

## Mecânica Quântica 2012 –Notas de Aula

### O interferômetro de Mach-Zehnder

A C Tort\*

5 de julho de 2012

O interferômetro de Mach-Zehnder é um arranjo experimental óptico inventado por Ludwig Mach (1868-1949), filho do ilustre teórico Ernest Mach, e pelo físico suíço Ludwig Zehnder (1854-1949), por volta dos anos 1890. Entre os interferômetros clássicos (Michelson, Sagnac, Fabry-Perrot) talvez seja o menos discutido nos livros-texto. O interferômetro de Mach-Zehnder permite realizar experimentos de interferência, difração e polarização com um feixe de luz coerente, ou feixes de baixíssima intensidade, *single photons* ou monofotônicos, em que (pelo menos teoricamente) um fóton de cada vez interage com o interferômetro. No primeiro caso estuda-se o comportamento ondulatório da luz enquanto que no segundo seu comportamento como partícula. A Figura 1 mostra o seu esquema de funcionamento básico. Um feixe de luz coerente (o feixe de referência no caso clássico) ou um fóton (no caso quântico) incide sobre um separador de feixe  $S_1$ . O separador de feixe é um espelho semi-prateado que reflete 50% do feixe incidente e transmite os outros 50%. O separador divide o feixe incidente em dois feixes secundários, no caso clássico, ou cria uma superposição de estados no caso quântico. Os espelhos  $E_1$  e  $E_2$  são refletores perfeitos que dirigem os feixes clássicos para o separador de feixes  $S_2$ , ou no caso quântico geram uma nova superposição de estados, que como veremos, contém uma fase que depende da diferença dos caminhos ópticos.

#### Descrição quântica

Os estados-base são:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

O estado  $|1\rangle$  descreve a opção pelo caminho ‘horizontal’, e o estado  $|2\rangle$ , o caminho ‘vertical’. O efeito dos separadores de feixe sobre os estados incidentes são descritos pelo operador:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

enquanto que o efeito dos espelhos sobre os estados incidentes é descrito pelo operador:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\varphi) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

onde  $\varphi$  é uma fase associada com a diferença de caminho óptico  $\Delta \ell$  entre os dois feixes:

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta \ell}{\lambda}. \quad (4)$$

Aqui, no caso clássico,  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz emitida pela fonte coerente. No caso quântico,  $\lambda$  deve ser interpretada como o comprimento de onda de de Broglie associado com um fóton de energia bem definida.

---

\*email: tort@ufrj.br

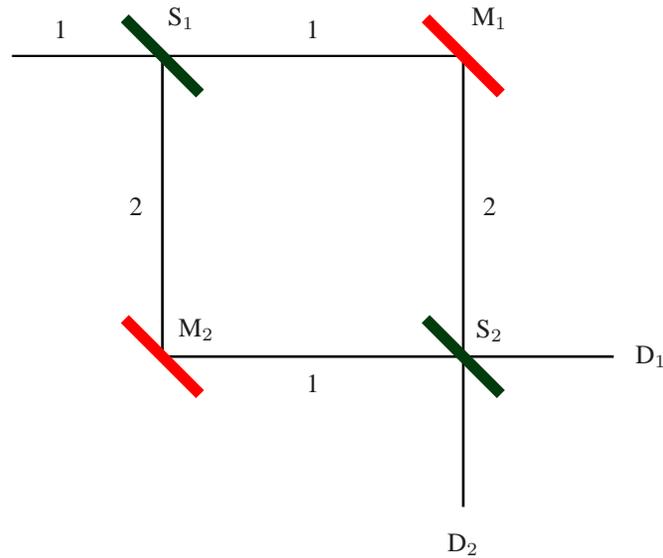


Figura 1: Interferômetro de Mach-Zehnder. No estudo do comportamento ondulatório da luz, os detectores  $D_1$  e  $D_2$ , são substituídos por anteparos. No estudo do comportamento corpuscular, os detectores são essencialmente contadores de fótons.

Suponha que o estado inicial seja o autoestado associado com o caminho horizontal:

$$|\psi_{in}\rangle = |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Então temos a seguinte sequência de representações para as interações entre o fóton e o interferômetro:

1. O efeito do primeiro separador de feixe sobre o estado inicial é criar um estado de superposição dado por:

$$|\chi\rangle = S |\psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Observe que:

$$|\chi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2\rangle \quad (7)$$

2. O efeito dos espelhos sobre o estado  $|\chi\rangle$  gera uma nova superposição quântica dada por:

$$|\xi\rangle = M |\chi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\varphi) \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(i\varphi) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Observe também que:

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(i\varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\exp(i\varphi)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{\exp(i\varphi)}{\sqrt{2}} |2\rangle \quad (9)$$

3. Finalmente, o segundo separador de feixe produz o estado final

$$|\psi_{out}\rangle = S |\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(i\varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \exp(i\varphi) \\ 1 - \exp(i\varphi) \end{pmatrix} \quad (10)$$

4. A probabilidade de detectar um fóton no detector 1 é dada por:

$$P_1 = \|\langle 1 | \psi_{out}\rangle\|^2 = \frac{1 + \cos \varphi}{2}, \quad (11)$$

enquanto que a probabilidade de detectar um fóton no detector 2 é dada por:

$$P_2 = 1 - P_1 = \|\langle 2 | \psi_{out}\rangle\|^2 = \frac{1 - \cos \varphi}{2} \quad (12)$$

Se  $\Delta \ell = n \lambda$ , onde  $n = 0, 1, 2, \dots$ , segue que  $\cos \varphi = 1$  e somente o detector 1 acusará recepção de fótons. Isto significará que o estado final é (a menos de uma fase desimportante) igual ao estado inicial.

EUROPHYSICS LETTERS

15 February 1986

*Europhys. Lett.*, 1 (4), pp. 173-179 (1986)

### Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences.

P. GRANGIER, G. ROGER and A. ASPECT (\*)

*Institut d'Optique Théorique et Appliquée, B.P. 43 - F 91406 Orsay, France*

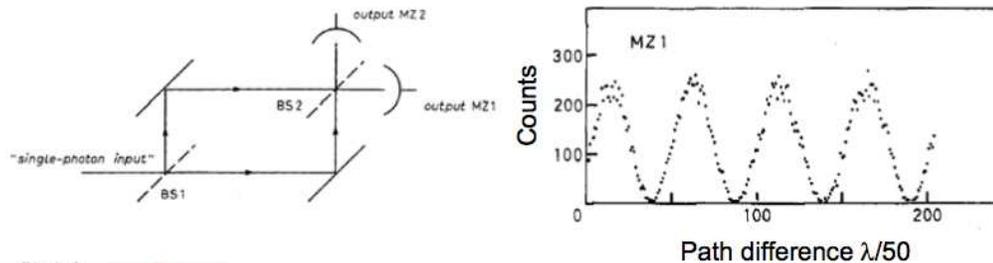


Figura 2: Resultados experimentais.

## Referências

- [1] J. Townsend: *A Modern Approach to Quantum Mechanics*, 1st edition. (University Science Books: Claremont) 2000.