Mec. Quântica 2012/1 – Lista de Problemas 2

A C Tort*

29 de março de 2012

Problema 1 Na última aula vimos que uma formulação alternativa da mecânica quântica é a formulação de integrais de caminho, sugerida por Dirac e implementada por Feynman. O objeto básico dessa formulação é o propagador. No caso de uma partícula livre, vimos também que o propagador se escreve:

$$K^0(x,t;x',t') \equiv \langle x,t \mid x',t' \rangle = \sqrt{\frac{m}{2\pi\hbar\,(t-t')}}\,\exp\left[\frac{im}{2\hbar}\frac{(x-x')^2}{t-t'}\right] \tag{1}$$

com $t > t'$, que é interpretado como a amplitude de probabilidade de que uma partícula livre que inicialmente está no ponto (x', t') seja encontrada no ponto (x, t). **Revise os slides da última aula e obtenha o propagador da partícula livre**.

Problema 2 Suponha que em um dado instante t' a função de onda que descreve uma partícula livre (mecânica ondulatória de Schrödinger) seja uma onda plana monocromática:

$$\psi(x',t') = N\,\exp\left(\frac{ipx'}{\hbar} - \frac{iEt'}{\hbar}\right) \tag{2}$$

onde N é uma constante complexa, p é o momento linear clássico e $E = p^2/(2m)$ é a energia cinética da partícula. Note que o momento linear é bem definido.

(a) Calcule $\|\psi(x',t')\|^2$ e interprete o resultado do ponto de vista do princípio de incerteza.

(b) De acordo com a formulação de Feynman, em um instante $t > t'$:

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K^0(x,t;x',t')\,\psi(x',t')\,dx' \tag{3}$$

Calcule $\psi(x,t)$ e interprete o resultado. **Sugestão**:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} du\,\exp\left(Au^2 + Bu\right) = \sqrt{\frac{\pi}{-A}}\,\exp\left(-\frac{B^2}{4A}\right)$$

Problema 3 Mostre que o propagador da partícula livre obedece à equação de Schrödinger:

$$i\hbar\,\frac{\partial K^0(x,t;x',t')}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\partial^2 K^0(x,t;x',t')}{\partial x^2} \tag{4}$$

*email: tort@ufrj.br