Gabarito elaborado pela equipe do projeto de extensão *Elaboração de Material de Preparação para a Olimpíada Brasileira de Física (OBF)*, do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IF-UFRJ).

Equipe

João Octavio Oliveira Cony   Lucas Bianchi Marcianesi   Maria Clara Vicente Coelho
Sidney Natzuka Junior   Georgeana Arruda Limeira   Nathan Machado Vasconcelos

Revisão

Prof. Marcos G. Menezes   Prof. Rodrigo B. Capaz

---

1. Uma ducha com água aquecida eletricamente, de potência 4,20 kW, ou seja, que utiliza energia elétrica a uma taxa 4,20 kJ por segundo, liga automaticamente quando a torneira é aberta permitindo uma vazão mínima de 3,00 litros de água por minuto. A partir daí, à medida que a torneira é aberta para permitir vazões maiores, o aquecedor elétrico permanece operando à mesma potência. A vazão máxima desta ducha é de 6,60 litros de água por minuto.

(a) Qual a temperatura máxima possível da água liberada pela ducha em um dia de inverno, em °C, no qual a água que entra na ducha está a 15,0 °C?

(b) Se a ducha está ligada, qual a temperatura mínima possível da água liberada em um dia de verão, em °C, no qual a água que entra na ducha está a 24,0 °C?

Resolução:

(a) Da equação do calor sensível, sabemos que:

$$\Delta Q = \Delta m \; c \; (T_f - T_i) \tag{1}$$

onde Δm representa a massa de uma substância, c o seu calor específico e T_i e T_f são as temperaturas inicial e final dela, respectivamente. Por esta equação, vemos que para uma mesma quantidade de calor fornecida ($\Delta Q > 0$), se diminuirmos a massa, teremos um aumento na diferença de temperatura. Assim, concluímos que a temperatura final é máxima quando a vazão for mínima pois, conforme a vazão diminui, menor é o volume e, consequentemente, menor é a massa de água deslocada em um mesmo intervalo de tempo.

De fato, ser dividirmos os dois lados da equação (1) por um intervalo de tempo Δt e usarmos a definição de densidade $\rho = \Delta m/\Delta V$, obtemos:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho c (T_f - T_i) \frac{\Delta V}{\Delta t} \tag{2}$$

Note que $\Delta Q/\Delta t$ é a potência P fornecida pelo chuveiro através do efeito Joule, e $\Delta V/\Delta t$ é a vazão Φ do chuveiro. Portanto, podemos escrever:

$$P = \rho c \Phi (T_f - T_i) \tag{3}$$

O chuveiro tem uma potência de 4,20 kW e para obter a temperatura máxima, trabalharemos com a vazão mínima, que é de 3,00 L/min. Portanto, já conhecemos a potência (P), a vazão (Φ) e a temperatura inicial da água (T_i). Além disso, são dados no formulário a densidade e o calor específico da água. Ou seja, só precisaremos usar esses dados na equação (3) para obter a temperatura final máxima da água, lembrando de tomar cuidado com as unidades.

Será conveniente converter a potência de kW = 1000 J/s para cal/s, pois o calor específico e a densidade da água foram dados em cal/g°C e g/cm^3, respectivamente. Sabendo que 1 cal = 4,2 J, escrevemos:

$$P = 4,2\text{kW} = \frac{4200 \text{ J}}{\text{s}} = \frac{1000 \text{ cal}}{\text{s}} \tag{4}$$

Podemos converter também a vazão para uma unidade mais conveniente, lembrando que 1min = 60 seg e 1L = 10^3 cm^3

$$\Phi = \frac{3\text{L}}{1\text{min}} = \frac{3000\text{cm}^3}{60\text{s}} = 50\text{cm}^3/\text{s} \tag{5}$$

Usando os dados convertidos na equação (3), obtemos:

$$1000 \ \frac{\text{cal}}{\text{s}} = \left(1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(1\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)\left(50\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}\right)(T_{max} - 15{,}0 \text{ °C}) \tag{6}$$

Simplificando as unidades e dividindo os dois lados por 50 obtemos:

$$20{,}0 \text{ °C} = T_{max} - 15{,}0 \text{ °C} \tag{7}$$

Portanto:

$$T_{max} = 35{,}0 \text{ °C} \tag{8}$$

Resposta: A temperatura final máxima da água é 35,0 °C.

■

(b) Seguindo o mesmo raciocínio do item anterior, a fim de obtermos a temperatura final mínima, trabalharemos com a ducha na vazão máxima (6,60 L/min).

Como a potência não muda com a vazão, ainda teremos $P = 1000$ cal/s, então basta converter a vazão:

$$\Phi = \frac{6{,}60\text{L}}{1\text{min}} = \frac{6600\text{cm}^3}{60\text{s}} = 110\text{cm}^3/\text{s} \tag{9}$$

Usando os novos dados na equação (3):

$$1000 \ \frac{\text{cal}}{\text{s}} = \left(1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(1\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)\left(110\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}\right)(T_{min} - 24{,}0 \text{ °C}) \tag{10}$$

Simplificando as unidades, dividindo os dois lados por 110 e considerando $\frac{1000}{110} \approx 9{,}1$:

$$9{,}1\text{°C} \approx T_{min} - 24{,}0 \text{ °C} \tag{11}$$

Portanto:

$$T_{min} \approx 33{,}1\text{°C} \tag{12}$$

Resposta: A temperatura final mínima da água é 33,1 °C.

■

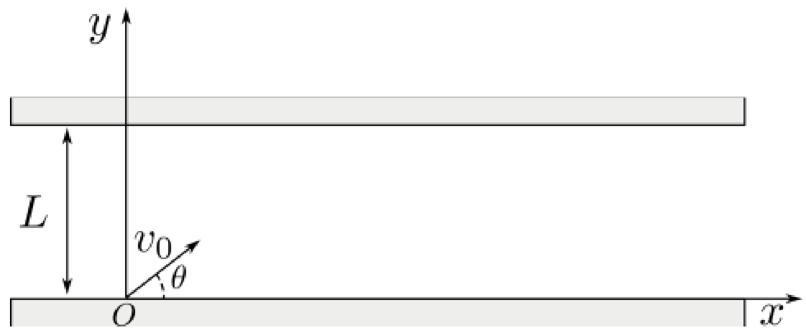
2. Em um laboratório de física, há uma pista plana e lisa, de largura L = 20,0 cm, com pequenos furos por onde é forçada a passagem de jatos de ar. Sobre esta pista, desliza um pequeno disco de plástico com ação desprezível de forças dissipativas graças à camada de ar formada entre a superfície inferior do disco e a pista. Em estabelecimentos de diversão, as máquinas de hóquei de mesa apresentam um arranjo parecido com este. Considere que um disco é lançado do ponto O, no instante $t = 0$, obliquamente, com um ângulo $\theta = 60°$ e velocidade de módulo $v_0 = 28{,}0$ cm/s, conforme ilustrado na figura. Suponha que o disco deslize pela superfície sem a ação de qualquer força resistiva e, ao colidir, ocorra apenas a inversão da componente y de sua velocidade. Usando o sistema de referências adotado na figura, passados 4,00 s, determine:

(a) número de colisões com as paredes;
(b) distância percorrida pelo disco, em cm;
(c) módulo do deslocamento em relação à posição inicial, em cm.

Resolução:

(a) Primeiro iremos achar as componentes cartesianas da velocidade de acordo com o sistema de referência da figura:

$$v_x = v_0 \cos(\theta) = (28{,}0 \text{ cm/s}) \cos(60°) = (28\text{cm/s}) \times \frac{1}{2} = 14{,}0 \text{ cm/s} \tag{13}$$



$$v_y = v_0 \text{ sen}(\theta) = (28{,}0 \text{ cm/s}) \text{ sen}(60°) = (28\text{cm/s})\frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} \text{ cm/s} \tag{14}$$

Como a mesa é horizontal, não há força resultante agindo sobre o disco, ou seja, temos um movimento uniforme nas duas direções x e y. Assim, se não houvesse colisões entre o disco e as paredes, as funções horárias para o movimento do disco ao longo de cada eixo seriam:

$$x(t) = x_0 + v_x t = 14\, t \tag{15}$$
$$y(t) = y_0 + v_y t = 14\sqrt{3}\, t \tag{16}$$

onde utilizamos a condição inicial de que o disco se encontra na origem em $t = 0$ e as coordenadas são dadas em centímetros com t em segundos.

Como há colisões, a função horária dada pela eq. (16) **não** representa a posição do disco no eixo y em um instante de tempo t, pois a cada colisão o sentido da componente v_y da velocidade é invertido. Por outro lado, como seu módulo permanece constante, podemos dizer que a eq. (16) representa a distância total percorrida na direção do eixo y em um instante de tempo t.

Com isso, note que, em $t = 4$ s, o disco terá percorrido uma distância vertical total igual a $y(4)$. Dividindo essa distância pela largura L da mesa, obtemos o número N de colisões:

$$N = \frac{y(4)}{L} = \frac{(14\sqrt{3} \text{ cm/s}) \cdot (4{,}00 \text{ s})}{20{,}0 \text{ cm}} \approx 4{,}76 \tag{17}$$

O valor decimal indica que o disco não completou a 5ª colisão, portanto sofreu um total de 4 colisões no intervalo considerado.

Resposta: O disco realizou 4 colisões depois de passados 4,00 segundos.

■

(b) Observe que a trajetória do disco após uma colisão é espelhada com relação à trajetória incidente, uma vez que no instante da colisão ocorre uma inversão da componente vertical da velocidade. Como essa inversão não altera o módulo v_0 da velocidade, podemos utilizar o movimento do disco na ausência de colisões, como definido pelas funções horárias nas eqs. 15 e 16, para obter a distância total percorrida. Note ainda que elas resultam na seguinte função horária:

$$s = v_0 t \tag{18}$$

que dá a distância s percorrida ao longo da trajetória retilínea em um instante t. Portanto, em $t = 4$ s, obtemos:

$$s = v_0 t = (28{,}0 \text{ cm/s}) \cdot (4{,}00 \text{ s}) = 112 \text{ cm} \tag{19}$$

Resposta: O disco percorreu um total de 112 m depois de passados 4,00 segundos.

■

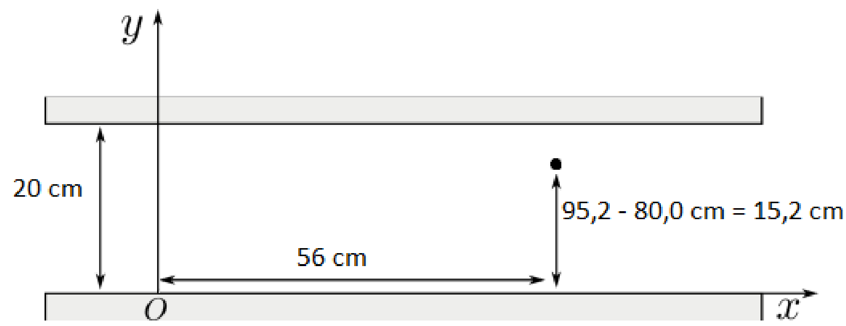
(c) Como o deslocamento é uma grandeza vetorial, devemos descobrir a posição exata do disco no instante $t = 4$ s. Para isso, basta encontrarmos as suas coordenadas x e y. Como o movimento ao longo de x não é alterado pelas colisões, podemos utilizar imediatamente a equação 15 para obter a coordenada correspondente:

$$x(4) = (14{,}0 \text{ cm/s}) \cdot (4{,}00 \text{ s}) = 56{,}0 \text{ cm} \tag{20}$$

A situação é um pouco mais complicada para o eixo y, como já vimos nos itens anteriores. O valor $y(4)$ nos dá a distância total percorrida ao longo de y:

$$y(4) = (14\sqrt{3} \text{ cm/s}) \cdot (4{,}00 \text{ s}) \approx 95{,}2 \text{ cm} \tag{21}$$

Sabendo que a primeira colisão ocorre na borda de cima da mesa é fácil ver que a quarta colisão, que é a última que ocorre no intervalo considerado, ocorre na borda de baixo. Assim, no instante da quarta colisão já foram percorridos $20{,}0 \times 4$ cm $= 80{,}0$ cm na direção do eixo y e o disco se encontra na coordenada $y = 0$. Além disso, vimos na equação acima que, depois de decorridos 4 segundos, o disco terá percorrido uma distância total de 95,2 cm na direção do eixo y. Com isso, sua coordenada y real nesse instante será $y = 95{,}2 - 80{,}0$ cm $= 15{,}2$ cm, como mostra a figura abaixo:



Portanto, o vetor deslocamento tem origem no ponto (0,0) e extremidade no ponto (56,0 , 15,2), e seu módulo r será:

$$r = \sqrt{(56{,}0)^2 + (15{,}2)^2} \approx 58{,}0 \text{ cm} \tag{22}$$

Resposta: O vetor deslocamento do disco tem um módulo de 58,0 cm depois de passados 4,00 segundos.

■

3. Um meteorito formado basicamente por ferro cai verticalmente nas vizinhanças da superfície da Terra. A partir de certa altitude h_0, sua velocidade é constante devido à ação da força de resistência do ar. Considere que o meteorito absorva, na forma de calor, 1% da energia mecânica dissipada pela força de resistência do ar e que em h_0 sua temperatura T_0 está ainda bem abaixo do ponto de fusão. Determine a distância d, em metros, que o meteorito deve percorrer para que a sua temperatura aumente de 1 °C.

Resolução:

A energia mecânica dissipada (E_{diss}) pela força de resistência do ar ($\vec{\boldsymbol{F}}_{resist}$) corresponde, em módulo, ao trabalho (W_{resist}) feito por esta mesma força. Vamos calcular esse trabalho.

Quando o meteorito passa a se deslocar com velocidade constante, a força resultante $\vec{\boldsymbol{F}}_r$ sobre ele deve ser nula. Com isso, o trabalho realizado pela força resultante ao longo de qualquer deslocamento subsequente também deve ser nulo:

$$W_{F_r} = 0 \tag{23}$$

Por outro lado, a força resultante é a soma vetorial de duas forças que se cancelam: a força peso ($\vec{\boldsymbol{P}}$) e a força de resistência do ar ($\vec{\boldsymbol{F}}_{resist}$), logo, o trabalho da força resultante será a soma do trabalho destas forças:

$$W_{F_r} = W_{peso} + W_{resist} \tag{24}$$

Substituindo (24) em (23), obtemos:

$$W_{peso} + W_{resist} = 0 \tag{25}$$

Podemos calcular o trabalho realizado pela força peso ao longo de um deslocamento vertical d a partir da expressão geral do trabalho realizado por uma força constante:

$$W_{peso} = Pd\cos(0) = mgd \tag{26}$$

onde o ângulo nulo corresponde ao ângulo entre a força e o deslocamento e m é a massa do meteorito. Note que esta força atua a favor do deslocamento, por isso o trabalho é positivo.

Com isso, podemos utilizar a eq. (25) para calcular o trabalho realizado pela força de resistência do ar:

$$mgd + W_{resist} = 0$$

$$W_{resist} = -mgd \tag{27}$$

Note que este trabalho é negativo, indicando que a força de resistência do ar atua contra o deslocamento, como esperado. O módulo desta quantidade corresponde à energia mecânica dissipada, E_{diss}

Como o enunciado diz que a temperatura T_0 está bem abaixo do ponto de fusão do ferro, podemos utilizar a equação do calor sensível lembrando que apenas 1% da energia mecânica dissipada é absorvida pelo meteoro na forma de calor. Assim:

$$Q = 0{,}01E_{diss} = 0{,}01mgd = mc\Delta T$$

Resolvendo para o deslocamento d, obtemos:

$$d = \frac{c\ \Delta T}{0{,}01\ g} \tag{28}$$

Substituindo os valores dados, e considerando que o calor específico do meteorito corresponde ao do ferro, dado no formulário, obtemos:

$$d = \frac{0{,}11\ \text{cal/g}^\circ\cancel{\text{C}} \times 1\ ^\circ\cancel{\text{C}}}{0{,}01 \times 10\ \text{m/s}^2} = \frac{0{,}11\ \text{cal/g}}{0{,}1\ \text{m/s}^2} \tag{29}$$

As grandezas não estão no mesmo sistema de unidades, então, o mais conveniente é passar as unidades do numerador para as unidades do SI e fazer as contas para obter d em metros, como pede a questão:

$$d = \frac{0{,}11\ .\ 4{,}2\ \text{J}/0{,}001\ \text{kg}}{0{,}1\ \text{m/s}} = 4620\ \text{m} \tag{30}$$

Resposta: O meteorito precisará percorrer uma distância de 4620 metros para aumentar sua temperatura em 1 °C.

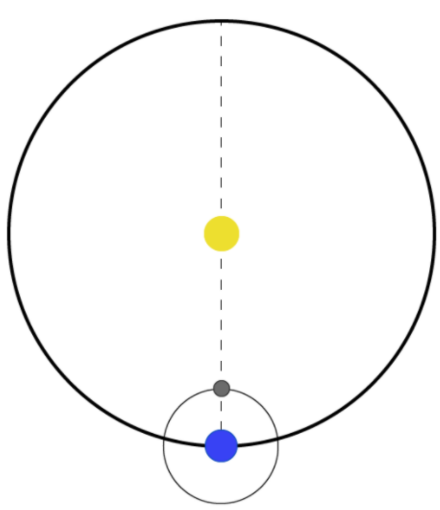
■

4. Considere um sistema planetário hipotético formado por uma única estrela em torno da qual orbita um planeta que possui uma única lua (satélite natural). Neste sistema, as órbitas do planeta em torno da estrela e da lua em torno do planeta são circulares e coplanares e o período de translação do planeta em torno da estrela é de $T_p = 360$ dias. Sabendo que, após um eclipse solar, o próximo eclipse lunar ocorre 30 dias depois, determine o período orbital da lua em torno do planeta, em dias, nos seguintes casos.

(a) O planeta e a sua lua percorrem suas órbitas no mesmo sentido, por exemplo, ambas no sentido anti-horário.
(b) O planeta e a sua lua percorrem suas órbitas em sentidos opostos.

Resolução:

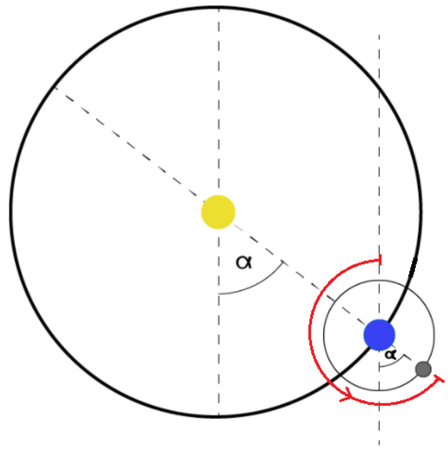
A figura abaixo mostra a configuração inicial do sistema para os dois casos (eclipse solar). A estrela é representada pelo disco amarelo, o planeta pelo disco azul e a lua pelo disco cinza. As órbitas do planeta e da lua (sem especificação do sentido) são representadas pelos círculos preto e cinza, respectivamente.



(a) Considerando as duas órbitas no sentido anti-horário, passamos para a configuração de eclipse lunar mostrada na figura abaixo.

Se em 360 dias o planeta dá uma volta completa em torno da estrela e, portanto, descreve um ângulo de 2π rad, em 30 dias, que é o tempo gasto para chegarmos nessa nova configuração, ele descreverá um ângulo:

$$\alpha = 2\pi \cdot \frac{30}{360} = \frac{\pi}{6}\ \text{rad} \tag{31}$$



Neste caso em que as duas órbitas são no sentido anti-horário o deslocamento angular da lua, indicado pelo pelo arco em vermelho na imagem acima é:

$$\Delta\theta = \pi + \alpha = \frac{7\pi}{6} \text{ rad} \tag{32}$$

Com isso podemos calcular a velocidade angular da lua:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{30 \text{ dias}} = \frac{7\pi}{180} \frac{1}{\text{dias}} \tag{33}$$

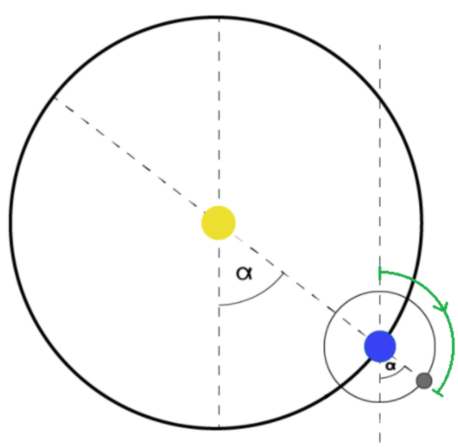
E agora calculando o período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \times 180}{7\pi} \text{ dias} \approx 51 \text{ dias} \tag{34}$$

Resposta: Considerando as duas órbitas em sentidos opostos, vemos que o período orbital da lua em torno do planeta é de aproximadamente 51 dias.

■

(b) Considerando a órbita do planeta no sentido anti-horário e a de sua lua no sentido horário, passamos para a seguinte configuração (eclipse lunar):



Assim como no caso do item anterior, a passagem do estado inicial de eclipse solar para o estado de eclipse lunar ocorre em 30 dias, então temos novamente:

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \tag{35}$$

No entanto, neste caso em que as duas órbitas ocorrem em sentidos contrários, o deslocamento angular da lua, indicado pelo pelo arco em verde na imagem acima é:

$$\Delta\theta = \pi - \alpha = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \tag{36}$$

Com isso, calculamos novamente a velocidade angular da lua:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{30 \text{ dias}} = \frac{5\pi}{180} \frac{1}{dias} \tag{37}$$

E agora calculando o período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \times 180}{5\pi} \text{ dias} = 72 \text{ dias} \tag{38}$$

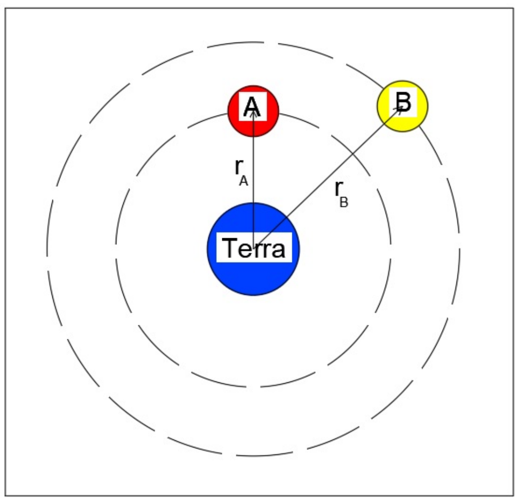
Resposta: Considerando as duas órbitas em sentidos opostos, vemos que o período orbital da lua em torno do planeta é de 72 dias.

■

5. Considere dois pequenos satélites, A e B, de mesma massa. Ambos estão em órbitas circulares em torno da Terra, mas o raio da órbita do satélite B é 50 % maior que a do satélite A. Sejam $E_{c,A}$ e $E_{c,B}$, respectivamente, as energias cinéticas de cada satélite. Use as leis de Kepler e seus conhecimentos de física para determinar a razão $E_{c,B}/E_{c,A}$.

Resolução:

A figura abaixo mostra uma representação do problema. A razão entre as energias cinéticas $E_{c,B}/E_{c,A}$



é dada por:

$$\frac{E_{c,B}}{E_{c,A}} = \frac{\frac{m_B v_B^2}{2}}{\frac{m_A v_A^2}{2}} \tag{39}$$

onde m_A e m_B são as massas dos satélites e v_A e v_B são suas velocidades escalares. Como as massas são iguais, temos $m_A = m_B = m$ e essa razão se simplifica para:

$$\frac{E_{c,B}}{E_{c,A}} = \frac{v_B^2}{v_A^2} \tag{40}$$

O movimento de ambos os satélites é circular, sendo sustentado pela força gravitacional exercida pela Terra sobre eles. Assim, a velocidade escalar orbital é constante e pode ser escrita como:

$$v = \frac{\triangle S}{\triangle t} = \frac{2\pi r}{T} \tag{41}$$

pois, em um período T de revolução, tempo necessário para um satélite dar uma volta completa ao redor da Terra, o deslocamento equivale ao comprimento da órbita circular, $2\pi r$.

Com isso:

$$\frac{v_B^2}{v_A^2} = \left(\frac{\frac{2\pi r_B}{T_B}}{\frac{2\pi r_A}{T_A}}\right)^2$$

$$\therefore \quad \frac{v_B^2}{v_A^2} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 \tag{42}$$

Resta então encontrar a razão entre os quadrados dos períodos de A e de B. Podemos fazer isso utilizando a 3ª lei de Kepler ou lei dos períodos. Como os dois satélites orbitam em torno do mesmo astro, podemos escrever:

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} \quad \therefore \quad \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \tag{43}$$

Substituindo esse resultado na Eq. 42, obtemos:

$$\frac{v_B^2}{v_A^2} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \cdot \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = \frac{r_A}{r_B} \tag{44}$$

Finalmente, de acordo com o enunciado, r_B é 50 % maior que r_A. Assim:

$$r_B = 1{,}5\ r_A = \frac{3}{2}\ r_A \tag{45}$$

e portanto:

$$\frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{r_A}{\frac{3}{2}\,r_A} \qquad \therefore \qquad \frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{2}{3} \tag{46}$$

Como já vimos acima, esta razão coincide com a razão entre as energias cinéticas, logo:

$$\frac{E_{c,B}}{E_{c,A}} = \frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67 \tag{47}$$

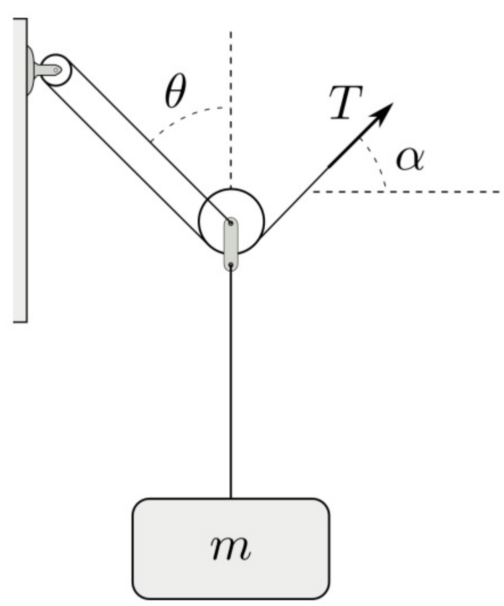
Resposta: A razão entre as energias cinéticas de cada satélite vale $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$.

■

6. Uma caixa de m = 60 kg é suspensa pelo sistema de polias representado na figura. Os trechos de corda entre as duas polias são paralelos e formam um ângulo $\theta = 30°$ com a vertical. Na extremidade da corda, é aplicada uma força $\vec{T}$, de módulo T, e que faz um ângulo α com a horizontal. Considerando que o sistema está em equilíbrio estático e as cordas e polias são ideais, determine:

   (a) o ângulo α, em graus;

   (b) a intensidade da força T, em N.



Resolução:

(a) Como o sistema está em equilíbrio estático, a força resultante que atua sobre cada parte do sistema é nula. Além disso, como as cordas e polias são ideais, as tensões atuantes em todos os trechos de uma determinada corda têm o mesmo módulo. Com isso, podemos construir os diagramas de forças da caixa e da polia central, como mostra a figura abaixo:

Utilizando o sistema de coordenadas definido na figura, podemos decompor as forças ao longo dos eixos X e Y e aplicar a condição de equilíbrio ao longo de cada um desses eixos.

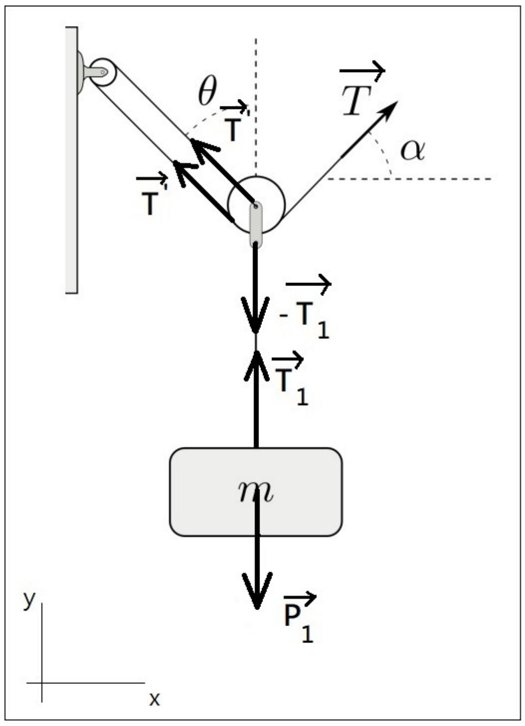
Equilíbrio ao longo de X. Neste caso, basta analisarmos a polia central, uma vez que não há forças horizontais sobre a caixa. A condição de equilíbrio dá:

$$-2\mathrm{T}'\ \mathrm{sen}\,\theta + \mathrm{T}\ \cos\alpha = 0 \tag{48}$$

Como mencionamos acima, como a corda em contato com a polia central é ideal, devemos ter T' = T. Assim, utilizando ainda que $\theta = 30°$, obtemos:

$$\cos\alpha = 2\ \mathrm{sen}30° = 1 \quad \therefore \quad \alpha = 0° \tag{49}$$

Resposta: O ângulo α vale 0°, ou seja, a força $\boldsymbol{\vec{T}}$ é horizontal.



(b) Agora, vamos analisar as condições de equilíbrio ao longo de Y. Para a polia central, obtemos:

$$2\mathrm{T}' \ \cos\theta + \mathrm{T}\ \mathrm{sen}\alpha - \mathrm{T}_1 = 0 \tag{50}$$

e para o bloco:

$$\mathrm{T}_1 - \mathrm{P}_1 = 0 \quad \therefore \quad \mathrm{T}_1 = mg \tag{51}$$

Combinando as equações acima, utilizando mais uma vez que T' = T e utilizando ainda que $\alpha = 0°$, como obtido em (a), segue:

$$2\mathrm{T} \ \cos 30° + \mathrm{T}\,\mathrm{sen}\,0° = mg$$
$$\mathrm{T} = \frac{mg}{\sqrt{3}} \tag{52}$$

Substituindo m = 60 kg e g = 10 m/s^2 acima, vem:

$$\mathrm{T} = \frac{600}{\sqrt{3}} = \frac{600\sqrt{3}}{3} = 200\sqrt{3}\,\mathrm{N} \tag{53}$$

De acordo com as instruções da prova, devemos utilizar $\sqrt{3} \approx 1{,}7$. Portanto:

$$\mathrm{T} \approx 200 \cdot 1{,}7 = 340 \ \mathrm{N} \tag{54}$$

Resposta: A intensidade de $\vec{\boldsymbol{T}}$ é 340 N.

■

7. Uma estudante de física resolveu analisar uma filmagem, com som e imagem, feita de uma exibição de fogos de artifícios. A filmadora eletrônica que utilizou gravou o vídeo em 30 FPS, que é a sigla, em inglês, para 30 quadros (frames) por segundo. Isto quer dizer que o aparelho tira 30 fotografias por segundo em intervalos de tempo igualmente espaçados. Depois, quando se assiste à filmagem, as imagens são exibidas também na taxa de 30 FPS e, por isso, temos a impressão de ver uma cena em movimento a partir de uma sequência de imagens estáticas. Existem vários aplicativos de edição de vídeos, muitos deles de software livre, que podem ser usados para analisar uma filmagem quadro-a-quadro. Em geral, estes aplicativos também mostram representações gráficas da intensidade da onda sonora que chega à filmadora durante a gravação. Ao analisar a filmagem da explosão de um morteiro, a estudante percebe que o som da explosão aparece 52 quadros depois do quadro com o brilho da explosão. Com seus conhecimentos de física e estas informações, ela conseguiu estimar a distância d entre o morteiro no momento da explosão e a sua filmadora. Qual o valor de d, em metros, que ela estimou?

Resolução:

O intervalo de quadros entre o brilho da explosão e a percepção do som da explosão resulta da diferença de velocidade de propagação da luz c e do som v. Como $c \gg v$, podemos considerar, em primeira aproximação, que o tempo gasto pela luz para percorrer a distância d é desprezível em confronto com o tempo gasto pelo som para percorrer a mesma distância. Podemos escrever este tempo como:

$$\Delta t = \frac{d}{v} \tag{55}$$

onde $v = 340$ m/s é a velocidade do som no ar.

De acordo com a nossa aproximação, este tempo deve corresponder ao intervalo relativo à captura de $N = 52$ quadros pela câmera entre os registros do brilho e do som da explosão. Assim, podemos utilizar a taxa constante de captura da câmera, $f = 30$ frames/s (número de quadros por unidade de tempo) para calcular Δt:

$$\Delta t = \frac{N}{f} = \frac{52\ frames}{30\ frames/\text{s}} = \frac{52}{30}\ \text{s} \tag{56}$$

Combinando as duas equações acima e substituindo o valor de v, obtemos:

$$d = 340\ \text{m/s} \cdot \frac{52}{30}\ \text{s} \approx 589\ \text{m} \tag{57}$$

Resposta: A distância entre o morteiro e a filmadora no momento da explosão vale aproximadamente 589 m.

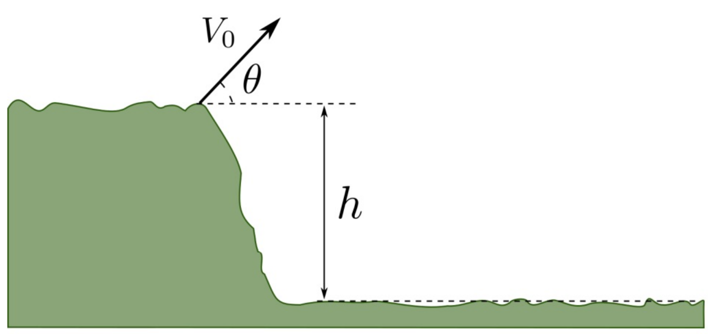
OBS: Se levássemos em conta o intervalo de tempo gasto pela luz para percorrer a distância d, obteríamos $d = v\Delta t/(1 - v/c)$. Note como o fator de correção no denominador vale aproximadamente 1, uma vez que $v \ll c$.

■

8. Em um exercício militar, um canhão localizado na extremidade de um planalto dispara um projétil em direção a uma planície vizinha conforme ilustrado na figura. O desnível entre o planalto e a planície é de h = 475 m e a velocidade inicial do projétil é $V_0 = 300$ m/s. Sabendo que $\theta = 30°$ e desprezando a resistência do ar, determine:

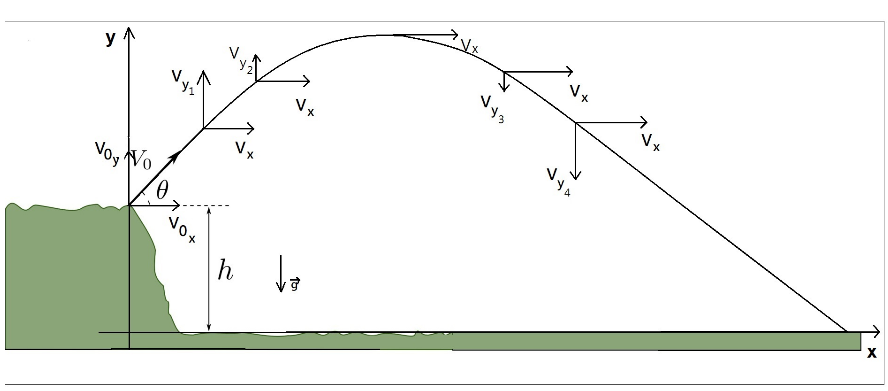
   (a) a distância horizontal percorrida pelo projétil desde o ponto de lançamento até onde atinge o solo, em metros;

   (b) a altura máxima que o projétil atinge em relação à planície, em metros.



Resolução

(a) Vamos utilizar o sistema de coordenadas indicado na figura abaixo, com origem na projeção do ponto de lançamento sobre a planície. Como a resistência do ar é desprezível, a força peso é a única atuante sobre o projétil durante o seu movimento. Dessa forma, não há forças atuando sobre o projétil ao longo de X, de forma que não há aceleração nessa direção. Portanto, o projétil descreverá um MRU (Movimento Retilíneo Uniforme), em que a componente horizontal da velocidade é constante em módulo, direção e sentido, ou seja, $V_x = V_{0x} = V_0\ \cos\theta$ ao longo de todo o movimento.



Seja A a distância horizontal percorrida pelo projétil desde o ponto de lançamento até o ponto onde ele atinge o solo e t_s o instante em que ele atinge o solo, considerando $t = 0$ o instante de lançamento. Utilizando a equação horária do MRU, podemos escrever:

$$A = V_x\, t_s = V_0 \cos\theta\, t_s \tag{58}$$

Por outro lado, ao longo do eixo Y, teremos um MRUV (Movimento Retilíneo Uniformemente Variado) em razão da aceleração da gravidade $\vec{g}$ (constante). Com a nossa escolha de eixos, podemos escrever a função horária correspondente:

$$y(t) = y_0 + V_{0y}\, t - \frac{gt^2}{2} \tag{59}$$

Note que o sinal negativo no último termo resulta de $\vec{g}$ apontar no sentido negativo do eixo Y.

No instante de lançamento do projétil, temos $y(0) = y_0 = h = 475$ m e, no instante em que ele atinge o solo, $y(t_s) = 0$ m. Além disso, a componente Y da velocidade inicial vale $V_{0y} = V_0 \operatorname{sen}\theta$. De acordo com valores dados no enunciado, $V_0 = 300$m/s e $\theta = 30°$, obtemos:

$$V_{0y} = (300\text{m/s})\ \operatorname{sen} 30° = 150\ \text{m/s} \tag{60}$$

Substituindo estes valores na equação 59, além de $g = 10$ m/s^2, podemos encontrar o instante t_s em segundos:

$$0 = 475 + 150t_s - \frac{10t_s^2}{2} \tag{61}$$

Dividindo a equação por 5 para simplificar, devemos resolver a seguinte equação do 2° grau:

$$t_s^2 - 30t_s - 95 = 0$$

Calculando $\triangle$ e sua raiz quadrada em unidades SI:

$$\triangle = (-30)^2 - 4 \cdot (-95) \quad \therefore \quad \triangle = 1280$$

$$\sqrt{\triangle} = \sqrt{2^8 \cdot 5} = 2^4 \cdot \sqrt{5} \quad \therefore \quad \sqrt{\triangle} = 16\sqrt{5} \tag{62}$$

Utilizando a fórmula de Bhaskara, segue:

$$t_s = \frac{30 \pm 16\sqrt{5}}{2}\ \text{s} \tag{63}$$

Como $\sqrt{5} \approx 2{,}2$, observe que a solução de sinal negativo resulta em $t_s < 0$, ou seja, um instante anterior ao de lançamento. Esta solução não é fisicamente aceitável, de forma que a única solução possível para t_s é:

$$t_s = 15 + 8\sqrt{5}\ \text{s} \approx 32{,}6\,\text{s} \tag{64}$$

Finalmente, substituindo o resultado acima e os dados do problema na Eq. 58, obtemos:

$$A = (300\,\text{m/s}) \cdot\ \cos 30° \cdot (32{,}6\,\text{s}) = 300\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 32{,}6\,\text{m} \tag{65}$$

Como $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, segue:

$$A \approx 150 \cdot 1{,}7 \cdot 32{,}6\ \text{m} \approx 8313\ \text{m} \tag{66}$$

Resposta: A distância horizontal percorrida pelo projétil desde o instante do lançamento até atingir o solo vale aproximadamente 8313 m.

■

(b) Podemos analisar o primeiro trecho do movimento, entre $y(0) = y_0 = 475$ m e $y(t_m) = h_{max}$, onde h_{max} é a altura máxima e t_m é o instante onde ela é alcançada. A função horária da componente Y da velocidade é dada por:

$$V_y(t) = V_{0y} - g\,t \tag{67}$$

Na altura máxima, o projétil inverte o sentido de seu movimento vertical, de modo que $V_y(t_m) = 0$. Além disso, vimos no item (a) que $V_{0y} = 150$ m/s. Assim, podemos calcular t_m em segundos a partir da equação acima:

$$0 = 150 - 10\,t_m$$

logo:

$$t_m = \frac{150}{10}\ \text{s} = 15\ \text{s} \tag{68}$$

Substituindo o instante acima na função horária da coordenada y (Eq. 59), obtemos a altura desejada em metros:

$$y(t_m) = y_0 + V_{0y} \cdot t_m - \frac{gt_m^2}{2}$$
$$h_{max} = 475 + 150 \cdot 15 - 10 \cdot \frac{15^2}{2} \tag{69}$$

Portanto:

$$h_{max} = 1600\,\mathrm{m} \tag{70}$$

Resposta: A altura máxima alcançada pelo projétil, medida com relação à planície, vale 1600 m.

■