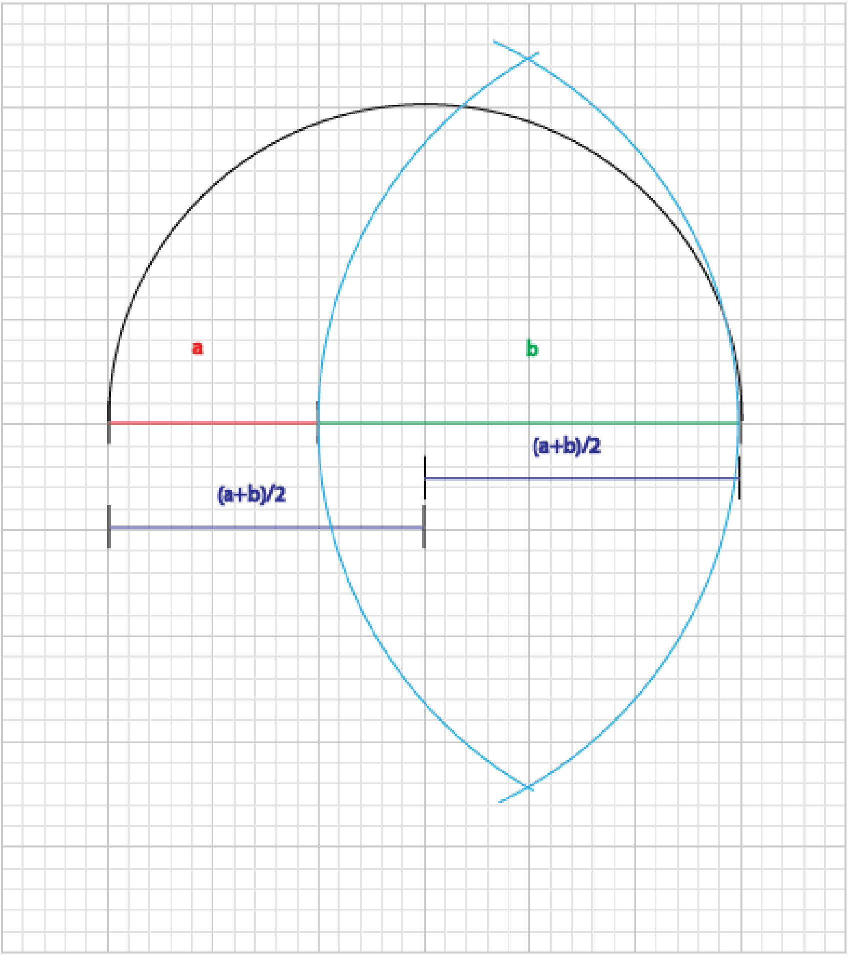
Médias da Grécia antiga



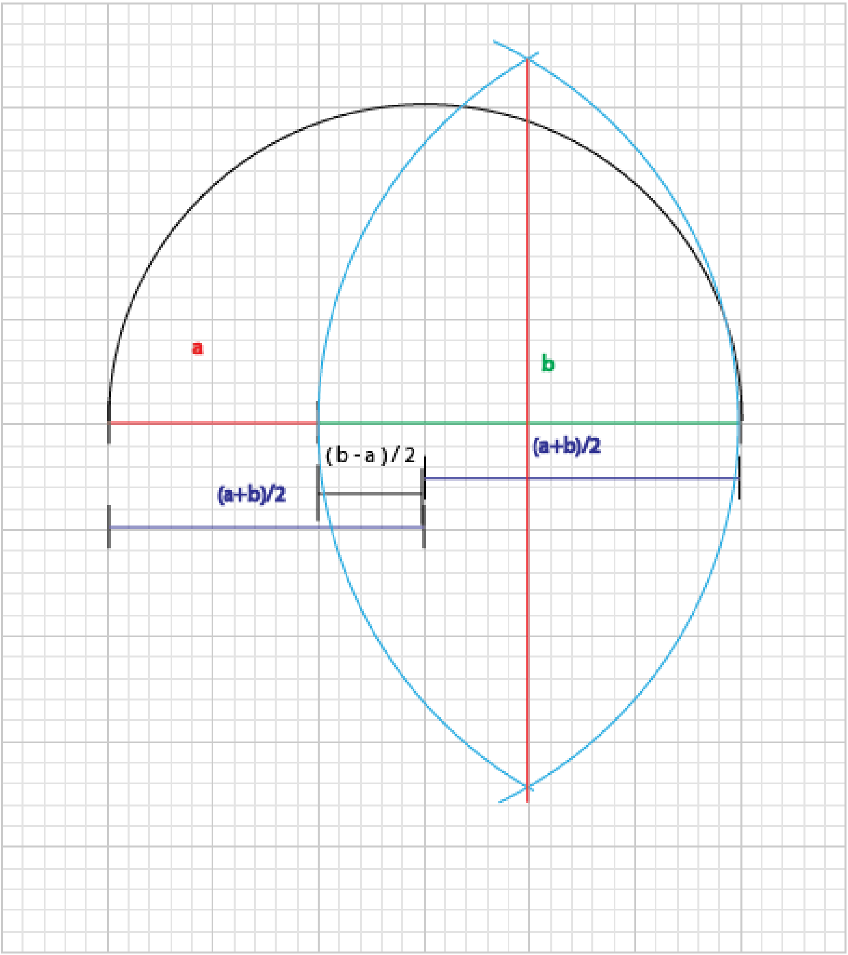
Médias da Grécia antiga



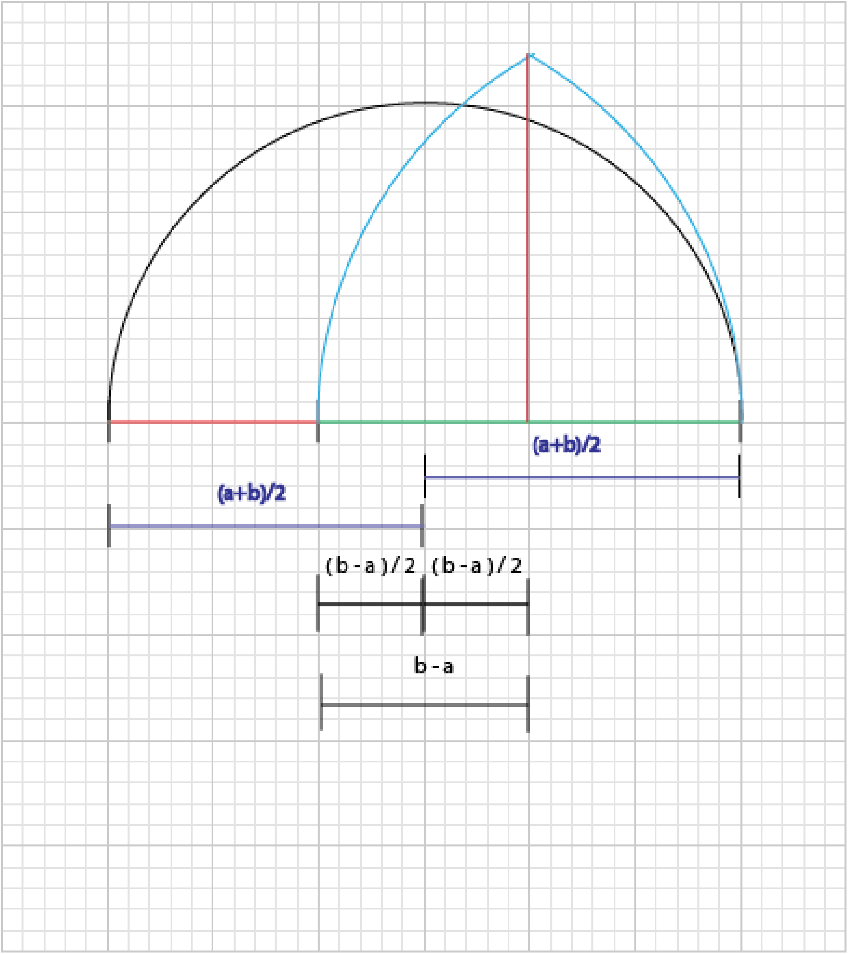
Médias da Grécia antiga



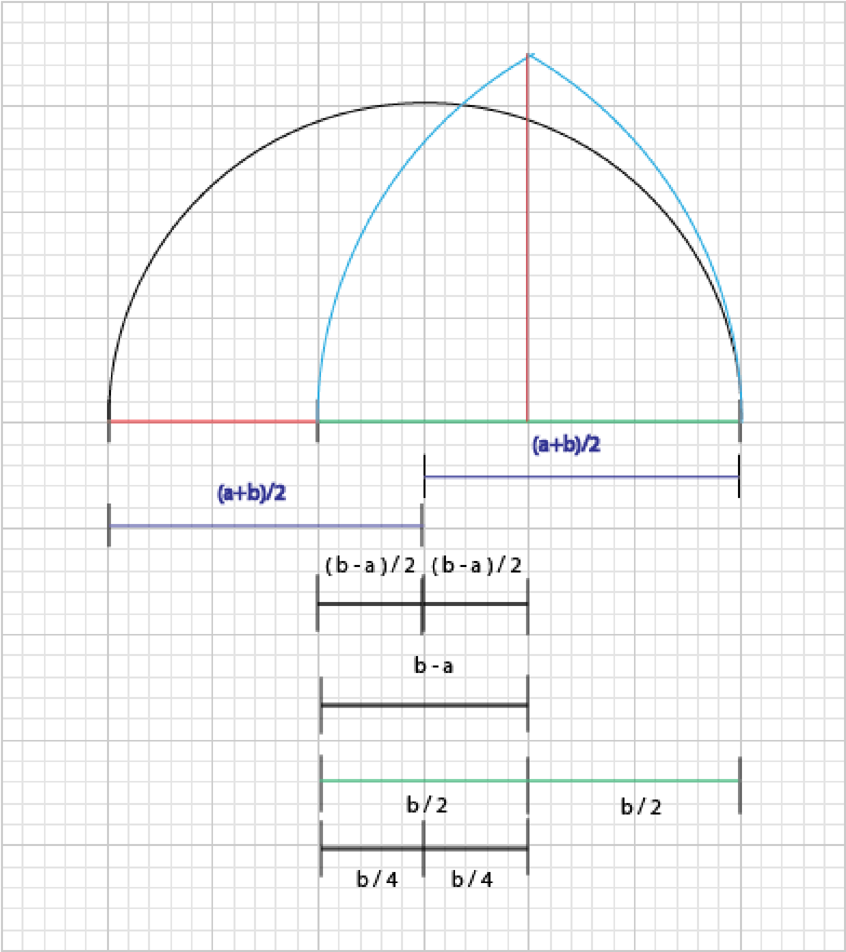
Médias da Grécia antiga



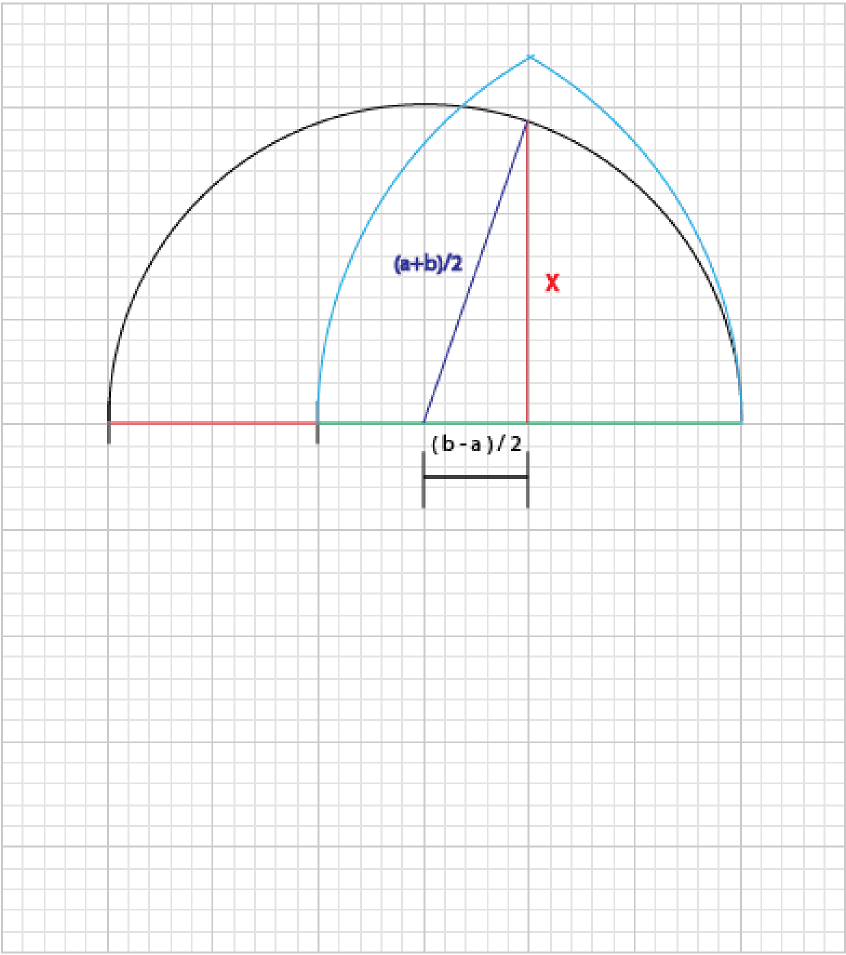
Médias da Grécia antiga



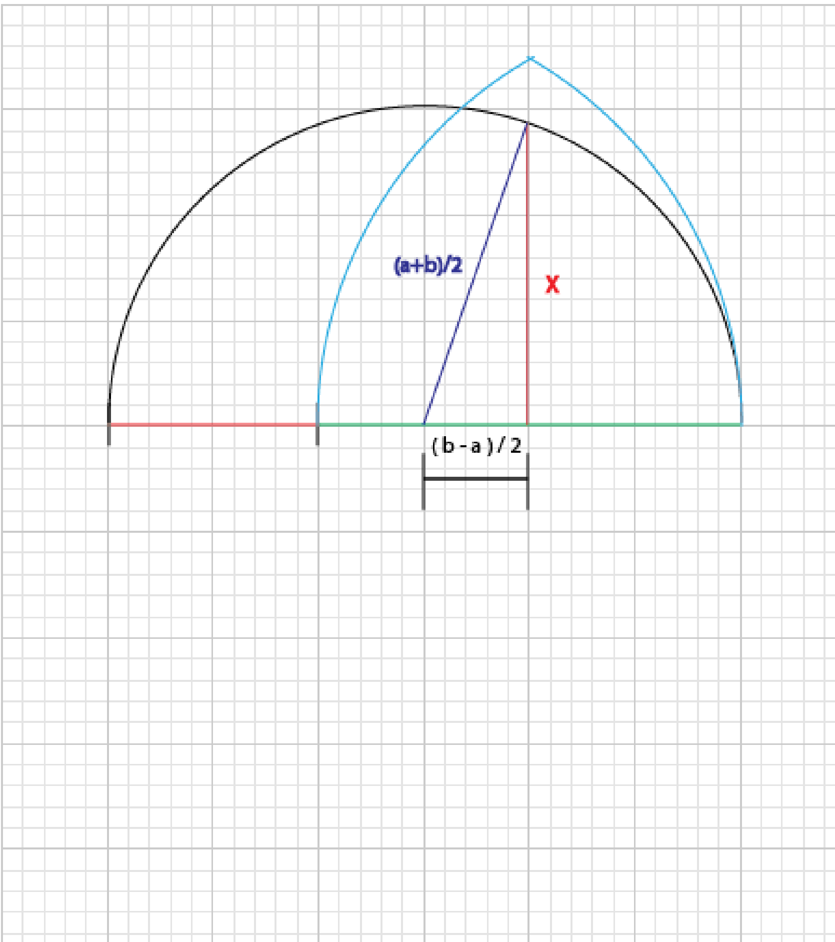
Médias da Grécia antiga



Médias da Grécia antiga

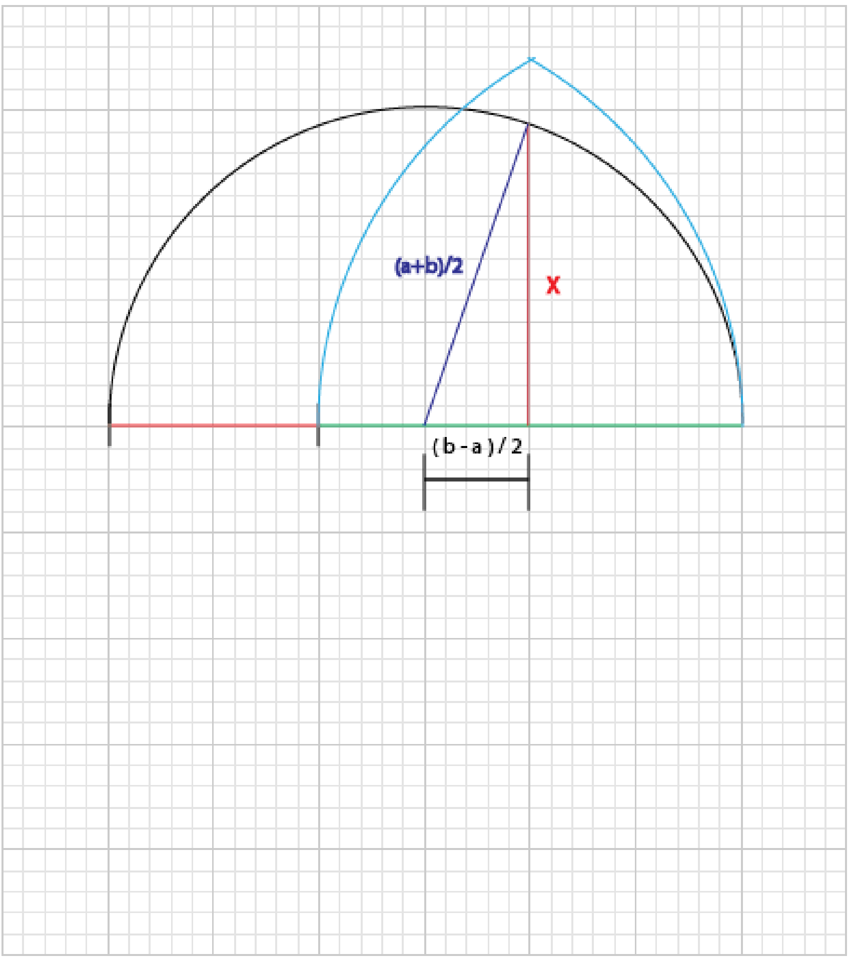


Médias da Grécia antiga



$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

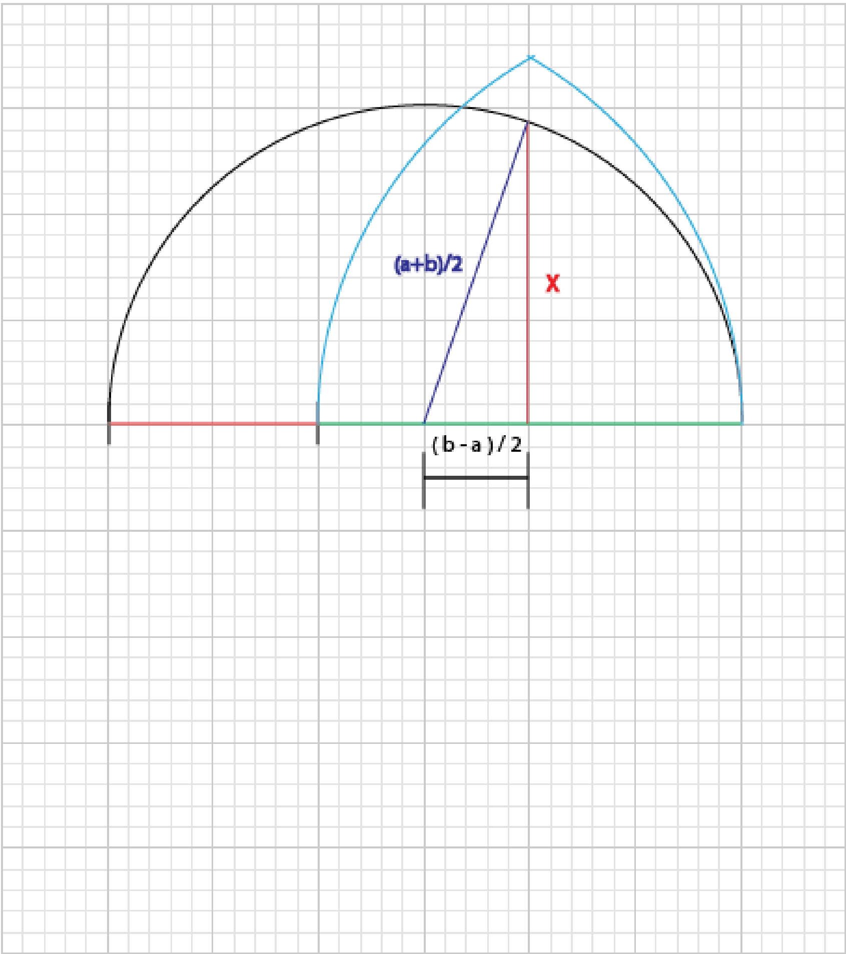
Médias da Grécia antiga



$$\left(\frac{a\ +\ b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b\ -\ a}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \left(\frac{a\ +\ b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b\ -\ a}{2}\right)^2$$

Médias da Grécia antiga

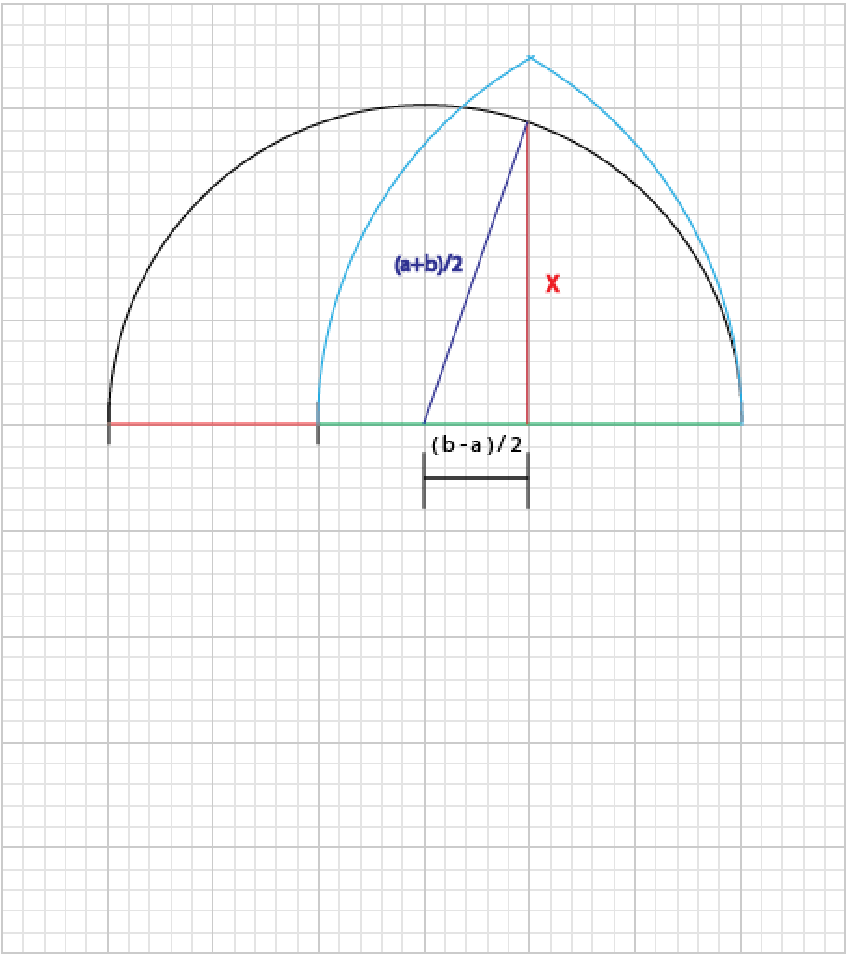


$$\left(\frac{a\ +\ b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b\ -\ a}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \left(\frac{a\ +\ b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b\ -\ a}{2}\right)^2$$

$$x = \sqrt{ab}$$

Médias da Grécia antiga



$$\left(\frac{a\ +\ b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b\ -\ a}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \left(\frac{a\ +\ b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b\ -\ a}{2}\right)^2$$

$$x = \sqrt{ab}$$

$\textit{Média Geométrica}$

Médias da Grécia antiga

- Aritmética;

$$z = \frac{a+b}{2}$$

Médias da Grécia antiga

- Aritmética;

$$z = \frac{a+b}{2}$$

$$2z = a + b$$

Médias da Grécia antiga

- Aritmética;

$$z = \frac{a+b}{2}$$

$$2z = a + b$$

$$z + z = a + b$$

Médias da Grécia antiga

- Aritmética;

$$z = \frac{a+b}{2}$$

$$2z = a + b$$

$$z + z = a + b$$

$$z - a = b - z$$

Médias da Grécia antiga

- Aritmética;

$$z = \frac{a+b}{2}$$

$$2z = a + b$$

$$z + z = a + b$$

$$z - a = b - z$$

$$\frac{z-a}{b-z} = 1$$

Médias da Grécia antiga

- Harmônica

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{z}$$

Médias da Grécia antiga

- Harmônica

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{z}$$

$$z = 2\left(\frac{ab}{a+b}\right)$$

Médias da Grécia antiga

- Harmônica

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{z}$$

$$z = 2\left(\frac{ab}{a+b}\right)$$

$$z = \frac{\sqrt{ab}\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}}$$

Médias da Grécia antiga

- Harmônica

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{z}$$

$$z = 2\left(\frac{ab}{a+b}\right)$$

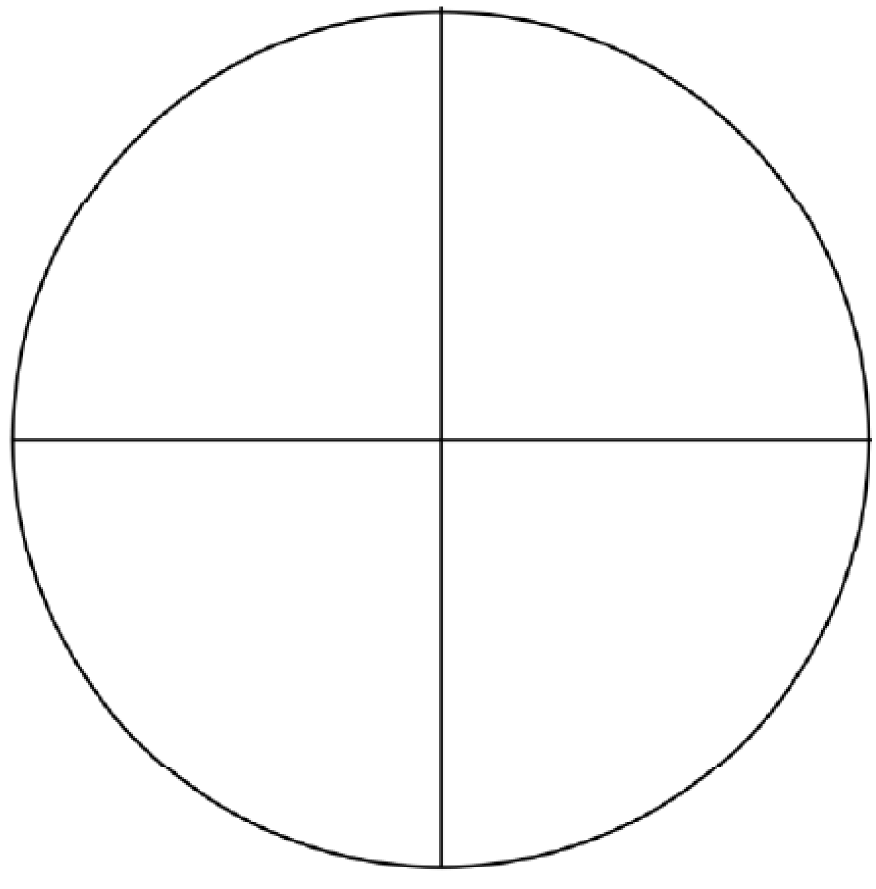
$$z = \frac{\sqrt{ab}\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}}$$

$$\frac{z}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}}$$

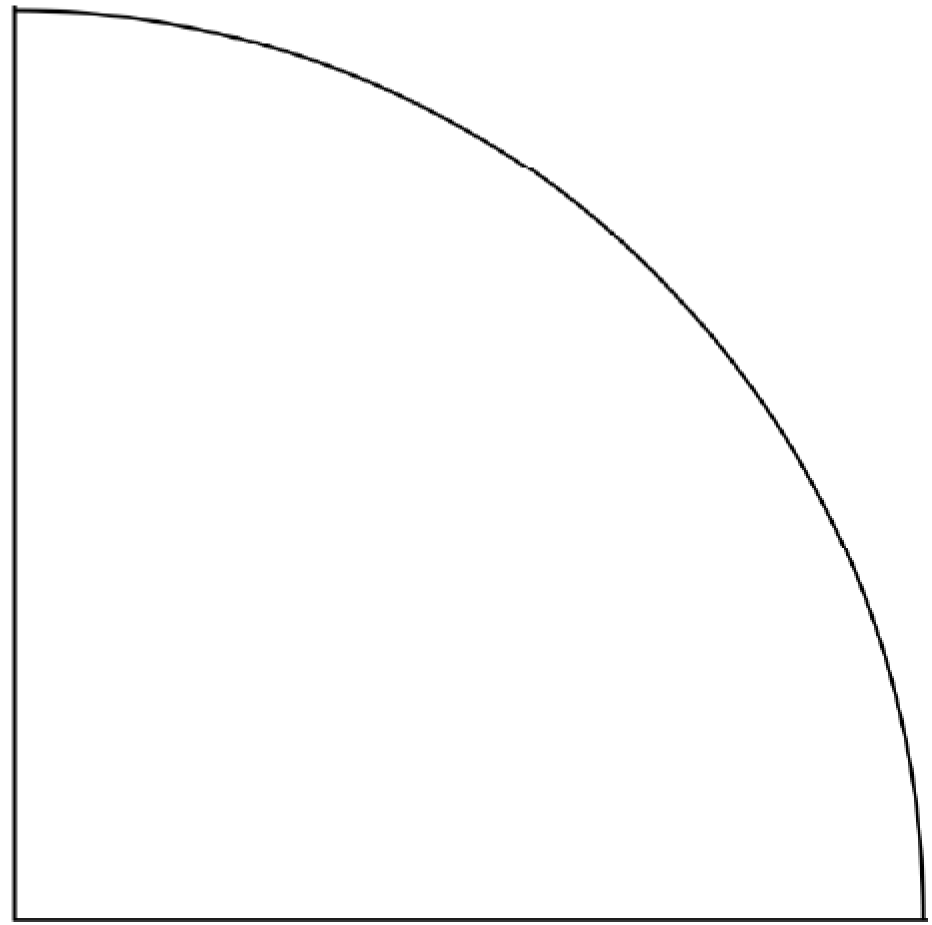
Constante de Arquimedes

- Descobrindo a área da Circunferência

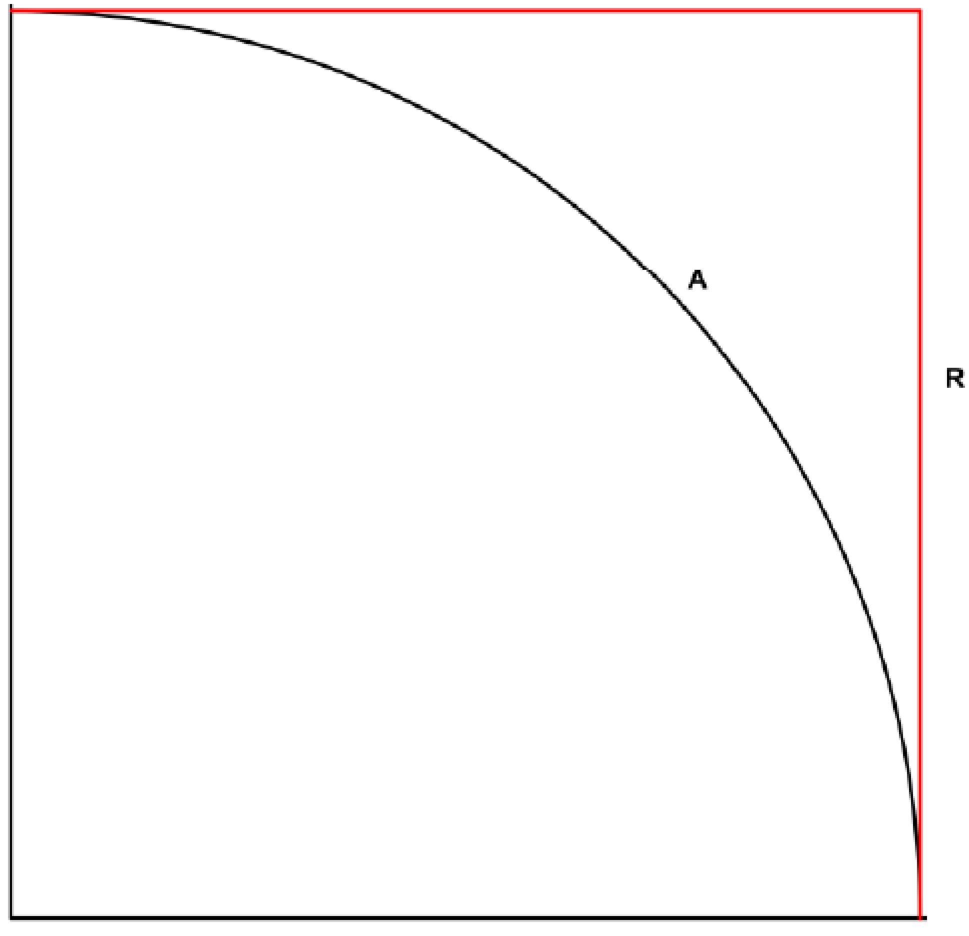
Constante de Arquimedes



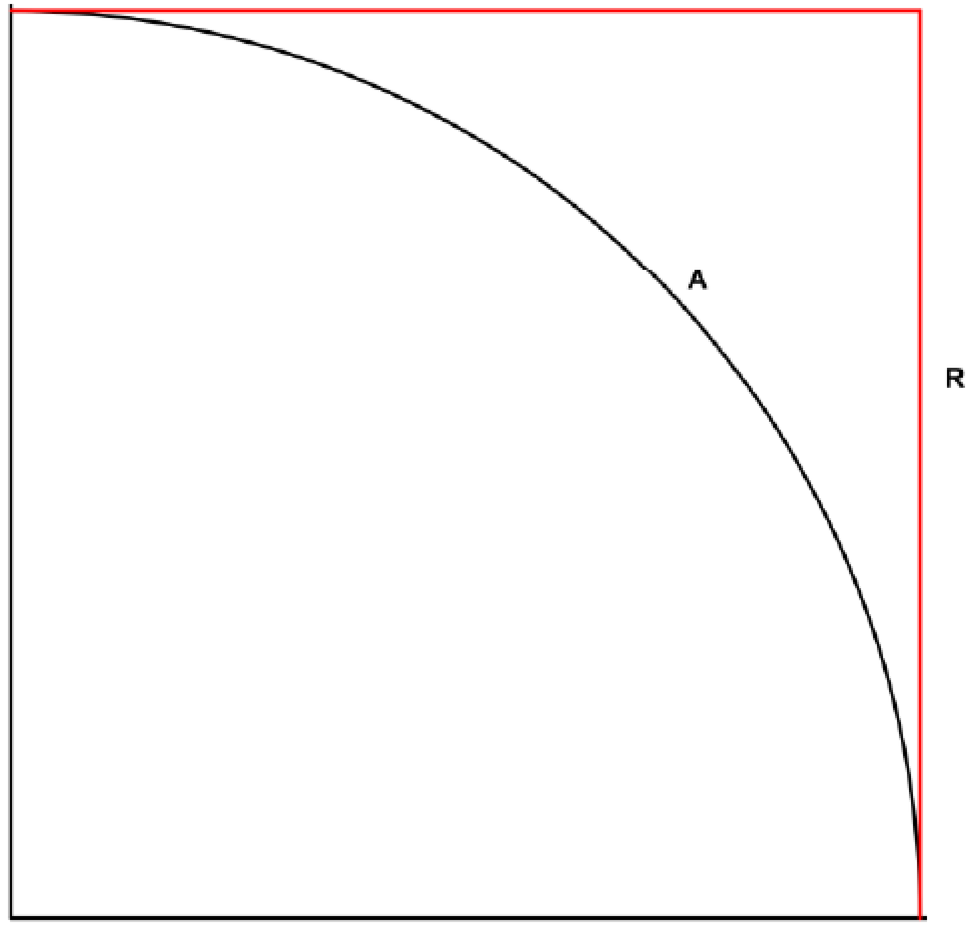
Constante de Arquimedes



Constante de Arquimedes

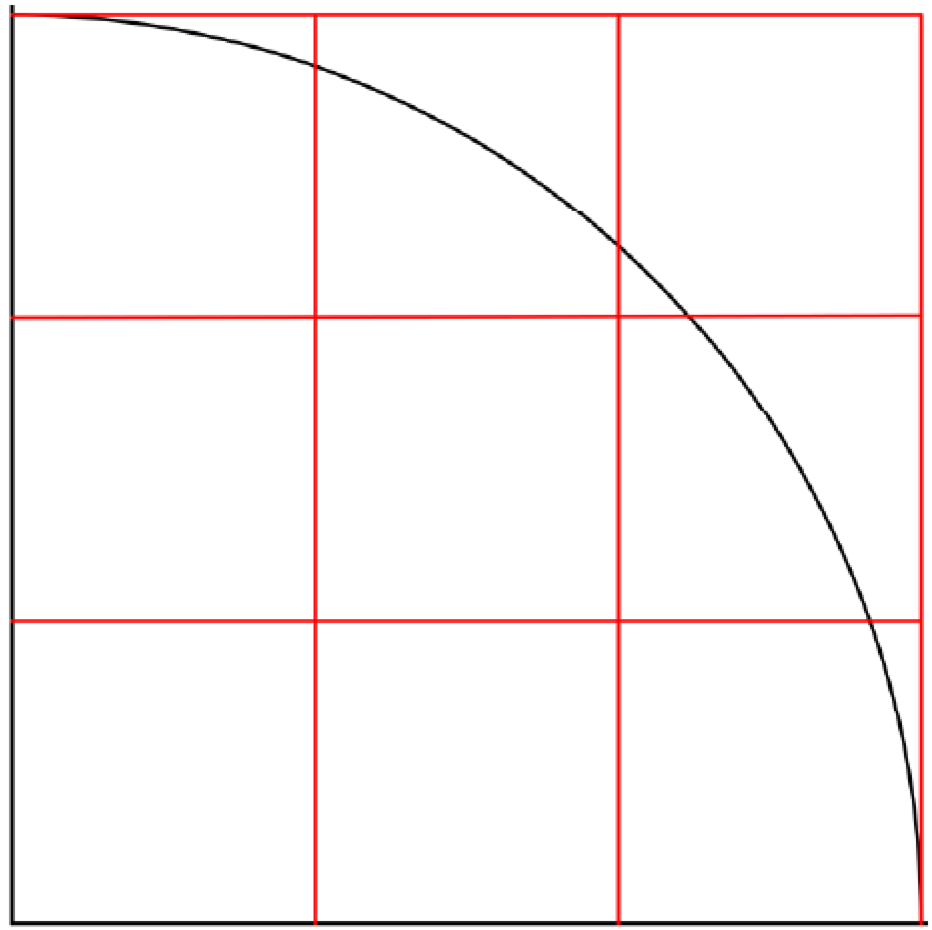


Constante de Arquimedes

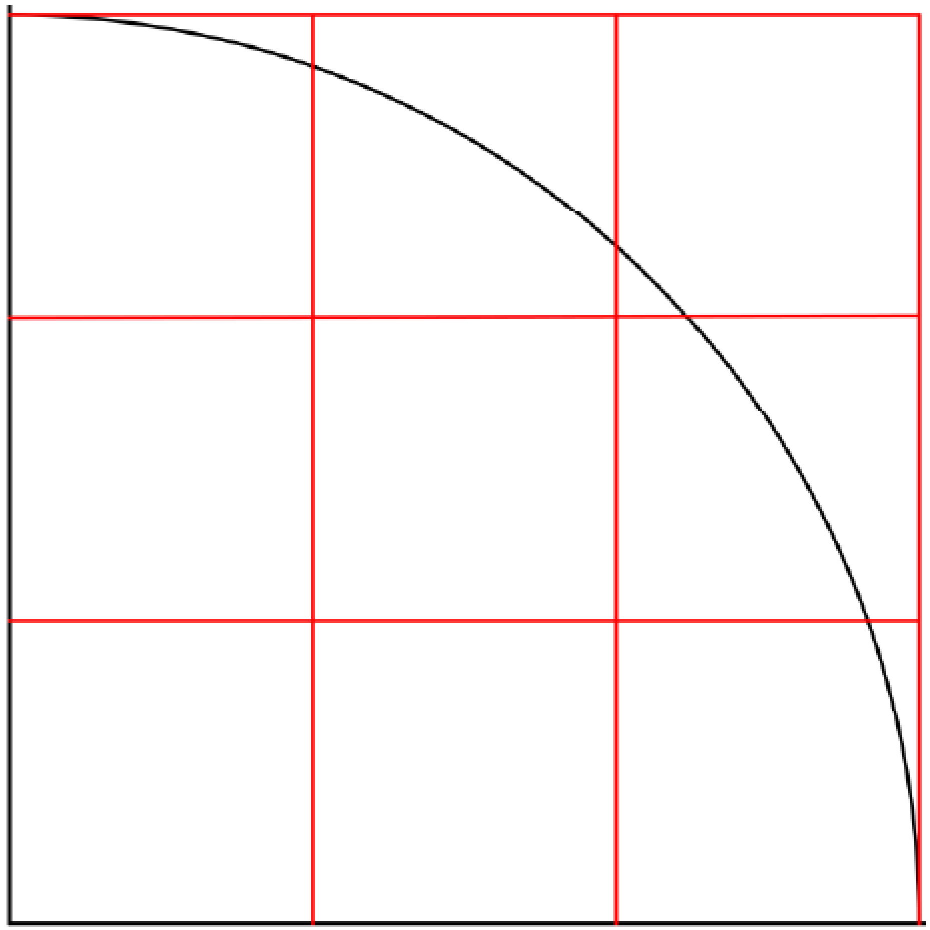


$A/4 < R^2$

Constante de Arquimedes

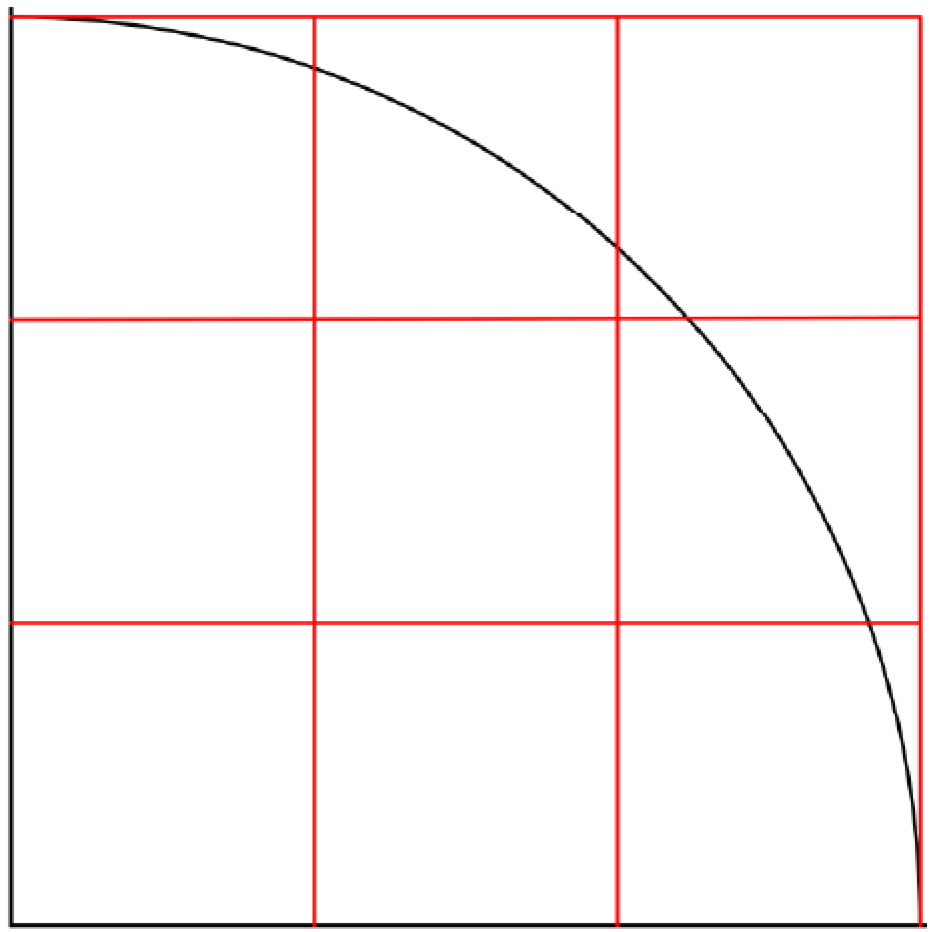


Constante de Arquimedes



$A \cong 4(7/9)R^2$

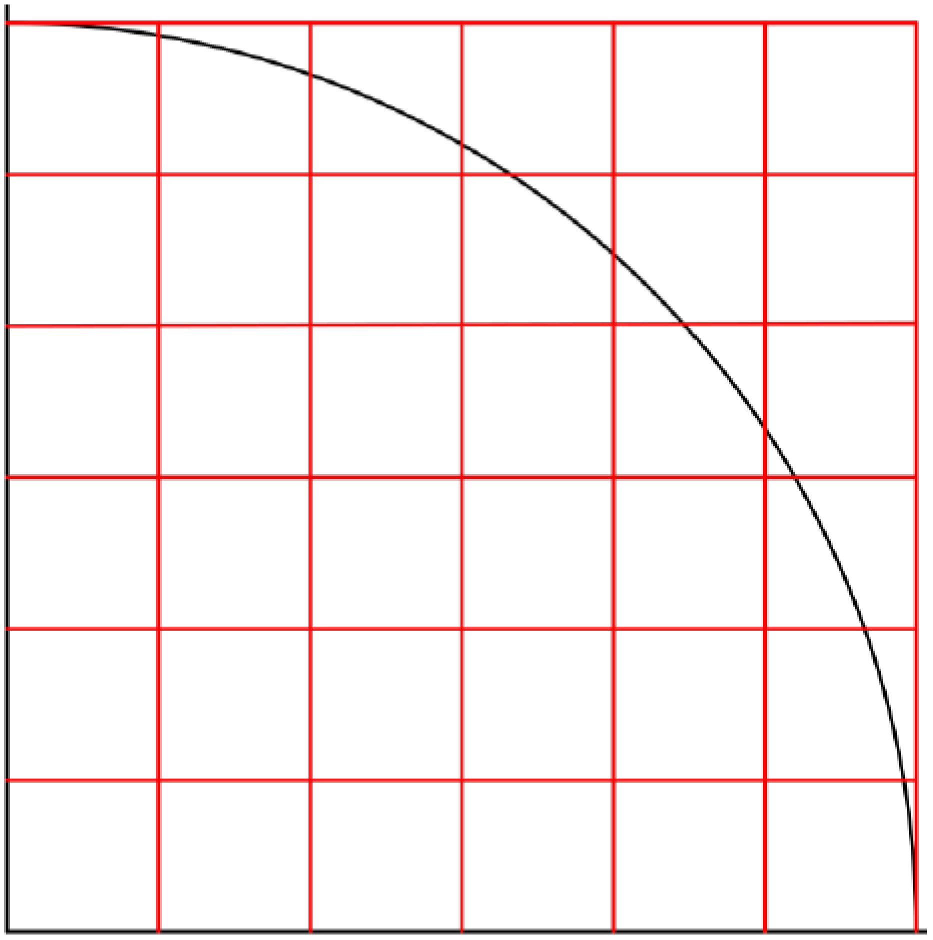
Constante de Arquimedes



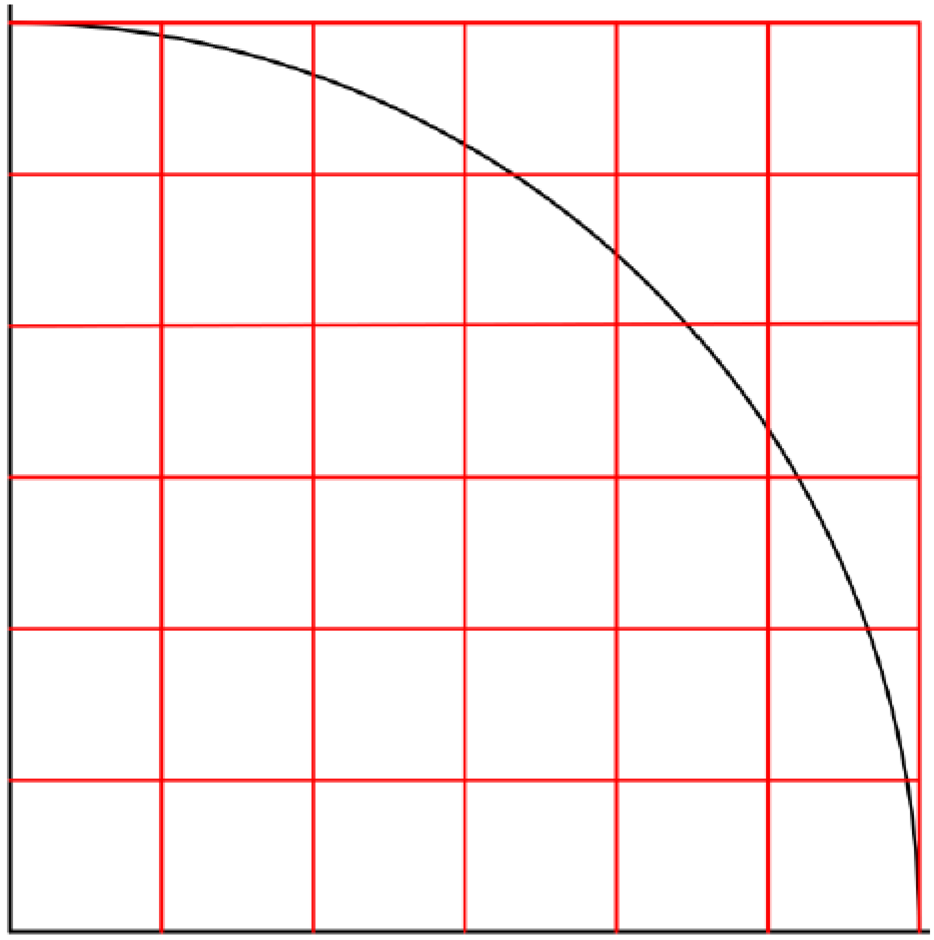
$A \cong 4(7/9)R^2$

$A \cong 3{,}11R^2$

Constante de Arquimedes

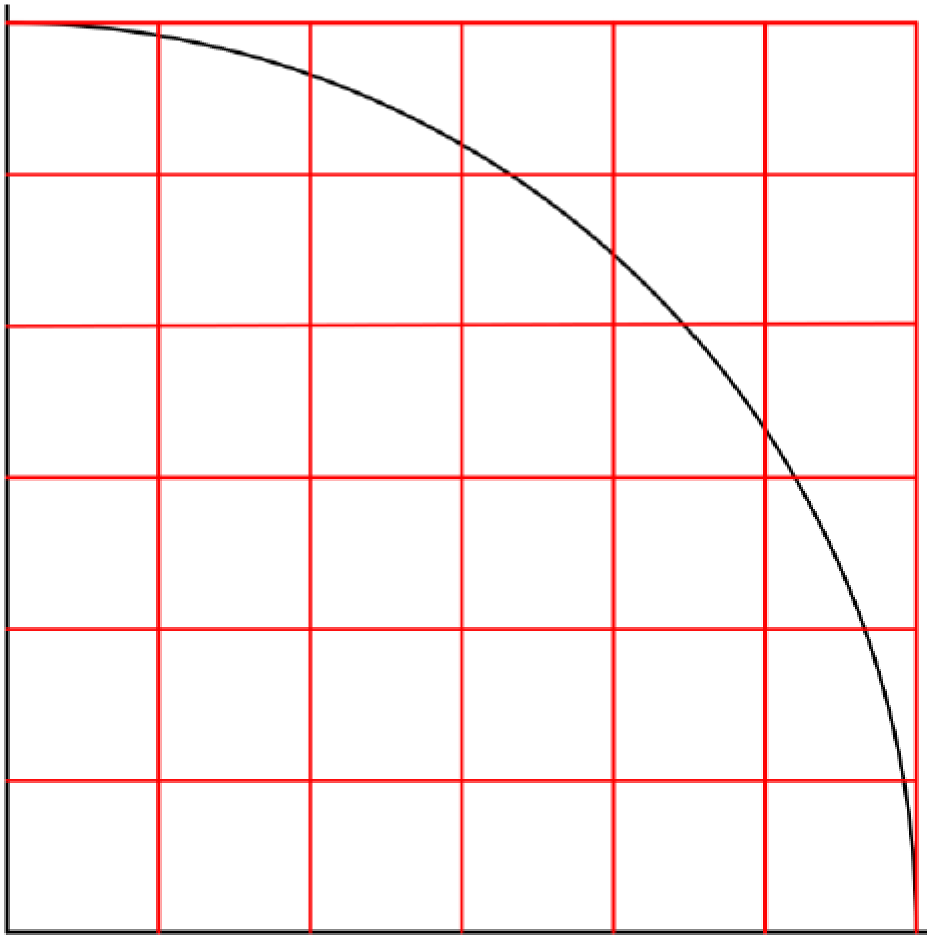


Constante de Arquimedes



$A \cong 4(28/36)R^2$

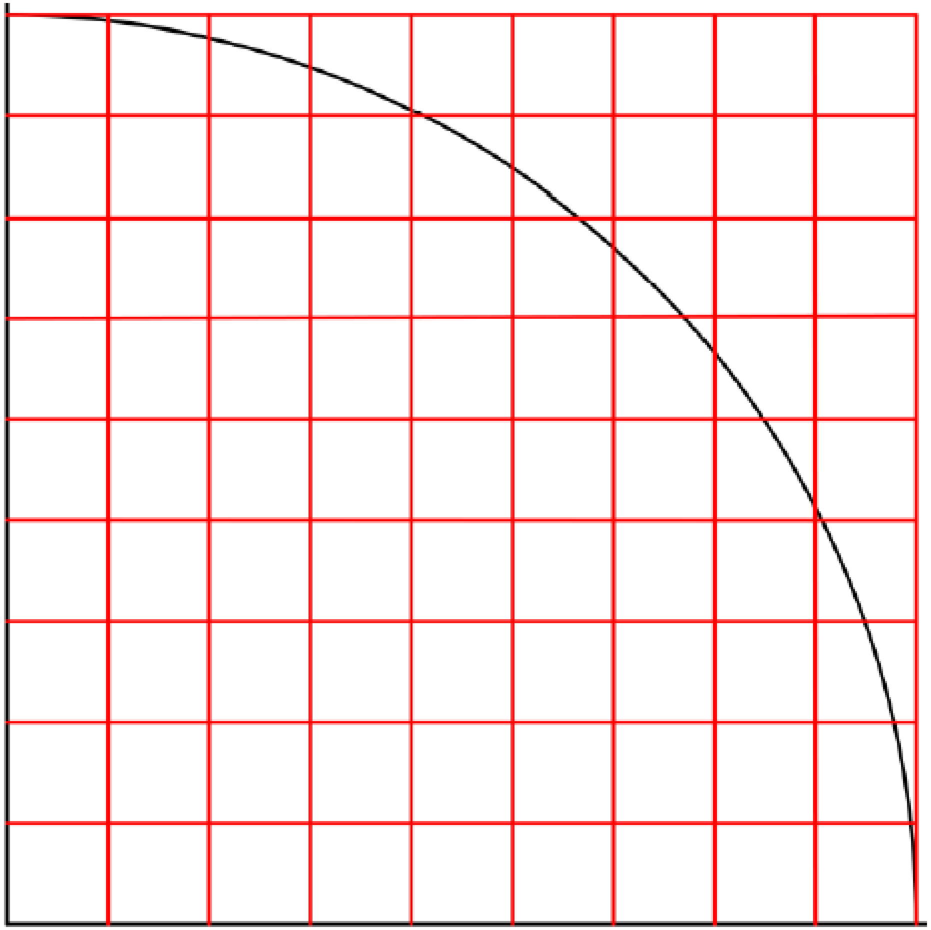
Constante de Arquimedes



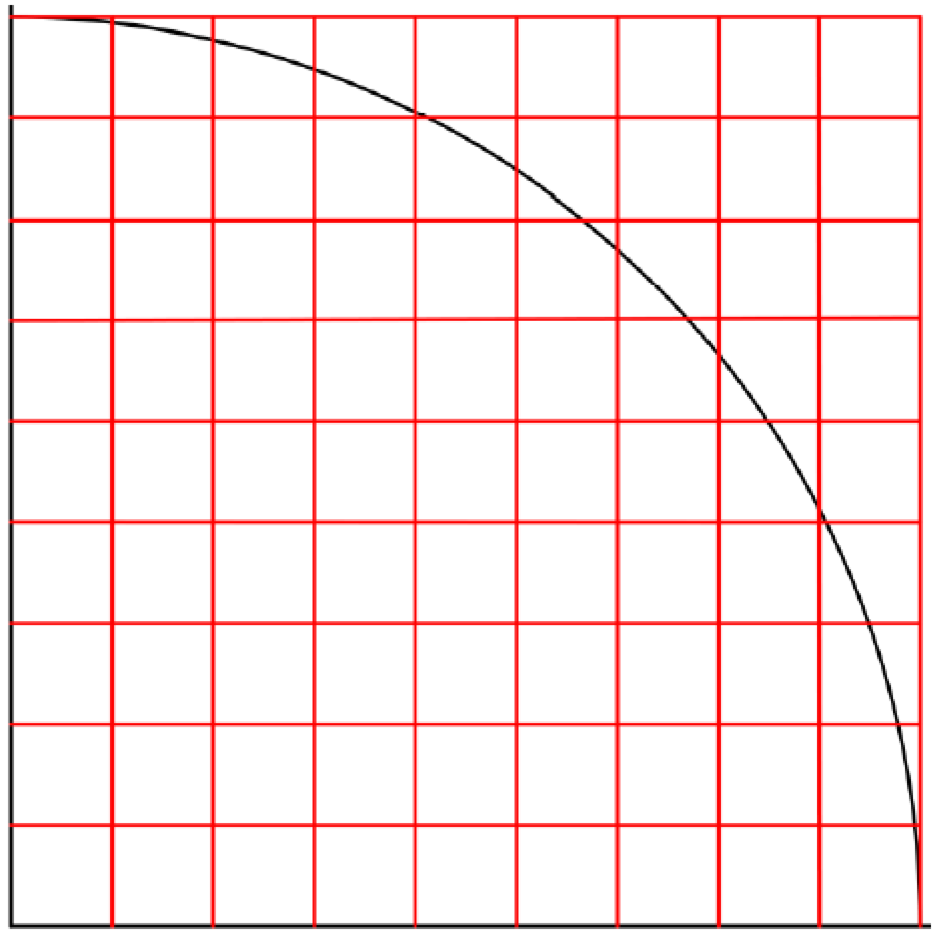
$A \cong 4(28/36)R^2$

$A \cong 3{,}11R^2$

Constante de Arquimedes

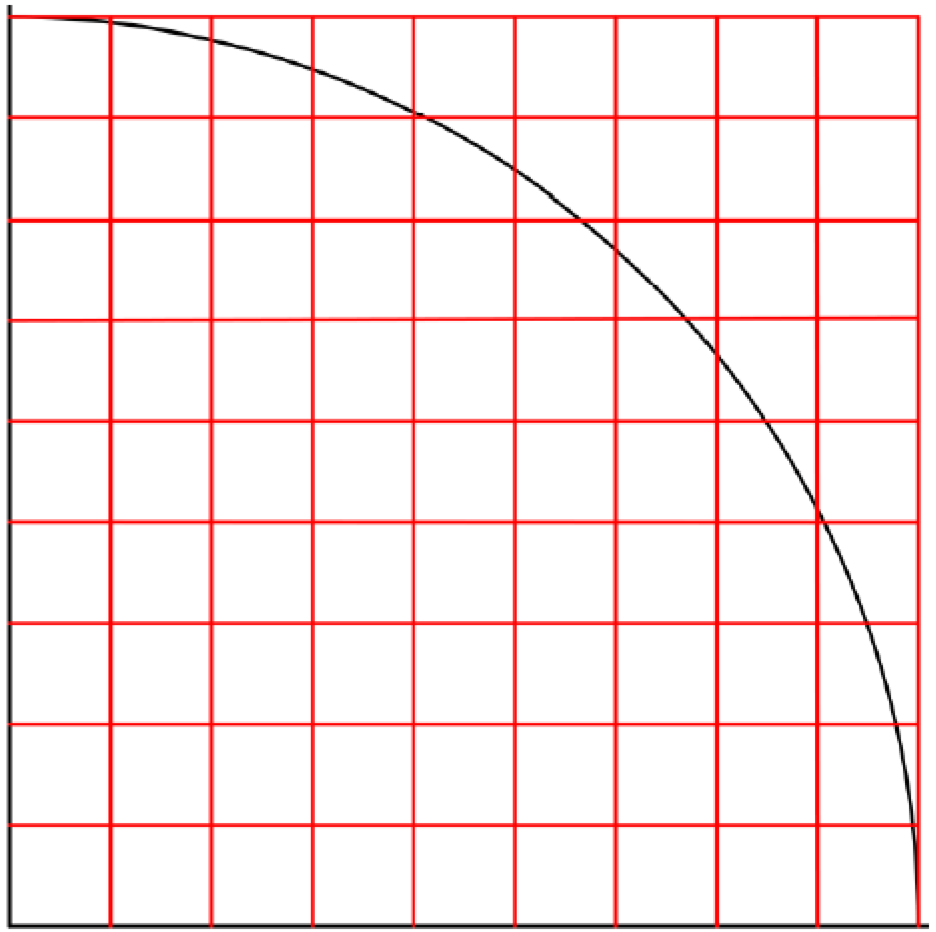


Constante de Arquimedes



$A \cong 4(64/81)R^2$

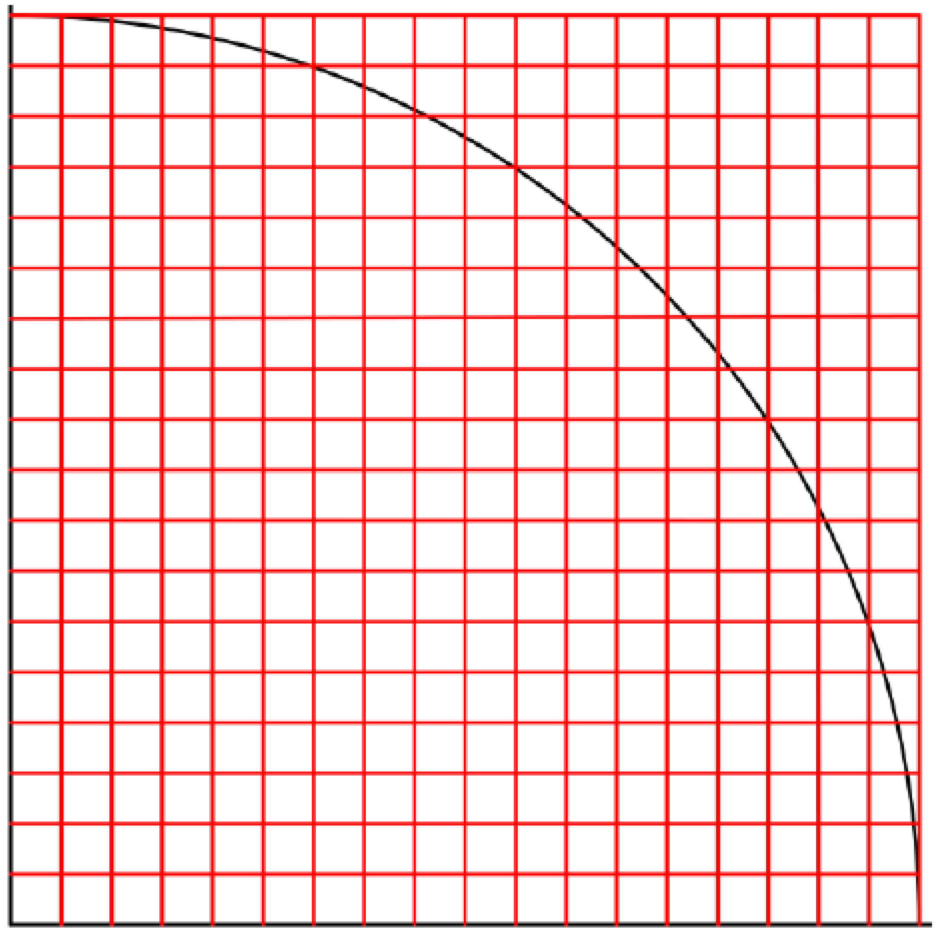
Constante de Arquimedes



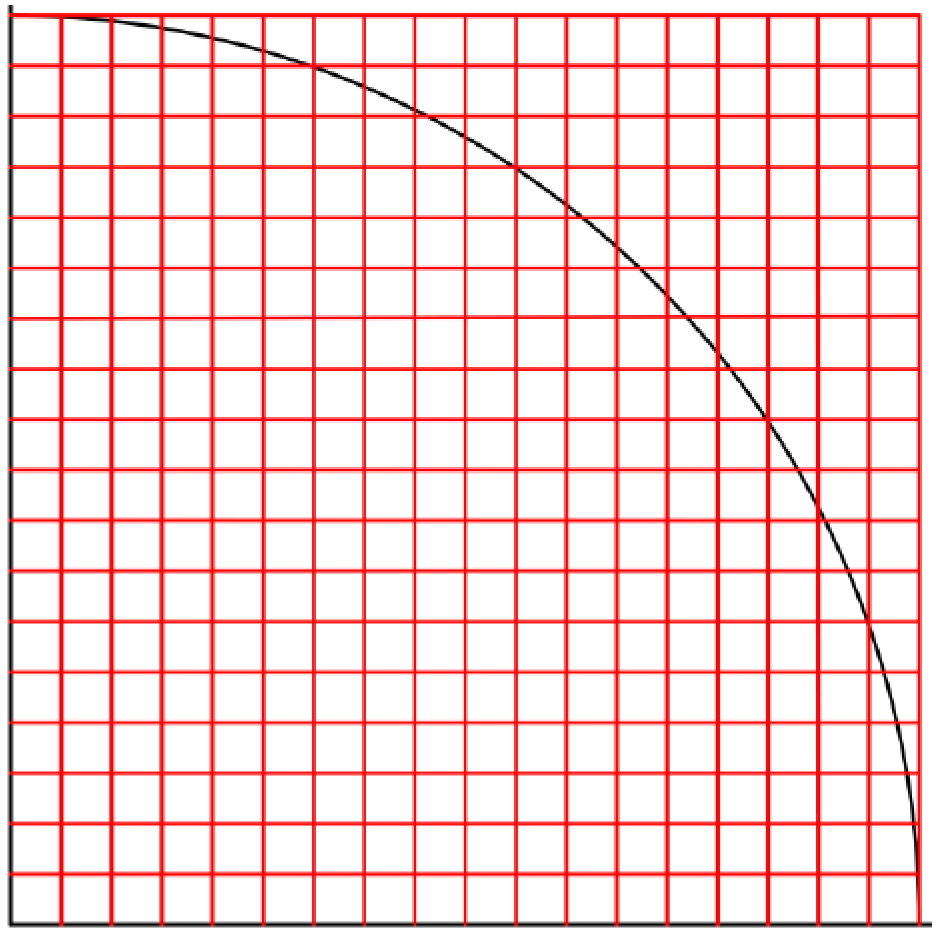
$$A \cong 4(64/81)R^2$$

$$A \cong 3{,}16R^2$$

Constante de Arquimedes

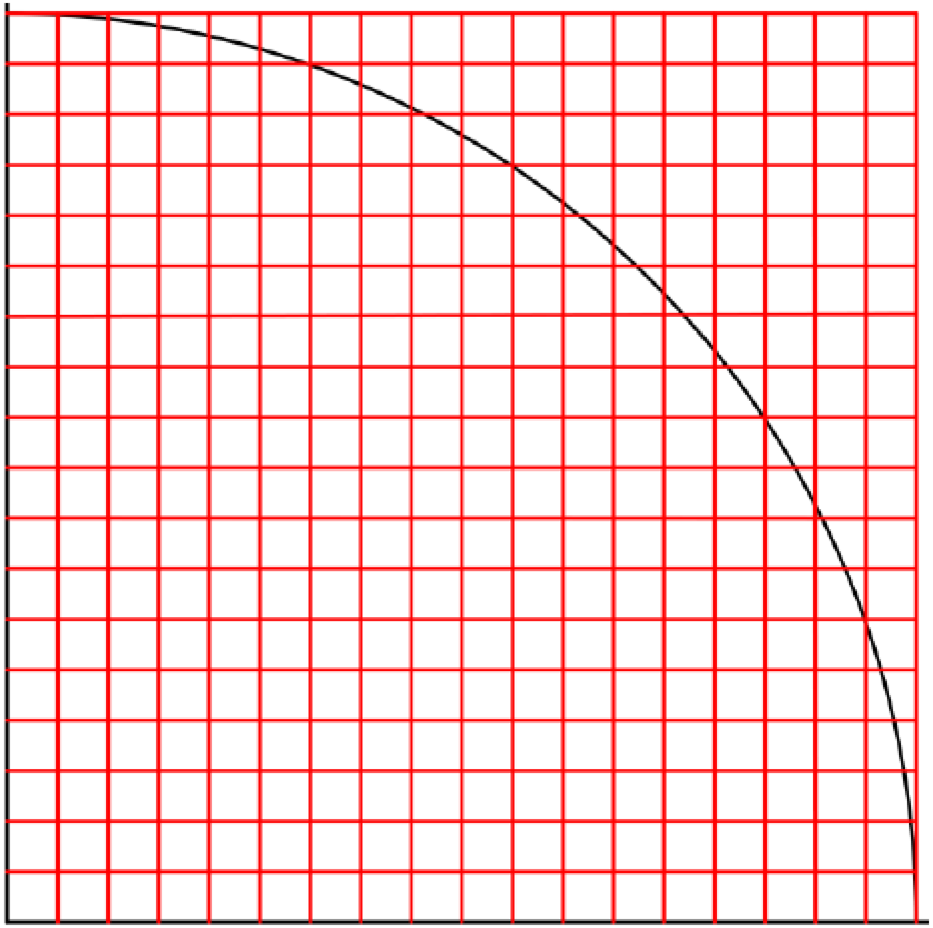


Constante de Arquimedes



$$A = 4(255/324)R^2$$

Constante de Arquimedes



$A = 4(255/324)R^2$

$A = 3{,}14R^2$

Constante de Arquimedes

- Se chamarmos essa constante de π, ficaremos com o seguinte resultado:

Constante de Arquimedes

- Se chamarmos essa constante de π, ficaremos com o seguinte resultado:

$$A = \pi R^2$$

Constante de Arquimedes

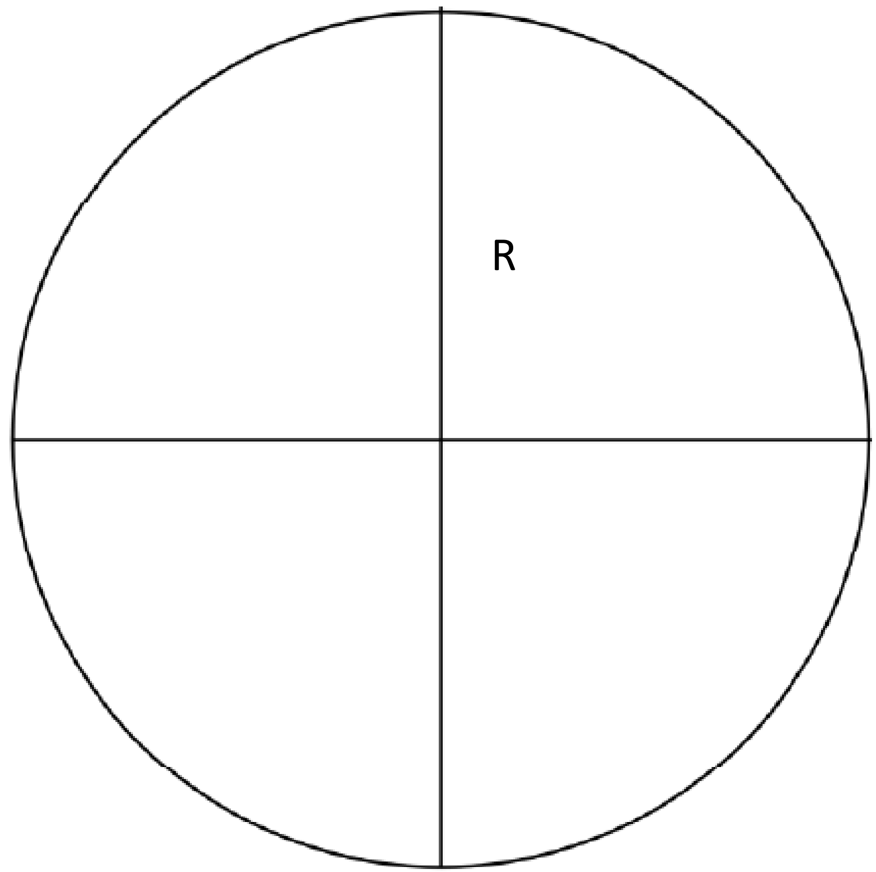
- Descobrindo o comprimento da Circunferência

Constante de Arquimedes

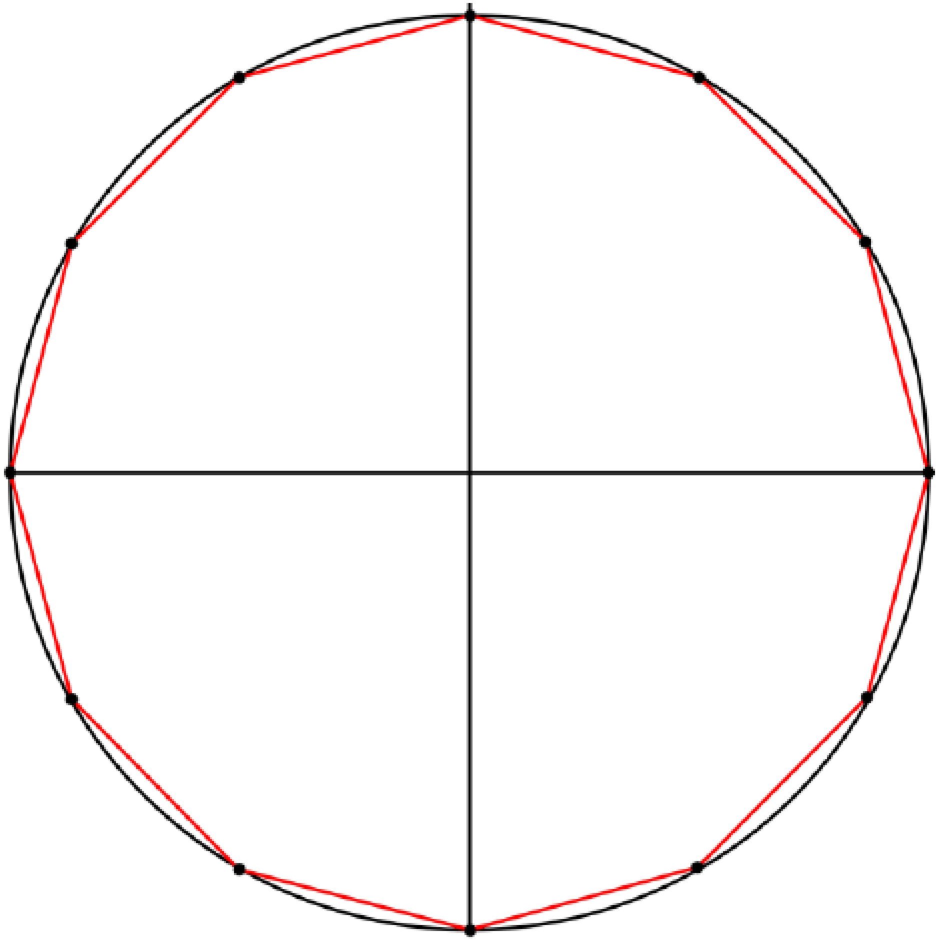
- Descobrindo o comprimento da Circunferência

17. E diâmetro do círculo é alguma reta traçada através do centro, e terminando, em cada um dos lados, pela circunferência do círculo e que corta o círculo em dois.

Constante de Arquimedes

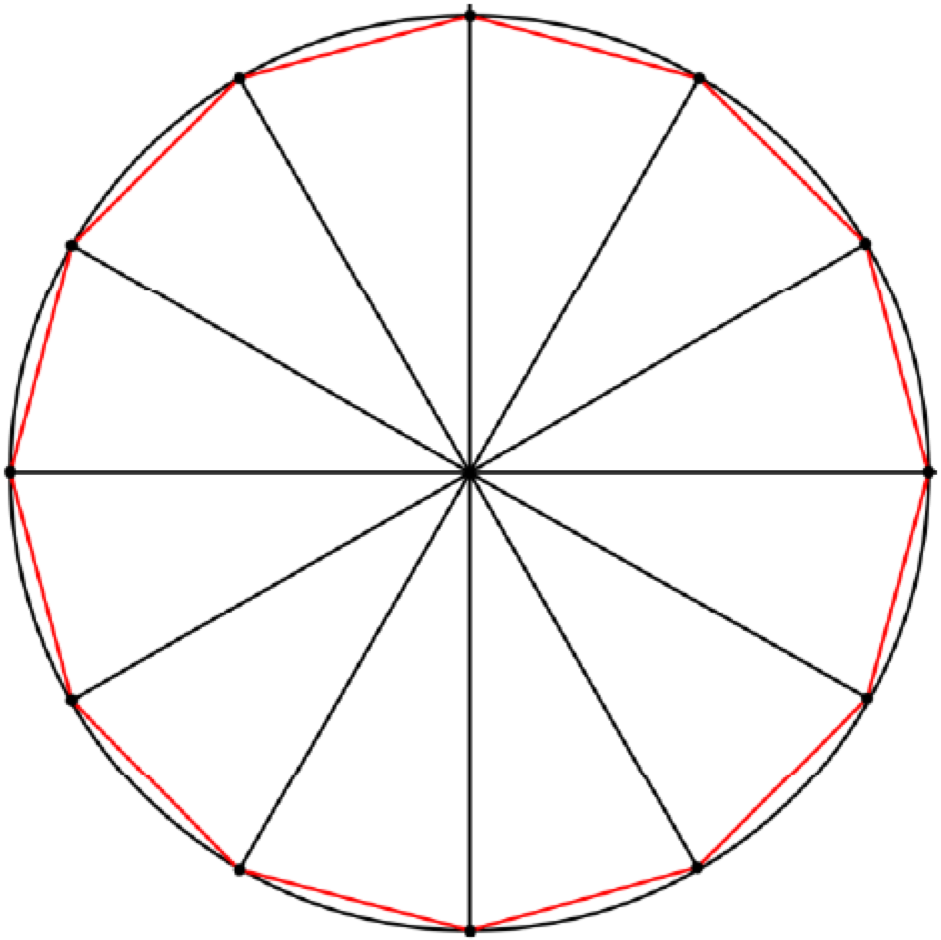


Constante de Arquimedes



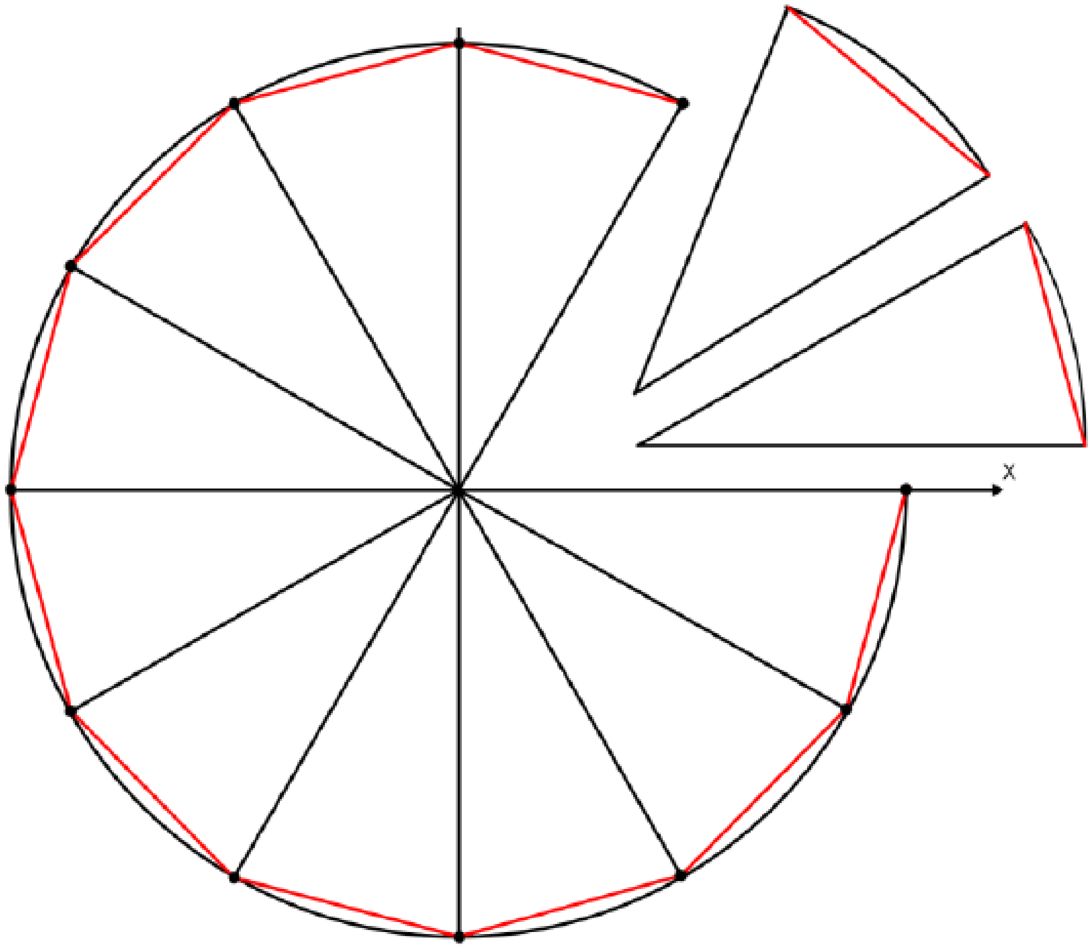
Representação de um dodecágono regular inscrito no círculo de raio *R*.

Constante de Arquimedes



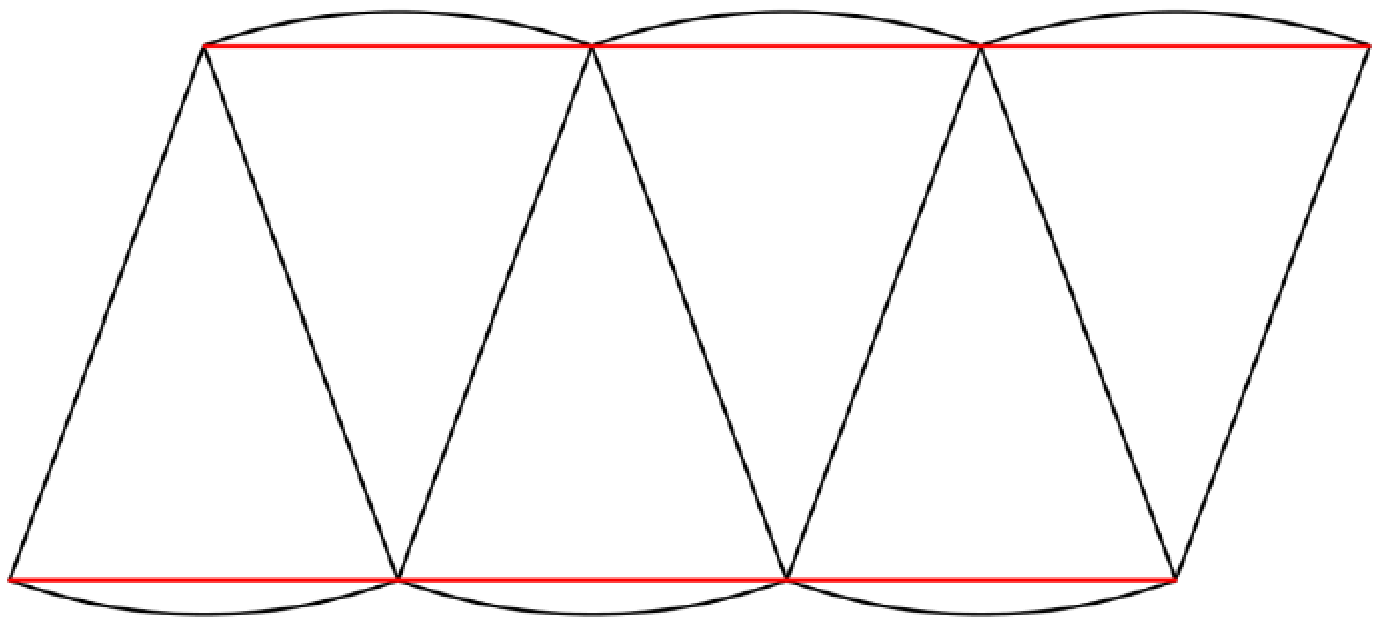
Unindo os pontos do polígono até o centro do círculo formamos doze triângulos semelhantes entre si.

Constante de Arquimedes



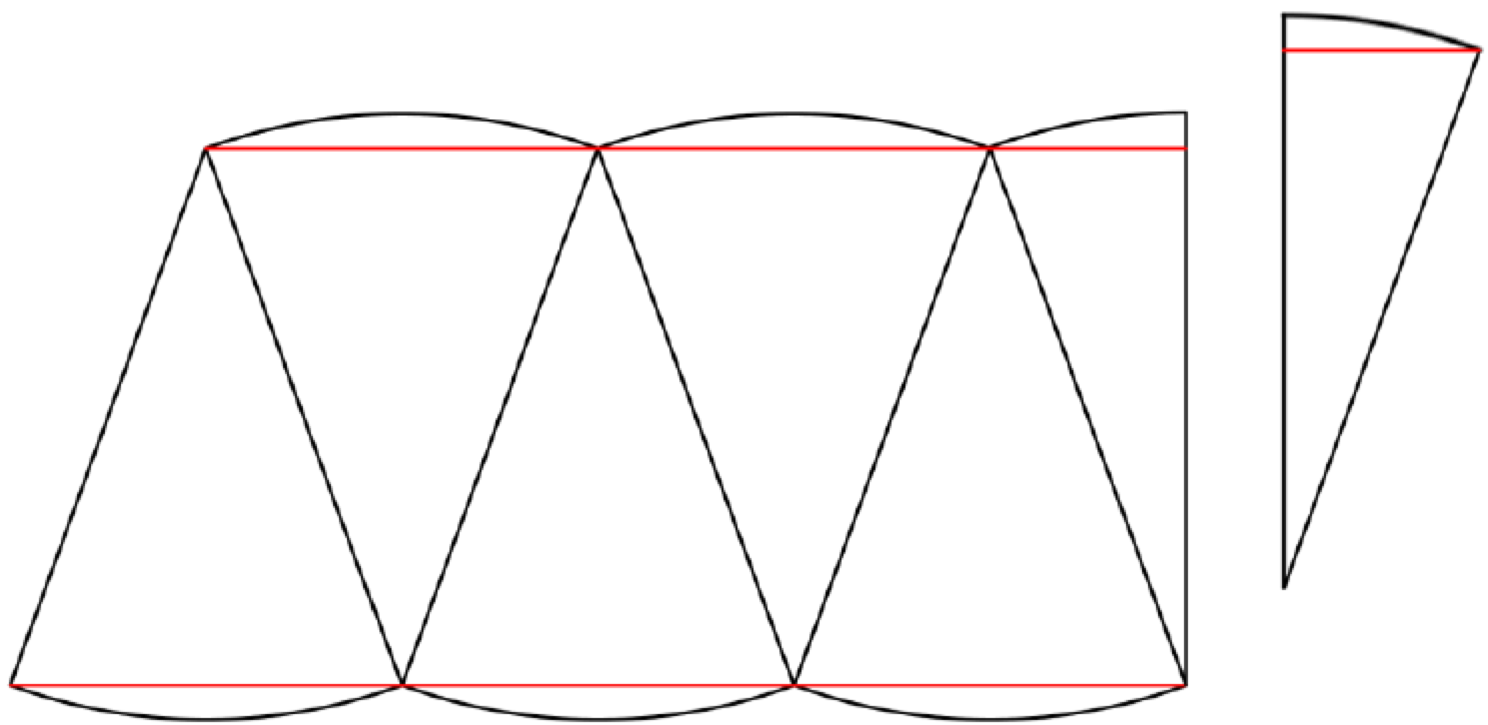
Recorte dos triângulos semelhantes

Constante de Arquimedes



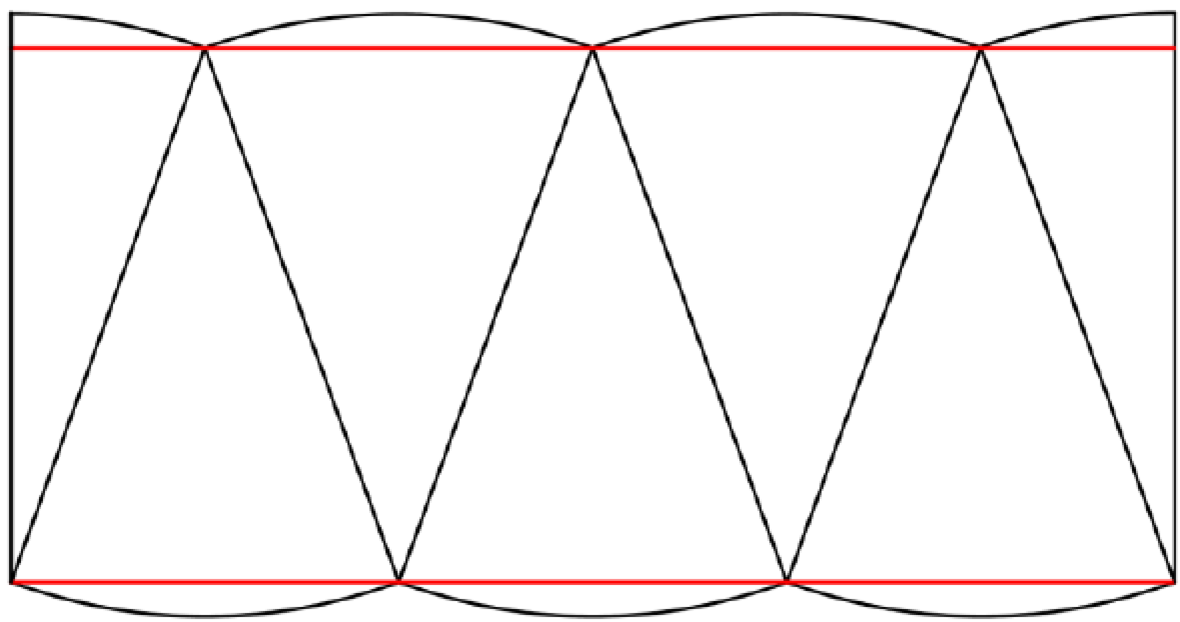
Agrupamento dos seis triângulos recortados

Constante de Arquimedes



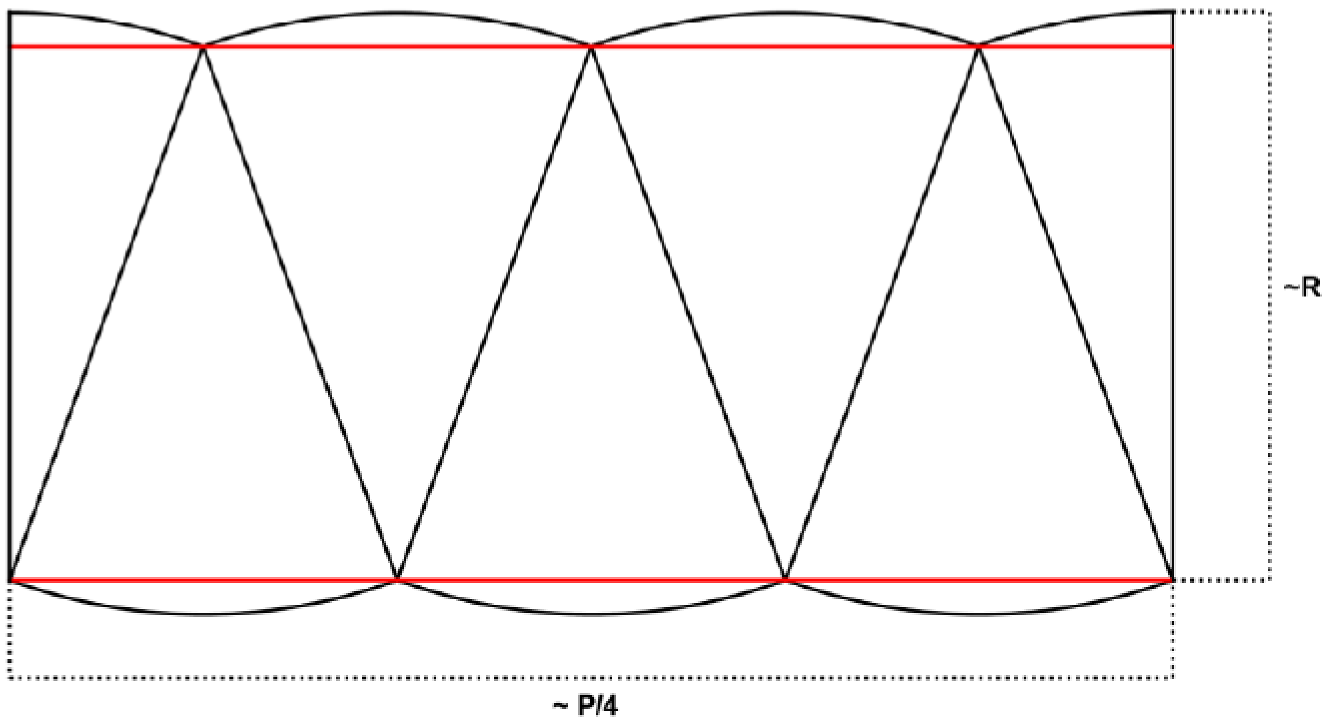
Recorte de um dos triângulos da extremidade

Constante de Arquimedes



Acoplamento do triângulo recortado na outra extremidade, formando uma figura que se assemelha à um retângulo.

Constante de Arquimedes



Retângulo de altura semelhante ao raio da circunferência e de comprimento semelhante à um quarto do perímetro do polígono.

Constante de Arquimedes

- Podemos escrever então uma relação entre a área do retângulo e a área da metade circunferência, recortada no inicio do procedimento.

Constante de Arquimedes

- Podemos escrever então uma relação entre a área do retângulo e a área da metade circunferência, recortada no inicio do procedimento.

$$(P/4)\ R = A/2$$

Constante de Arquimedes

- Podemos escrever então uma relação entre a área do retângulo e a área da metade circunferência, recortada no inicio do procedimento.

$$(P/4)\ R = A/2$$

$$P = 2A/R$$

Constante de Arquimedes

- Podemos escrever então uma relação entre a área do retângulo e a área da metade circunferência, recortada no inicio do procedimento.

$$(P/4)\ R = A/2$$

$$P = 2A/R$$

$$P = 2\,\pi\,R$$

Próximos passos

- Referencial – Medir posições e duração de tempo
- MRU
- MRUV
- Movimento Parabólico

Obrigado.