

# Mec. Quântica 2012/1 – Lista de Problemas 4

## Spin 1/2

A C Tort\*

7 de maio de 2012

**Problema 1** Use os resultados do experimento de Stern-Gerlach para mostrar que os kets unitários associados com  $S_y$  são dados por:

$$|+\rangle_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |-\rangle_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}.$$

**Problema 2** Considere um estado inicial de spin  $|\chi\rangle$  descrito por:

$$|\chi\rangle = 3|+\rangle + 4|-\rangle,$$

onde  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$  são os kets unitários associados com  $S_z$ . Normalize o ket de estado  $|\chi\rangle$  e determine as probabilidades associadas com uma medida de  $S_z$ . **Respostas:** 9/25 para  $+\hbar/2$  e 16/25 para  $-\hbar/2$ .

**Problema 3** Um feixe de partículas de spin 1/2 é preparado no estado:

$$|\chi\rangle = \frac{2}{\sqrt{13}}|+\rangle + i\frac{3}{\sqrt{13}}|-\rangle,$$

onde  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$  são os kets unitários associados com  $S_z$ .

- Quais são os resultados possíveis de uma medida da componente  $S_z$  do spin de uma das partículas? Quais as probabilidades associadas com esses resultados?
- Quais são os resultados possíveis de uma medida da componente  $S_x$  do spin? Quais as probabilidades associadas com esses resultados?

**Problema 4** Um feixe de partículas de spin 1/2 é preparado no estado:

$$|\chi\rangle = \frac{3}{\sqrt{34}}|+\rangle + i\frac{5}{\sqrt{34}}|-\rangle,$$

onde  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$  são os kets unitários associados com  $S_z$ .

- Quais são os resultados possíveis de uma medida da componente  $S_z$  do spin de uma das do feixe partículas? Quais as probabilidades associadas com esses resultados?
- Suponha que a uma medida de  $S_z$  dê como resultado  $-\hbar/2$ . Subsequentemente, uma segunda medição, desta vez da componente  $S_x$  do spin de uma das partículas do feixe é feita. Quais são os resultados possíveis desta medição? Quais as probabilidades associadas com esses resultados?

---

\*email: tort@ufrj.br

**Problema 5** Considere um sistema quântico para o qual uma medida da energia  $E$  deve ser feita pelo experimentador. Suponha que os valores de energia possíveis (autovalores do operador energia ou hamiltoniano) seja quatro, a saber: 2 eV, 4 eV, 7 eV e 9 eV. O sistema é preparado no estado:

$$|\Psi\rangle = \frac{3}{\sqrt{39}} |2\text{ eV}\rangle - i \frac{1}{\sqrt{39}} |4\text{ eV}\rangle + \frac{2e^{i\pi/7}}{\sqrt{39}} |7\text{ eV}\rangle + \frac{5}{\sqrt{39}} |9\text{ eV}\rangle$$

- (a) Verifique que  $|\Psi\rangle$  está normalizado à unidade.
- (b) Calcule a probabilidade associada com cada resultado possível da medida.
- (c) Antes da medida, qual o valor médio da energia do sistema?

**Problema 6** Considere um sistema quântico descrito pela base de kets unitários  $|a_1\rangle$ ,  $|a_2\rangle$ , e  $|a_3\rangle$ . O sistema encontra-se inicialmente no estado:

$$|\psi_i\rangle = \frac{i}{\sqrt{3}} |a_1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |a_2\rangle.$$

Calcule a probabilidade de que após uma medida, o sistema encontre-se no estado final:

$$|\psi_f\rangle = \frac{1+i}{\sqrt{3}} |a_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |a_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |a_3\rangle$$