

Mecânica Quântica

Spin 1/2: o experimento de Stern-Gerlach

A C Tort¹

¹Departamento de Física Teórica
Instituto Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro

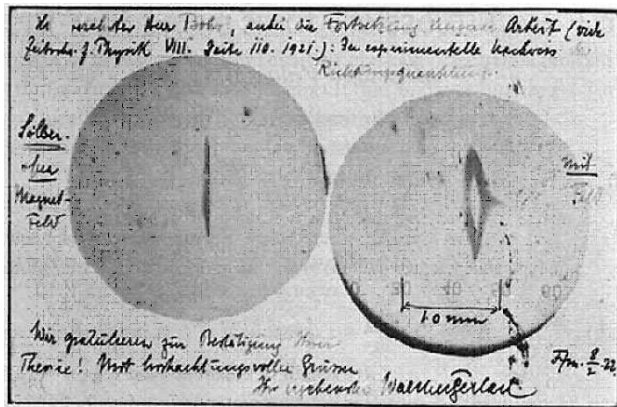
30 de Abril de 2012

O experimento de Stern-Gerlach 1922



Figura: Placa comemorativa.

Resultados experimentais em cartão postal



Gerlach's postcard, dated 8 February 1922, to Niels Bohr. It shows a photograph of the beam splitting, with the message, in translation: "Attached [is] the experimental proof of directional quantization. We congratulate [you] on the confirmation of your theory." (Physics Today December 2003)

Figura: Cartão postal enviado por Gerlach para Bohr em 8 fevereiro de 1922.

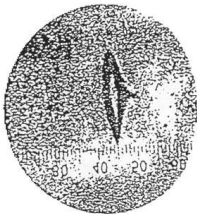
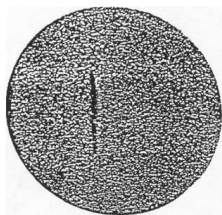


Figura: S-G com átomos de prata s/ campo e c/ campo.

Por que o resultado é revolucionário?

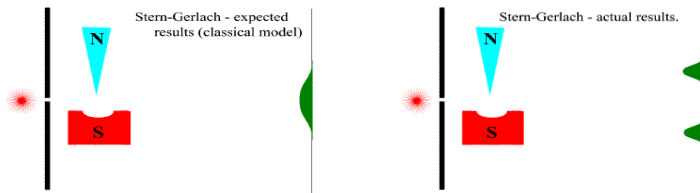


Figura: Resultado clássico esperado e resultado experimental.

Da necessidade do spin: efeito Zeeman normal e anômalo

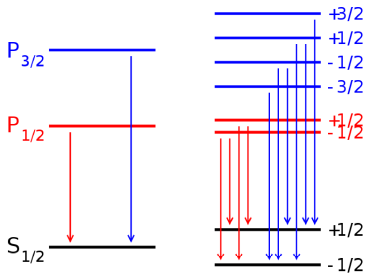


Figura: Raias de Lyman do H . À esquerda efeito Zeeman normal, à direita, efeito Zeeman anômalo.

Hoje sabemos que $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, e $J = L + 1/2, \dots, |L - 1/2|$ e $M_J = -J, \dots, +J$. No caso, $L = 0(S), 1(P)$.

Momento magnético clássico em campo externo

Corpúsculo c / momento de dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ imerso num campo indução magnética \mathbf{B} :

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{energia potencial})$$

$$\mathbf{F} = -\nabla U = \nabla (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) \quad (\text{força})$$

Arranjo experimental de S-G

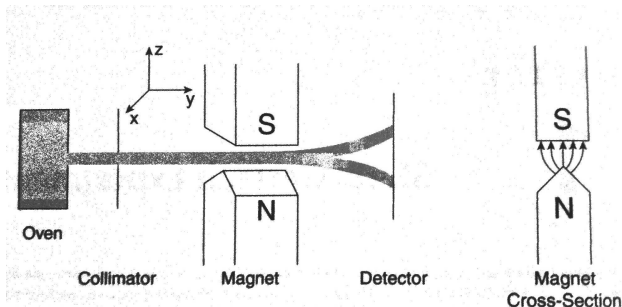


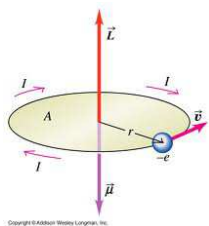
Figura: Esquema do experimento de S-G.

Na região central do ímã podemos escrever:

$$F_z = \frac{\partial}{\partial z} (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

Momento magnético clássico

Modelo clássico simples p/ o mto. mag. de um elétron em órbita circular:



$$\mu = IA = \frac{q}{T} \pi r^2 = \frac{q}{2\pi r/v} \pi r^2$$

ou

$$\mu = \frac{qrv}{2} = \frac{q}{2m_e} L = -\frac{e}{2m_e} L$$

O momento angular íntrico do elétron (spin)

Se, como proposto por Bohr e Sommerfeld, o elétron possui um momento angular íntrico \mathbf{S} , o momento angular total de um elétron será:

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

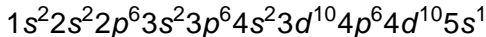
O momento angular íntrico ou spin origina-se da estrutura eletromagnética do elétron (classicamente, de correntes internas!) O cálculo exato que leva em conta a estrutura eletromagnética nos dá:

$$\mu_s = -g \frac{e}{2m_e} \mathbf{S}$$

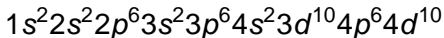
onde g é um fator adimensional chamado **razão giroscópica**.

O átomo de prata

Configuração eletrônica:



O momento angular total dos orbitais internos:



é zero! O momento angular orbital do nível 5s também é zero, mas o momento angular intrínscico (o spin) do orbital $5s^1$ não!

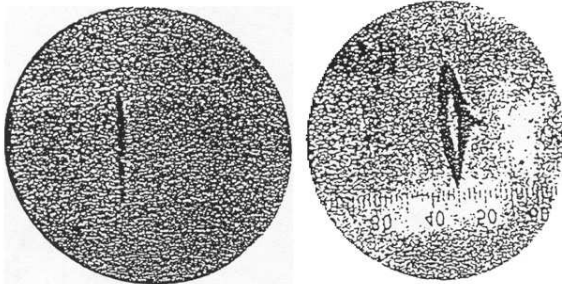
$$\mu_s = -g \frac{e}{2m_e} \mathbf{S}$$

A força clássica sobre o átomo é

$$F_z \cong -g \frac{e}{2m_e} S_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

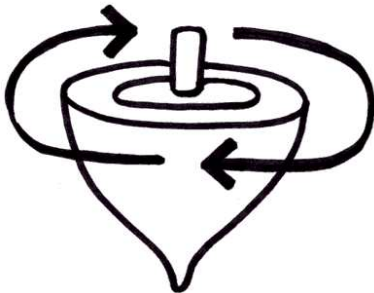
Como $S_z = S \cos \theta$, deveríamos observar uma mancha contínua na placa fotográfica!

Mas o resultado experimental é:



O spin não é uma propriedade clássica

O spin do elétron não pode ser entendido com um modelo clássico !



O spin é uma propriedade quântica!

Um elétron não é um objeto clássico em rotação em torno de um eixo fixo! Se assim fosse $g = 1$!

Mas, $g = 2,0023193043617(15)$. Um elétron é um objeto quântico e o spin é uma propriedade quântica, sem análogo clássico.

Desafio quântico-relativístico

Problema: mostre que se imaginarmos o elétron como uma esfera de raio finito girando em torno do eixo que passa por seu centro, a velocidade de um ponto do equador é maior do que a celeridade da luz!

