

# Métodos Matemáticos

## Dinâmica no plano complexo: EDO, Partícula carregada em campo magnético uniforme

A C Tort<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física Teórica  
Instituto Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro

27 de agosto de 2012

## Motivação física: as auroras



Figura: Aurora Austral.



Figura: Aurora Boreal sobre a cidade de Calgary.

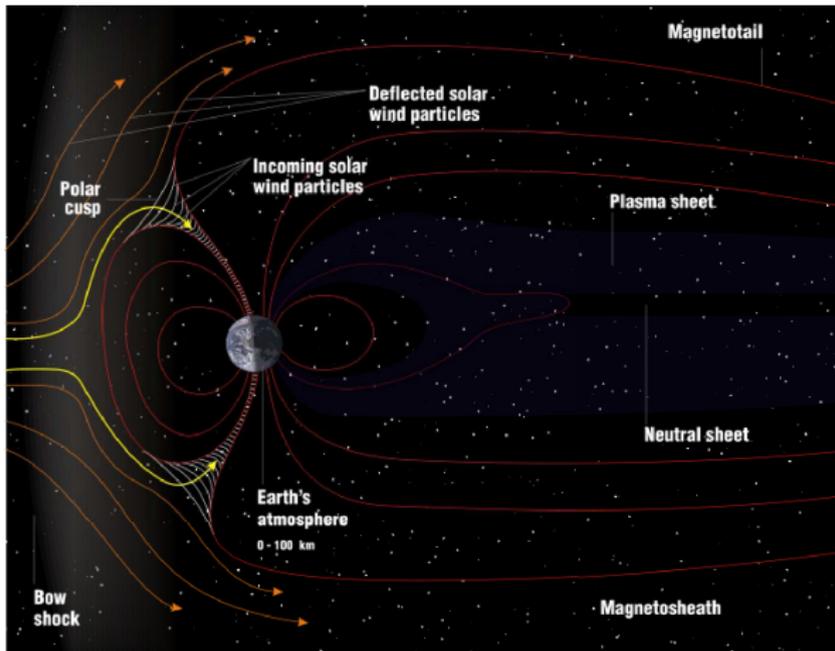


Figura: Magnetoesfera.

## O problema

Considere uma partícula carregada de carga  $q$  e massa  $m$  injetada em uma região do espaço onde um campo magnético  $\vec{B}$  uniforme no espaço e constante no tempo permeia toda a região. O problema será o de determinar a órbita da partícula nessas condições.

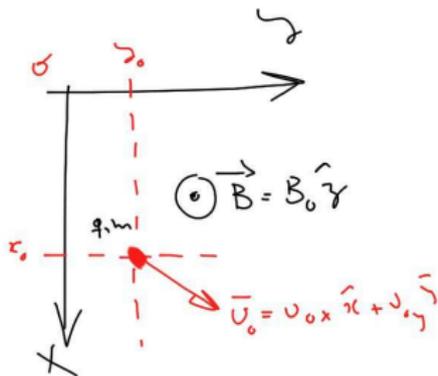


Figura: As condições iniciais são:  $(x_0, y_0,)$  e  $(v_{0x}, v_{0y})$ .

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = qB_0 v_y \hat{x} - qB_0 v_x \hat{y}.$$

Aplicando a segunda lei de Newton:

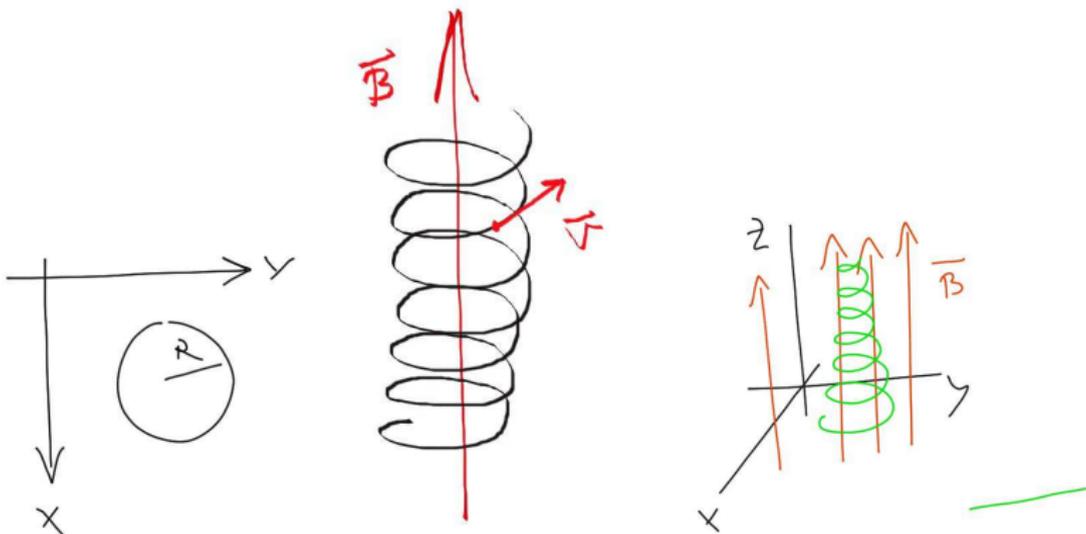
$$\ddot{x} + i\ddot{y} = -\omega i(\dot{x} + i\dot{y}),$$

ou ainda:

$$\ddot{z} = -\omega i \dot{z}.$$

A solução desta EDO, como veremos com detalhes nas notas de aula, leva à órbita ou trajetória da partícula:

$$\left[ x - \left( x_0 + \frac{v_{0y}}{\omega} \right) \right]^2 + \left[ y - \left( y_0 - \frac{v_{0x}}{\omega} \right) \right]^2 = \frac{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}{\omega^2} = \frac{v_0^2}{\omega^2}$$



**Figura:** A solução no plano  $XY$  é um MCU. Na ausência de radiação, se houver uma componente não-nula de velocidade em  $z$ , a órbita será uma combinação de um MCU com um MRU. Se levarmos em conta a perda por emissão de radiação, a órbita 'afunila'.