

Mec. Quântica 2012/1 – Lista de Problemas 5

A C Tort*

19 de maio de 2012

OS PROBLEMAS A SEGUIR COMPLEMENTAM A AULA 7.

Problema 1 Mostre que na base dos autokets ou autovetores de S_z , o operador associado com a componente x do spin se escreve:

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 2 Identifique as matrizes de Pauli σ_x , σ_y e σ_z . Calcule o traço (soma dos elementos da diagonal principal) de cada uma dessas matrizes.

Problema 3 Mostre explicitamente¹ que:

$$\mathbf{S}^2 = \frac{3\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mostre também que os autokets de S_z também são autokets de \mathbf{S}^2 .

Problema 4 Calcule explicitamente os comutadores:

$$[S^2, S_x], [S^2, S_y], [S^2, S_z]$$

Mostre também que os autokets de S_x e S_y também são autokets de \mathbf{S}^2 . Qual a interpretação física que devemos dar a estes resultados?

Problema 5 Mostre explicitamente que:

$$[S_x, S_y] = i\hbar S_z$$

Interprete esse resultado fazendo uso do modelo vetorial do spin 1/2.

Problema 6 Usando como roteiro as transparências 12, 13 e 14 da aula 7, mostre que o valor esperado do operador S_n se escreve:

$$\langle S_n \rangle = \langle \psi | S_n | \psi \rangle$$

Aplique o resultado calculando $\langle S_n \rangle$ no estado $|+\rangle_n$. Faça $\theta = \pi$ e $\phi = 0$ e interprete o resultado.

*email: tort@ufrj.br

¹Explicitamente é sinônimo de: faça o cálculo matricial!!