Mecânica Quântica

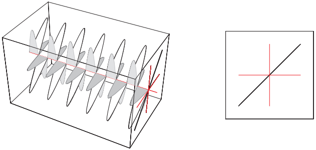
Estados quânticos: a polarização do fóton

A C Tort[1]

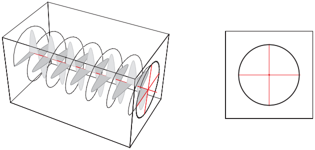
[1]Departmento de Física Teórica
Instituto Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro

11 de Abril de 2012

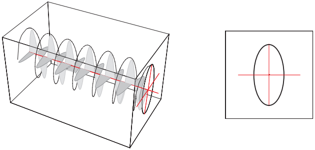
A luz é polarizada!



(a)



(b)



(c)

Descrição clássica

Feixe de luz linearmente polarizado:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[i\ (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi)\right] \equiv \mathrm{Re}\ \{\mathbf{E}_0 \exp\left[i\ (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi)\right]\}$$

Descrição clássica

Feixe de luz linearmente polarizado:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[i\ (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi)\right] \equiv \mathrm{Re}\left\{\mathbf{E}_0 \exp\left[i\ (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi)\right]\right\}$$

ou ainda:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos\left(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi\right)$$

Descrição clássica

Feixe de luz linearmente polarizado:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[i \ (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi)\right] \equiv \mathrm{Re}\ \{\mathbf{E}_0 \exp\left[i \ (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi)\right]\}$$

ou ainda:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos\left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi\right)$$

A amplitude vetorial $\mathbf{E}_0$ é um vetor real que define o estado de polarização da onda eletromagnética.

o vetor **k** é o vetor que define a direção de propagação da onda:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\,\hat{\mathbf{k}}$$

o vetor **k** é o vetor que define a direção de propagação da onda:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\,\hat{\mathbf{k}}$$

A onda eletromagnética é transversa:

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E} = 0,$$

o vetor **k** é o vetor que define a direção de propagação da onda:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\,\hat{\mathbf{k}}$$

A onda eletromagnética é transversa:

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E} = 0,$$

e o campo magnético é perpendicular a **E** e **k**:

$$\mathbf{B} = \frac{\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}}{c}$$

A média temporal do vetor de Poynting é dada por:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*}{\mu_0} \right)$$

A média temporal do vetor de Poynting é dada por:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \,\mathrm{Re} \left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*}{\mu_0} \right)$$

Como:

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B}^* = \mathbf{E}_0 \times \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_0 = \frac{\|\mathbf{E}_0\|^2}{c} \,\hat{\mathbf{k}}$$

A média temporal do vetor de Poynting é dada por:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left(\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}^*}{\mu_0}\right)$$

Como:

$$\mathbf{E}\times\mathbf{B}^* = \mathbf{E}_0\times\hat{\mathbf{k}}\times\mathbf{E}_0 = \frac{\|\mathbf{E}_0\|^2}{c}\,\hat{\mathbf{k}}$$

e como :

$$\mu_o\epsilon_0 = 1/c^2,$$

temos

A média temporal do vetor de Poynting é dada por:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\,\left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*}{\mu_0}\right)$$

Como:

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B}^* = \mathbf{E}_0 \times \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_0 = \frac{\|\mathbf{E}_0\|^2}{c}\,\hat{\mathbf{k}}$$

e como :

$$\mu_o \epsilon_0 = 1/c^2,$$

temos

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{\epsilon_0\,\|\mathbf{E}_0\|^2}{2}\,c\,\hat{\mathbf{k}} = \rho_{\mathrm{em}}\,c\,\hat{\mathbf{k}}$$

A média temporal do vetor de Poynting é dada por:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \,\mathrm{Re}\, \left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*}{\mu_0} \right)$$

Como:

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B}^* = \mathbf{E}_0 \times \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_0 = \frac{\|\mathbf{E}_0\|^2}{c} \,\hat{\mathbf{k}}$$

e como :

$$\mu_o \epsilon_0 = 1/c^2,$$

temos

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{\epsilon_0 \,\|\mathbf{E}_0\|^2}{2} \,c\,\hat{\mathbf{k}} = \rho_{\mathrm{em}}\, c\, \hat{\mathbf{k}}$$

A intensidade da radiação é dada por: $I = \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \hat{\mathbf{k}} \sim \|\mathbf{E}_0\|^2$!

Caso particular: polarização na direção x e propagação na direção z:

$$\mathbf{E} = E_0\,\hat{\mathbf{x}}\exp\left[i(kz - \omega t + \delta)\right]$$

$$\langle \mathbf{S} \rangle_0 = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}\,c\,\hat{\mathbf{z}}; \quad I_0 = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}\,c.$$

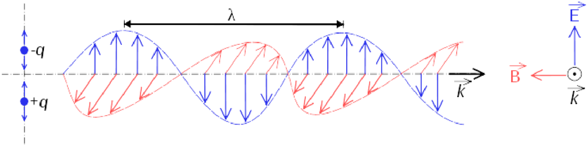
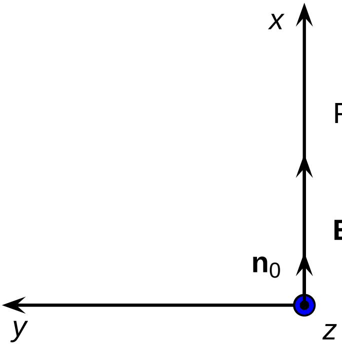


Figura: Onda EM plana e harmônica polarizada na direção x e que se propaga na direção z.

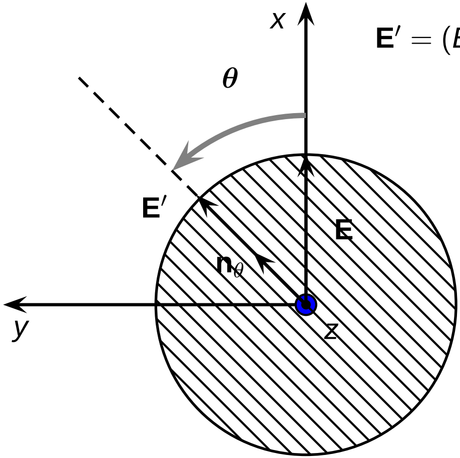


$$\mathbf{E} = E_0\,\hat{\mathbf{x}}\,\cos(k_z\,z - \omega t + \delta)$$

Polarização da onda incidente:

$$\hat{\mathbf{n}}_0 = \hat{\mathbf{x}}$$

Após passar pelo primeiro polarizador:



$$\mathbf{E}' = (\mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{n}}_\theta)\,\hat{\mathbf{n}}_\theta$$

$$\mathbf{E}' = (E_0\,\cos\theta)\,\cos(k\,z - \omega t + \delta)\,\hat{\mathbf{n}}_\theta$$

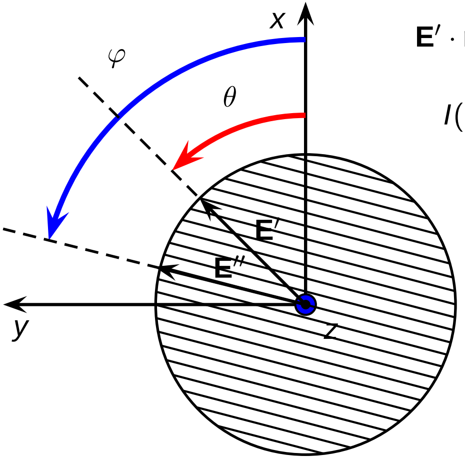
$$I(\theta) = \frac{\epsilon_0\,(E_0\,\cos\theta)^2}{2}\,c$$

$$I(\theta) = I_0\,\cos^2\theta$$

Polarização P_θ:

$$\hat{\mathbf{n}}_\theta = \cos\theta\,\hat{\mathbf{x}} + \sin\theta\,\hat{\mathbf{y}}$$

Enquanto isto no analisador:



$$\mathbf{E}'' = (\mathbf{E}' \cdot \hat{\mathbf{n}}_\varphi)\,\hat{\mathbf{n}}_\varphi$$

$$\mathbf{E}' \cdot \hat{\mathbf{n}}_\varphi \sim \hat{\mathbf{n}}_\theta \cdot \hat{\mathbf{n}}_\varphi \sim \cos(\varphi - \theta)$$

$$I(\theta, \varphi) = I(\theta)\,\cos^2(\varphi - \theta)$$

Descrição quântica

Descrição quântica

- A onda plana monocromática descreve o comportamento coletivo de n fótons linearmente polarizados que obedecem à relação:

$$E = h\,\nu = \hbar\,\omega$$

onde $h = 6,626\,18 \times 10^{-34}$ J·s.

Descrição quântica

- A onda plana monocromática descreve o comportamento coletivo de *n* fótons linearmente polarizados que obedecem à relação:

$$E = h\,\nu = \hbar\,\omega$$

  onde $h = 6,626\,18 \times 10^{-34}$ J·s.
- Como não há fração de fóton, um fóton passa inteiro pelos polaróides ou não simplesmente não passa.

Descrição quântica

- A onda plana monocromática descreve o comportamento coletivo de n fótons linearmente polarizados que obedecem à relação:

$$E = h\,\nu = \hbar\omega$$

  onde $h = 6,626\,18 \times 10^{-34}$ J·s.
- Como não há fração de fóton, um fóton passa inteiro pelos polaróides ou não simplesmente não passa.
- A intensidade do feixe é proporcional ao número de fótons.

$$I \sim N\,h\nu$$

- Não é possível predizer o comportamento de cada fóton individualmente.

- Não é possível predizer o comportamento de cada fóton individualmente.
- Interpretação quântica: a probabilidade de que 1 fóton no estado de polarização P_θ passe pelo analisador e consequentemente se encontre no estado de polarização P_φ é:

$$P \sim \cos^2(\varphi - \theta)$$

Um pouco de matemática

Observe que:

$$\cos(\theta - \varphi) = \cos\,\theta\,\cos\,\varphi + \sin\,\theta\,\sin\,\varphi$$

ou ainda:

Um pouco de matemática

Observe que:

$$\cos(\theta - \varphi) = \cos\,\theta\,\cos\,\varphi + \sin\,\theta\,\sin\,\varphi$$

ou ainda:

$$\cos(\theta - \varphi) = (\cos\,\theta\,\sin\,\theta)\begin{pmatrix} \cos\,\varphi \\ \sin\,\varphi \end{pmatrix}$$

Um pouco de matemática

Observe que:

$$\cos(\theta - \varphi) = \cos\,\theta\,\cos\,\varphi + \sin\,\theta\,\sin\,\varphi$$

ou ainda:

$$\cos(\theta - \varphi) = (\cos\,\theta\,\sin\,\theta)\begin{pmatrix} \cos\,\varphi \\ \sin\,\varphi \end{pmatrix}$$

Considere os *kets*:

Um pouco de matemática

Observe que:

$$\cos(\theta - \varphi) = \cos\,\theta\,\cos\,\varphi + \sin\,\theta\,\sin\,\varphi$$

ou ainda:

$$\cos(\theta - \varphi) = (\cos\,\theta\;\sin\,\theta)\begin{pmatrix}\cos\,\varphi\\ \sin\,\varphi\end{pmatrix}$$

Considere os *kets*:

$$|\theta\rangle = \begin{pmatrix}\cos\,\theta\\ \sin\,\theta\end{pmatrix} \qquad |\varphi\rangle = \begin{pmatrix}\cos\,\varphi\\ \sin\,\varphi\end{pmatrix}$$

Um pouco de matemática

Observe que:

$$\cos(\theta - \varphi) = \cos\,\theta\,\cos\,\varphi + \sin\,\theta\,\sin\,\varphi$$

ou ainda:

$$\cos(\theta - \varphi) = (\cos\,\theta\;\sin\,\theta)\begin{pmatrix}\cos\,\varphi\\ \sin\,\varphi\end{pmatrix}$$

Considere os *kets*:

$$|\theta\rangle = \begin{pmatrix}\cos\,\theta\\ \sin\,\theta\end{pmatrix} \qquad |\varphi\rangle = \begin{pmatrix}\cos\,\varphi\\ \sin\,\varphi\end{pmatrix}$$

e os *bras*:

$$\langle\theta| = (\cos\,\theta\;\sin\,\theta) \qquad \langle\varphi| = (\cos\,\varphi\;\sin\,\varphi)$$

Então:

$$\langle\theta|\,\varphi\rangle = \cos\left(\theta - \varphi\right)$$

Então:

$$\langle\theta|\,\varphi\rangle = \cos(\theta - \varphi)$$

O ket (vetor de estado) $|\theta\rangle$ descreve o estado de polarização P_θ:

$$\hat{\mathbf{n}}_\theta \rightarrow |\theta\rangle$$

Então:

$$\langle\theta|\,\varphi\rangle = \cos(\theta - \varphi)$$

O ket (vetor de estado) $|\theta\rangle$ descreve o estado de polarização P_θ:

$$\hat{\mathbf{n}}_\theta \rightarrow |\theta\rangle$$

O ket (vetor de estado) $|\varphi\rangle$ descreve o estado de polarização P_φ:

$$\hat{\mathbf{n}}_\varphi \rightarrow |\varphi\rangle$$

A probabilidade de que um fóton no estado de polarizção P_θ seja encontrado depois de passar pelo analisador no estado de polarizção P_φ é dada por:

$$\|\langle \varphi \mid \theta \rangle\|^2 = \cos^2 (\theta - \varphi)$$

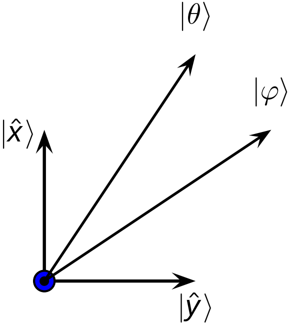


Figura: Espaço dos estados de polarização do fóton.

Uma base **ortonormal** para o espaço **matemático** dos estado de polarização do fóton são os kets:

$$|\hat{x}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |\hat{y}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Uma base **ortonormal** para o espaço **matemático** dos estado de polarização do fóton são os kets:

$$|\hat{x}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |\hat{y}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e os bras correspondentes:

$$\langle\hat{x}| = (1\ 0) \qquad \langle y| = (0\ 1)$$

Uma base **ortonormal** para o espaço **matemático** dos estado de polarização do fóton são os kets:

$$|\hat{x}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |\hat{y}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e os bras correspondentes:

$$\langle\hat{x}| = (1\ 0) \qquad \langle y| = (0\ 1)$$

com as propriedades:

$$\langle\hat{x} \mid \hat{x}\rangle = \langle\hat{y} \mid \hat{y}\rangle = 1 \quad \langle x \mid y\rangle = \langle y \mid x\rangle = 0$$

Uma base **ortonormal** para o espaço **matemático** dos estado de polarização do fóton são os kets:

$$|\hat{x}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |\hat{y}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e os bras correspondentes:

$$\langle\hat{x}| = (1\ 0) \qquad \langle y| = (0\ 1)$$

com as propriedades:

$$\langle\hat{x} \mid \hat{x}\rangle = \langle\hat{y} \mid \hat{y}\rangle = 1 \quad \langle x \mid y\rangle = \langle y \mid x\rangle = 0$$

Por exemplo:

$$\langle\hat{x} \mid \hat{y}\rangle = (1\ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Um estado de polarização qualquer do fóton pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores da base, por exemplo:

$$|\theta\rangle = C_1 \, |\hat{x}\rangle + C_2 \, |\hat{y}\rangle$$

onde C_1 e C_2 são coeficientes complexos (em princípio!).

Um estado de polarização qualquer do fóton pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores da base, por exemplo:

$$|\theta\rangle = C_1 |\hat{x}\rangle + C_2 |\hat{y}\rangle$$

onde C_1 e C_2 são coeficientes complexos (em princípio!). Os coeficientes da combinação podem ser calculados fazendo uso das propriedades da base ortonormal:

$$C_1 = \langle \hat{x} \mid \theta \rangle \qquad C_2 = \langle \hat{y} \mid \theta \rangle$$

Um estado de polarização qualquer do fóton pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores da base, por exemplo:

$$|\theta\rangle = C_1\,|\hat{x}\rangle + C_2\,|\hat{y}\rangle$$

onde C_1 e C_2 são coeficientes complexos (em princípio!). Os coeficientes da combinação podem ser calculados fazendo uso das propriedades da base ortonormal:

$$C_1 = \langle\hat{x} \mid \theta\rangle \qquad C_2 = \langle\hat{y} \mid \theta\rangle$$

O bra de estado $\langle\theta|$ se escreve (nesta notação):

$$\langle\theta| = C_1^*\,\langle\hat{x}| + C_2^*\,\langle\hat{y}|$$

Um estado de polarização qualquer do fóton pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores da base, por exemplo:

$$|\theta\rangle = C_1 |\hat{x}\rangle + C_2 |\hat{y}\rangle$$

onde C_1 e C_2 são coeficientes complexos (em princípio!). Os coeficientes da combinação podem ser calculados fazendo uso das propriedades da base ortonormal:

$$C_1 = \langle \hat{x} \mid \theta \rangle \qquad C_2 = \langle \hat{y} \mid \theta \rangle$$

O bra de estado $\langle\theta|$ se escreve (nesta notação):

$$\langle\theta| = C_1^* \langle\hat{x}| + C_2^* \langle\hat{y}|$$

A **norma** ao quadrado é:

$$\| \, |\theta\rangle \, \|^2 = \langle \theta \mid \theta \rangle = |C_1|^2 + |C_2|^2$$

Qual a interpretação física dos coeficientes C_1 e C_2?

Qual a interpretação física dos coeficientes C_1 e C_2?

Ambos são **amplitudes** de probabilidade!

Qual a interpretação física dos coeficientes C_1 e C_2?

Ambos são **amplitudes** de probabilidade!

O módulo ao quadrado desses coeficientes representam probabilidades!

Qual a interpretação física dos coeficientes C_1 e C_2?

Ambos são **amplitudes** de probabilidade!

O módulo ao quadrado desses coeficientes representam probabilidades!

$|C_1|^2 =$ probabilidade de encontar um fóton inicialmente no estado de polarização P_θ no estado de polarização P_x imediatamente após passar pelo analisador;

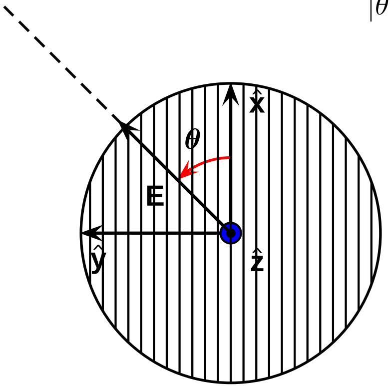
Qual a interpretação física dos coeficientes C_1 e C_2?

Ambos são **amplitudes** de probabilidade!

O módulo ao quadrado desses coeficientes representam probabilidades!

$|C_1|^2 =$ probabilidade de encontar um fóton inicialmente no estado de polarização P_θ no estado de polarização P_x imediatamente após passar pelo analisador;

$|C_2|^2 =$ probabilidade de encontar um fóton inicialmente no estado de polarização P_θ no estado de polarização P_y imediatamente após passar pelo analisador



$$|\theta\rangle = \cos\,\theta\;|\hat{x}\rangle + \sin\,\theta\;|\hat{y}\rangle$$

$$|C_1|^2 = \cos^2\,\theta$$

$$|C_2|^2 = \sin^2\,\theta$$

$$|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$$

THE END