UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
INSTITUTO DE CIENCIA E TECNOLOGIA
DIAMANTINA – MG

SOBRE AS REGRAS DE DERIVAÇÃO DO CÁLCULO DIFERENCIAL

Graduanda: Bárbara Emanuella Souza (babydtna@hotmail.com)
Orientador(a): Raquel Anna Sapunaru (raquel.sapunaru@ict.ufvjm.edu.br)
Coorientador: Douglas Frederico Guimarães Santiago (douglas.santiago@ict.ufvjm.edu.br)

2012

Qual a mensagem que queremos passar?

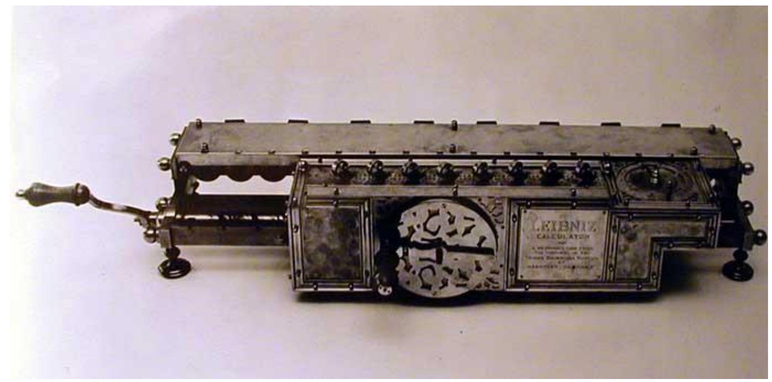
“Quanto maior a obra do pensador – o que não coincide de forma alguma com a amplitude e o número de escritos – mais rico é aquilo que não foi pensado nela, ou seja, aquilo que emerge de dentro e através dela como não tendo ainda sido pensado. É claro que esse não pensado não tem nada a ver com aquilo que o pensador não viu ou não dominou e que descendentes mais sábios teriam então que demonstrar.” (HEIDEGGER, 1996, p.71)

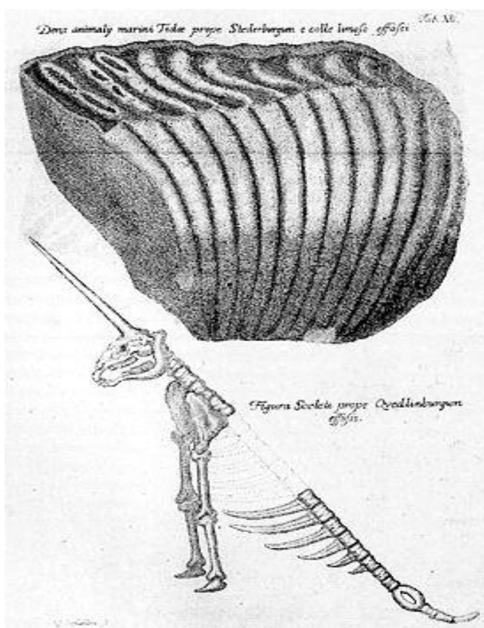
Quais os objetivos do artigo?

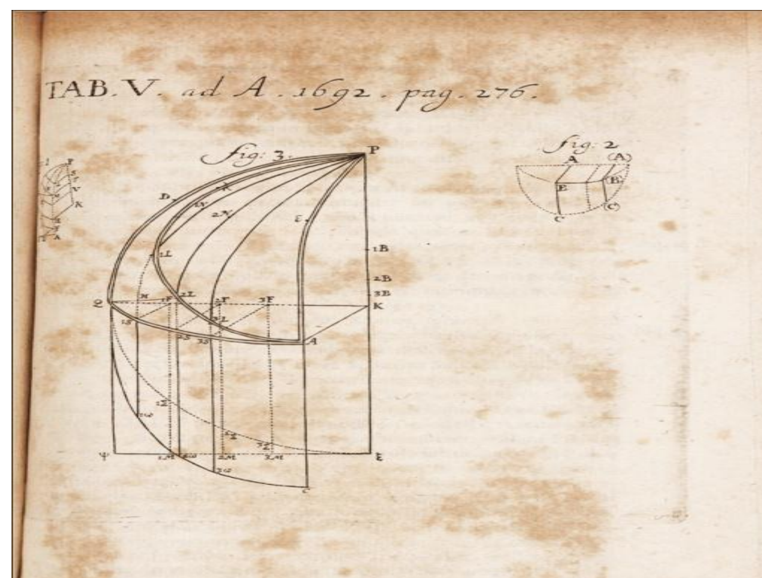
- Explicar como Leibniz lidava com o conceito do infinitamente pequeno;
- Propor uma hipótese sobre como ele obteve as regras de diferenciação.

Quem foi Leibniz?

O último dos universalistas







Qual a motivação de Leibniz?

- A criação do Cálculo Diferencial está intimamente ligada a sua Filosofia universalista, isto é, ele queria usar a matemática para explicar tudo.

- Já as regras do cálculo, objeto de nosso estudo, foram estabelecidas, no nosso entendimento, para acompanhar a nova geometria inaugurada por Descartes.

O que é o Cálculo Diferencial?

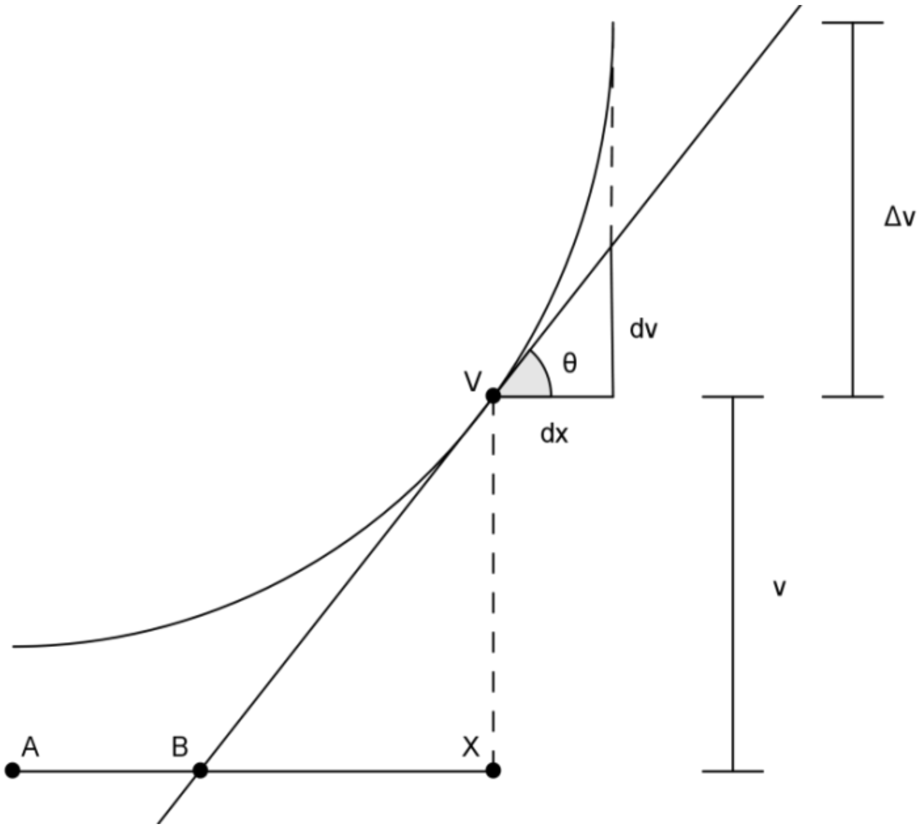


Figura 1:
Diferencial de Leibniz

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v}{BX}$$

Continuação

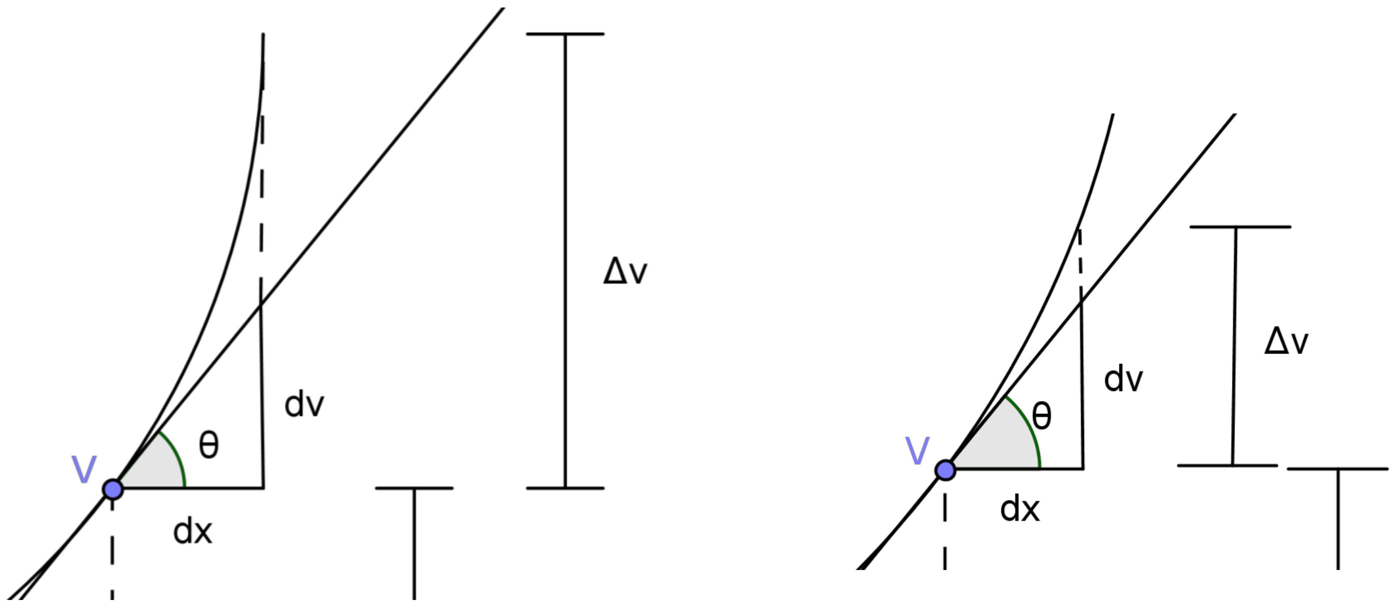


Figura 2:
Representação da relação de proporcionalidade entre dx e o erro de aproximação associado

Quais são as regras de diferenciação? (exemplo multiplicação)

Como Leibniz fez:

$$d(vw) = vd\mathrm{w} + wdv$$

Continuação

O que estamos propondo:

Partindo do fato que:

$$\Delta V = dv + e$$

$$\Delta(vw) = (v + \Delta v)(w + \Delta w) - (vw)$$

Assim, para todo $dx \neq 0$ temos:

$$\frac{\Delta(vw)}{dx} = \frac{v\Delta w + w\Delta v + \Delta v\Delta w}{dx} = \frac{v(dw + f) + w(dv + e) + (dv + e)(dw + f)}{dx} =$$

$$= \left(v\frac{dw}{dx} + w\frac{dv}{dx}\right) + \left(\frac{e}{dx}w + \frac{f}{dx}v + e\frac{dw}{dx} + f\frac{dv}{dx} + dv\frac{dw}{dx} + \frac{e}{dx}f\right)$$

Continuação

A expressão $v\frac{dw}{dx} + w\frac{dv}{dx} = \frac{vdw+wdv}{dx}$ é uma constante.

Todavia, analisando a expressão

$$\left(\frac{e}{dx}w + \frac{f}{dx}v + e\frac{dw}{dx} + f\frac{dv}{dx} + dv\frac{dw}{dx} + \frac{e}{dx}f\right),$$

cada termo se aproxima de 0 quando dx se aproxima de 0, logo:

$$d(vw) = vdw + wdv$$

A quais conclusões chegamos?

- As outras regras de derivação (soma, potenciação, regra da cadeia) são facilmente dedutíveis utilizando-se um raciocínio lógico análogo;

- A razão pela qual Leibniz não divulgou o raciocínio que o levou ao estabelecimento das regras de derivação permanece como objeto de especulação entre historiadores e filósofos da matemática. Há hipóteses de que:
    I. ele não divulgou com medo de roubos intelectuais;
    II. ele achou a dedução obvia demais.

Continuação

Acreditamos que a motivação de Leibniz tenha sido o desejo de promover a nova geometria algébrica, proposta por Descarte algumas décadas antes, que não necessitava de maiores demonstrações como a geometria de Euclides.

Referência

- HEIDEGGER, M. **The principle of reason**. Indianápolis: Indiana University Press, 1996
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. 1684. Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, qua nec irrationales quantitates moratur. In: GERHARDT, C. I. (org.) **Leibniz Die Mathematische Schriften** (GM-V). Hildesheim: Georg Olms Verlag, 1971.