

Mec. Quântica 2012/1 – Lista de Problemas 3a

Polarização Clássica - Revisão

A C Tort*

15 de abril de 2012

Polarização

Em 1669, Erasmus Bartholinus, professor da Universidade de Copenhagen, obteve duas imagens a partir de uma única fazendo um raio de luz proveniente do objeto passar por um cristal transparente encontrado facilmente na Islândia, a calcita (CaCO_3)¹. Foi a primeira vez que um efeito escondido da luz, os seus “lados”, na terminologia newtoniana, polarização, na terminologia moderna, era observado experimentalmente. O fenômeno foi estudado por Newton no seu livro sobre óptica e por Huygens no seu tratado sobre a luz. A Figura 1 é uma reprodução parcial do esboço utilizado por Huygens para descrever graficamente a situação. O raio incidente AB ao incidir sobre o primeiro cristal de calcita divide-se em

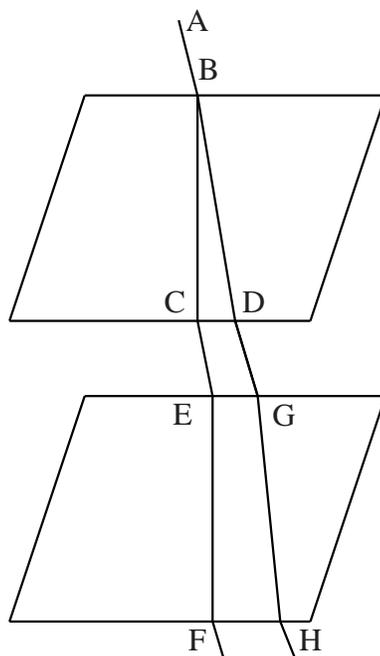


Figura 1: Os “lados” da luz.

*email: tort@ufrj.br

¹No Brasil este cristal é encontrado em abundância no estado de Goiás.

dois, os raios BD e BC. O raio BD sofre refração ordinária, mas o raio BC sofre refração irregular ou extraordinária. Ao incidirem sobre o segundo cristal, os prolongamentos DG e CE, dos raios ordinário e extraordinário, respectivamente não sofrem mais refração. Isto acontece para uma determinada orientação relativa dos dois cristais. No tratado sobre a luz, Huygens estranha o fato de que os raios CE e DG não se desdobrem em dois como o raio AB e comenta que o raio DG, que é o prolongamento no ar do raio BD que sofreu refração ordinária, parece ter perdido algo que é necessário para fazer surgir um novo raio irregular (ou extraordinário). No seu livro sobre óptica², Newton também descreve o fenômeno e na Questão 26 formula a seguinte pergunta retórica: "Não têm os raios de luz vários lados, dotados de várias propriedades originais?"



Figura 2: Cristal de calcita e a birrefringência.

É possível fazer muitos experimentos com os dois cristais de calcita, por exemplo: se mantivermos as faces horizontais dos dois cristais paralelas, girarmos o segundo cristal podemos obter quatro feixes de luz no estágio final, o que mostra que as observações de Huygens referem-se a uma disposição particular dos cristais. Os cristais podem funcionar como polaróides modernos.

A questão dos lados ou estados de polarização da luz fica totalmente explicada pela teoria eletromagnética clássica de Maxwell. Com os dois estados de polarização linearmente independentes associados com uma onda harmônica podemos construir estados de polarização, linear, circular e elíptica. Os exercícios a seguir exploram o tema.

²Isaac Newton, *Óptica*, tradução de André Koch Torres Assis, EDUSP, 2002.

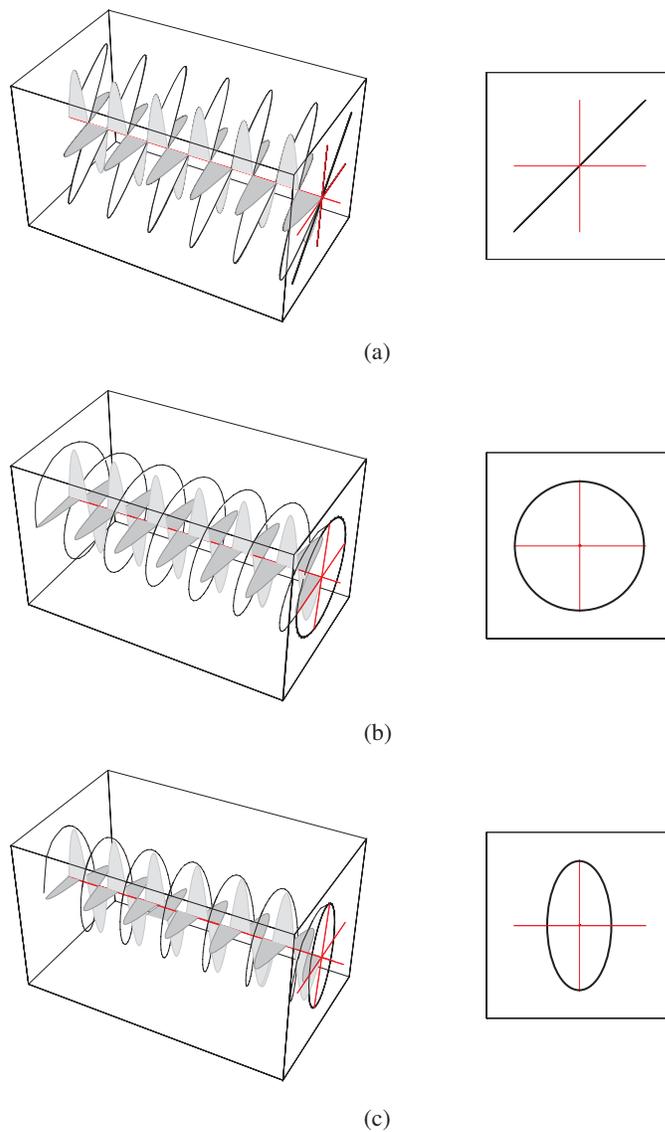


Figura 3: Três estados de polarização: (a) linear, (b) circular, (c) elíptico. (*V. Soares facit.*)

Problemas

Problema 1 *Construindo uma onda plana com polarização elíptica.* Uma onda harmônica (monocromática) que se propaga no sentido positivo do eixo z se escreve:

$$\mathbf{E}(z, t) = A \cos(kz - \omega t + \delta_x) \hat{\mathbf{x}} + B \cos(kz - \omega t + \delta_y) \hat{\mathbf{y}},$$

onde A e B são as amplitudes reais e positivas das componentes e δ_x e δ_y são ângulos de fase arbitrários.

(a) Mostre que podemos escrever

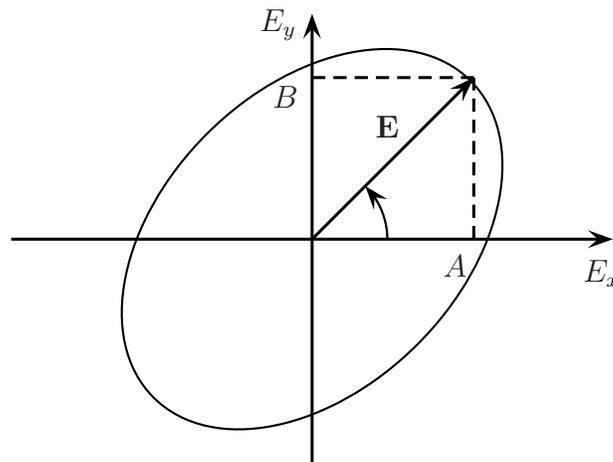
$$\begin{aligned} E_x &= A \cos \Phi(z, t), \\ E_y &= B \cos[\Phi(z, t) + \delta], \end{aligned}$$

onde $\Phi(z, t) := kz - \omega t$ e $\delta = \delta_y - \delta_x$, é a diferença de fase entre essas duas componentes.

(b) Agora use os resultados obtidos e mostre que E_x , E_y , A , B e δ estão relacionados por

$$\left(\frac{E_y}{B}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A}\right)\left(\frac{E_y}{B}\right) + \left(\frac{E_x}{A}\right)^2 = \sin^2 \delta$$

Esta relação mostra que a ponta da flecha que representa o vetor campo elétrico \mathbf{E} descreve uma elipse sobre um plano fixo perpendicular à direção de propagação da onda monocromática. Neste caso, dizemos que a onda monocromática está elipticamente polarizada.



Problema 2 *Construindo uma onda plana com polarização linear.* Mostre que se $\delta = n\pi$ com $n \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ a onda monocromática é linearmente polarizada. Observe que para a polarização linear há duas possibilidades, a saber: uma para $\delta \in \{0, 2\pi, \dots\}$ e outra para $\delta \in \{\pm\pi, \pm 3\pi, \dots\}$.

Problema 3 *Construindo uma onda plana com polarização circular.* Mostre que se $\delta = n\pi + \pi/2$ com $n \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ e $A = B$, a onda monocromática é circularmente polarizada. Observe que para a polarização circular também há duas possibilidades, a saber: a ponta do vetor campo elétrico pode girar no sentido anti-horário ou horário. Você pode verificar isto facilmente calculando $d\mathbf{E}/dt$ em $z = 0$.

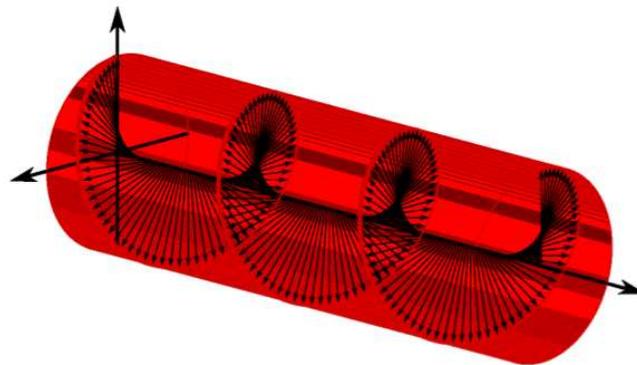


Figura 4: Polarização circular.