

# A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares



# A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares

Colaboradores: Alexandre Carlos Tort  
Erich Meyer  
Filadelfo Cardoso Santos  
Maria Luiza Bedran



# A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares

Colaboradores: Alexandre Carlos Tort  
Erich Meyer  
Filadelfo Cardoso Santos  
Maria Luiza Bedran

André Luiz Braga Dias  
Bruno Henrique Matos da Costa  
Carla de Souza Lucas  
Fábio dos Santos Freitas  
Fábio Ferreira barroso  
Guilherme Gonçalves Sotelo  
Daniele Freitas Barbosa  
Danielli Meira Ribeiro da Silva  
Jorge Romero Monteiro de Souza  
Leandro Ribeiro Pinto

Luciana Sa Brito  
Magali Fonseca de Castro Lima  
Marcelo Rodrigues Fernandes  
Marta Máximo Pereira  
Rafael Pinheiro dos Santos  
Ricardo Radlich  
Richard Kohara  
Rogério Faulha  
Vagner Santos da Cruz  
Valdecir Pinho



# A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares e Bruno Camerano

Colaboradores: Alexandre Carlos Tort  
Erich Meyer  
Filadelfo Cardoso Santos  
Maria Luiza Bedran

André Luiz Braga Dias  
Bruno Henrique Matos da Costa  
Carla de Souza Lucas  
Fábio dos Santos Freitas  
Fábio Ferreira barroso  
Guilherme Gonçalves Sotelo  
Daniele Freitas Barbosa  
Danielli Meira Ribeiro da Silva  
Jorge Romero Monteiro de Souza

Leandro Ribeiro Pinto  
Luciana Sa Brito  
Magali Fonseca de Castro Lima  
Marcelo Rodrigues Fernandes  
Marta Máximo Pereira  
Rafael Pinheiro dos Santos  
Ricardo Radlich  
Vagner Santos da Cruz  
Valdecir Pinho



# A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares e Bruno Camerano



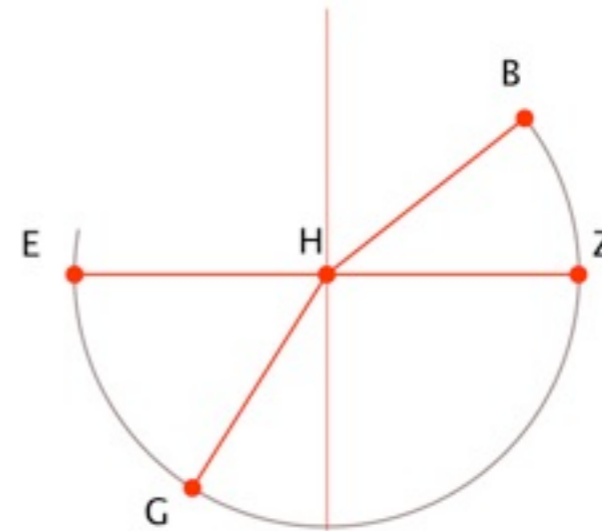
# Plano da apresentação

- Snell e a “lei dos senos”
- A lei de refração de Ptolomeu
- A relação entre seno de um ângulo e o seu arco
- Conclusões



# Snell e a “lei dos senos”

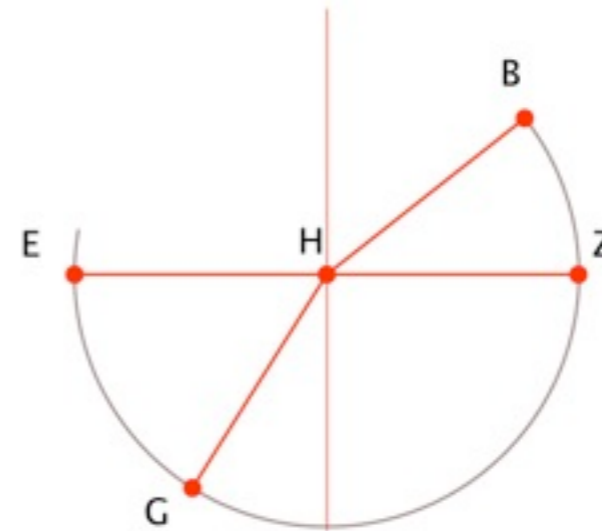
- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell
- A “lei dos senos”



$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell
- A “lei dos senos”



---

1500

1600

1700

1800

1900

2000

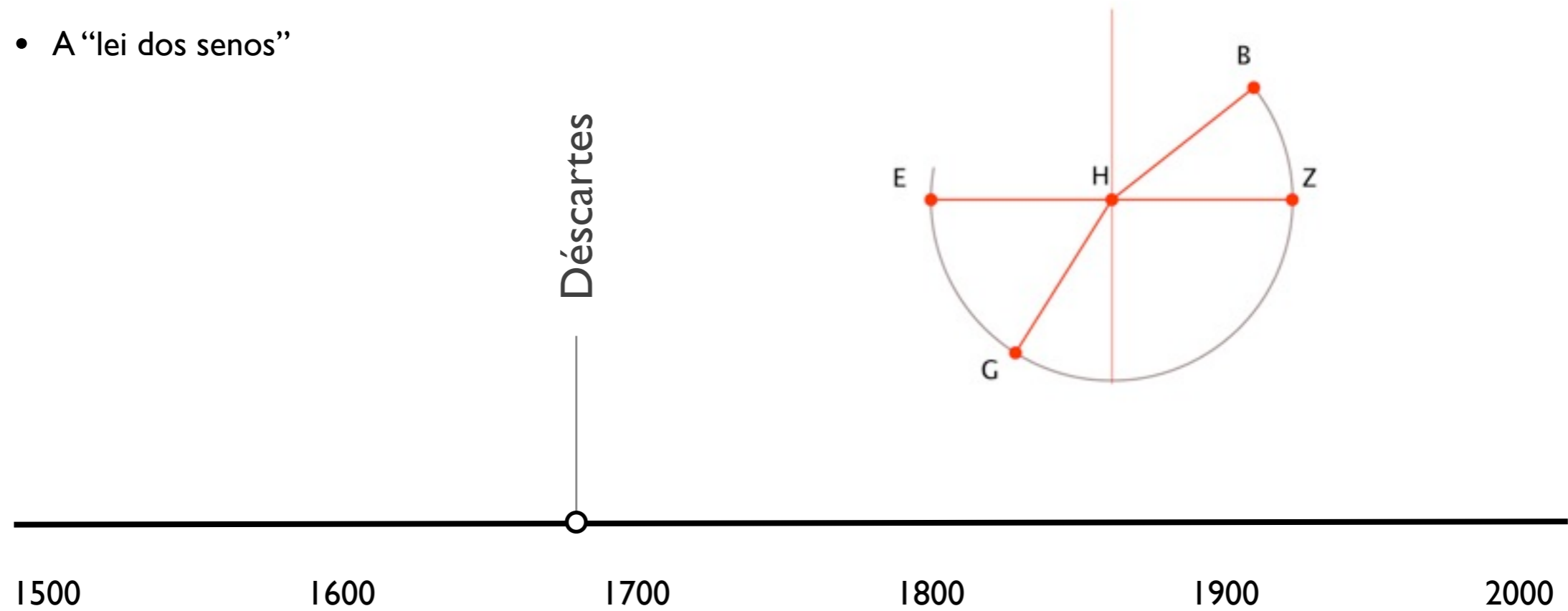
$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$





# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

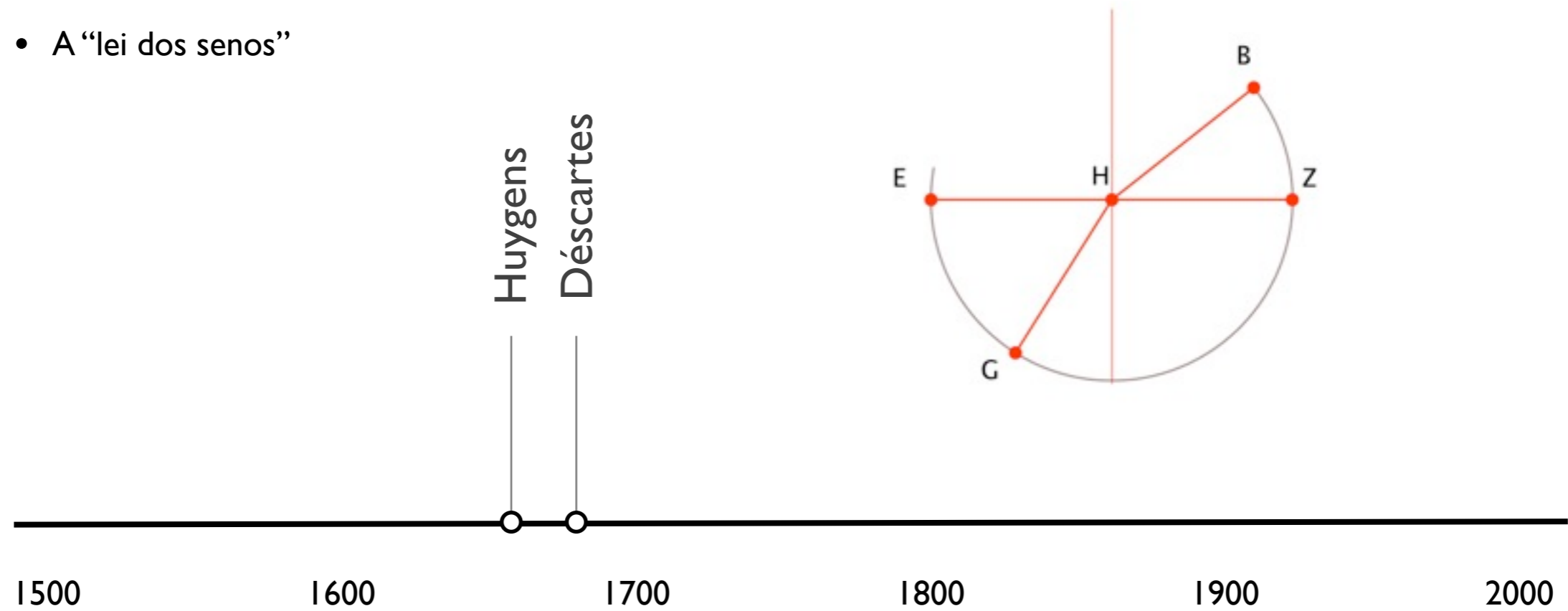


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

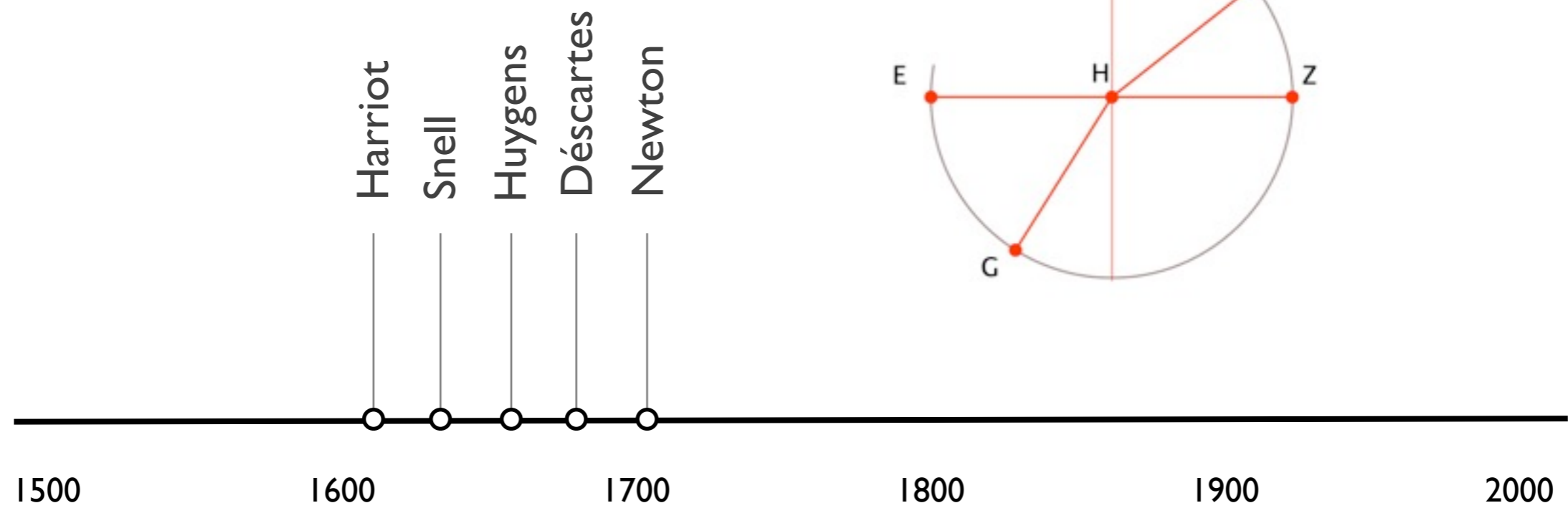


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

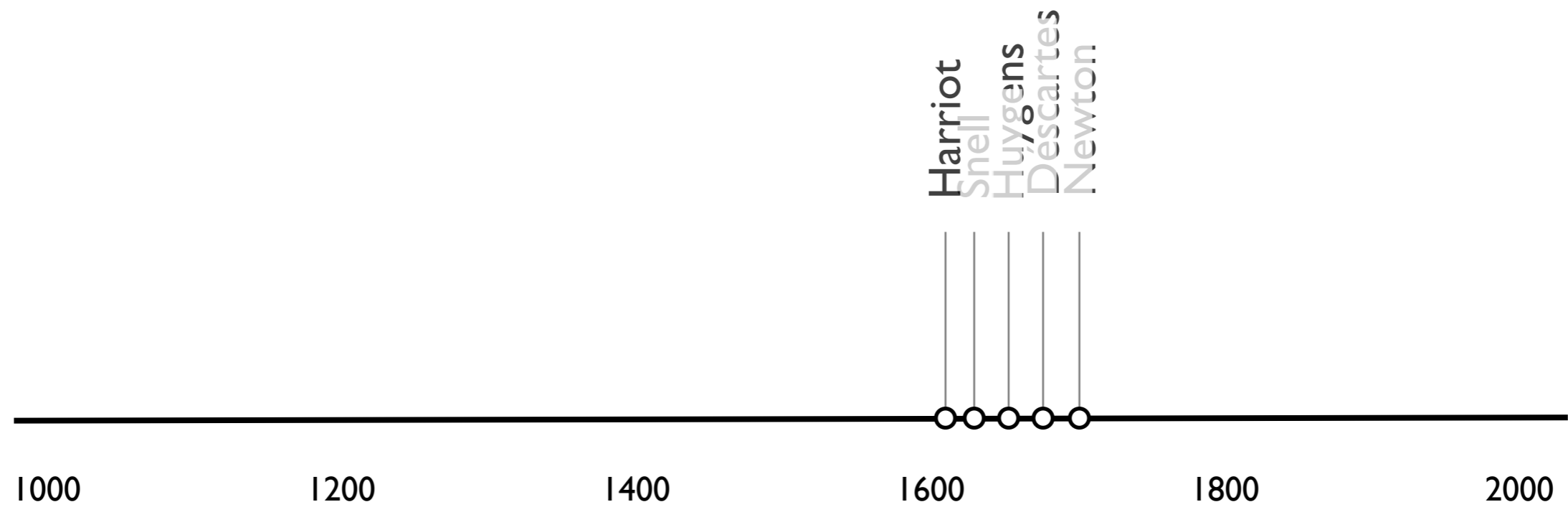


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



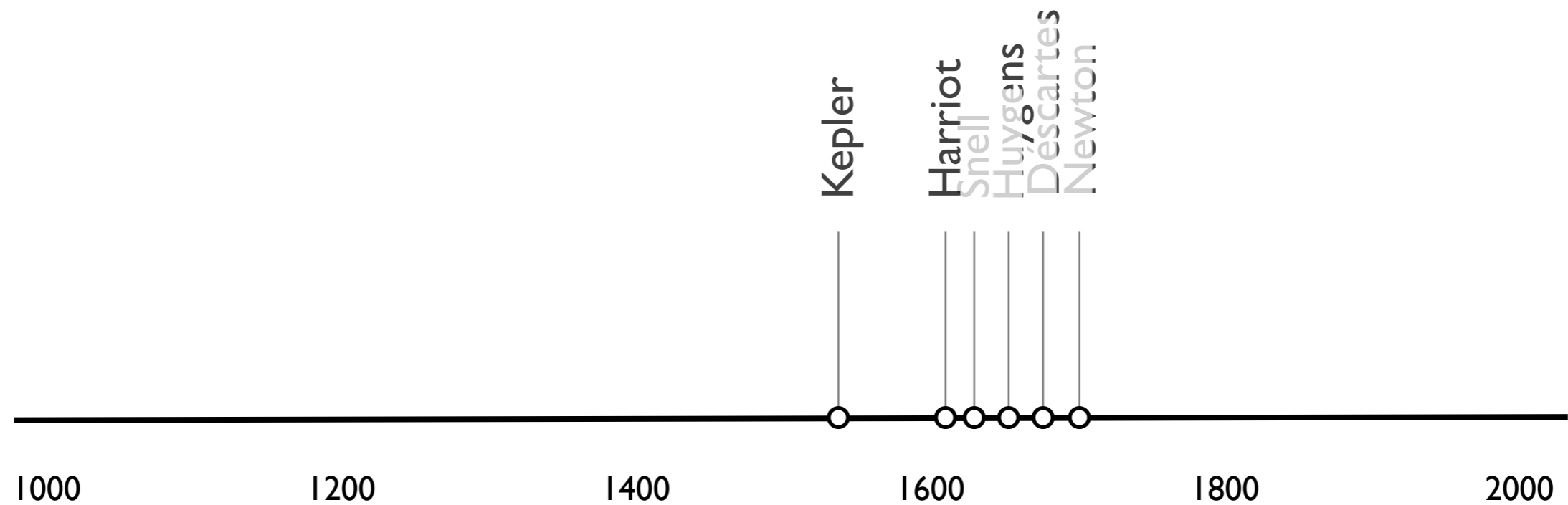
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



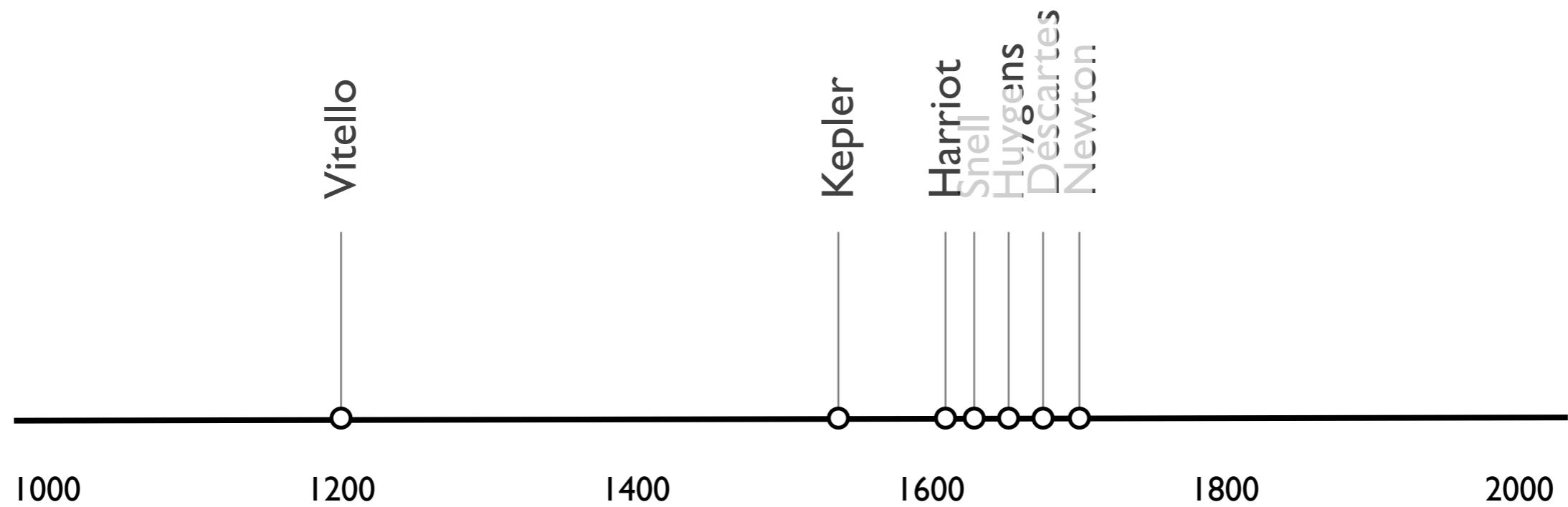
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



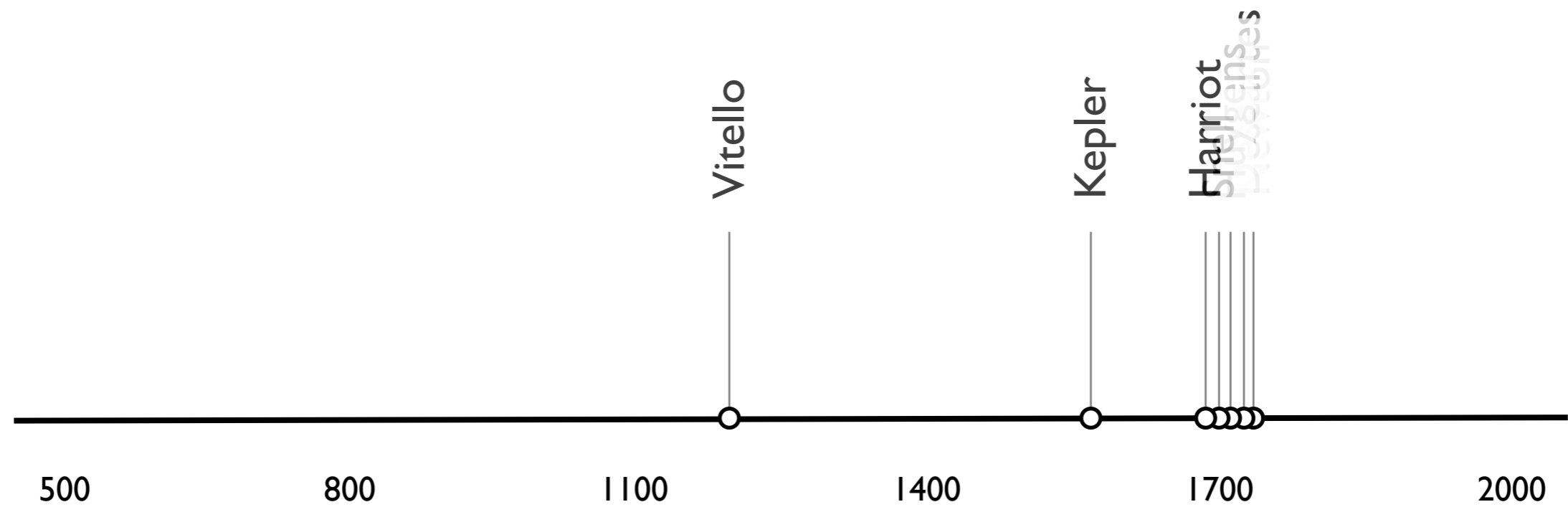
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



# Snell e a “lei dos senos”

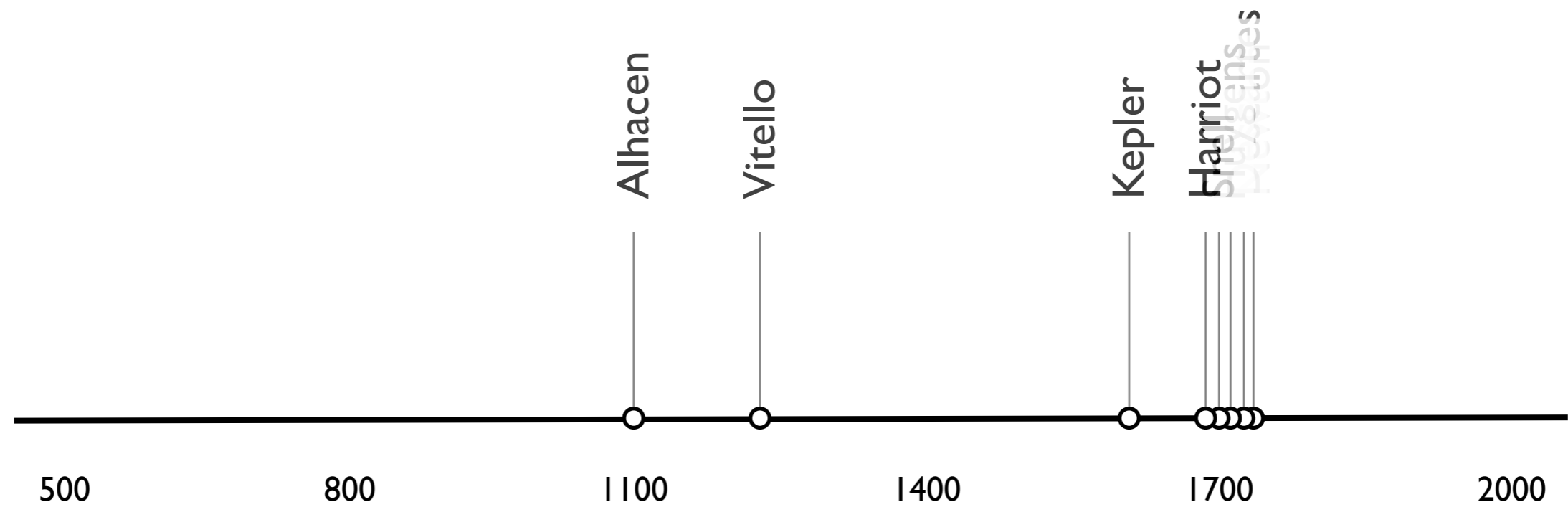
- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”





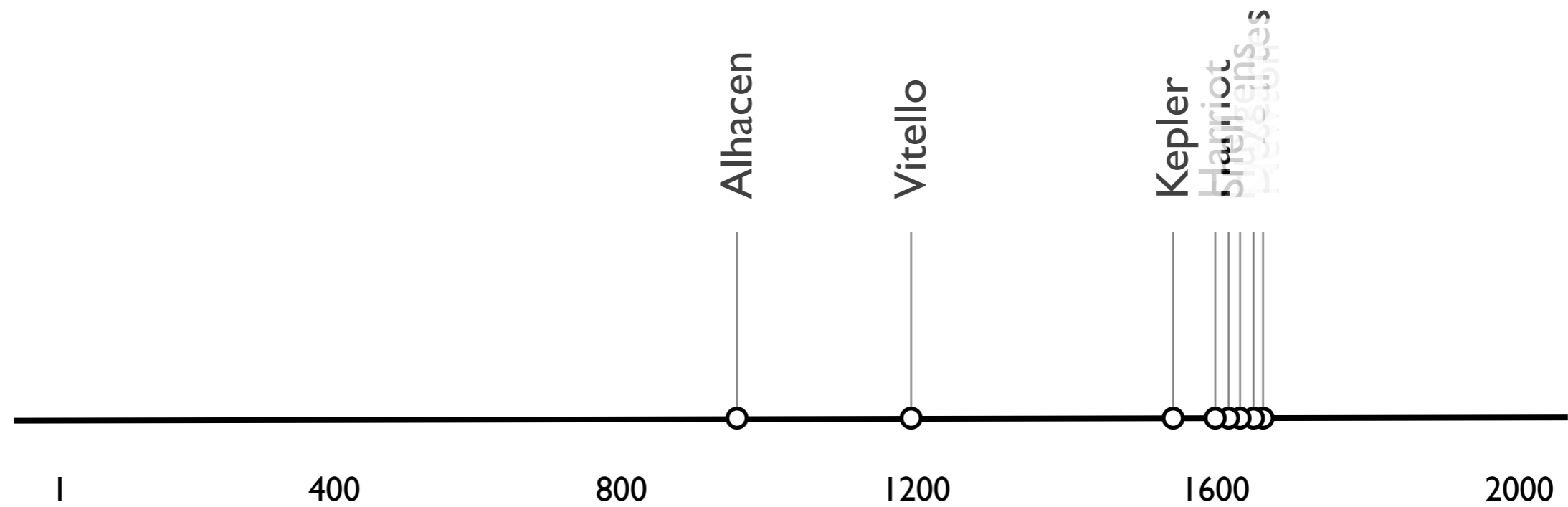
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



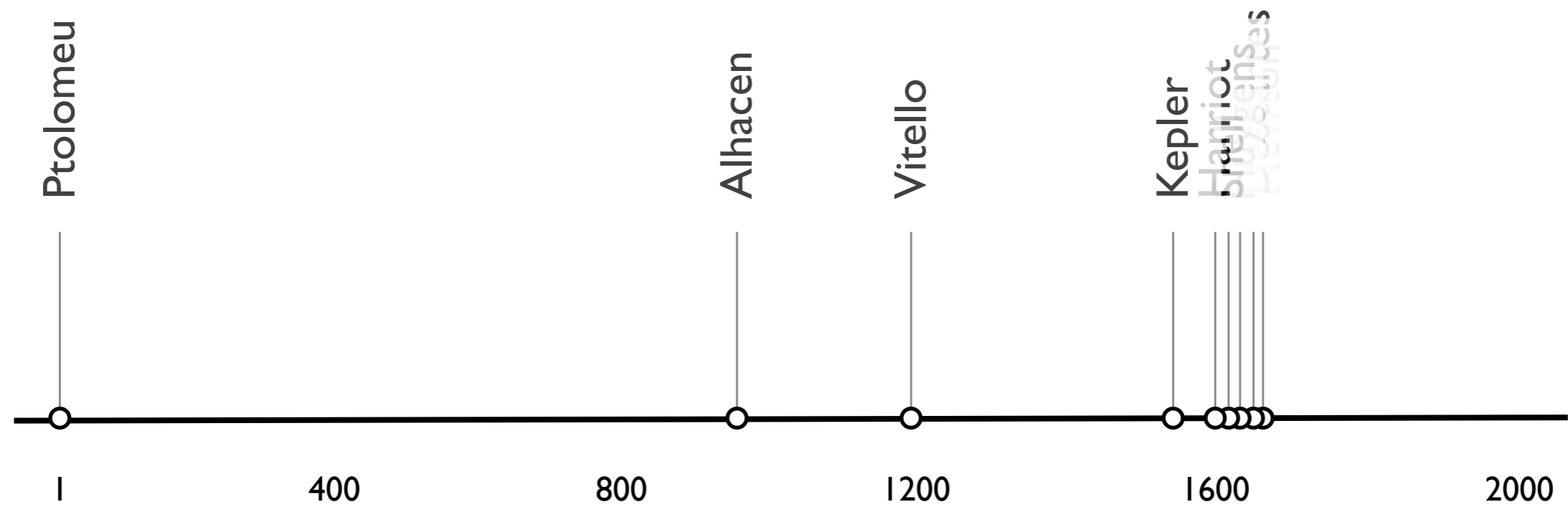
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



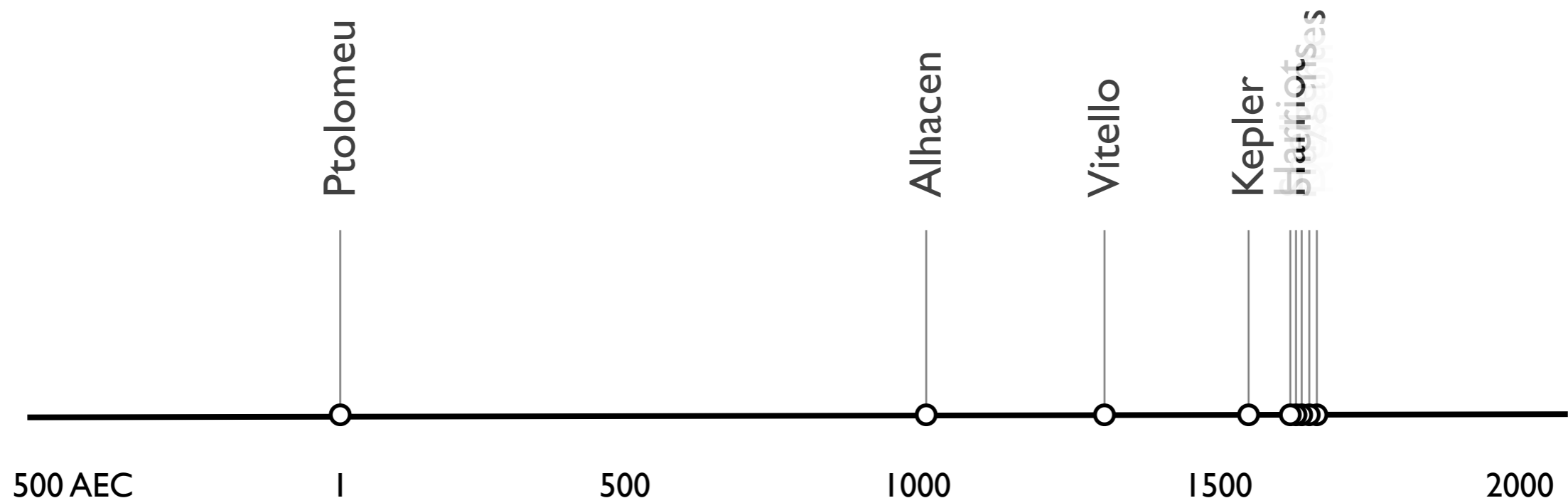
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



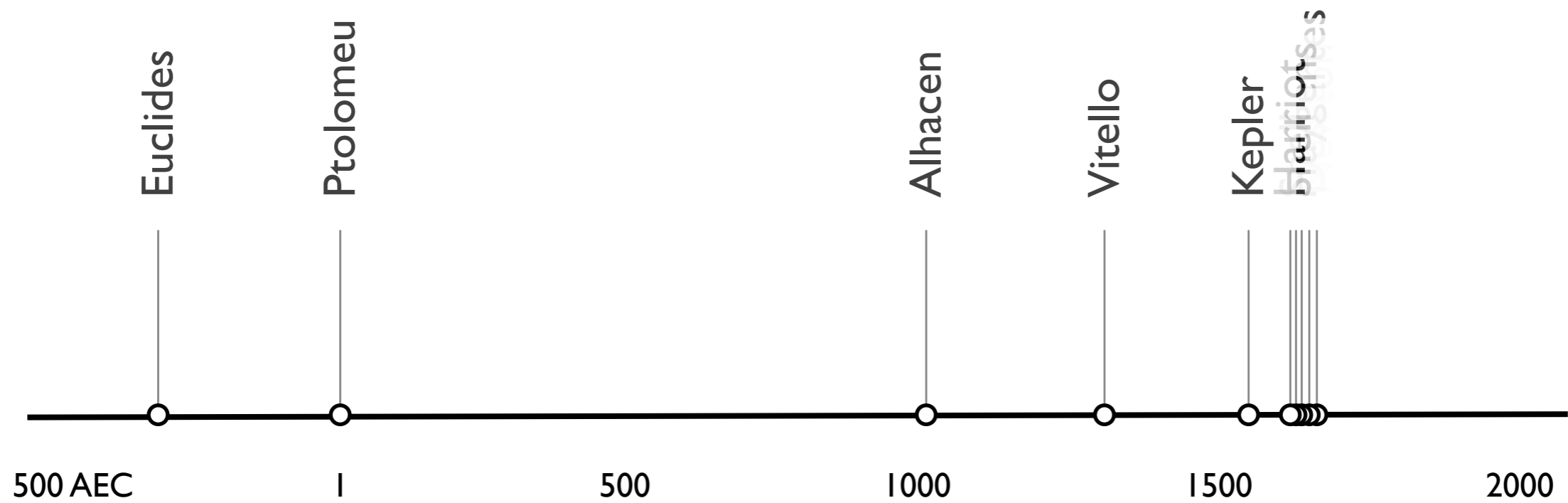
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



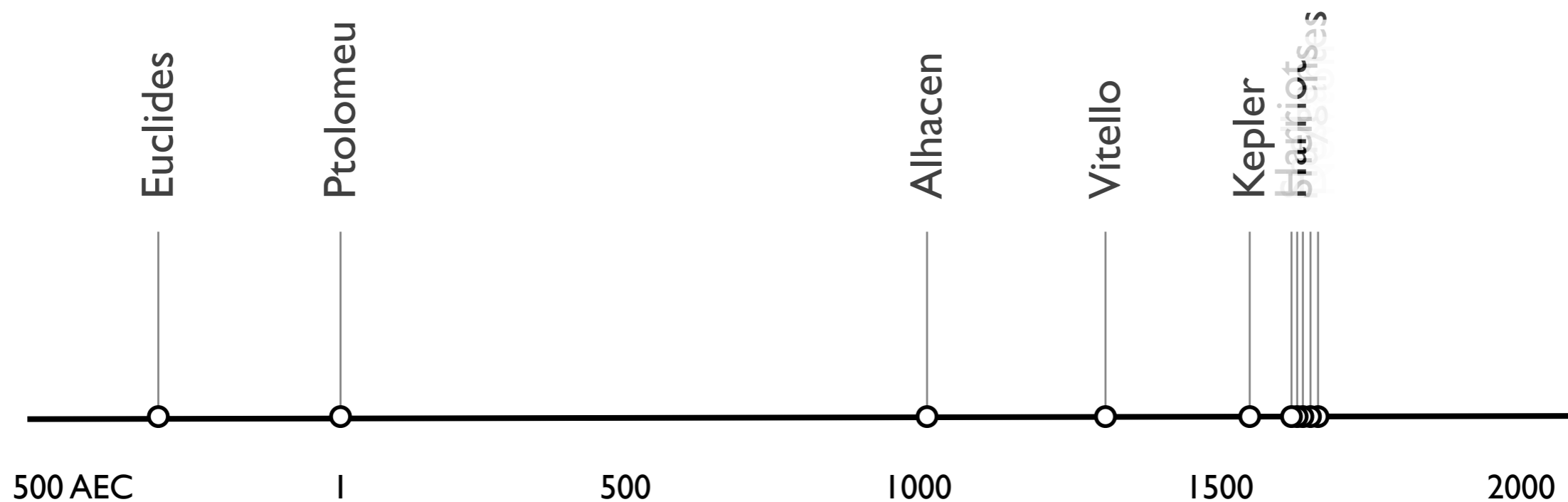
# Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



# Ptolomeu e a refração

- O quinto livro da Óptica de Ptolomeu: sobre a refração



Em meados do segundo século de nossa era, um egípcio de língua grega vivendo na cidade de Canopus, próxima a Alexandria, desenvolveu um intenso programa de pesquisa que resultou em uma dúzia de livros sobre astronomia, astrologia, óptica, harmonia e cartografia.

# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )

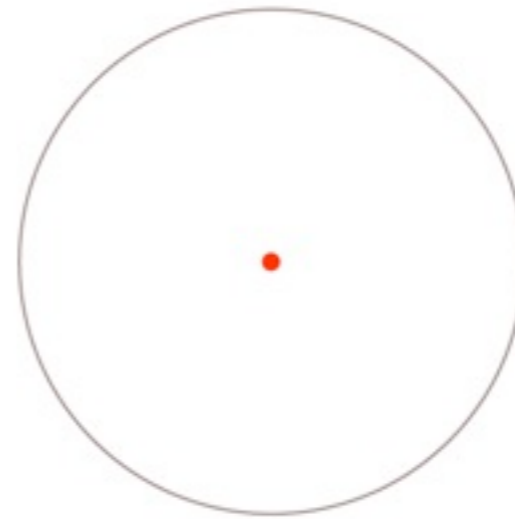


# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )

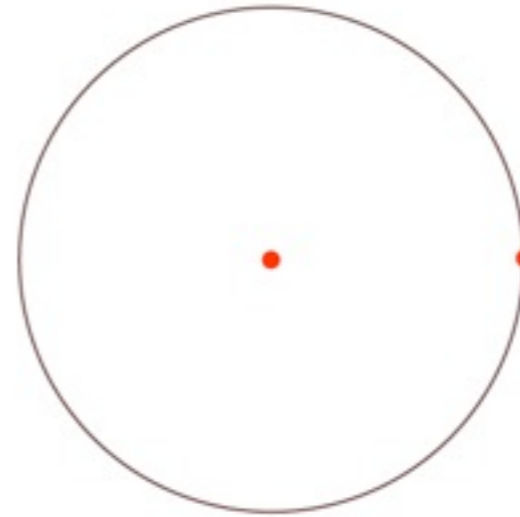




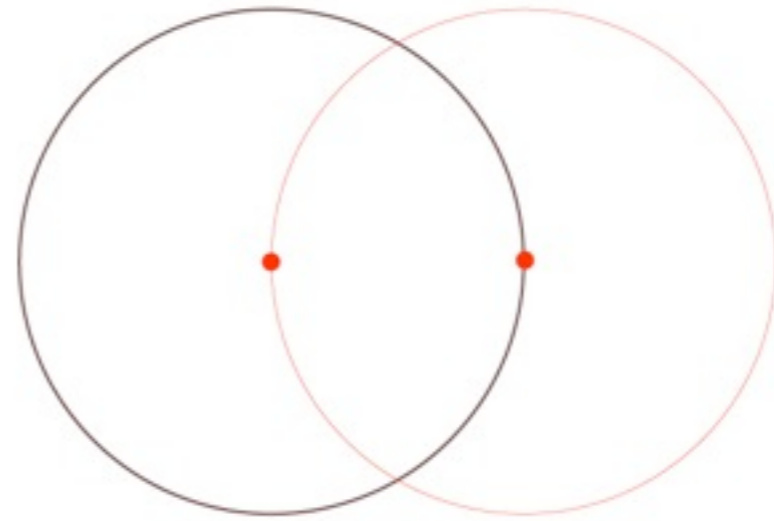
# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )



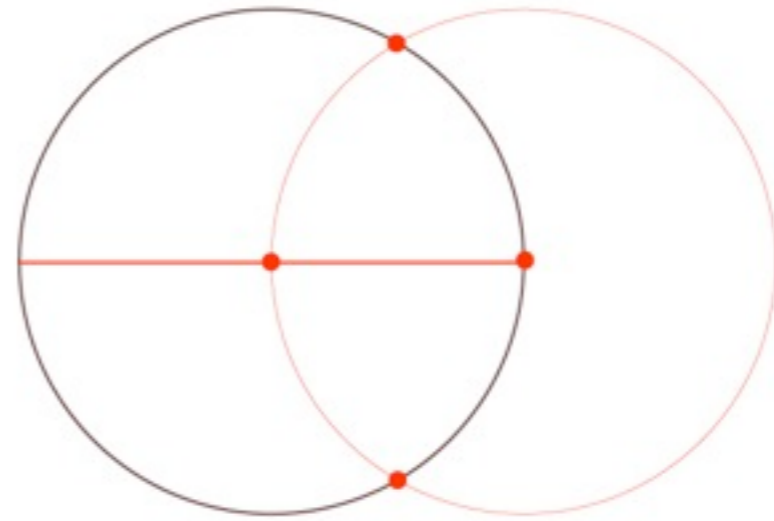
# Sobre o número de Arquimedes e o grau (°)



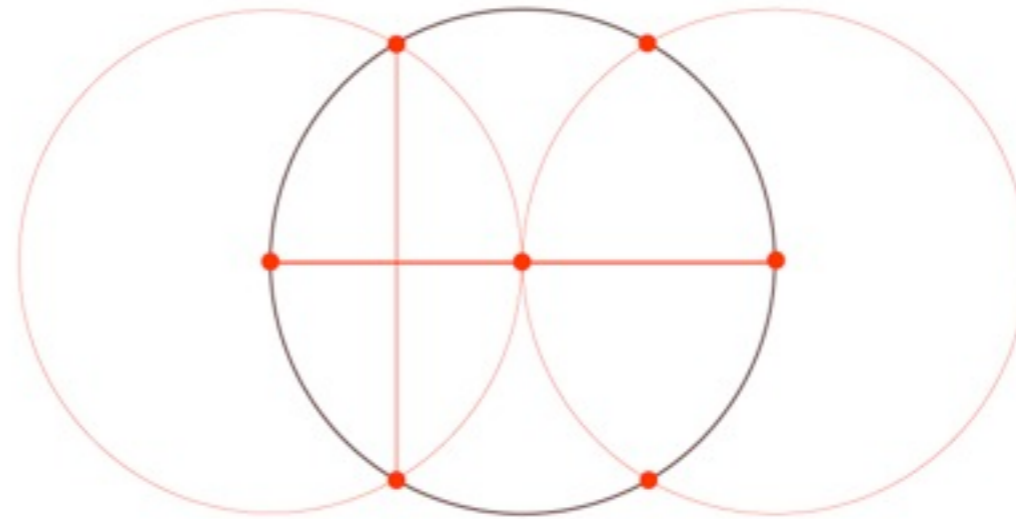
# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )



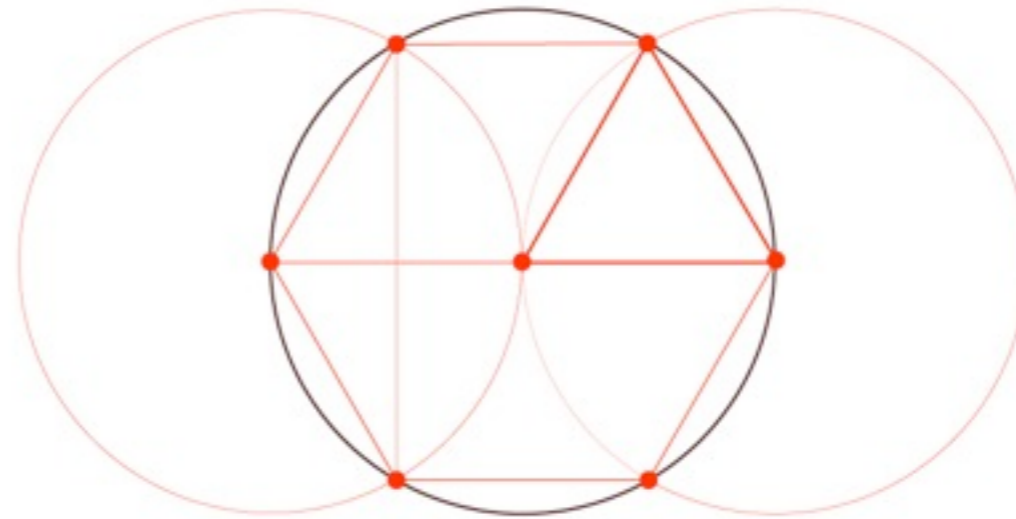
# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )



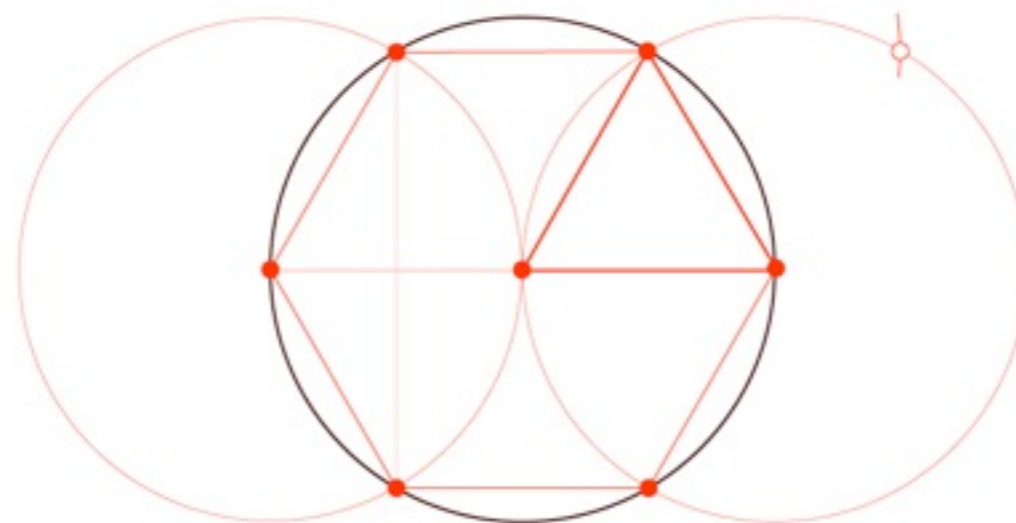
# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )



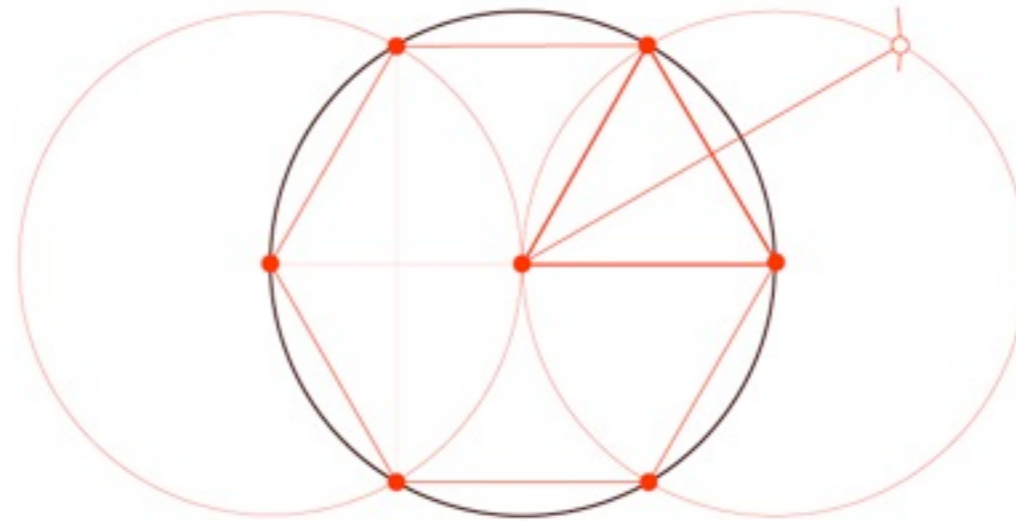
# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )



# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )



# Sobre o número de Arquimedes e o grau ( $^\circ$ )





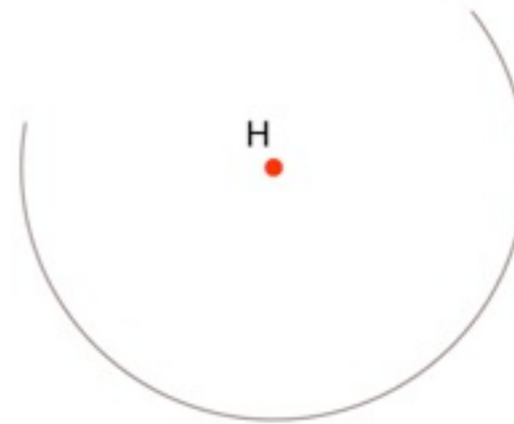
# O Baptistir



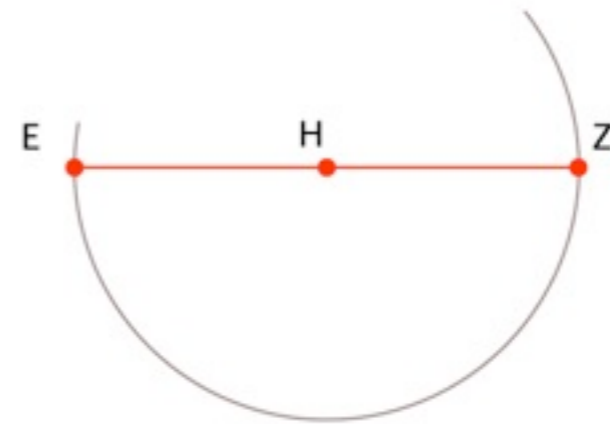
# O Baptistir



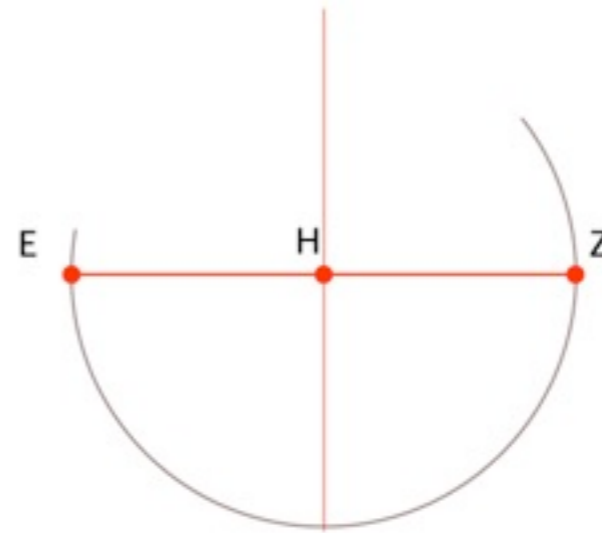
# O Baptistir



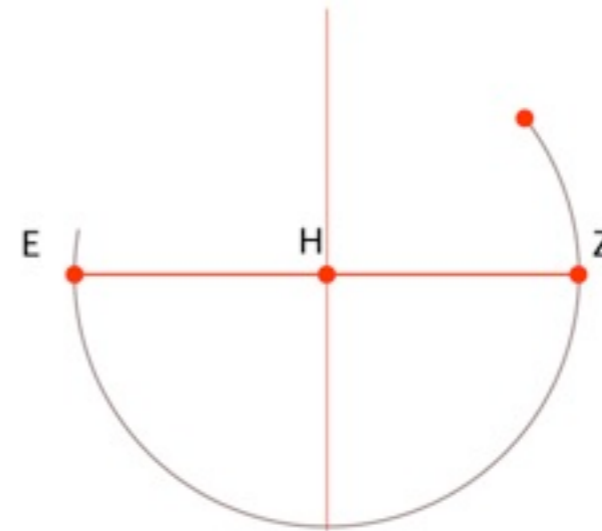
# O Baptistir



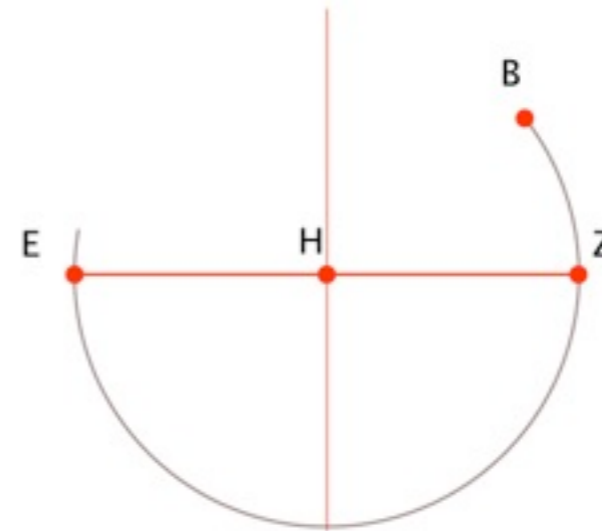
# O Baptistir



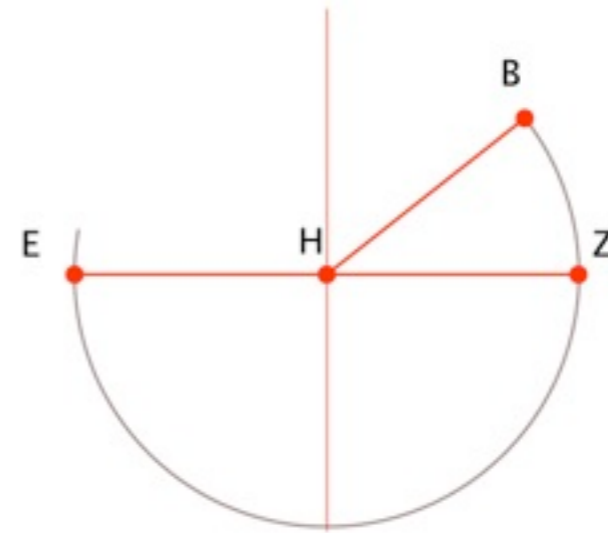
# O Baptistir



# O Baptistir

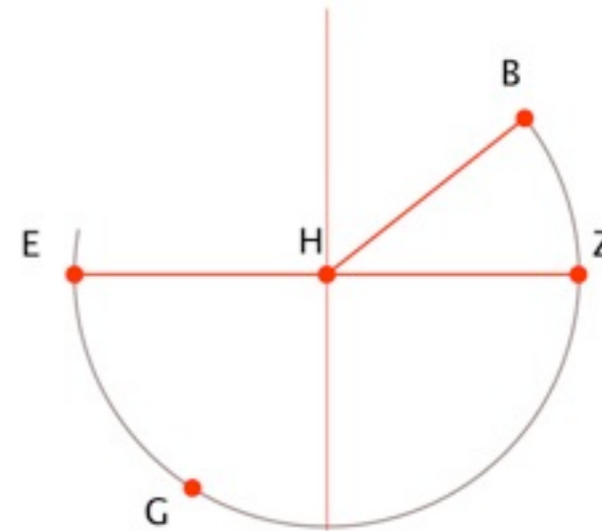


# O Baptistir

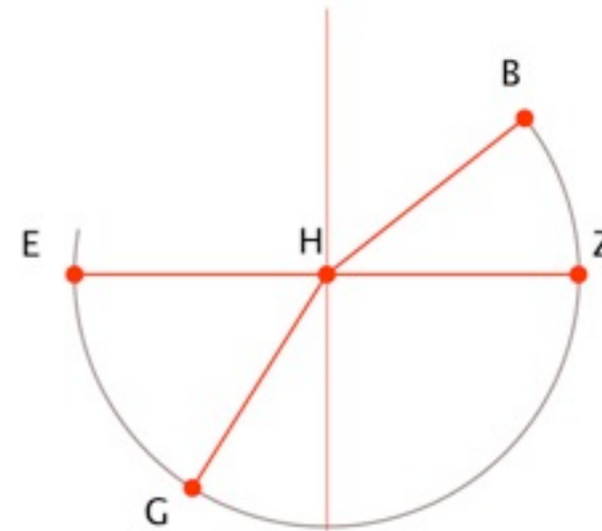




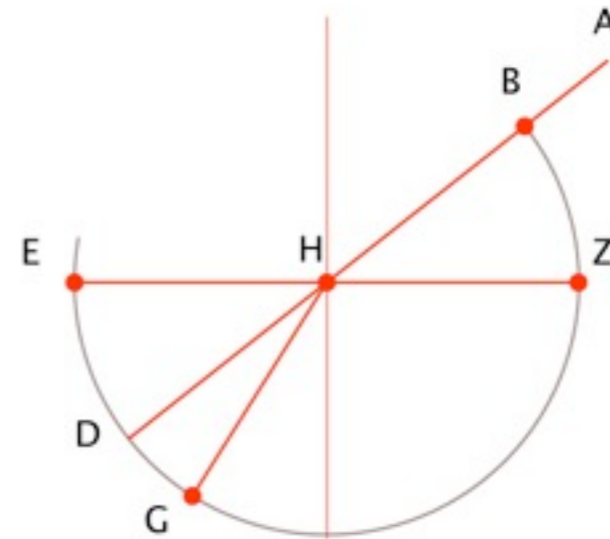
# O Baptistir



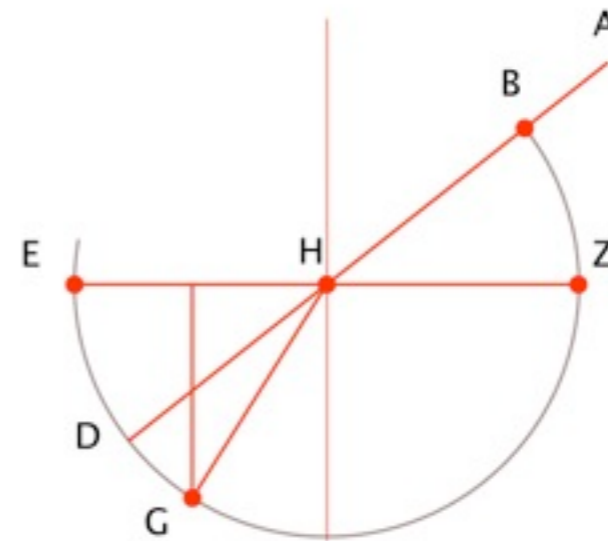
# O Baptistir



# O Baptistir

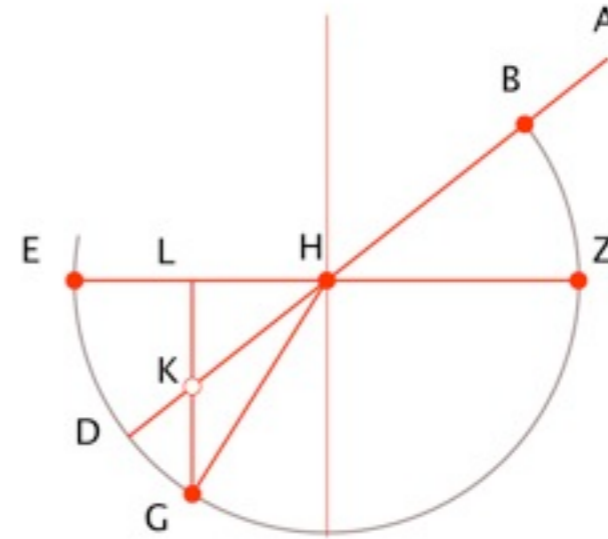


# O Baptistir

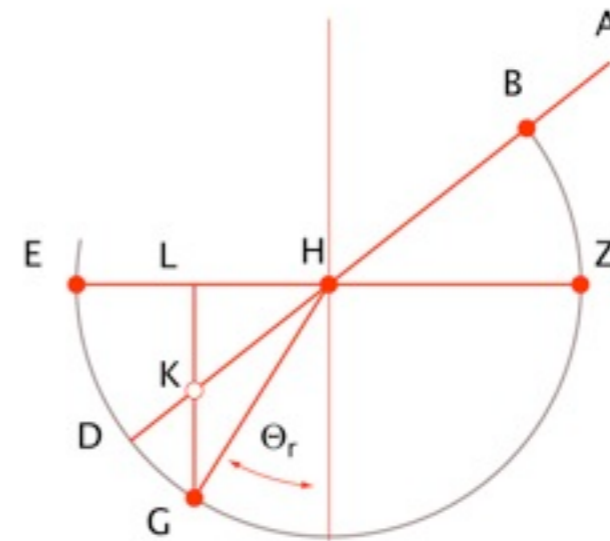




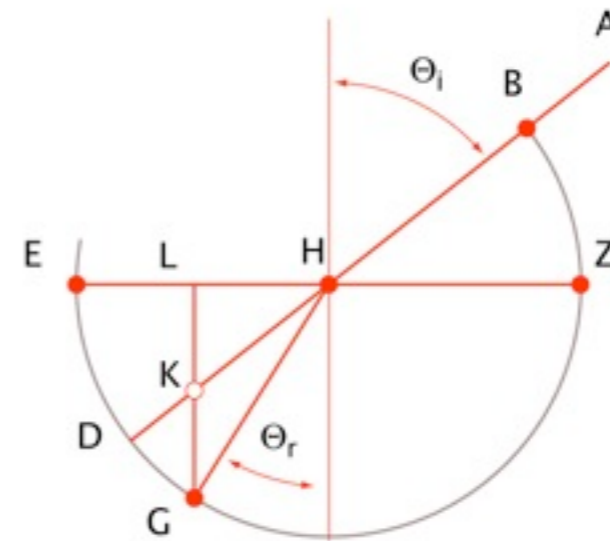
# O Baptistir



# O Baptistir

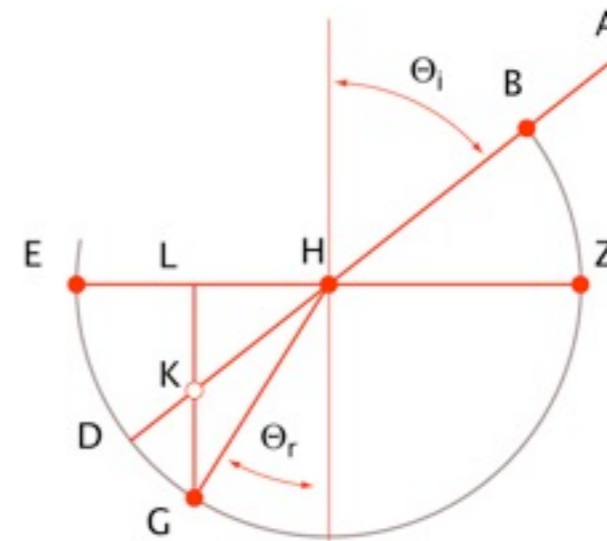


# O Baptistir





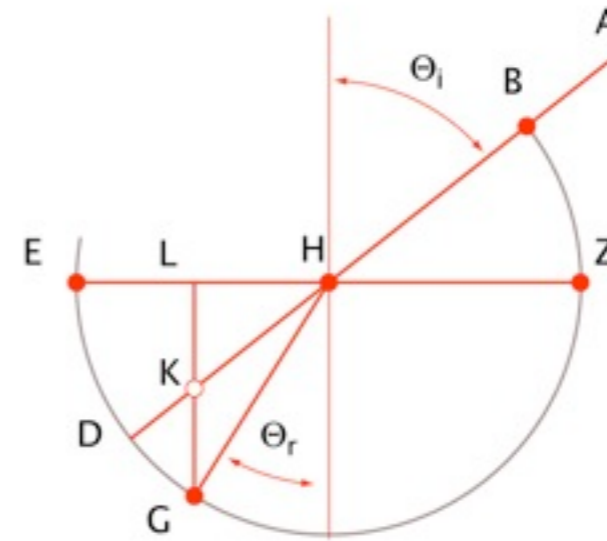
# O Baptistir



ar-água



# O Baptistir



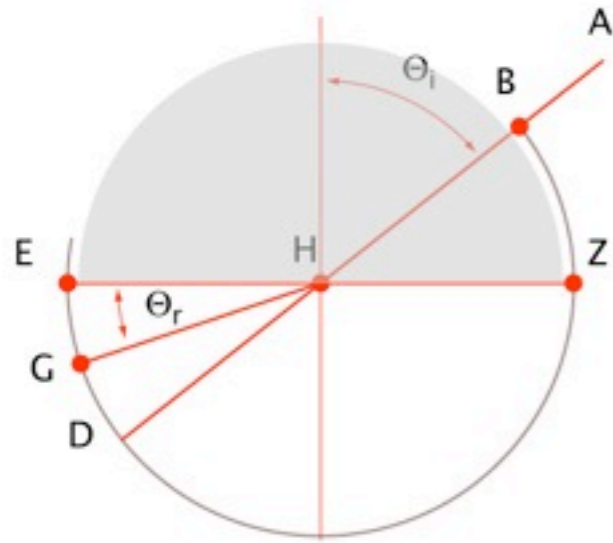
vidro-água

ar-vidro

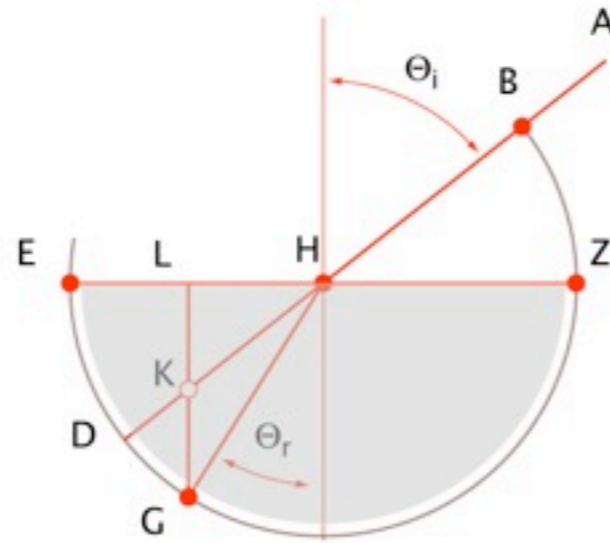
ar-água



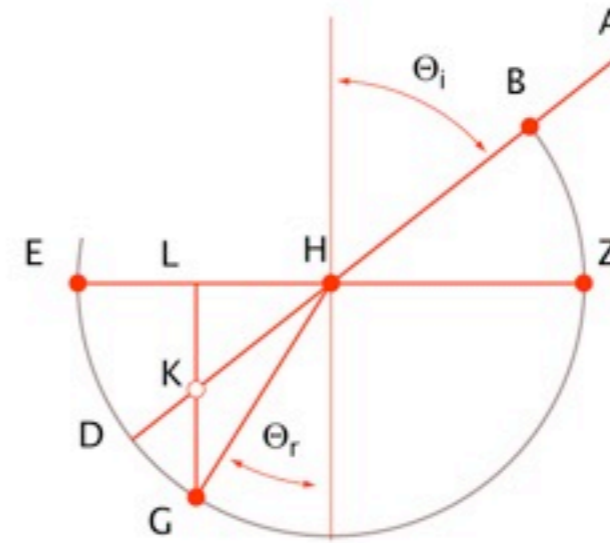
# O Baptistir



vidro-água



ar-vidro



ar-água



# Refração ar-água, ar-vidro, vidro-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0

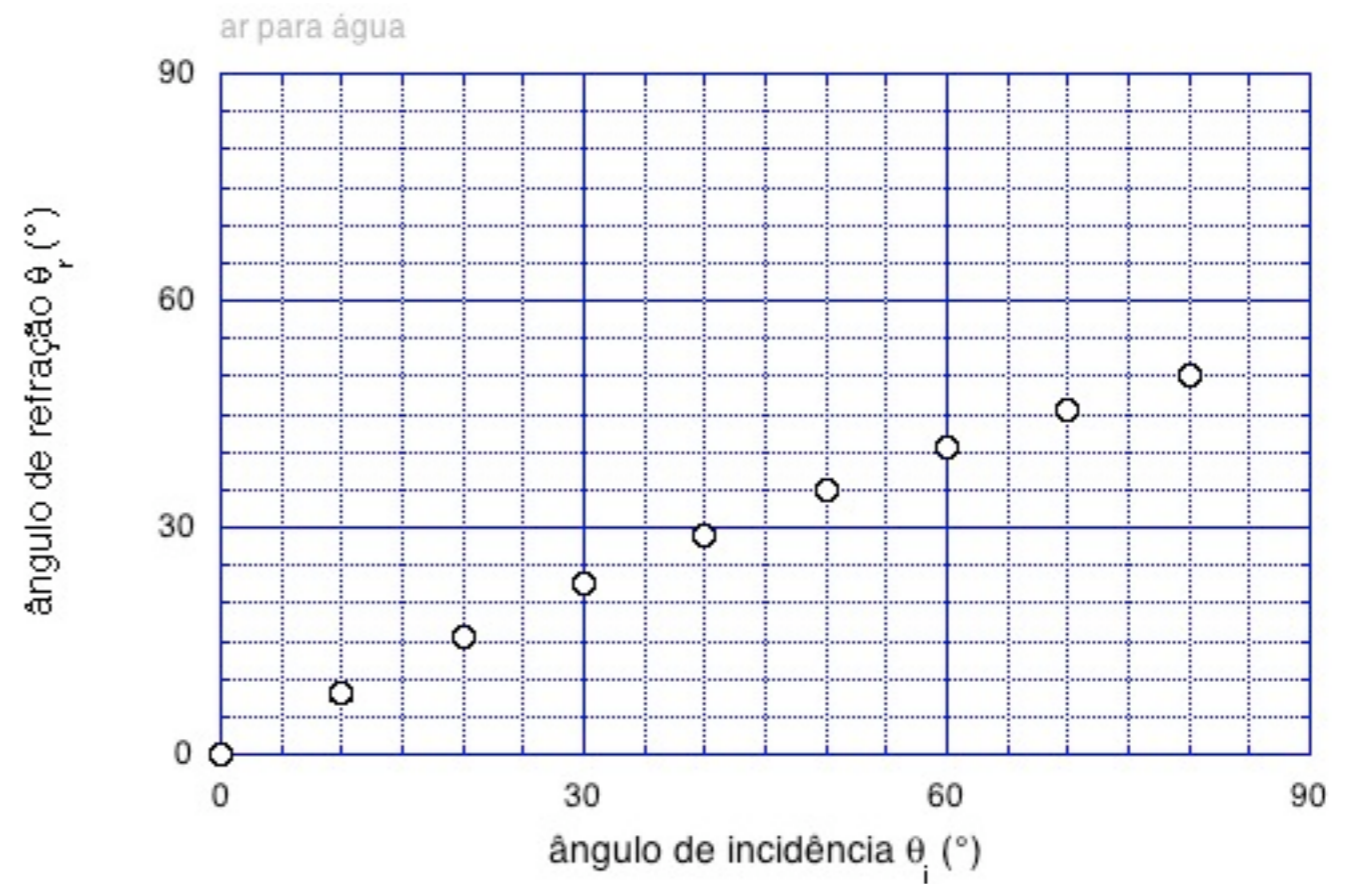
incidência	refração
10	7.0
20	13.5
30	19.5
40	25.0
50	30.0
60	34.5
70	38.5
80	42.0

incidência	refração
10	9.5
20	18.5
30	27.0
40	35.0
50	42.5
60	49.5
70	56.0
80	62.0



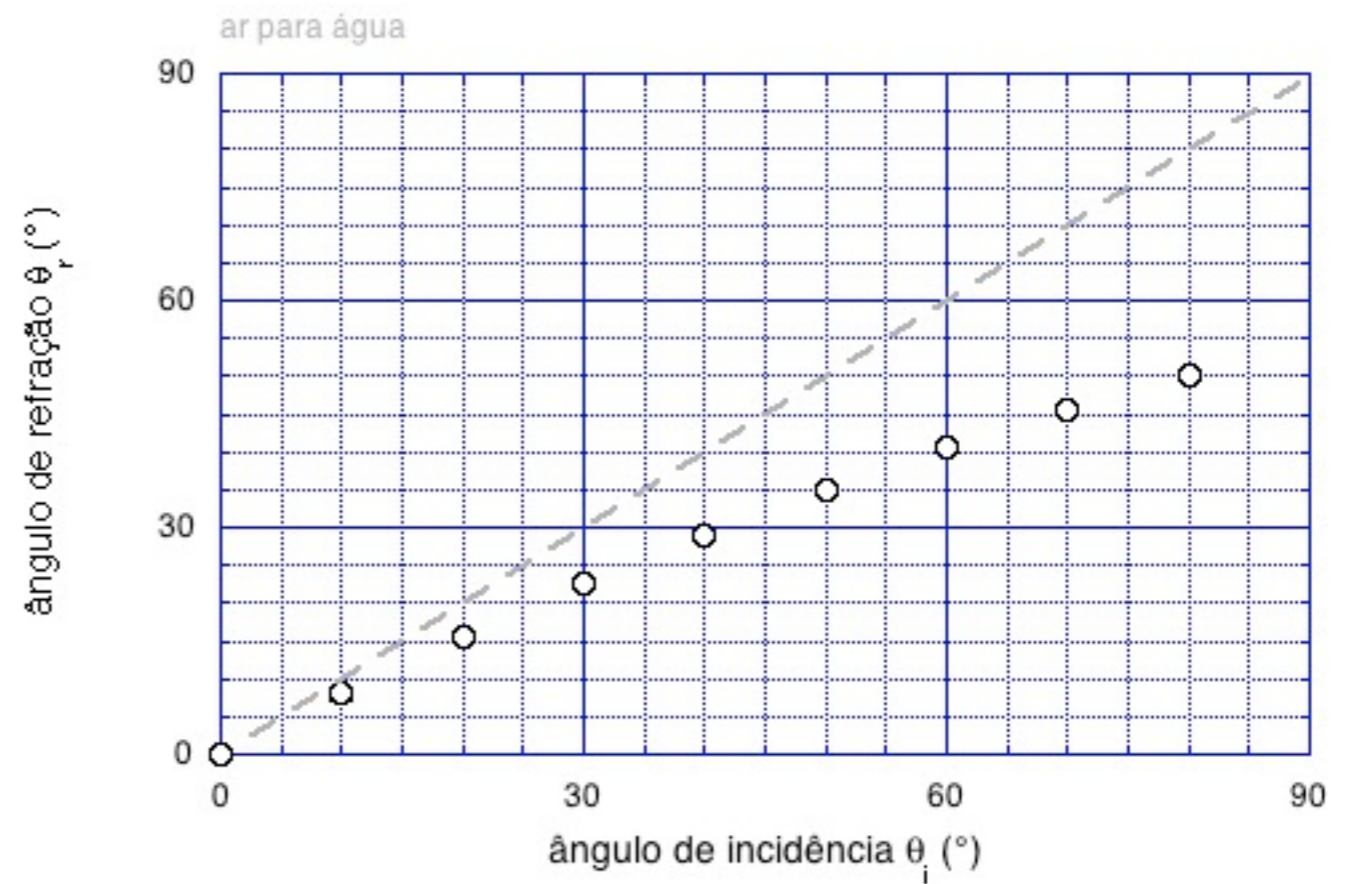
# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



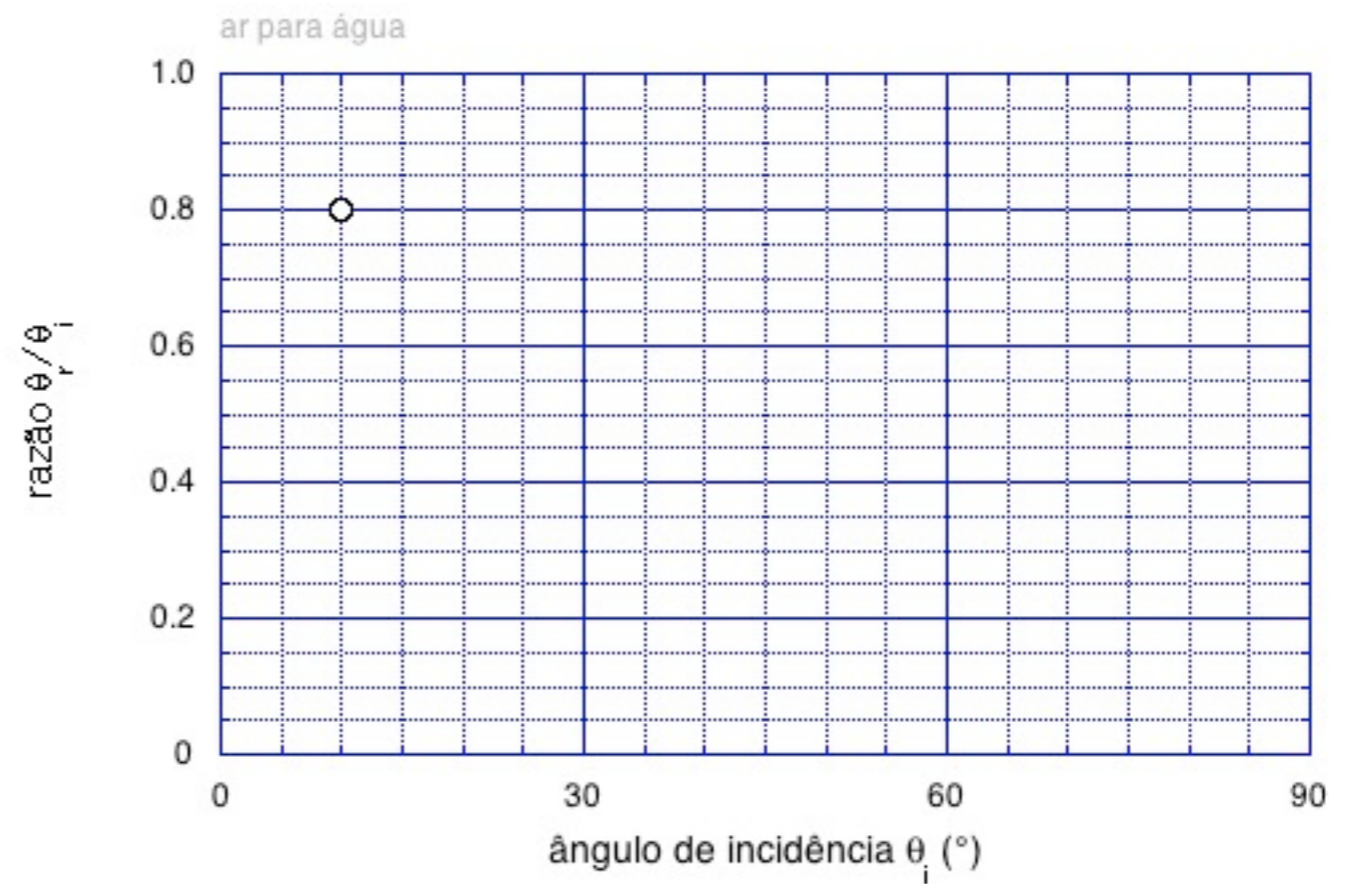
# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



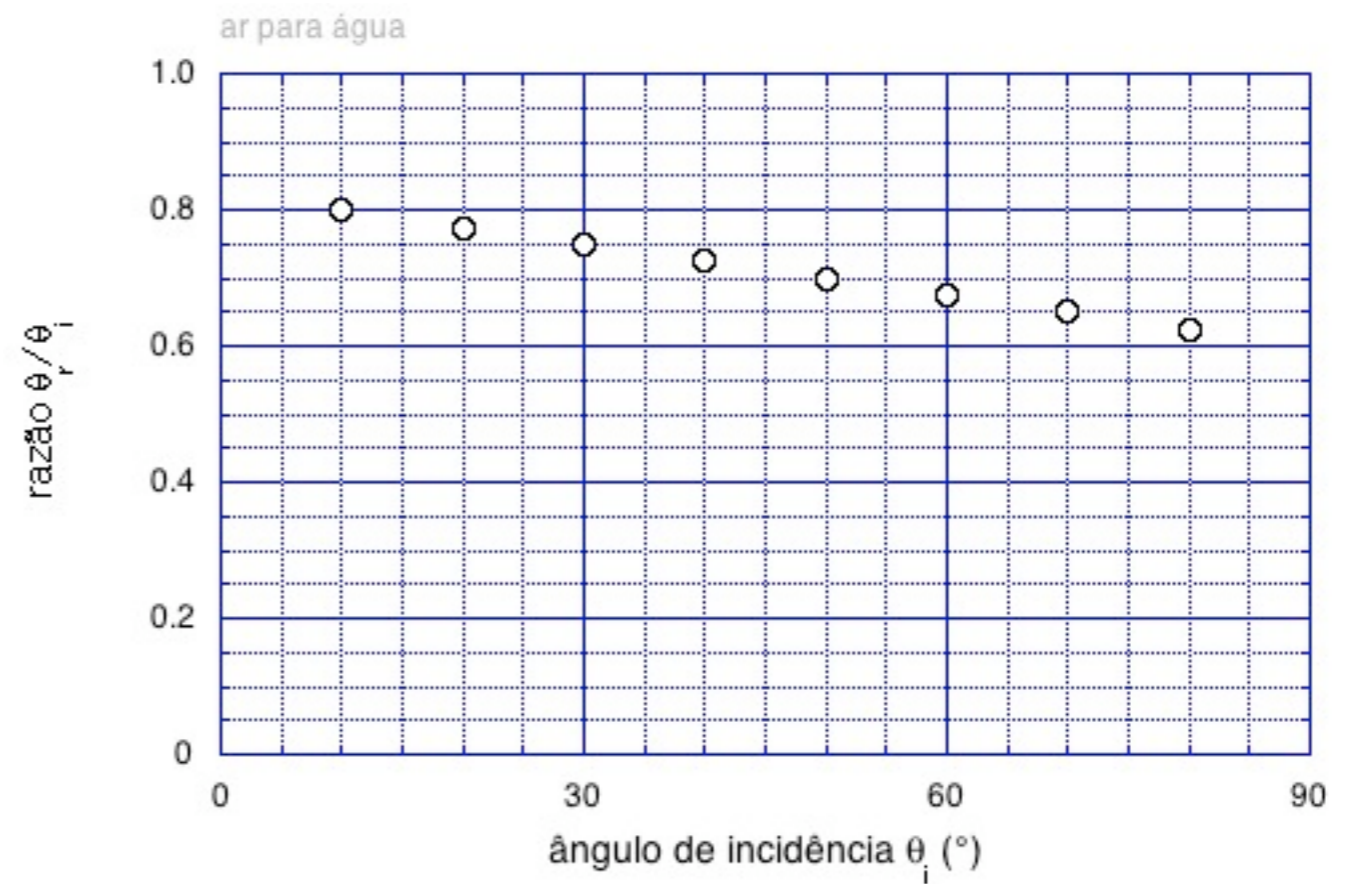
# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



# Refração ar-água

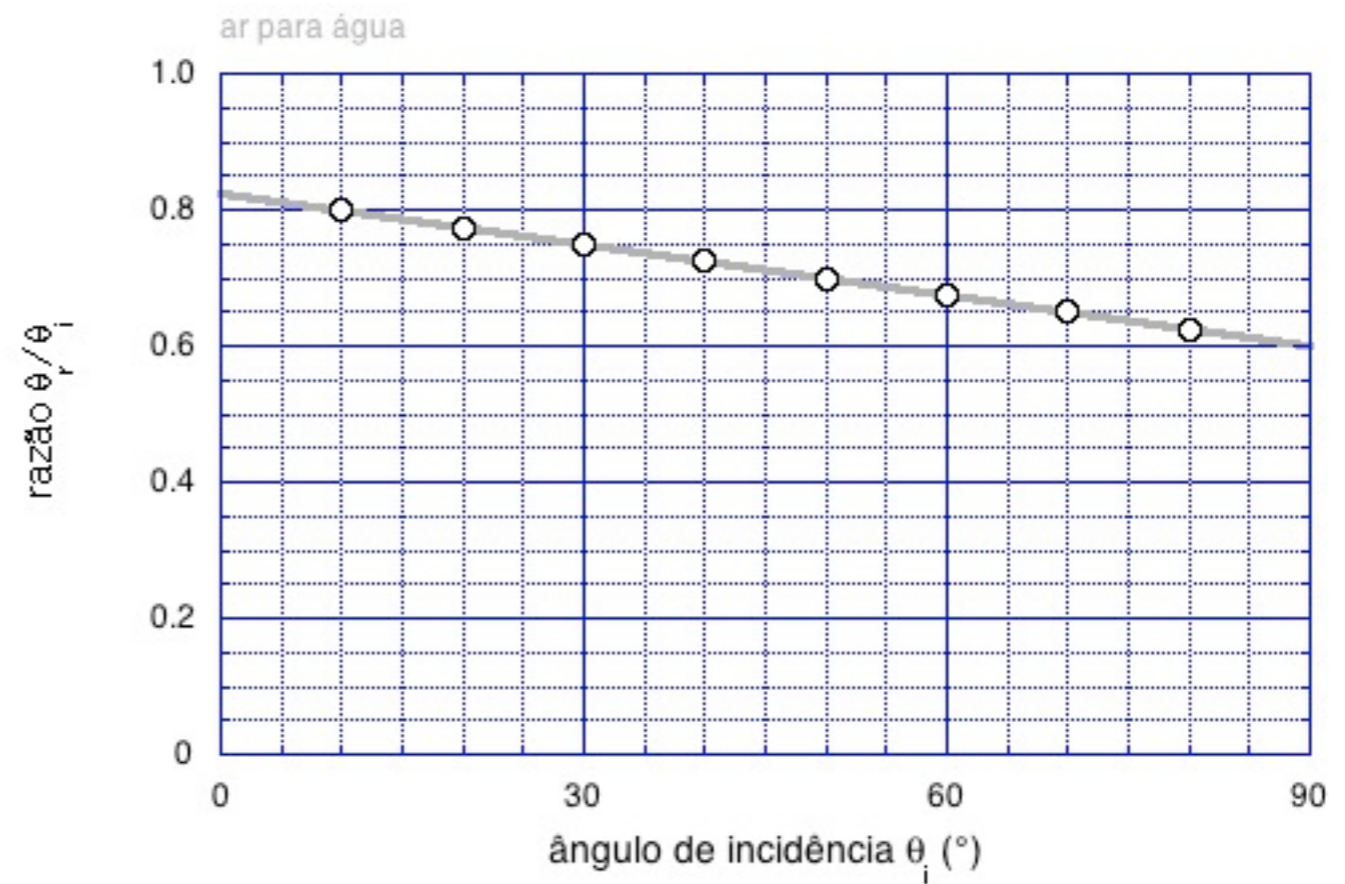
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0





# Refração ar-água

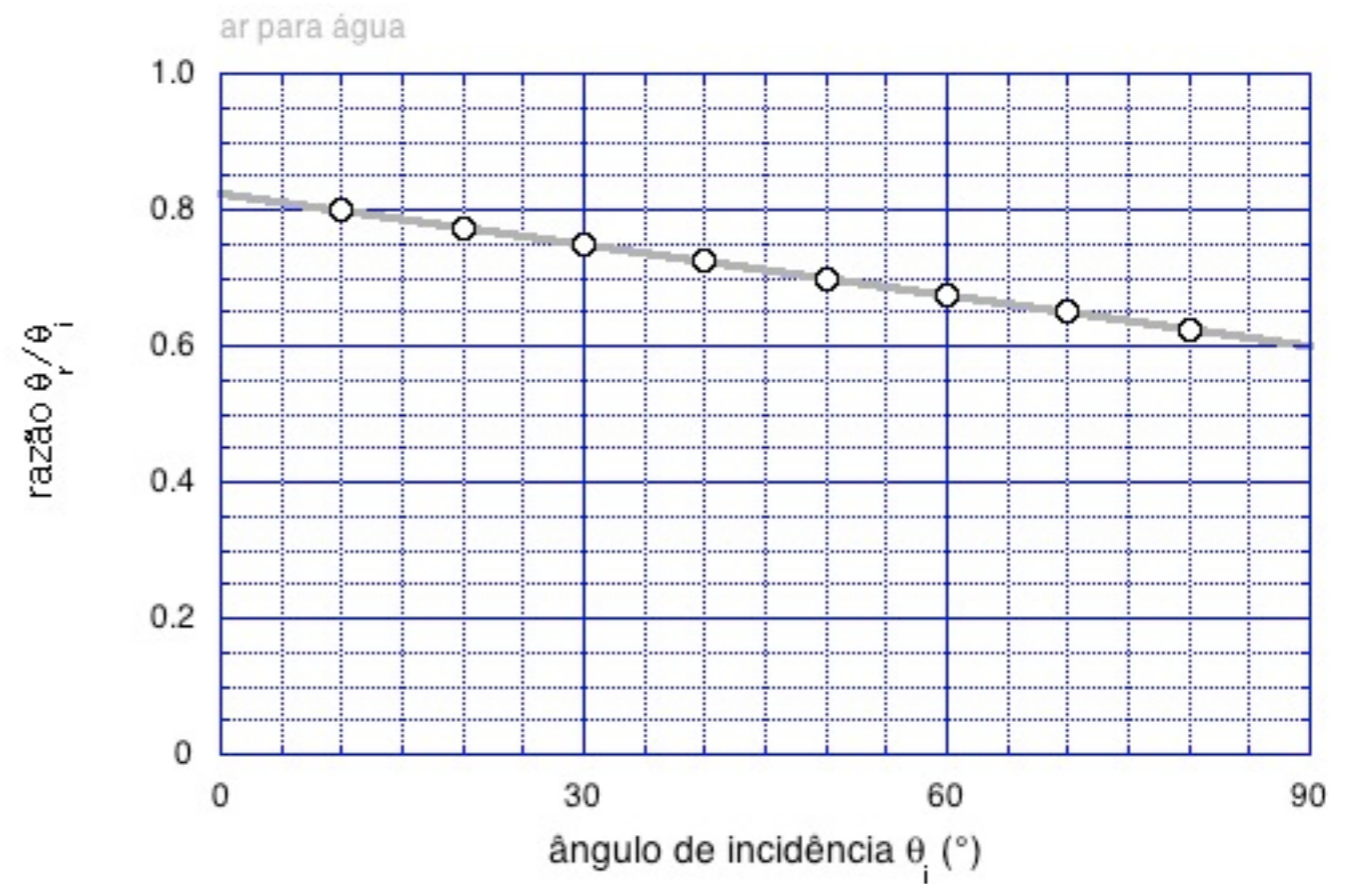
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



# Refração ar-água

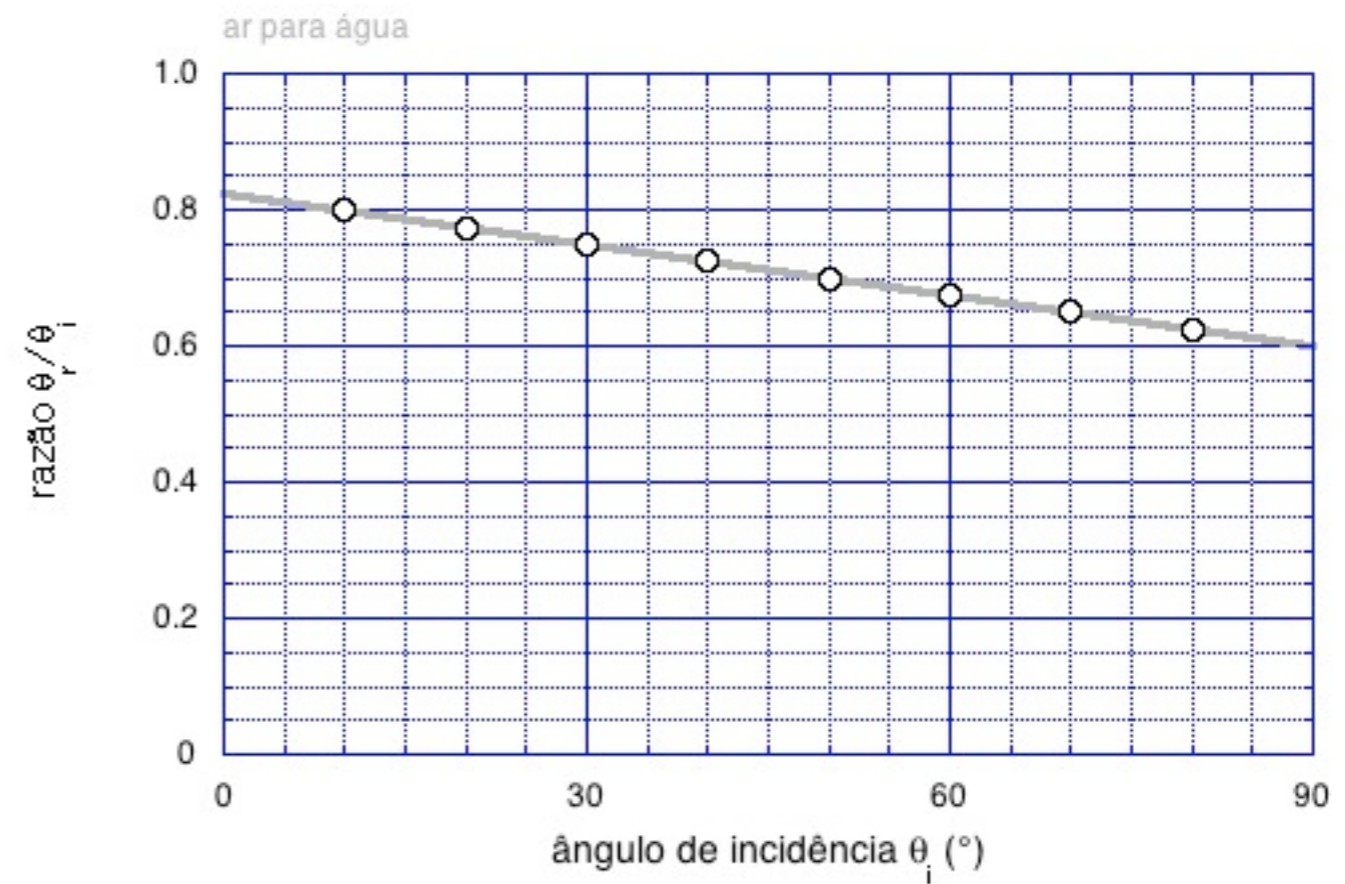
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0

$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$



# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



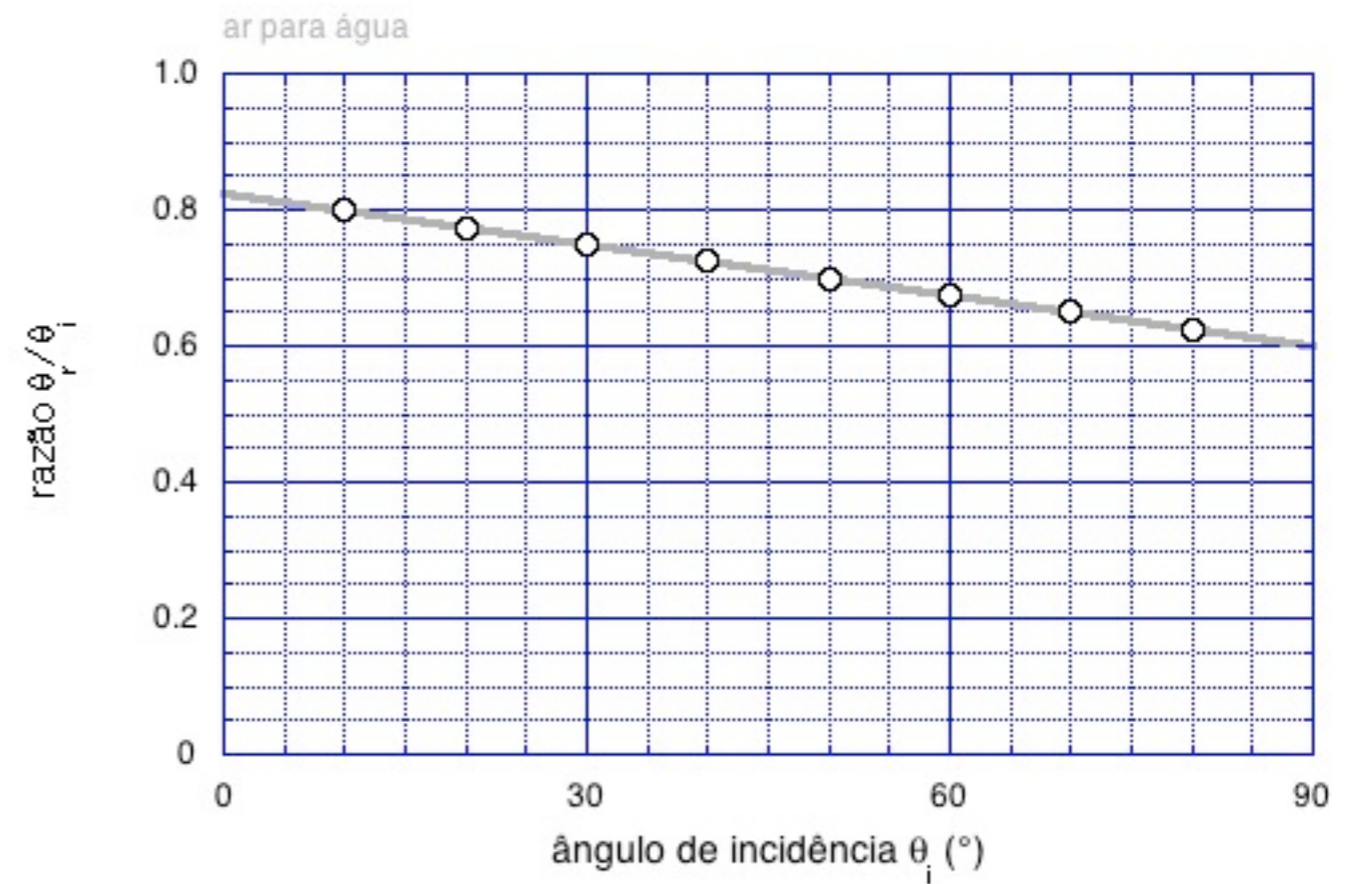
$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$

$$a \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$



# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$

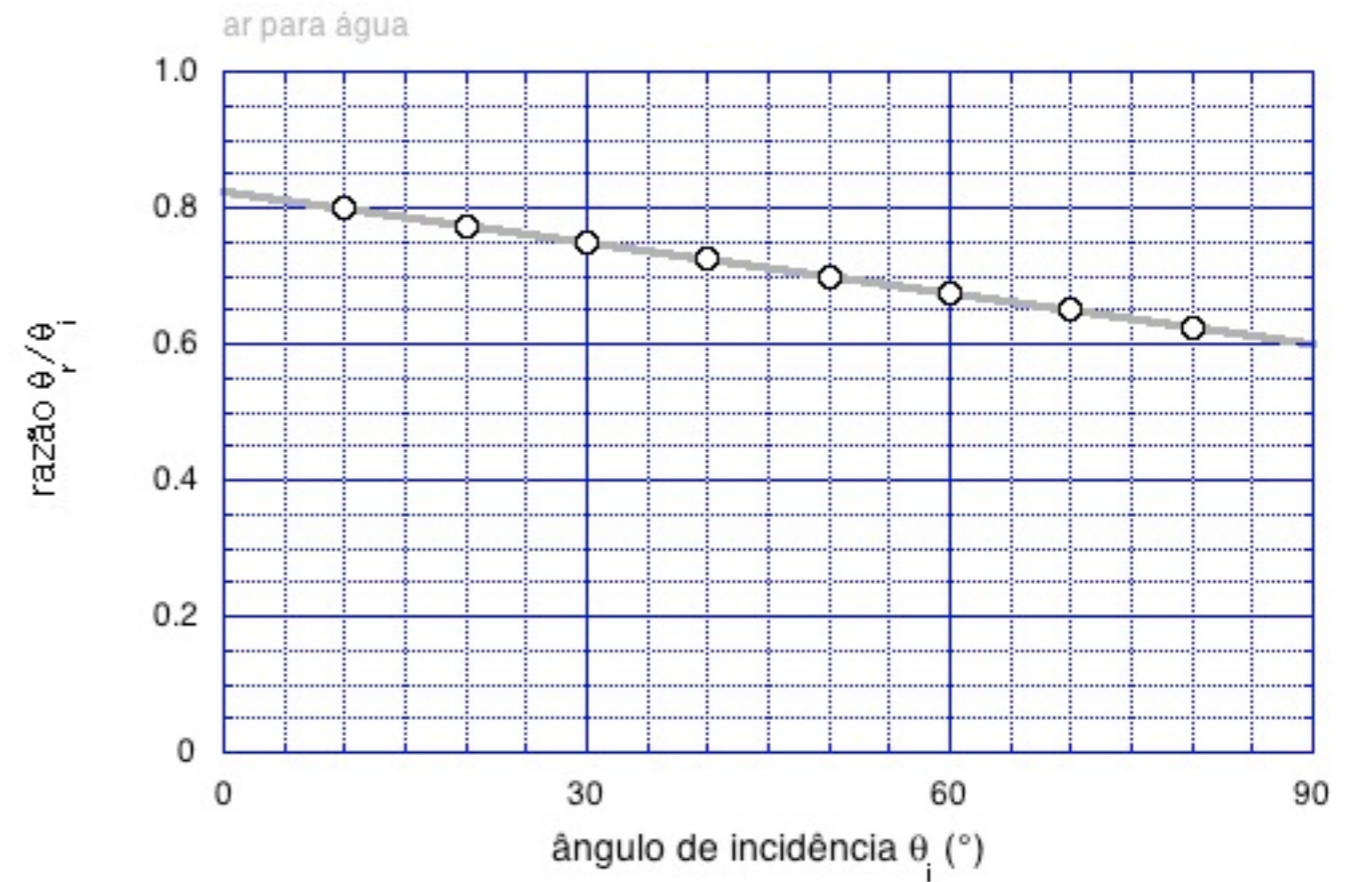
$$a \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{900} \approx \frac{1}{400}$$



# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$

$$a \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

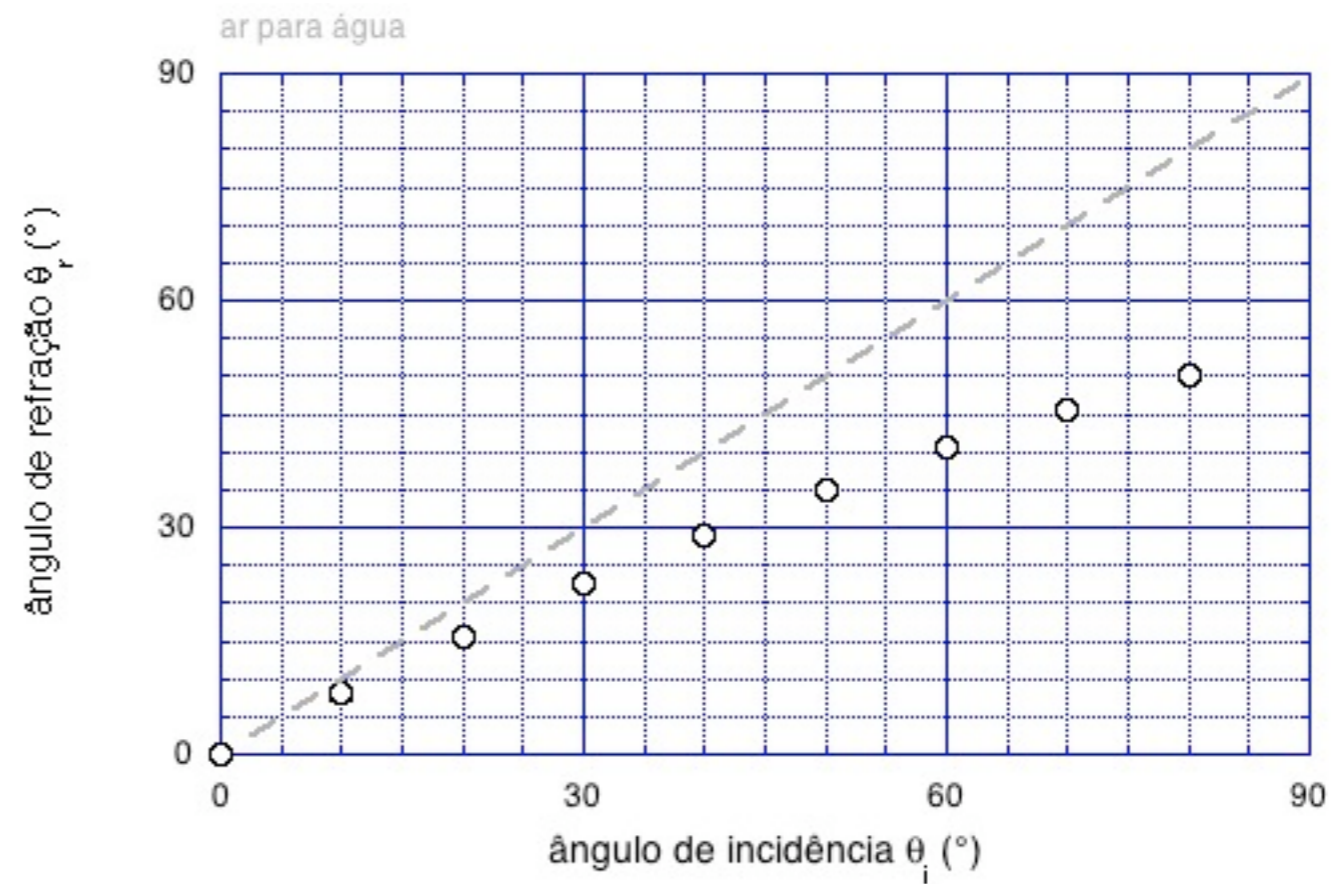
$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{900} \approx \frac{1}{400}$$

$$\theta_r = a \theta_i - b \theta_i^2$$



# Refração ar-água

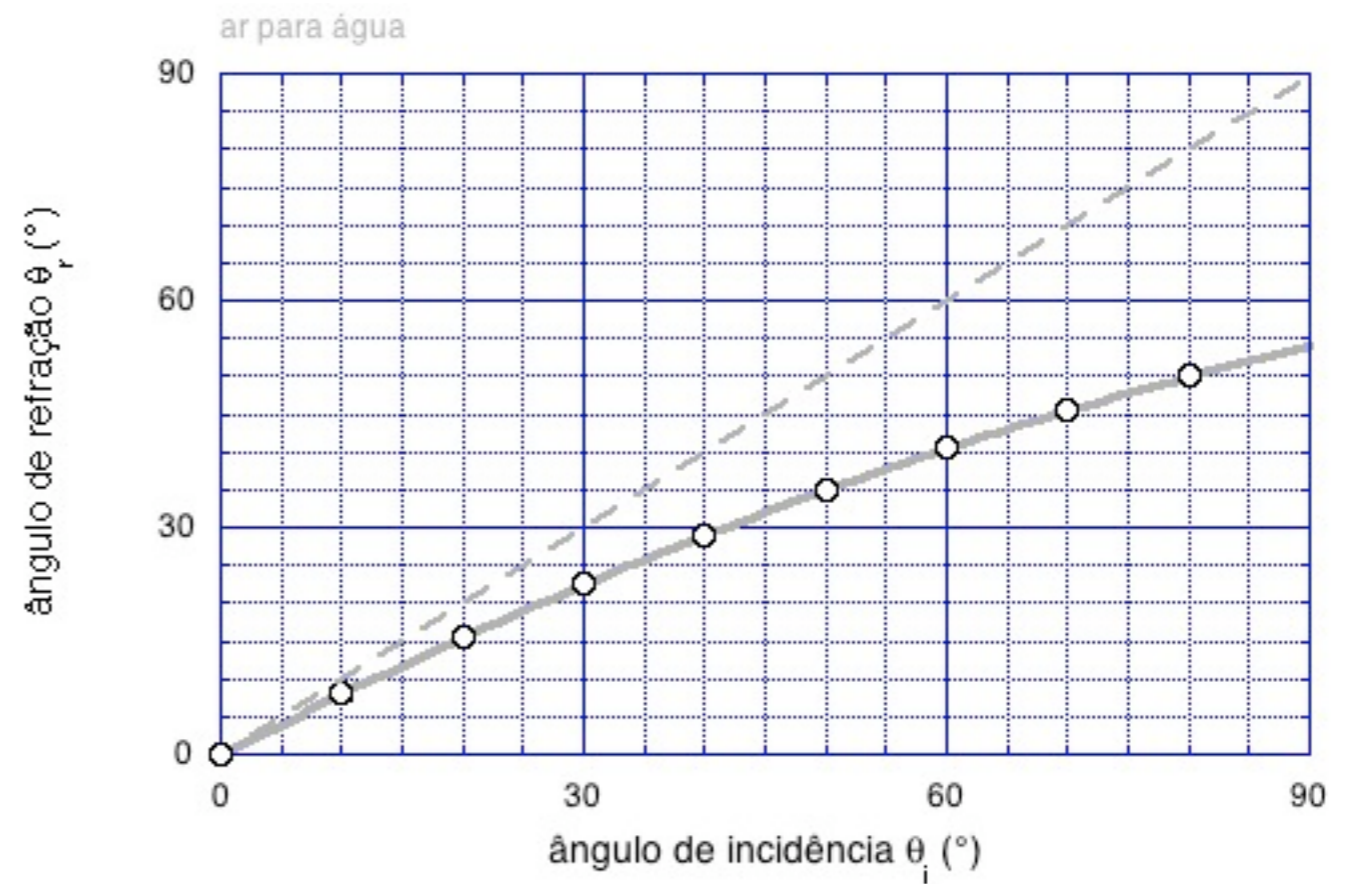
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\theta_r = a \theta_i - b \theta_i^2$$

# Refração ar-água

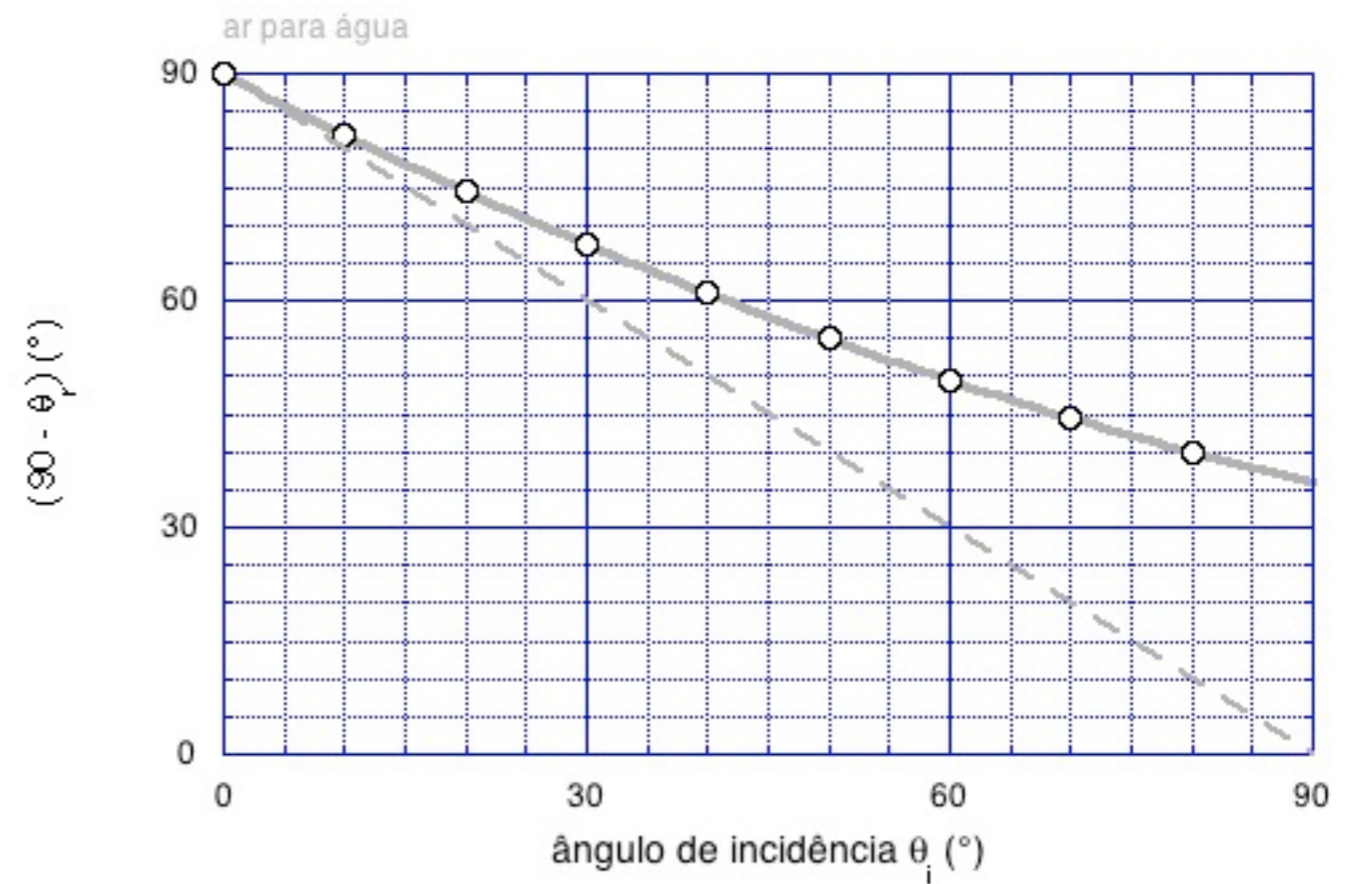
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\theta_r = a \theta_i - b \theta_i^2$$

# Refração ar-água

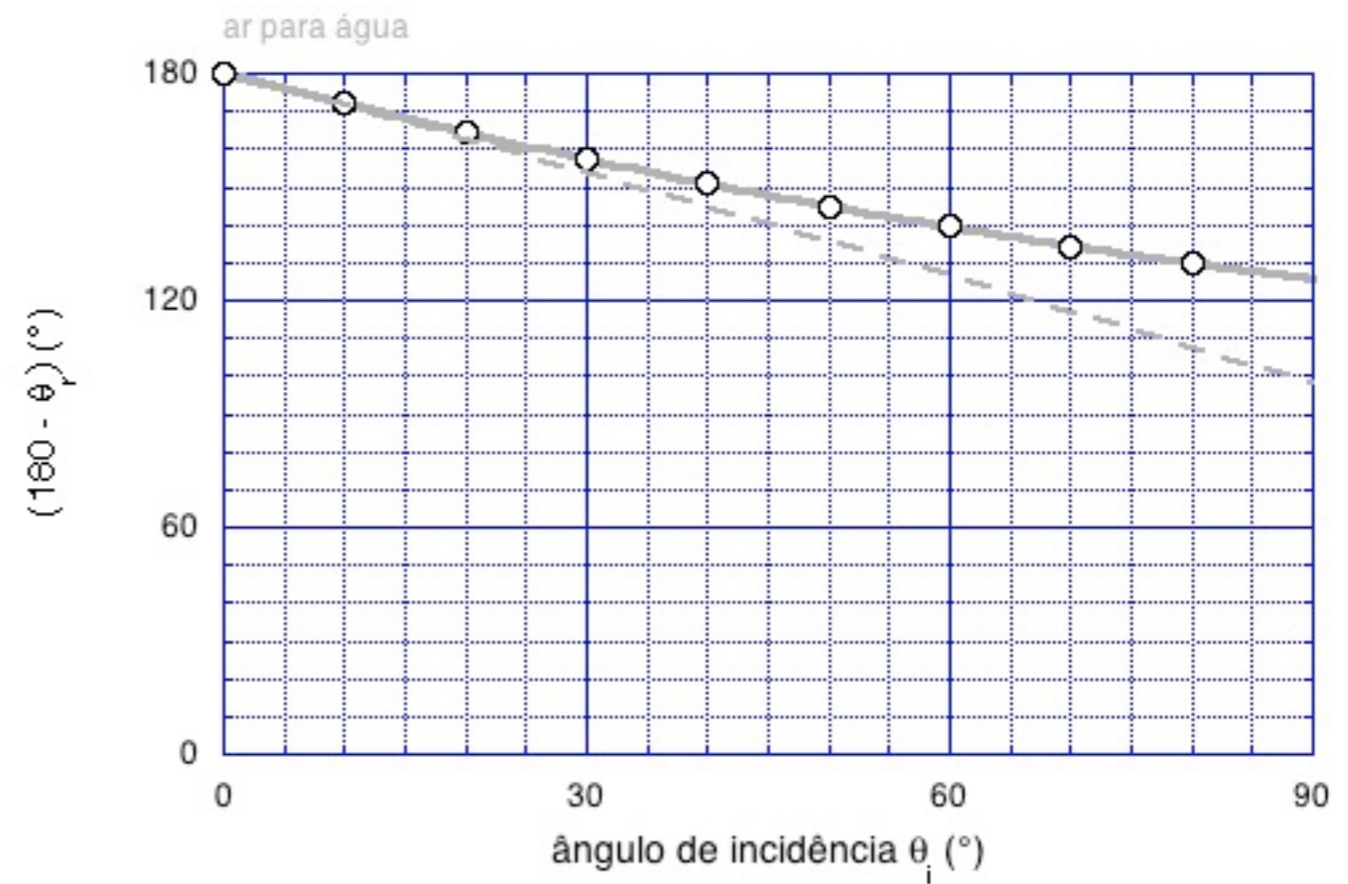
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0





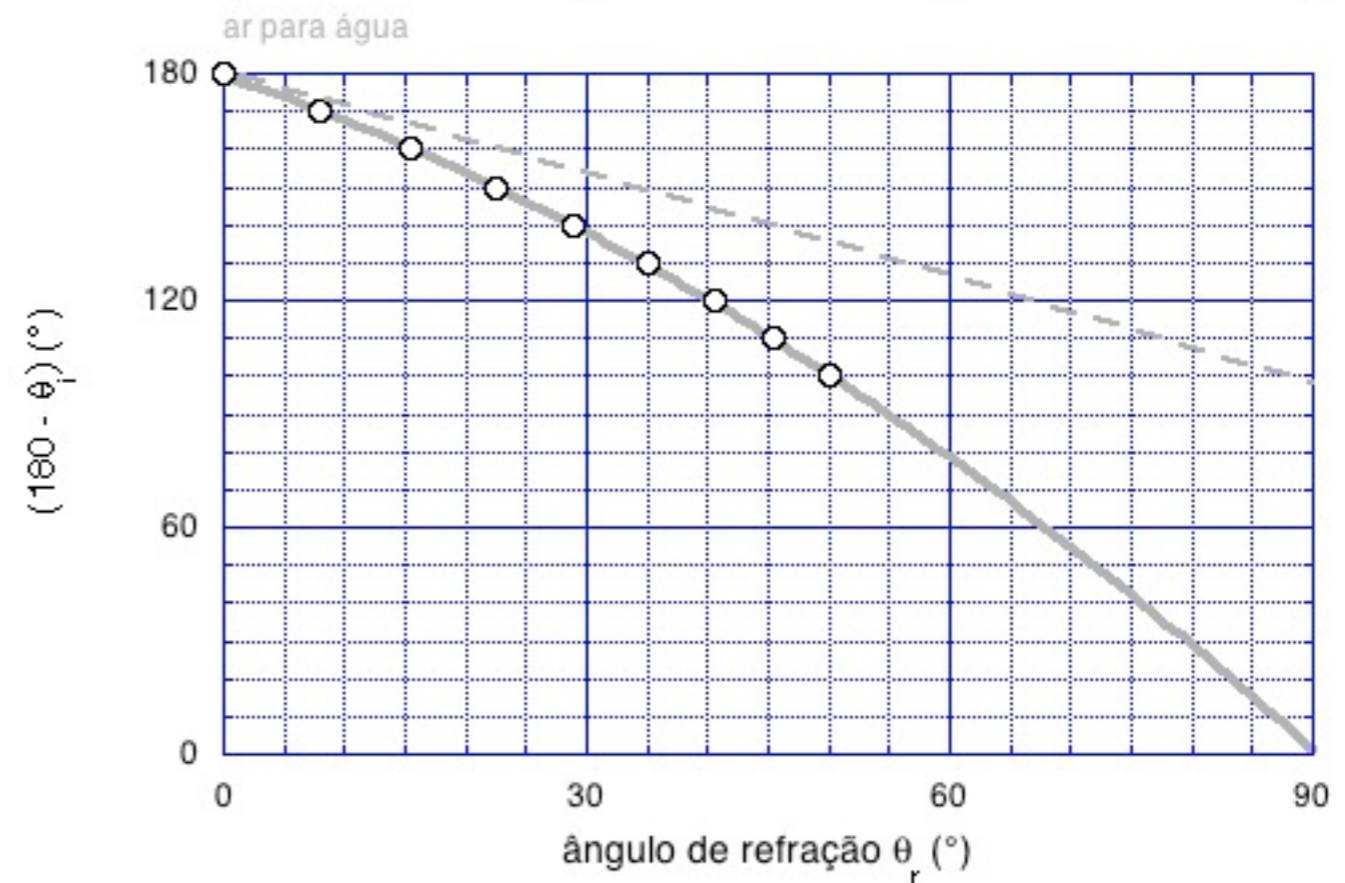
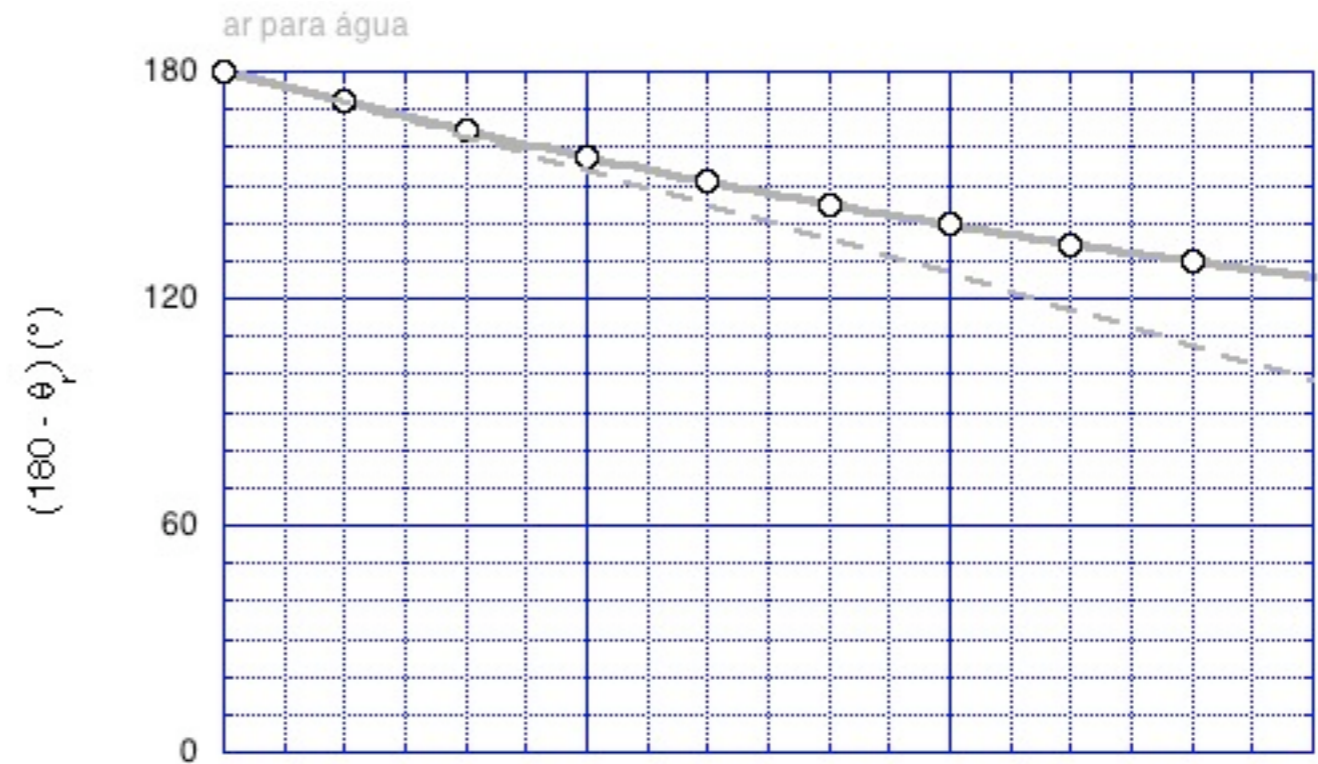
# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



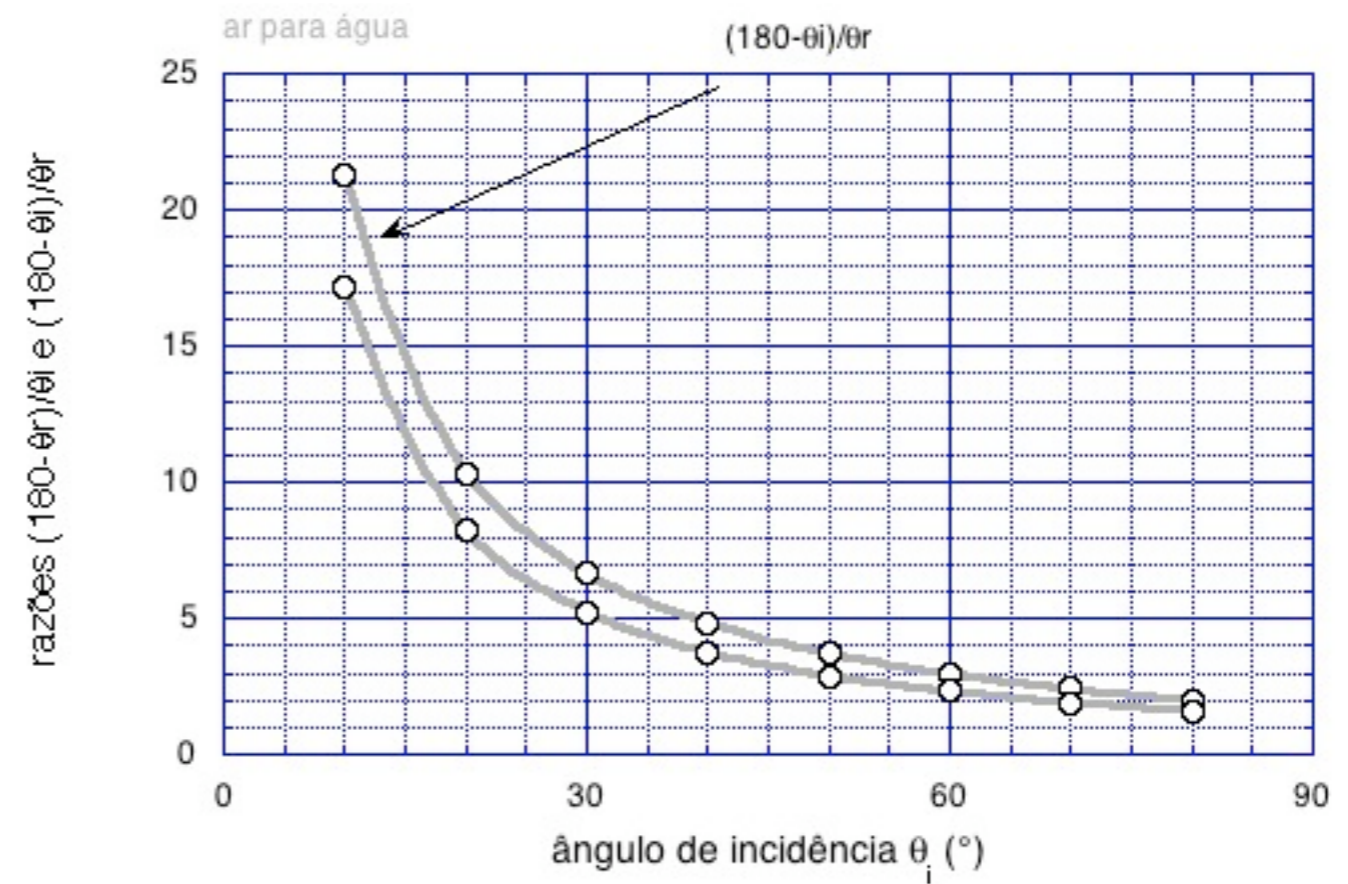
# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



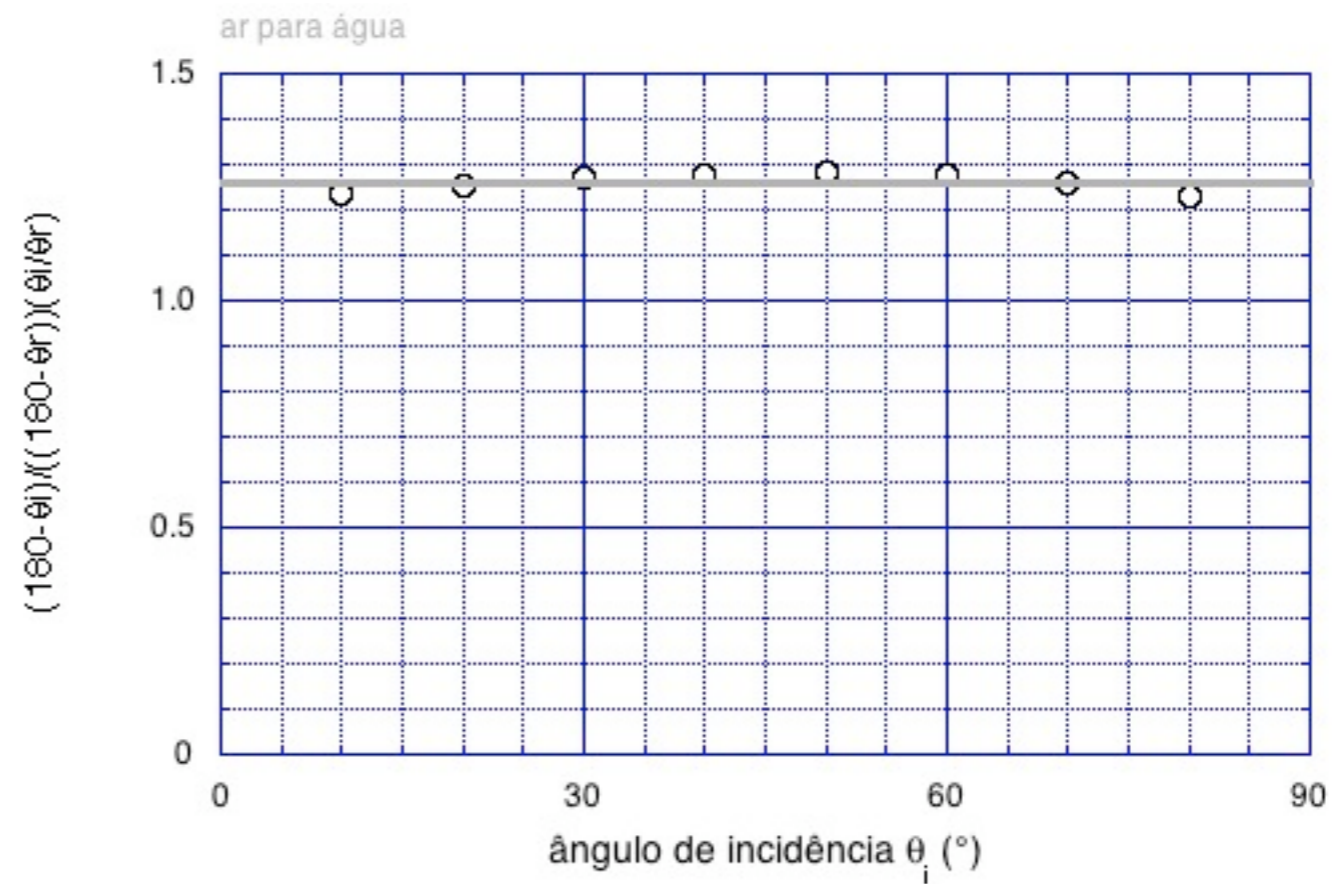
# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



# Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\frac{\theta_i(180 - \theta_r)}{\theta_r(180 - \theta_i)} \approx n$$

$$\theta_i(180 - \theta_i) \approx n \theta_r(180 - \theta_r)$$

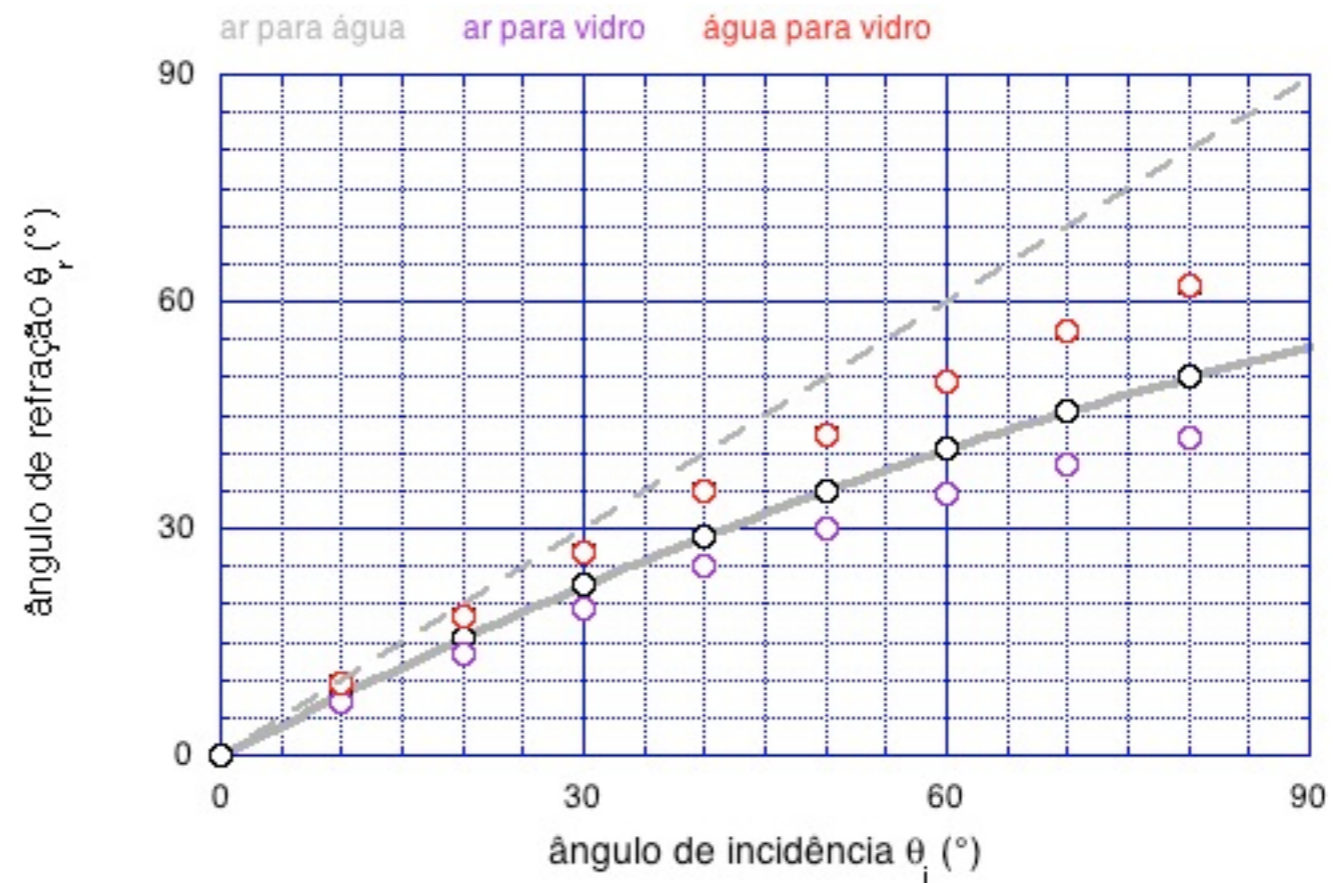


# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro

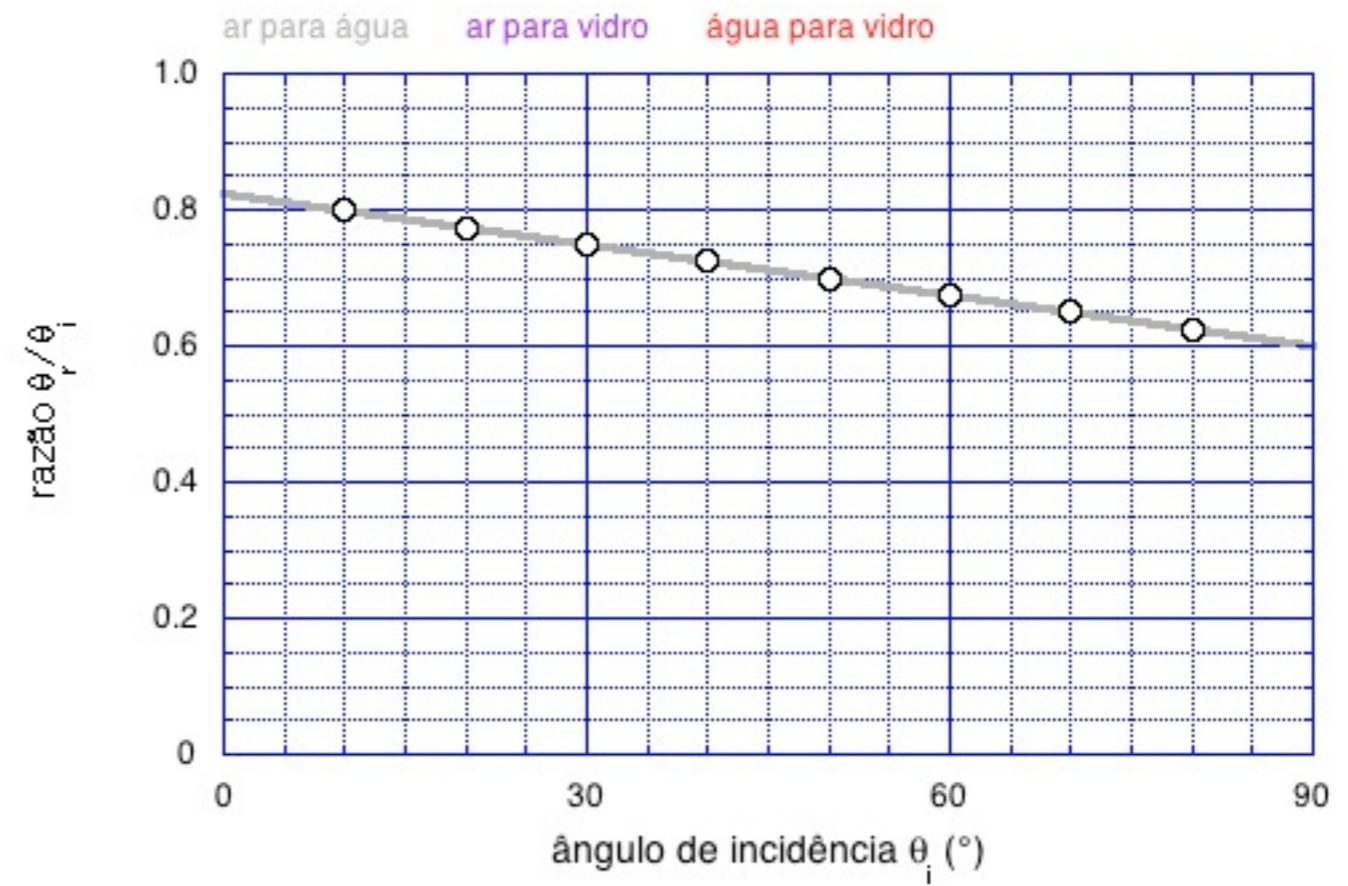
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0

incidência	refração
10	7.0
20	13.5
30	19.5
40	25.0
50	30.0
60	34.5
70	38.5
80	42.0

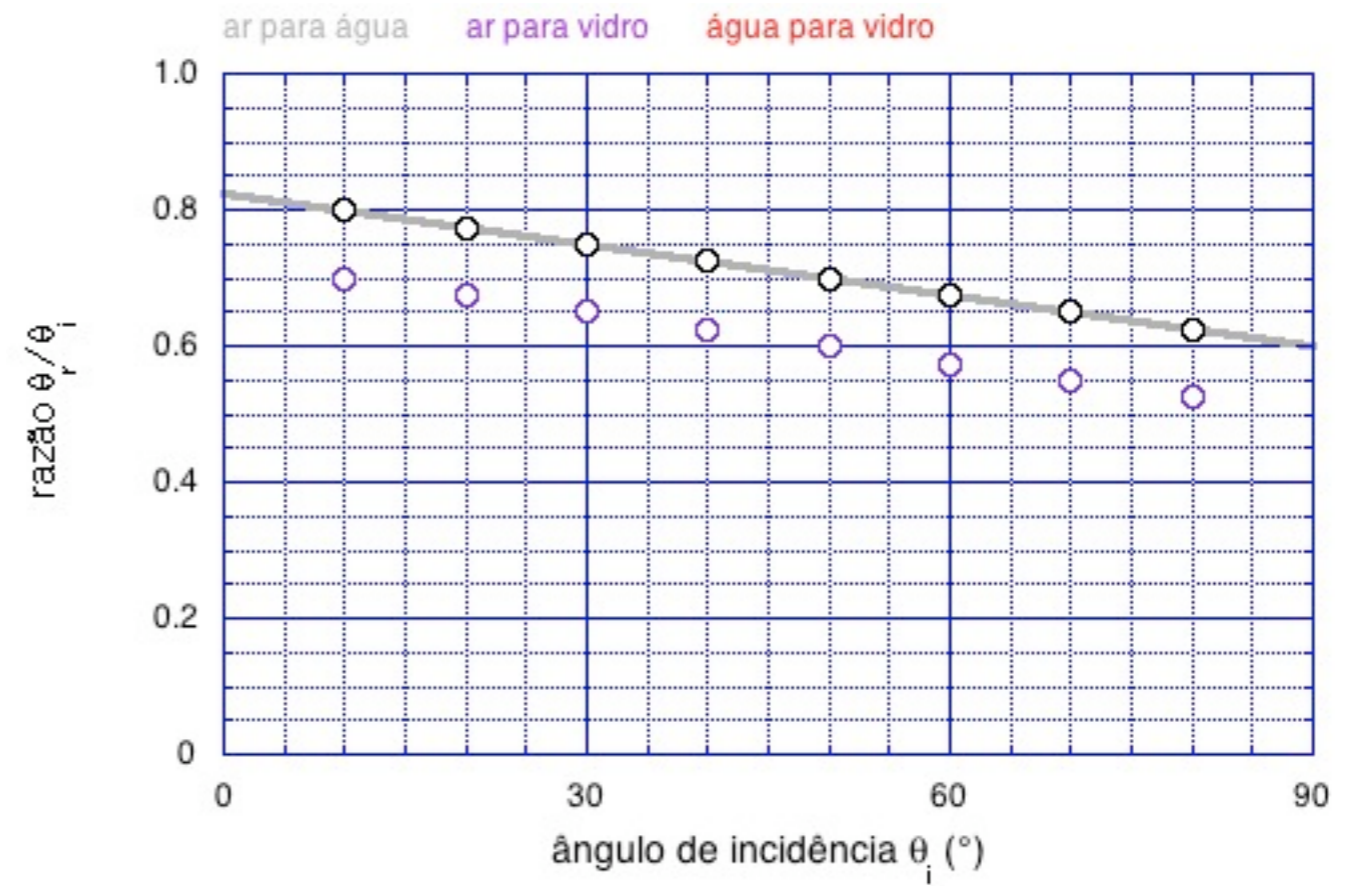
incidência	refração
10	9.5
20	18.5
30	27.0
40	35.0
50	42.5
60	49.5
70	56.0
80	62.0



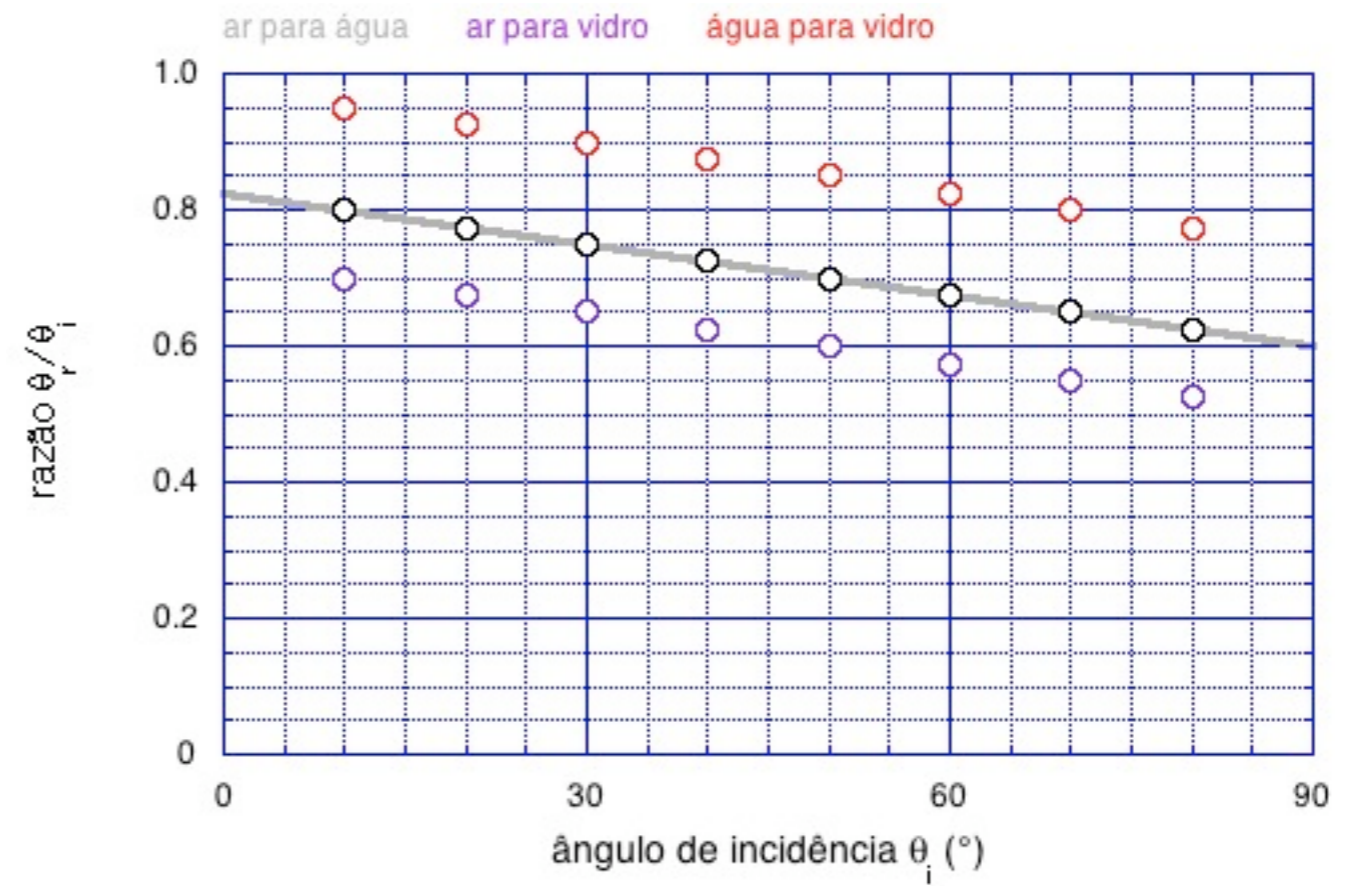
# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro

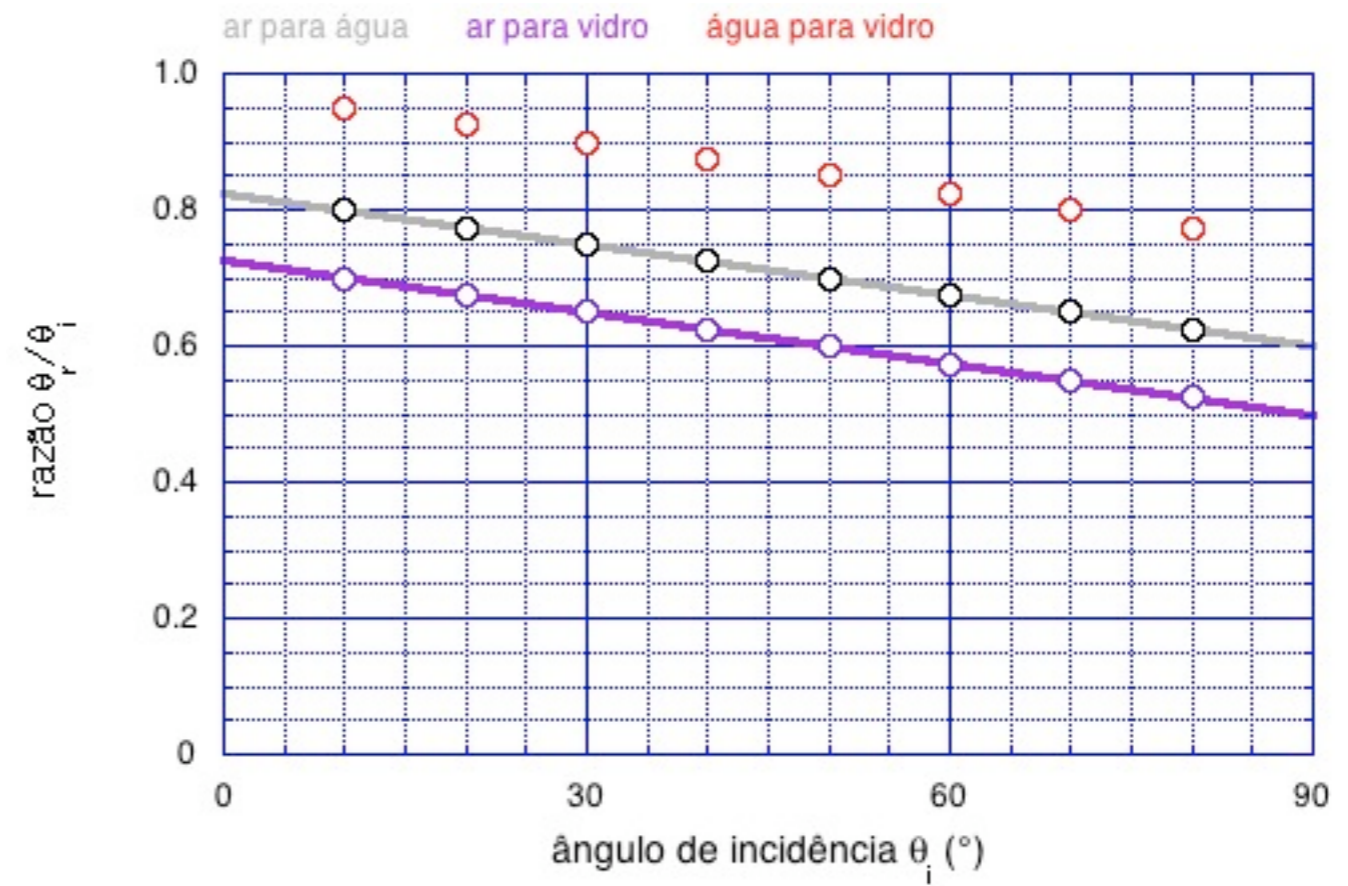


# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro

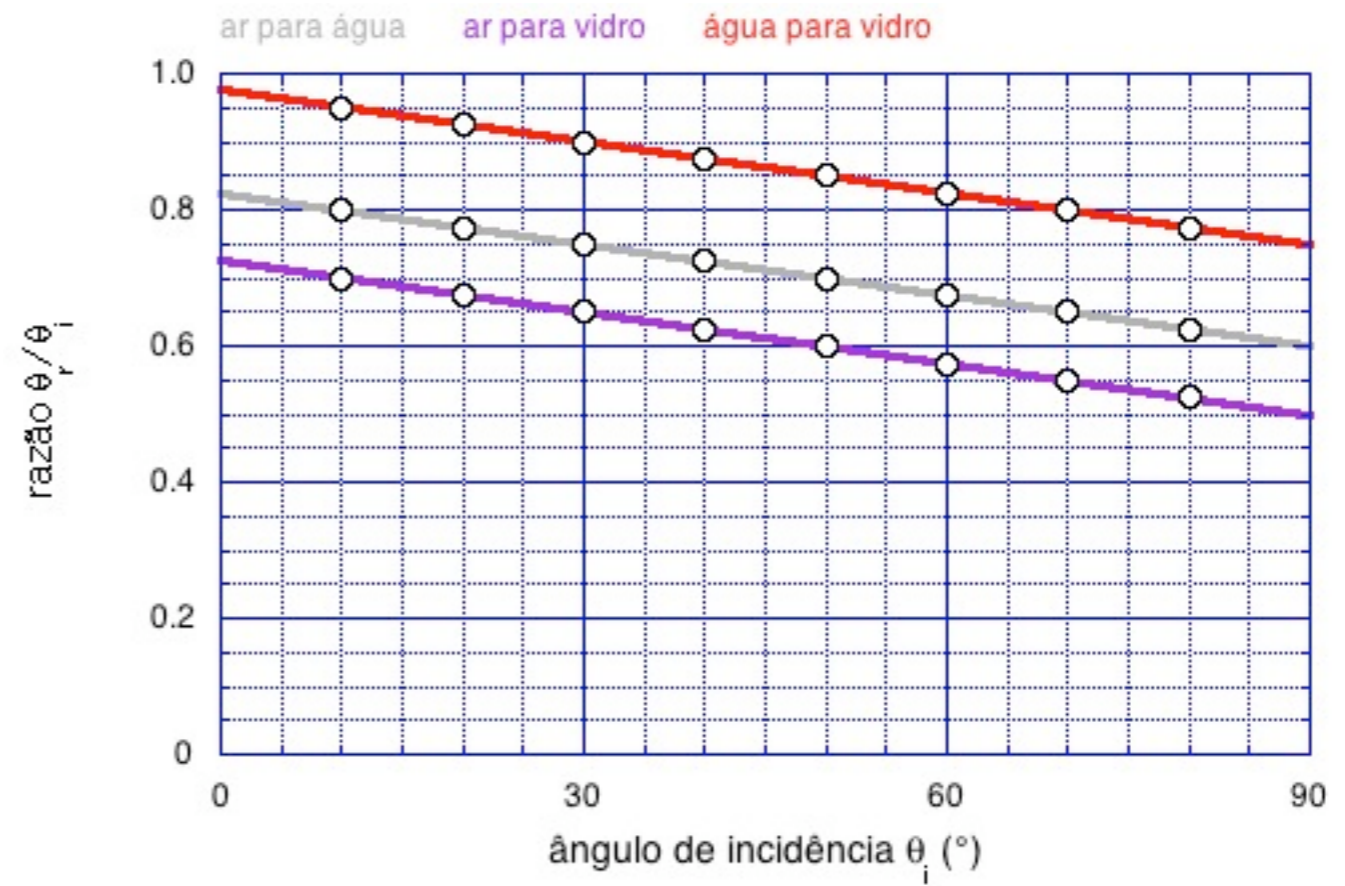




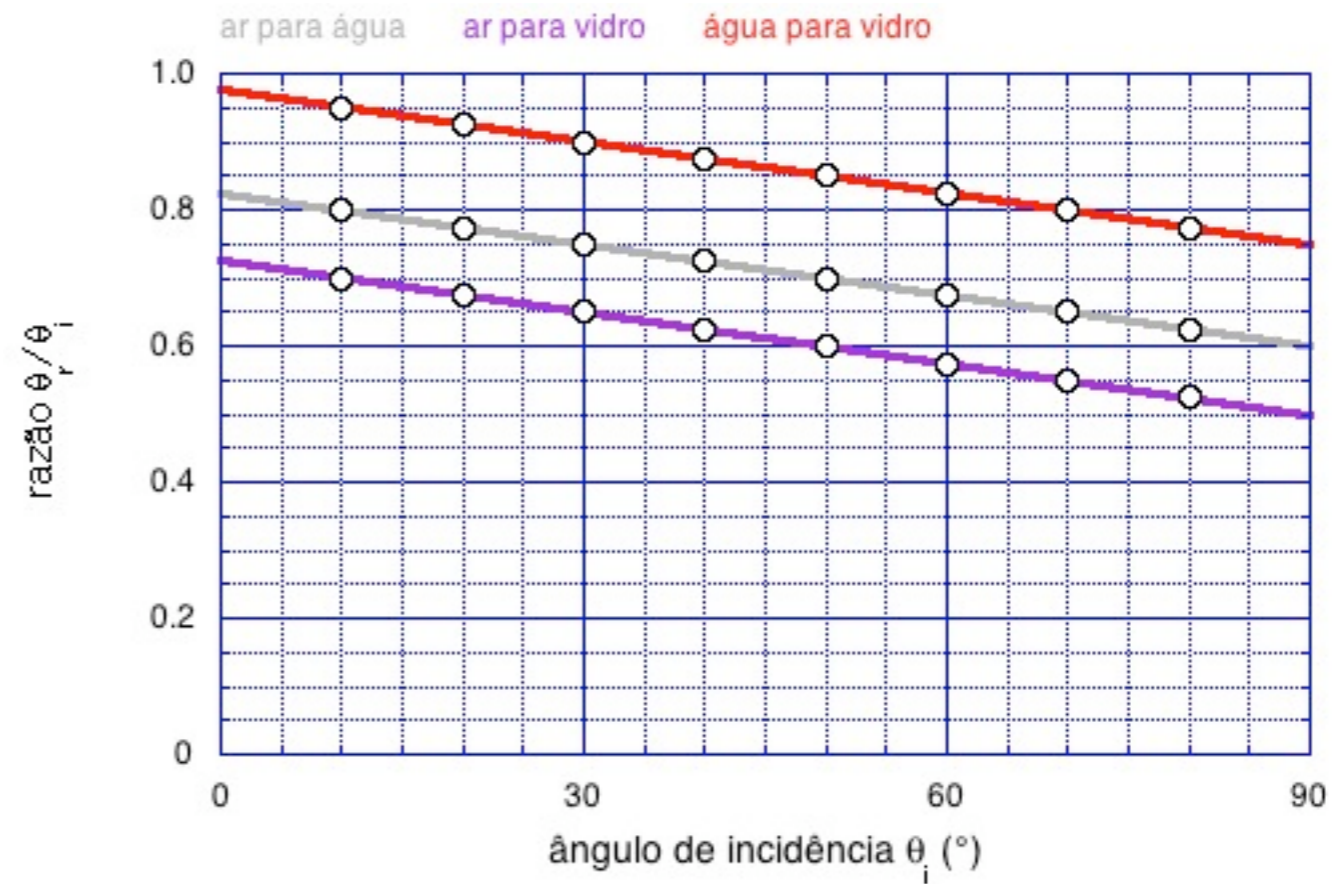
# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a_{xy} - b \theta_i$$

$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$a_{\text{água-vidro}} \approx 0,98 = \frac{39}{40}$$

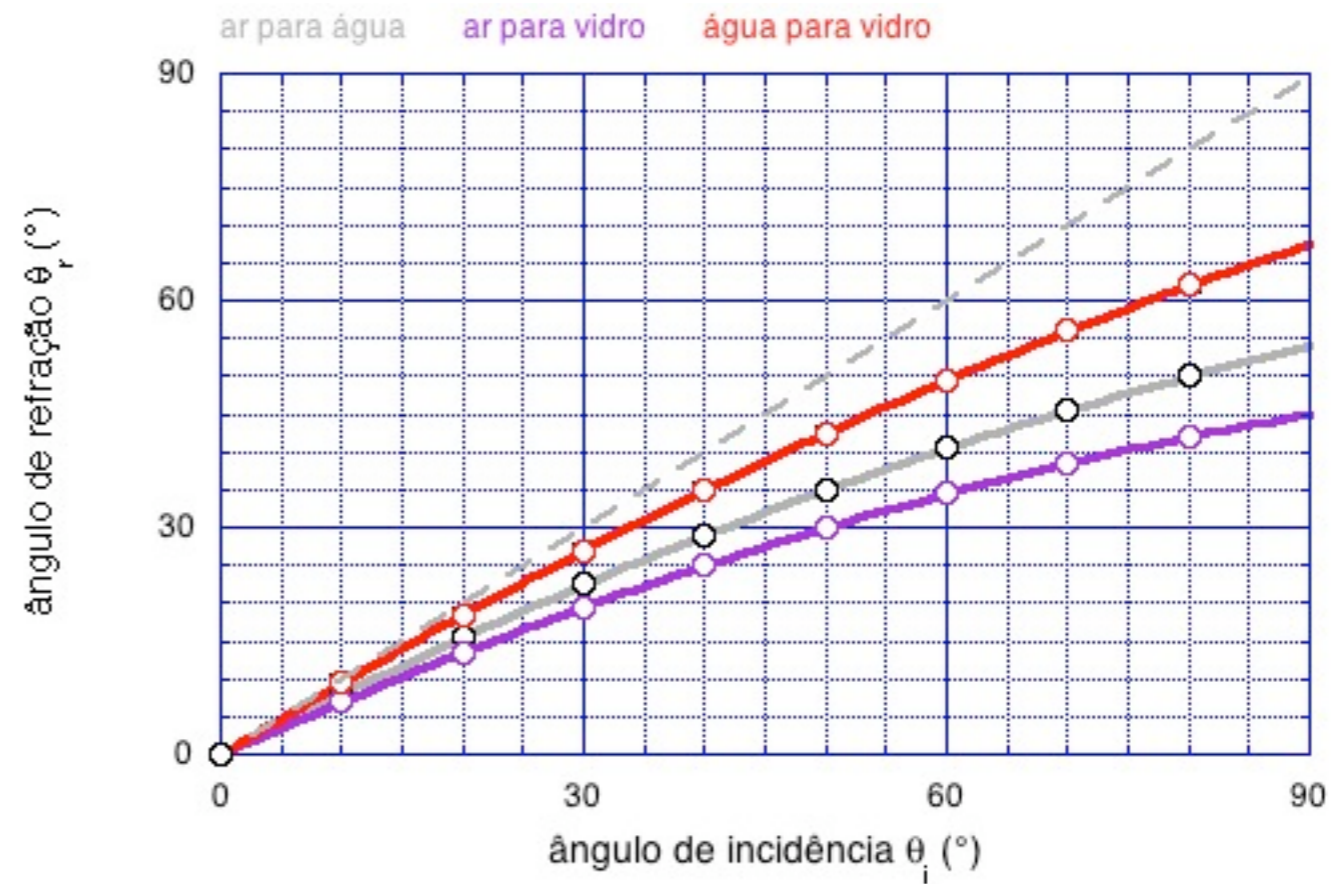
$$a_{\text{ar-água}} \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

$$a_{\text{ar-vidro}} \approx 0,72 = \frac{29}{40}$$

$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{9000}$$



# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$a_{\text{água-vidro}} \approx 0,98 = \frac{39}{40}$$

$$a_{\text{ar-água}} \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

$$a_{\text{ar-vidro}} \approx 0,72 = \frac{29}{40}$$

$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{9000}$$



# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\frac{\theta_i (180 - \theta_i)}{\theta_r (180 - \theta_r)} \approx n_{xy} \quad \theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$

$$n_{\text{água-vidro}} \approx 1,10$$

$$n_{\text{ar-água}} \approx 1,25$$

$$n_{\text{ar-vidro}} \approx 1,40$$



# Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\frac{\theta_i (180 - \theta_i)}{\theta_r (180 - \theta_r)} \approx n_{xy} \qquad \theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$

$$n_{\text{água-vidro}} \approx 1,10$$

$$n_{\text{água-vidro}} = 1,10$$

$$n_{\text{ar-água}} \approx 1,25$$

$$n_{\text{ar-água}} = 1,33$$

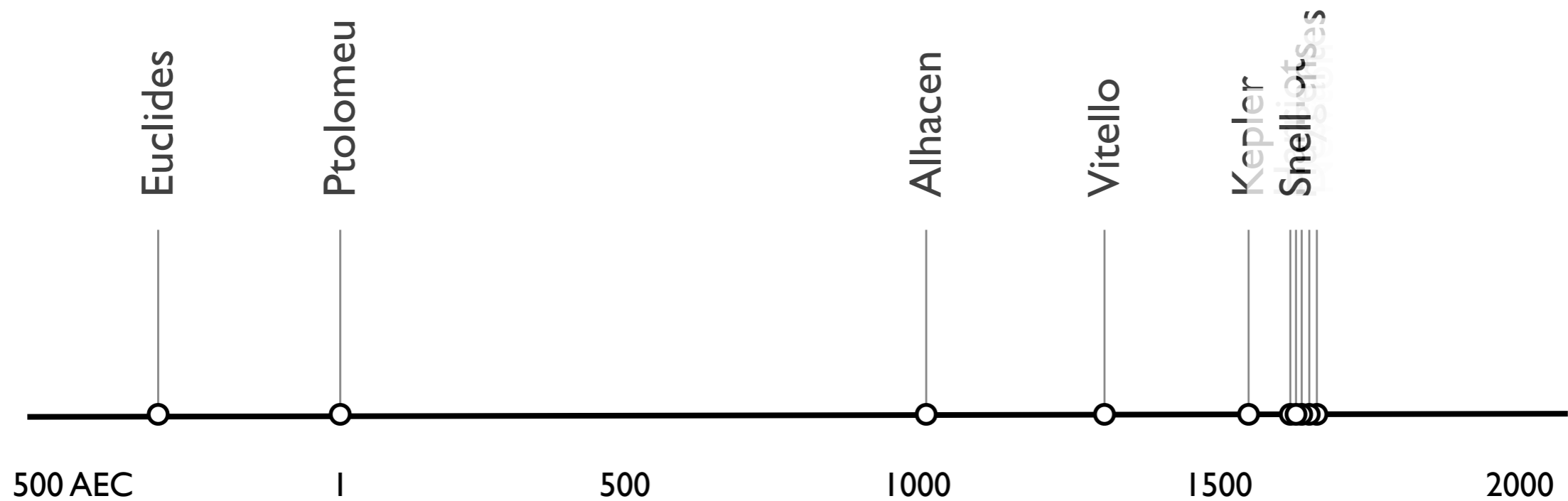
$$n_{\text{ar-vidro}} \approx 1,40$$

$$n_{\text{ar-vidro}} = 1,50$$



# Ptolomeu e Snell

- A lei dos ângulos
- A “lei dos senos”



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

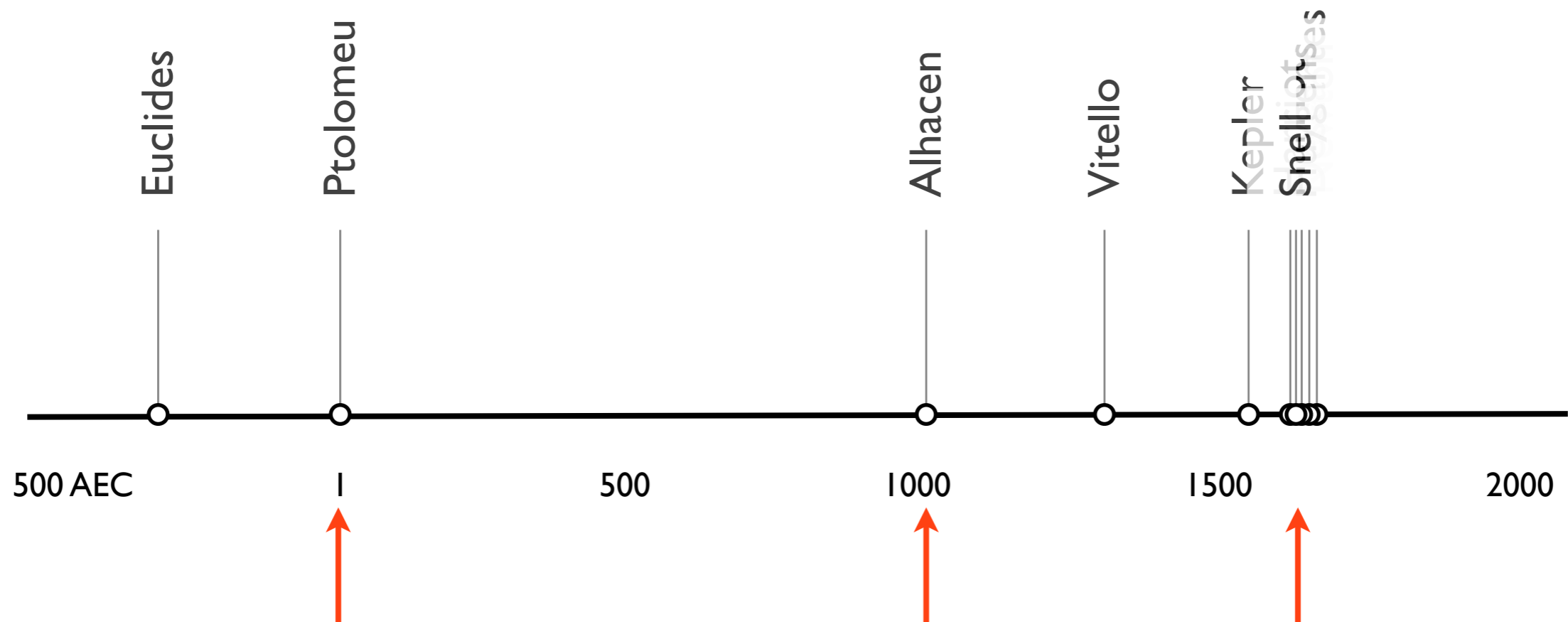
$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$



# Alhacen

- A decomposição do raio luminoso
- A velocidade finita da luz



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

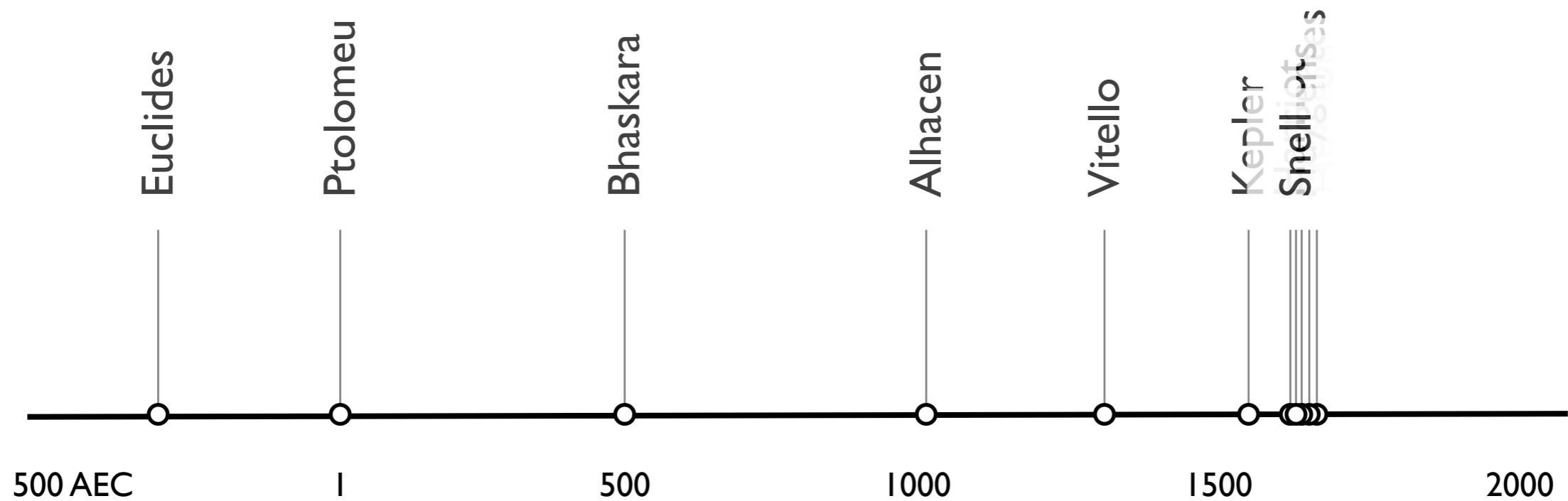
$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$





# Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$



# Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

—  $f(\theta) = \frac{4}{32400} \theta(180 - \theta)$

—  $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$



# Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

—  $f(\theta) = \frac{4}{32400} \theta(180 - \theta)$

—  $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$

मह्यादि रहितं कर्म वक्ष्यते तत्समासतः ।

चक्रार्धाशिक समूहाद्विशोष्या ये भुजांशका ॥ १७ ॥

तत्क्षेप गुणिता द्विष्टाः शोष्याः खाभ्रेषुखाब्धितः ।

चतुर्थांशेन शेषस्य द्विष्टमन्त्य फलं हतम् ॥ १८ ॥

बाहु कोट्योः फलं कृत्सनं क्रमोत्क्रम गुणस्य वा ।

लभ्यते चन्द्रतीक्ष्णांश्वोस्ताराणां वापि तत्त्वतः ॥ १९ ॥



# Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

—  $f(\theta) = \frac{4}{32400}\theta(180 - \theta)$

—  $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$

—  $\text{sen}(\theta) \approx \frac{4\theta(180 - \theta)}{40500 - \theta(180 - \theta)}$



# Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

—  $f(\theta) = \frac{4}{32400}\theta(180 - \theta)$

—  $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$

—  $\text{sen}(\theta) \approx \frac{4\theta(180 - \theta)}{40500 - \theta(180 - \theta)}$



# Conclusões

- Apresentamos as observações quantitativas de Ptolomeu sobre a refração da luz.
- Mostramos que o trabalho de Ptolomeu em nada difere do trabalho sobre refração luminosa em qualquer laboratório didático contemporâneo.
- Futuros trabalhos:
  - A lei de refração de Kepler.
  - A lei de refração de Newton.

