

Tópicos de Física Clássica I – Aula 1

a c tort

Introdução

Há várias formulações alternativas à formulação vetorial newtoniana da mecânica clássica, duas delas são a formulação lagrangiana que conduz às equações escalares de Euler-Lagrange e a formulação hamiltoniana que conduz às equações de Hamilton.

Duas das vantagens da formulação lagrangiana são:

- (a) admitir que as equações fundamentais da dinâmica (a ação clássica e as equações de Euler-Lagrange) possam ser escritas com quaisquer conjunto de coordenadas que julgarmos conveniente;
- (b) levar em conta certa classe de vínculos impostos ao sistema em estudo de modo simples;

A desvantagem é não levar em conta forças que não podem ser obtidas a partir de uma função energia potencial, certos tipos de forças dissipativas, como por exemplo, o atrito de deslizamento ou certos tipos de vínculos que impedem a generalização da abordagem analítica.

A formulação lagrangiana da mecânica é mais do que um método de resolver problemas de mecânica clássica. Ela decorre de um princípio unificador – o **princípio da ação mínima** – que permite formular além da mecânica clássica e da ótica, o eletromagnetismo, a mecânica quântica, a teoria de campo clássica e quântica, as relatividades restrita e geral na linguagem dos princípios variacionais e da mecânica lagrangiana. Começemos, porém, com um breve apanhado sobre as leis de Newton.

Mecânica newtoniana

As leis newtonianas do movimento

As leis de Newton para o movimento combinam definições, observações, conceitos parcialmente intuitivos e algumas suposições consideradas como válidas a respeito da natureza do espaço e do tempo. Tempo e espaço são absolutos e não dependem da existência da matéria, a geometria do espaço é euclidiana; o movimento em relação ao espaço absoluto pode ser detectado pela rotação – ver o balde de Newton no final. Ei-las:

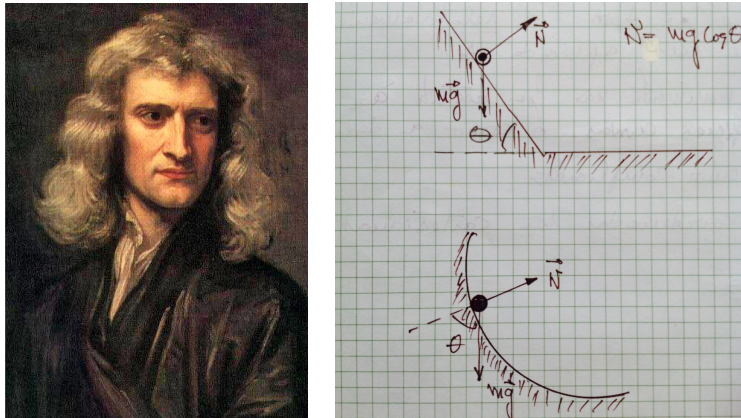


Figura 1: Isaac Newton (1643–1727). Na mecânica newtoniana, vínculos são associados com forças. Para resolver um problema no quadro newtoniano é necessário saber **todas as forças** que atuam sobre o sistema, incluindo as forças de vínculo. Se não houver informação suficiente o problema fica indeterminado.

1. Primeira Lei

Todo corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme a menos que uma força resultante atue sobre ele.

2. Segunda Lei

Sob a ação de uma força resultante \mathbf{F} , um corpo move-se de forma tal que

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt},$$

onde $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ é o momento linear ou quantidade de movimento do corpo e m , a sua massa inercial.

3. Terceira Lei (actio et reactio)

Se dois corpos exercem forças um sobre o outro, essas forças têm a mesma magnitude, mesma direção, porém sentidos opostos.

Validade das leis: forças inerciais

As leis de Newton são originalmente enunciadas para referenciais não-acelerados, isto é, para referenciais que se movem com velocidade constante em relação uns aos outros. Em referenciais acelerados, as leis devem ser modificadas de modo a incluir as forças inerciais. As força inerciais (ou pseudo-forças, forças fictícias ou

ainda forças geométricas) são sempre proporcionais à massa inercial do corpo e não obedecem à terceira lei de Newton. Em um **referencial não-inercial**, o observador deve levar em conta:

(a) A força de Coriolis:

$$\mathbf{F}_{\text{Coriolis}} = -2m \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}};$$

onde $\boldsymbol{\Omega}$ é a velocidade angular instantânea em relação ao referencial inercial;

(b) a força centrífuga:

$$\mathbf{F}_{\text{Centrifuga}} = -m \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r});$$

(c) a força de Euler (o ponto indica derivada em relação ao tempo: $\dot{\boldsymbol{\Omega}} \equiv d\boldsymbol{\Omega}/dt$):

$$\mathbf{F}_{\text{Euler}} = -m \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r};$$

(d) e a força (conservativa) obtida a partir da energia potencial U

$$\mathbf{F}_{\text{conserv.}} = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} = -\nabla U.$$

Deve levar em conta também se for o caso, forças dissipativas e de vínculo. Se além de girar, a origem do referencial girante estiver acelerada em relação ao laboratório, o observador deve levar em conta também a força de Einstein: $\mathbf{F}_{\text{Einstein}} = -m\mathbf{A}$, onde \mathbf{A} é a aceleração da origem do referencial girante (considerado como um corpo rígido). Pense na Terra que gira em torno de um eixo, (movimento de rotação) e descreve uma curva fechada em torno do Sol (movimento de translação). A segunda lei de Newton modificada no referencial não-inercial se escreve:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_{\text{Coriolis}} + \mathbf{F}_{\text{Centrifuga}} + \mathbf{F}_{\text{Euler}} + \mathbf{F}_{\text{Einstein}} + \mathbf{F}_{\text{conserv.}} + \mathbf{F}_{\text{não-conserv.}} + \mathbf{F}_{\text{vínculo}}.$$

É muitas vezes vantajoso estudar um problema de mecânica no referencial não-inercial.

Referências

- [1] J. B. Marion & S. T. Thornton *Classical Dynamics of Particles and Systems* 5th edition. (Thomson Brooks/Cole; Belmont) 2004. Edição brasileira *Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas*. Tradução da 5ª edição. (Cengage Learning; São Paulo) 2012.
- [2] J. R. Taylor *Mecânica Clássica* (Bookman; Porto Alegre) 2013.

Newton e o espaço absoluto: o balde de Newton

“If a vessel, hung by a long cord, is so often turned about that the cord is strongly twisted, then filled with water, and held at rest together with the water; after, by the sudden action of another force, it is whirled about in the contrary way, and while the cord is untwisting itself, the vessel continues for some time this motion; the surface of the water will at first be plain, as before the vessel began to move; but the vessel by gradually communicating its motion to the water, will make it begin sensibly to revolve, and recede by little and little, and ascend to the sides of the vessel, forming itself into a concave figure... This ascent of the water shows its endeavour to recede from the axis of its motion; and the true and absolute circular motion of the water, which is here directly contrary to the relative, discovers itself, and may be measured by this endeavour. ... And therefore, this endeavour does not depend upon any translation of the water in respect to ambient bodies, nor can true circular motion be defined by such translation. ...; but relative motions...are altogether destitute of any real effect. ...It is indeed a matter of great difficulty to discover, and effectually to distinguish, the true motions of particular bodies from the apparent; because the parts of that immovable space in which these motions are performed, do by no means come under the observations of our senses.” – Isaac Newton; Principia, Book 1: Scholium

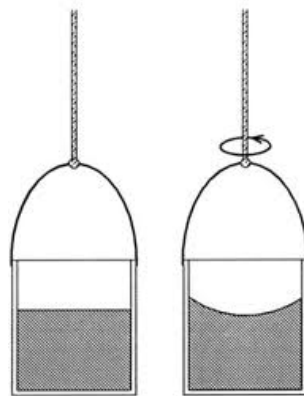


Figura 2: O balde de Newton.