Gabarito elaborado pela equipe do projeto de extensão *Elaboração de Material de Preparação para a Olimpíada Brasileira de Física (OBF)*, do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IF-UFRJ).

Equipe

Hariom Nunes Choudhury, João Octavio Oliveira Cony, Lucas Bianchi Marcianesi
Maria Clara Vicente Coelho, Maria Luisa Chaves Lino, Sidney Natzuka Junior
Georgeana Arruda Limeira, Nathan Machado Vasconcelos, Lucca Teixeira Martins

Revisão

Prof. Marcos G. Menezes, Prof. Rodrigo B. Capaz

1. Duas esferas de aço, partindo de alturas diferentes, uma a 20,0 m e a outra a 16,0 m do solo, devem atingi-lo ao mesmo tempo. A que está a 20,0 m é solta a partir do repouso. Considerando desprezível a resistência do ar, esta situação será possível se a outra for arremessada com uma velocidade de

   a) 2,0 m/s vertical para baixo.
   b) 2,0 m/s vertical para cima.
   c) 1,0 m/s vertical para baixo.
   d) 1,0 m/s vertical para cima.
   e) a situação proposta não é possível.

   Resolução

   Sendo A e B as esferas abandonadas a $h_a = 20{,}0$ m e $h_b = 16{,}0$ m, respectivamente, é evidente que B deve ser arremessada para cima, pois ela está mais próxima do chão. Se ela fosse solta também do repouso ou fosse arremessada para baixo, ela chegaria ao solo antes de A.

   Adotando um sistema de referência com o eixo Y apontando para cima e com origem no solo, podemos escrever as equações horárias de cada esfera, considerando o instante inicial $t_0 = 0$:

$$y_A(t) = h_a - \frac{1}{2}gt^2 = 20 - 5t^2 \tag{1}$$

$$y_B(t) = h_b + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 16 + v_0 t - 5t^2 \tag{2}$$

   Nestas equações, t é dado em s, y em m e v_0 deve ser calculado em m/s. Sendo t_A e t_B os tempos decorridos até A e B chegarem ao solo, respectivamente, sabemos que:

$$y_A(t_A) = 20 - 5t_A^2 = 0 \tag{3}$$

$$y_B(t_B) = 16 + v_0 t_B - 5{t_B}^2 = 0 \tag{4}$$

   Temos duas equações do segundo grau, cujas soluções são:

$$t_A = \pm\, 2 \text{ s} \tag{5}$$

$$t_B = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 320}}{10} \tag{6}$$

   Podemos descartar as soluções que envolvem o sinal de menos, pois apesar de fazerem sentido matemático, elas não apresentam sentido físico, dado que o tempo de queda deve ser posterior ao de lançamento ($t = 0$).

   Como queremos que o tempo de queda das esferas seja o mesmo, basta igualarmos as soluções válidas de (5) e (6):

$$\frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 320}}{10} = 2$$

$$v_0^2 + 320 = (20 - v_0)^2$$

$$v_0^2 + 320 = 400 - 40v_0 + v_0^2$$

$$v_0 = 2 \text{ m/s} \tag{7}$$

Note que o valor calculado para v_0 é positivo. De acordo com a nossa escolha de eixo Y, isto representa um lançamento para cima, em acordo com a nossa expectativa inicial.

RESPOSTA: Alternativa (B)

■

2. Um jornal informou que foi descoberta uma estrela com a mesmas características do Sol e que, orbitando ao seu redor, existe um planeta rochoso que pode abrigar vida. Sabendo que esse planeta está a uma distância média da estrela 4 vezes maior que a distância média entre a Terra e o Sol, quanto tempo, em anos terrestres, ele leva para completar uma volta em torno da estrela?

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 16

Resolução

Sendo $T_0 = 1$ ano o período de uma revolução da Terra em torno do Sol e r_0 a distância média entre eles neste movimento, podemos estabelecer uma relação entre esses valores aplicando a terceira lei de Kepler:

$$T_0^2 = kr_0^3$$

$$T_0 = \sqrt{kr_0^3} \tag{8}$$

onde a constante de proporcionalidade k é chamada de constante de Kepler e depende somente das propriedades da estrela, neste caso, o Sol.

Agora apliquemos a mesma relação para o período e distância média do planeta rochoso T_r e r_r, respectivamente. A constante de proporcionalidade que relacionará essas duas grandezas só será a mesma usada em (8) porque que as duas estrelas têm as mesma características, em particular a mesma massa. Com isso:

$$T_r = \sqrt{kr_r^3} \tag{9}$$

Porém, sabemos que $r_r = 4r_0$, então:

$$\begin{aligned} T_r &= \sqrt{k(4r_0)^3} \\ &= \sqrt{k64r_0^3} \\ &= 8\sqrt{kr_0^3} \\ &= 8T_0 \end{aligned} \tag{10}$$

Sabemos que T_0 é um ano, portanto:

$$T_r = 8 \text{ anos} \tag{11}$$

RESPOSTA: Alternativa (D)

■

3. Uma garrafa possui volume interno igual a 0,80 litro e volume externo igual a 1,0 litro. O material de que é feita possui densidade igual a 0,50 g/cm^3. Quando está completamente cheia com um certo líquido, apresenta uma densidade igual a 1,46 g/cm^3. A densidade deste liquido é, em g/cm^3, igual a:

a) 1,95
b) 1,70
c) 1,35
d) 1,20

e) 0,96

Resolução

Primeiramente, é conveniente transformar os volumes interno V_i e externo V_e da garrafa de litro para cm^3, já que as densidades estão em g/cm^3. Sabendo que 1 L = 1 dm^3 = 10^3 cm^3, obtemos:

$$V_i = 0{,}80 \text{ litro} = 0{,}8\ \times 10^3 \text{ cm}^3 = 800 \text{ cm}^3 \tag{12}$$

$$V_e = 1{,}0 \text{ litro} = 1{,}0\ \times 10^3 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 \tag{13}$$

Sabemos ainda que a densidade ρ de um objeto em termos de sua massa m e volume V é dada por:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{14}$$

Utilizando essa expressão e escrevendo a massa total m_t do sistema garrafa-líquido como a soma da massa da garrafa m_g e do líquido m_l, obtemos:

$$\begin{aligned} m_t &= m_g + m_l \\ \rho_t V_t &= \rho_g V_g + \rho_l V_l \\ \rho_t V_e &= \rho_g (V_e - V_i) + \rho_l V_i \end{aligned} \tag{15}$$

onde ρ_g, ρ_l e ρ_t são as densidades do material da garrafa, do líquido e do sistema garrafa-líquido, respectivamente, e $V_g = V_e - V_i$ é o volume ocupado pelo material da garrafa.

Observe que o queremos calcular é a densidade do líquido ρ_l. Podemos isolá-lo na equação acima, já que conhecemos os demais parâmetros. Com isso, obtemos:

$$\begin{aligned} \rho_l &= \frac{\rho_t V_e - \rho_g (V_e - V_i)}{V_i} \\ \rho_l &= \frac{1{,}46 \text{ g/cm}^3 \times 1000 \text{ cm}^3 - 0{,}50 \text{ g/cm}^3 \times (1000 - 800) \text{ cm}^3}{800 \text{ cm}^3} \\ \rho_l &= \frac{1460 \text{ g} - 100 \text{ g}}{800 \text{ cm}^3} = \frac{1360 \text{ g}}{800 \text{ cm}^3} = 1{,}70 \text{ g/cm}^3 \end{aligned} \tag{16}$$

Resposta: Alternativa (B)

■

4. Uma telha de concreto produz energia elétrica a partir de células fotovoltaicas, sem necessidade de painéis solares adicionais. Essa é a tecnologia que recebeu aval e registro do INMETRO e chegará ao Brasil por meio da Eternit. A telha BIG-F10 é a primeira no país deste tipo. A capacidade de produção média mensal de uma única telha é de 1,15 Kilo-watts hora por mês (kWh/mês). O consumo médio residencial de energia elétrica no Brasil é de 152,2 kWh/mês. Cada telha de concreto da Eternit Solar produz energia a uma taxa 9,16 J/s, é retangular e tem as seguintes dimensões 365 mm 475 mm. (texto modicado a partir: https://opetroleo.com.br/empresa-brasileira-eternit-autorizada-a-vender-telha-para-geracao-de-energia-solar)

   Para suprir a demanda de uma residência cujo consumo é igual ao valor médio do consumo residencial brasileiro, qual a área aproximada do telhado, em m^2, que deve ser coberta com essa telha?

   a) 780

   b) 450

   c) 220

   d) 133

   e) 23

Resolução:

Para sabermos a área a ser ocupada por telhas fotovoltaicas, precisamos antes ter ciência da quantidade de telhas a serem instaladas. Podemos obter este número dividindo o consumo total da residência pela produção de cada telha, de modo que seu resultado nos indique quantas telhas produzem o total de energia consumido nesta residência. De acordo com o enunciado, o consumo mensal da residência é de 152,2 kWh/mês e cada telha produz 1,15 kWh/mês. Assim, podemos escrever:

$$N_{telhas} = \frac{152{,}2 \text{ kWh/mês}}{1{,}15 \text{ kWh/mês}} = 132{,}3 \text{ telhas} . \tag{17}$$

Ou seja, para cobrir a demanda de energia de uma residência de consumo médio, precisa-se de 133 telhas.

Como as dimensões da telhas são de 365 mm × 475 mm, a área total a ser coberta é:

$$\begin{aligned} A &= 133 \times (365 \times 10^{-3}\ \text{m}) \times (475 \times 10^{-3}\ \text{m}) \\ &= 133 \times 365 \times 475 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 \\ A &= 23{,}0\ \text{m}^2 \end{aligned} \tag{18}$$

Como a área total a ser ocupada pelas telhas é aproximadamente 23 m^2, a resposta correta é a letra E.

RESPOSTA: Alternativa (E)

■

5. As pessoas em algumas regiões do Brasil têm, no mês de outubro de 2020, enfrentado dias muito quentes. Em função disto, é frequente, nos meios de comunicação, ouvirmos as palavras calor, temperatura e sensação térmica em diferentes contextos. A sensação térmica, ou temperatura aparente, é a forma como os nossos corpos percebem a temperatura do ar. Esta temperatura é afetada por características ambientais que modicam a taxa com a qual nossos corpos transferem calor para o ambiente. Em uma discussão de sala de aula sobre esse assunto, três armativas foram feitas:

   I. As três grandezas calor, temperatura e sensação térmica são medidas na mesma unidade.

   II. A transpiração, através da evaporação do suor, é uma das formas pelas quais o corpo humano cede calor para o ambiente.

   III. Locais onde a umidade relativa do ar é maior podem produzir uma sensação térmica de temperatura mais elevada mesmo em temperaturas ambientes mais amenas.

   É (são) correta(s) a(s) afirmativa(s):

   a) apenas I

   b) apenas II

   c) apenas III

   d) II e III

   e) I e III

   Resolução:

   Vamos avaliar cuidadosamente cada proposição:

   I. *Falso.* Estamos lidando com três grandezas distintas neste caso: calor, temperatura e sensação térmica. A primeira delas, o calor, representa a troca de energia térmica entre corpos e, portanto, é medido, no SI, em Joules (J). Já a temperatura representa o nível de agitação das moléculas em determinado material, sendo medido em Kelvin (K). Além de Kelvin, existem outras unidades usuais para temperatura fora do SI, como graus Celsius (°C) e graus Fahrenheit (F). Por fim, a sensação térmica indica a temperatura que o corpo humano sente em determinado ambiente, considerando fatores como temperatura ambiente, umidade, altitude, entre outros, sendo, assim como a temperatura, medida em Kelvin (K). Como podemos ver, as três grandezas não são medidas na mesma unidade, de modo que a proposição é incorreta;

   II. *Verdadeiro.* Para que o suor secretado pelas glândulas sudoríparas dos seres humanos seja evaporado, é necessário certa quantidade de energia. Tal energia é cedida justamente na forma de calor pelo corpo humano, através do contato da pele com o suor. Assim, a evaporação do suor é um processo que retira energia em forma de calor do corpo humano e a cede ao ambiente. Logo, a proposição está correta;

   III. *Verdadeiro.* A presença de mais vapor d'água no ar, ou seja, uma umidade relativa do ar maior, implica em uma evaporação do suor mais lenta, visto que já há mais vapor d'água no ambiente. Assim, o corpo humano tende a transpirar mais de modo a aumentar a taxa de evaporação, o que aumenta a sensação térmica. Desta forma, a proposição é correta;

   Como as proposições II e III estão corretas, a resposta certa é a D.

   RESPOSTA: Alternativa (D)

   ■

6. Um pequeno bloco metálico de massa 1,2 kg está apoiado sobre uma superfície horizontal, plana e lisa, que gira em torno de um eixo vertical fixo que atravessa seu centro. Essa plataforma pode ser vista como um carrossel de piso liso. À baixa velocidade, o bloco não desliza sobre a plataforma, pois está preso a uma corda de 2,0 m de comprimento cuja outra extremidade está fixa no eixo de rotação. Sobre o bloco

metálico, está um pequeno bloco de borracha de massa 0,80 kg. 0 coeciente de atrito estático entre as superfícies de contato dos blocos é igual a 0,8. Sabendo que a corda suporta uma tração máxima de 64 N, determine a máxima velocidade angular, em rad/s, com que a plataforma pode girar de forma que os dois blocos descrevam movimentos circulares.

a) 1,0

b) 2,0

c) 4,0

d) 8,0

e) 16

Resolução:

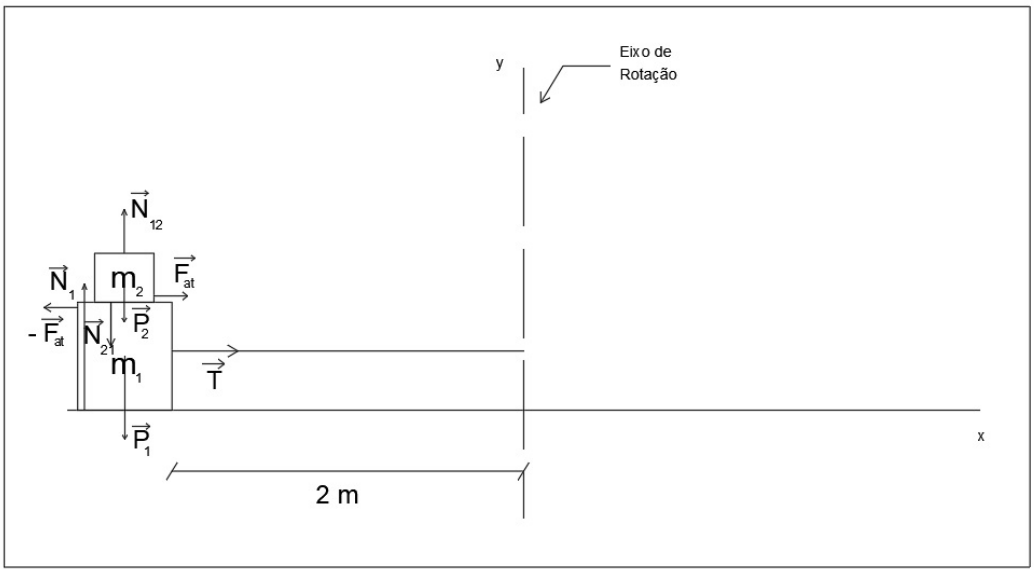


Figura 1: Representação da configuração do problema, com a indicação das forças atuantes em cada bloco.

Para que os dois blocos descrevam movimentos circulares, o bloco de borracha não deve deslizar sobre o bloco metálico. Assim, o atrito entre as suas superfícies é estático e a força de atrito estático F_{at} obedece à seguinte relação com o coeficiente de atrito estático μ_e e N_{12}, o módulo da força normal que o bloco 1 exerce sobre o bloco 2.:

$$F_{at} \leq F_{at}^{max} = \mu_e N_{12} \tag{19}$$

Para o bloco de borracha, cuja massa chamaremos de m_2, a F_{at} é a única força que pode sustentar o movimento circular. Por essa razão, ela deve ser dirigida radialmente para dentro, atuando como a resultante centrípeta. Esta situação é mostrada no diagrama de forças da figura abaixo. Além disso, como os blocos são pequenos, podemos supor que o raio R do movimento circular corresponde ao comprimento da corda. Assim, a segunda lei de Newton para a direção radial dá:

$$F_{at} = F_{cp} = m_2\, \omega^2 R \tag{20}$$

onde ω é a velocidade angular comum dos blocos.

Na situação limite, teremos $F_{at} = F_{at}^{max}$ e $\omega_2 = \omega_{max}$. Combinando as duas equações acima, obtemos:

$$\mu_e N_{12} = m_2\, \omega_{max}^2 R \tag{21}$$

Do equilíbrio das forças atuantes em m_2 na direção vertical (peso $\vec{\boldsymbol{P}}_2$ e normal $\vec{\boldsymbol{N}}_{12}$), segue:

$$N_{12} = m_2 g \tag{22}$$

Portanto:

$$\mu_e m_2 g = m_2\, \omega_{max}^2 R$$

$$\omega_{max}^2 = \frac{\mu_e g}{R} \quad \therefore \quad \omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu_e g}{R}} \tag{23}$$

Substituindo nessa expressão os dados do enunciado, encontramos:

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ m}}} = 2{,}0 \text{ rad/s} \tag{24}$$

Agora, precisamos verificar se ω_{max} atende a condição limite da tração, pois se a tração correpondente a ω_{max} for maior do que a máxima suportada pela corda, m_1 não executará um movimento circular. Considerando o sistema formado pelos dois blocos, note que as forças que um bloco exerce sobre o outro (força normal e força de atrito) são forças internas. Portanto, elas não contribuem para a força resultante, que é a própria tensão da corda. Aplicando a segunda lei de Newton a esse sistema e substituindo os valores, obtemos:

$$T = (m_1 + m_2)\,\omega_{max}^2 R = 16 \text{ N} \tag{25}$$

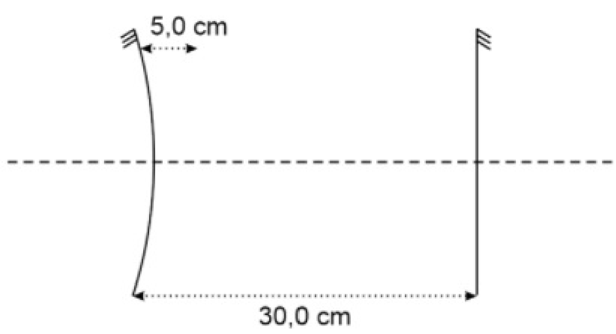
onde m_1 é a massa do bloco metálico.

Como T é menor que a tração máxima de 64 N, vemos que ω_{max} = 2,0 rad/s atende a condição limite da tração e ambos os blocos descrevem movimentos circulares. Portanto, de fato, esta é a velocidade angular limite apropriada.

Resposta: Alternativa (B)

■

7. A figura representa um espelho convexo de distância focal igual a 20 cm e um espelho plano colocado um em frente ao outro. Um objeto é colocado entre eles a 5,0 cm do espelho convexo. A distância entre as duas primeiras imagens formadas pelo espelho plano, em cm, é:



a) 4,0

b) 5,0

c) 9,0

d) 24

e) 49

Resolução:

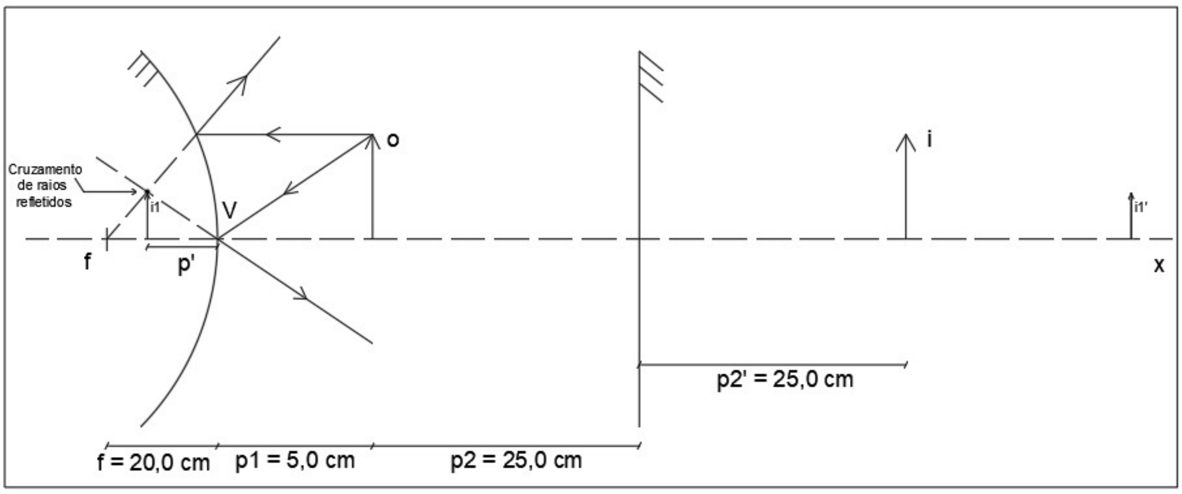
Para sabermos a localização das imagens, é necessário entender que a formação de uma imagem ocorre no ponto de cruzamento de raios refletidos, como mostra a figura abaixo. Com o objetivo de encontrar o ponto em que a imagem de O será formada no espelho convexo, traçamos os raios notáveis. Para traçá-los, utilizamos as seguintes propriedades: raios paralelos ao eixo são refletidos de forma que seu prolongamento passa pelo foco e raios que chegam no vértice são refletidos com ângulo de reflexão em relação ao eixo igual ao de incidência. Os raios refletidos irão se cruzar, com o auxílio de seus prolongamentos, na parte de trás do espelho, no ponto em que i_1 é formada. Nos espelhos planos, a distância do objeto ao espelho é igual a da imagem ao espelho. Por isso, a imagem i formada por O no espelho plano dista dele 25,0 cm ($p_2' = 25,0cm$).

A imagem i_1 formada pelo objeto no espelho convexo servirá como objeto para o espelho plano. Dessa forma, precisamos descobrir a distância entre esta imagem e o espelho convexo para determinar a distância entre o espelho plano e a imagem i_1' formada por i_1.

Para o espelho convexo, podemos aplicar a equação:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'} \tag{26}$$

onde: f é a distância focal, p_1 é a distância do objeto O ao vértice e p' é a distância da imagem i_1 ao vértice.



Representação dos raios notáveis para reflexão no espelho convexo. A posição do foco (f) e vértice (V) deste espelho estão indicadas. $\imath_1$ é a imagem formada pelo objeto O no espelho convexo, i é a imagem formada por O no espelho plano e i_1' é a imagem formada no espelho plano por i_1, que funciona como objeto para esse espelho.

Subsituindo os valores do enunciado na equação apresentada (em centímetros), obtemos:

$$\frac{1}{-20} = \frac{1}{5} + \frac{1}{p'} \quad \therefore \quad |p'| = 4{,}0 \text{ cm} \tag{27}$$

É válido lembrar que, nessa equação, consideramos negativas distâncias medidas atrás da parte refletora e positivas as medidas em sua frente. Com isso, a distância de i_1 ao espelho plano é dada por: $d = p' + 30{,}0 \text{ cm} = 34{,}0 \text{ cm}$, que é a mesma distância da imagem i_1' ao espelho plano.

Portanto, a distância entre as duas primeiras imagens vale:

$$d_{i,i_1'} = d - p_2' = (34{,}0 - 25{,}0) \text{ cm} = 9{,}0 \text{ cm}$$

Resposta: Alternativa (C)

■

8. É possível classificar as ondas em duas categorias: transversais e longitudinais. Assinale a alternativa que apresenta fenômenos comuns às ondas das duas categorias.

a) Reflexão, refração e interferência.

b) Reflexão, reflexão e polarização.

c) Reflexão, polarização e interferência.

d) Refração, polarização e difração.

e) Polarização, difração e dispersão.

Resolução:

Ondas transversais são aquelas em que a direção de propagação é perpendicular à de perturbação (ex.: ondas eletromagnéticas no vácuo). Ondas longitudinais são aquelas que possuem direção de propagação coincidente com a de perturbação (ex.: ondas sonoras). Definimos polarização como a direção em que se dá a perturbação (no caso de uma onda eletromagnética, é a direção do campo elétrico). Assim, em uma onda transversal, a polarização é perpendicular à direção de propagação e em uma onda longitudinal ela coincide com esta direção. Podemos perceber portanto que todas as ondas têm uma polarização. No entanto, as polarizações de ondas transversais e longitudinais são diferentes, de forma que apenas a alternativa "a"resta como resposta. Contudo, podemos analisar também os outros fenômenos ondulatórios: intereferência, difração, reflexão, refração e dispersão podem ocorrer em ondas das duas categorias.

Resposta: Alternativa (A)

■

9. Para facilitar a exploração espacial, os cientistas buscam desenvolver motores que possam acelerar as naves durante um período de tempo longo e com baixo consumo de combustível. Uma alternativa é o sistema de propulsão elétrica de íons. Atualmente estão sendo desenvolvidos propulsores deste tipo que podem proporcionar até 100 kW de potência e alcançar velocidades de 15 km/s a 30 km/s. Considere um foguete de massa 6000 kg equipado com um sistema deste. Quanto tempo, em horas, o sistema de

propulsão deve funcionar, a plena potência (100 kW), para alcançar a velocidade de 20 km/s partindo do repouso? (Admita em suas considerações que o jato de íons tem massa desprezível.)

a) $1{,}2 \times 10^7$

b) $6{,}0 \times 10^4$

c) $2{,}0 \times 10^4$

d) $3{,}3 \times 10^3$

e) $6{,}0 \times 10^2$

Resolução

Sabemos que a potência expressa o trabalho realizado por unidade de tempo. Assim, para a potência total:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \tag{28}$$

onde W é o trabalho total realizado num intervalo de tempo Δt.

A potência já foi informada no enunciado. Podemos determinar o trabalho total por meio do Teorema Trabalho-energia cinética:

$$W = \Delta K = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \tag{29}$$

Como o sistema parte do repouso, temos $v_0 = 0$. Substituindo os valores do enunciado para a massa m, a velocidade final v_f e fazendo as conversões apropriadas de unidades para o SI, obtemos:

$$W = \frac{(6000 \text{ kg}) \cdot (20 \times 10^3 \text{ m/s})^2}{2} = 12 \times 10^{11} \text{ J} \tag{30}$$

Substituindo este valor na expressão de P e utilizando que $P = 100 \text{ kW} = 10^5 \text{ W}$, encontramos:

$$\Delta t = \frac{12 \times 10^{11} \text{ J}}{10^5 \text{ W}} = 12 \times 10^6 \text{ s} \tag{31}$$

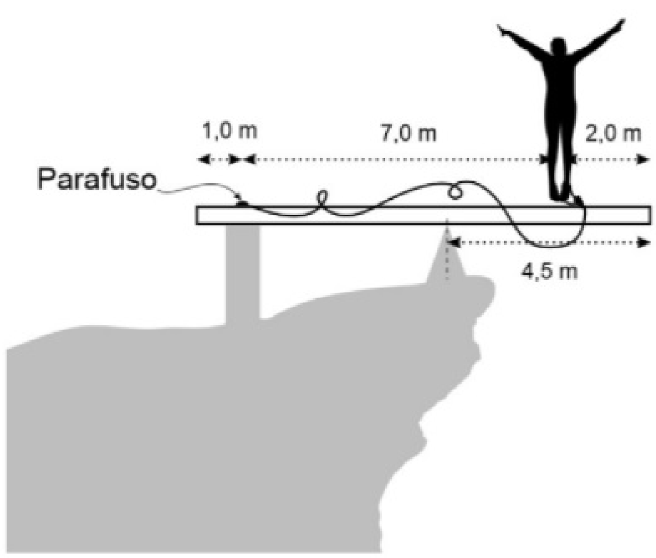
Convertendo este resultado para horas, encontramos:

$$\Delta t = 12 \times 10^6 \cdot \frac{1}{3600} \text{ h} = 3{,}3 \times 10^3 \text{ h} \tag{32}$$

Resposta: Alternativa (D)

■

10. Para saltar de um bungee jump (uma longa corda elástica), uma pessoa de massa 80 kg anda sobre uma prancha metálica, rígida e homogênea, de massa 40 kg. A prancha está presa ao piso através de um parafuso resistente, a 1,0 metro de sua extremidade esquerda, conforme mostra a figura. Qual o valor da força, em kgf, que o parafuso exerce na prancha quando a pessoa atinge a posição mostrada?



a) 120

b) 70,0

c) 44,0

d) 40,0

e) 22,5

Resolução:

A figura abaixo mostra as forças que atuam sobre o sistema formado pela prancha e a pessoa. A pessoa está representada apenas por meio de sua força peso $\vec{P}_1$ na posição em que ela se encontra. Além dessa força, temos a força peso da própria prancha, $\vec{P}_2$ e as forças normais exercidas pelo parafuso sobre a prancha, $\vec{F}$, e pelo ponto de apoio em O sobre a prancha, $\vec{N}$. Note ainda que a prancha exerce uma força sobre a pessoa e a pessoa exerce uma força sobre a prancha, em acordo com a terceira lei de Newton. Como essas forças são internas ao sistema, elas não contribuem para a resultante e não são representadas. É importante destacar também que, como a barra é rígida e homogênea, seu peso está distribuído uniformemente ao longo de seu comprimento, de forma que o centro de massa, CM, coincide com seu centro geométrico.

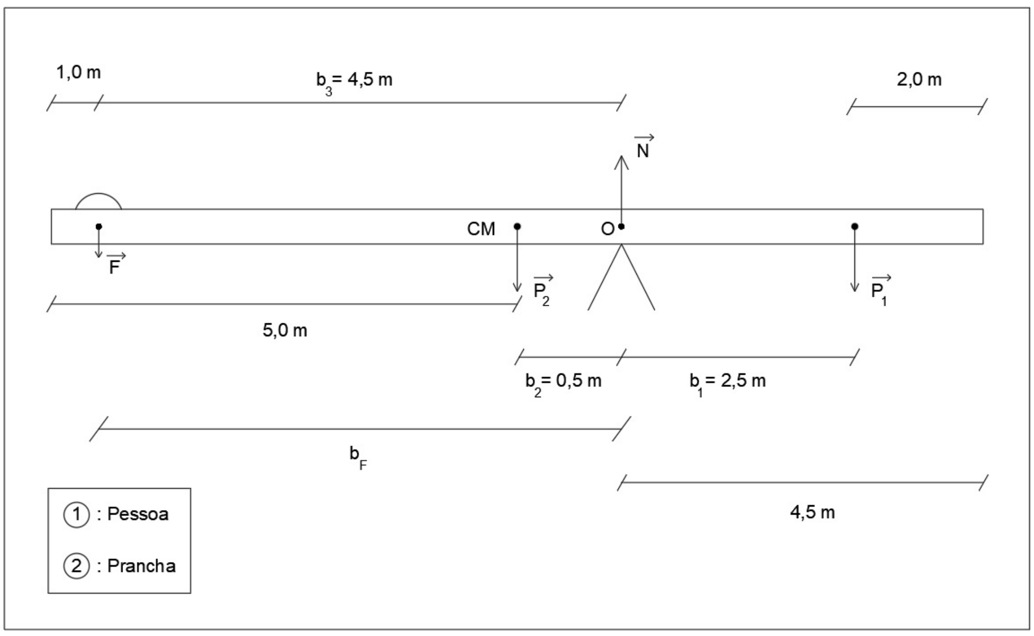


Figura 3: Diagrama de forças para o sistema tábua + pessoa.

Como o sistema está em equilíbrio, a força resultante sobre ele deve ser nula e a soma dos torques exercidos por cada força também deve ser nula. Vamos utilizar esta segunda condição, utilizando como referência para o cálculo dos torques o ponto O. Assim:

$$\sum \tau^O = 0$$

Observe que a força $\vec{N}$ atua sobre o ponto O, portanto o torque exercido por ela com relação a este ponto é nulo. Para as demais, devemos observar os braços de alavanca (distância entre a linha de ação da força e o ponto O) e as tendências de rotação. Se convencionarmos como positivos os torques que produzem tendências de rotação no sentido anti-horário, vemos que $\vec{F}$ e $\vec{P}_2$ produzirão torques positivos, enquanto $\vec{P}_2$ produz um torque negativo. Com isso, a condição de equilíbrio dá

$$-P_1\ b_1 + P_2\ b_2 + F\ b_F = 0 \tag{33}$$

Os braços de avalanca estão indicados na figura. Seus valores são:

$$\begin{aligned} b_1 &= 4{,}5 - 2{,}0 = 2{,}5 \text{ m} \\ b_2 &= 10{,}0 - (5{,}0 + 4{,}5) = 0{,}5 \text{ m} \\ b_F &= 10{,}0 - (1{,}0 + 4{,}5) = 4{,}5 \text{ m} \end{aligned} \tag{34}$$

Além disso, como as massas da pessoa e da prancha valem 80 kg e 40 kg, sabemos que $P_1 = 80$ kgf e $P_2 = 40$ kgf. Substituindo esses valores na equação 33, encontramos o módulo de $\vec{F}$ em kgf:

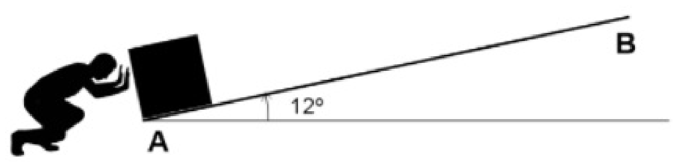
$$-80 \cdot 2{,}5 + 40 \cdot 0{,}5 + 4{,}5F = 0$$

$$4{,}5F = 180$$
$$F = 40 \text{ kgf} \tag{35}$$

Resposta: Alternativa (D)

■

11. Uma caixa de massa 5,0 kg em repouso no ponto A de um plano inclinado sofre um impulso instantâneo de um menino. Após percorrer 4,5 m, a caixa para no ponto B. Considerando desprezível a resistência do ar e sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies em contato é $= 0{,}20$, determine aproximadamente a velocidade, em m/s, imprimida no caixote no ponto A. Dados: sen $12° = 0{,}20$ e cos $12° = 0{,}98$.



a) 9,4
b) 8,4
c) 6,0
d) 4,6
e) 5,2

Resolução:

Escolhemos um sistema de eixos com eixo X ao longo do plano, no sentido ascendente, e eixo Y na direção perpendicular ao plano, apontando para fora. Como a caixa se desloca no sentido positivo de X em razão do impulso inicial fornecido pelo menino, a força de atrito, que é oposta a essa tendência de movimento, deve apontar no sentido negativo de X, como representado no diagrama de forças abaixo.

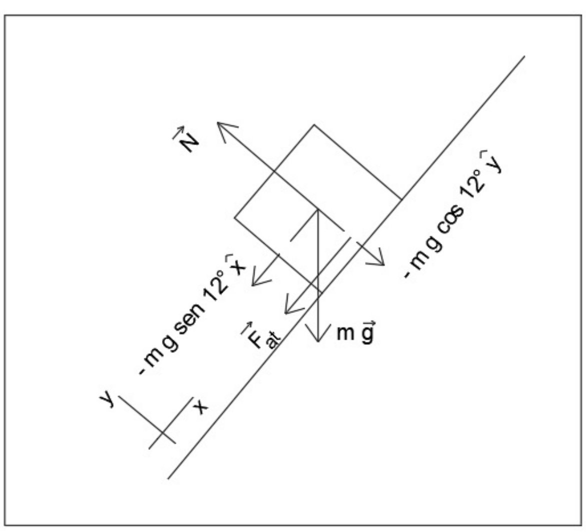


Figura 4: Diagrama de forças da caixa.

Considerando a decomposição da força peso ao longo das direções X e Y, também mostrada na figura, podemos aplicar a segunda lei de Newton às duas direções. Como o bloco não se movimenta ao longo de Y, a resultante das forças nessa direção deve ser nula. Portanto:

$$N - mg\cos 12° = 0$$

Ao longo de X, o bloco apresenta um movimento acelerado. Assim:

$$-F_{at} - mg \text{ sen } 12° = ma$$
$$-\mu_c N - mg \text{ sen } 12° = ma \tag{36}$$

Substituindo o valor de N dado pela Eq. 36, obtemos:

$$-\mu_c mg\cos 12^\circ - mg \text{ sen } 12^\circ = ma$$
$$a = -g(\text{sen}12^\circ + \mu_c\cos 12^\circ) \tag{37}$$

Substituindo os valores do enunciado:

$$a = -(10\ \text{m/s}^2)\cdot(0{,}20 + 0{,}20\cdot 0{,}98) = -3{,}96\ \text{m/s}^2 \tag{38}$$

O sinal negativo indica que a aceleração aponta no sentido negativo do eixo X, como esperado. Finalmente, como a aceleração é constante, podemos aplicar a equação de Torricelli para descobrir a velocidade inicial do bloco. Considerando que a velocidade do bloco no ponto B, v_b, é nula, pois a caixa para nesse ponto, e que o deslocamento da caixa entre os pontos A e B vale $\Delta S = 4{,}5$ m, obtemos:

$$v_b^2 = v_a^2 + 2a\Delta S$$
$$0 = v_a^2 + 2\cdot(-3{,}96\ \text{m/s}^2)(4{,}5\ \text{m}) \tag{39}$$

Resolvendo para v_a, encontramos:

$$v_a \approx 6{,}0\ \text{m/s} \tag{40}$$

OBS: Este problema também pode ser resolvido pelo método de energia. Para isso, basta utilizar que o trabalho realizado pela força de atrito deve ser igual à variação de energia mecânica entre os pontos A e B.

Resposta: Alternativa (C)

■

12. Em um laboratório didático de física, um professor realiza algumas transformações gasosas e pede para que os estudantes as identiquem como isotérmica, adiabática, isovolumétrica ou isobárica. As transformações foram:

I. O gás contido em um recipiente é liberado através da súbita abertura da válvula de contenção do recipiente.

II. Um botijão rígido e lacrado, contendo gás carbônico, é resfriado.

III. Uma seringa metálica, dotada de um êmbolo móvel e cheia de O_2, é lentamente levada até o fundo de uma vasilha contendo grande quantidade de água.

IV. Uma seringa de plástico, cheia de ar e provida de um êmbolo móvel, é rapidamente retirada do fundo de uma vasilha contendo água.

As transformações I, II, III e IV podem ser classicadas, respectivamente, como

a) isotérmica, isobárica, adiabática, isotérmica.

b) isotérmica, isobárica, isotérmica, adiabática.

c) adiabática, isovolumétrica, isotérmica, isobárica.

d) isobárica, isovolumétrica, isobárica, adiabática.

e) adiabática, isovolumétrica, isotérmica, adiabática.

Resolução:

Vamos analisar cada transformação:

I) A liberação súbita desse gás corresponde a uma expansão adiabática ($\sum Q = 0$). Isso porque quando a transformação ocorre rapidamente (a válvula é aberta subitamente), não há tempo suficiente para haver transferência de calor.

II) Como o botijão é rígido e lacrado, não ocorre variação de volume do gás, pois o gás não pode ser comprimido e nem expandido. Logo, a transformação é isovolumétrica (volume constante).

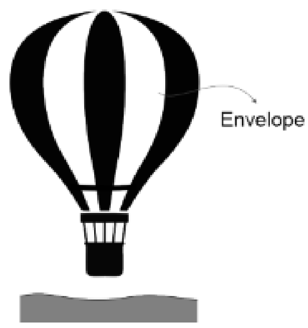
III) Como há uma grande quantidade de água na vasilha, podemos supor que não há mudança de temperatura na água da vasilha. Além disso, como a seringa é deslocada lentamente, o gás de O_2 tende a ficar em equilíbrio térmico com a água a cada instante, ou seja, com uma temperatura constante. Assim, a transformação é isotérmica.

IV) Como a seringa é rapidamente retirada do fundo, não há tempo suficiente para haver troca de calor. Portanto, a transformação é adiabática.

Resposta: Alternativa (E)

■

13. Nas condições atmosféricas típicas (com uma temperatura a 20 ^{o}C), um balão de ar quente aquecido a 99 ^{o}C precisa de 3,91 m^3 de volume de envelope para levantar 1 kg. A quantidade de impulsão necessária não depende apenas da temperatura do ar no interior do envelope, mas também da temperatura externa, da altitude acima da linha do mar e da umidade do ar no exterior. Experimentalmente, para a faixa de altitude típica de voo, verifica-se uma variação linear na qual, para cada 1000 metros de altitude, o balão perde 3% do seu poder de impulsão.



De acordo com o texto, para que um balão mantenha seu impulso a 1500 m de altura igual ao que tinha no solo, seu volume de envelope por kg de massa suspensa deve ter um acréscimo, em m^3, de

a) 0,018
b) 0,184
c) 3,18
d) 13,1
e) 18,0

Resolução

Se para 1000 metros de altitude há uma perda de 3% no poder de impulsão, podemos calcular, através de uma regra de 3 simples (já que a variação é linear), a perda do poder de impulsão i_{1500} a 1500 m de altitude:

$$\frac{1000\text{ m}}{1500\text{ m}} = \frac{3\%}{i_{1500}}$$
$$i_{1500} = \frac{4500\%}{1000}$$
$$i_{1500} = 4{,}5\% = 0{,}045 \tag{41}$$

Sabemos que o impulso do balão deve estar relacionado ao empuxo exercido sobre a massa de ar quente, que por sua vez está relacionado ao volume do envelope por kg de massa que será suspensa. Assim, se chamarmos de E_0 o módulo do empuxo na situação original, o módulo E na altitude indicada para um mesmo volume de envelope V_0 será:

$$E = (1 - i_{1500})E_0$$
$$E = (1 - 0{,}045)E_0$$
$$E = 0{,}955E_0 \tag{42}$$

Agora, como E_0 é proporcional a V_0, para que recuperemos o empuxo original na altitude indicada, o volume do envelope deve ser alterado para:

$$V = \frac{1}{0{,}955} \times V_0$$
$$V = \frac{1}{0{,}955} \times 3{,}91\text{ m}^3$$
$$V = 4{,}094\text{ m}^3 \tag{43}$$

para cada quilo de massa suspensa.

Portanto, o acréscimo ΔV no volume de envelope do balão por kg de massa suspensa deve ser igual a:

$$\begin{aligned}\Delta V &= V - V_0 \\ \Delta V &= (4{,}094 \ - 3{,}910) \text{ m}^3 \\ \Delta V &= 0{,}184 \text{ m}^3\end{aligned} \tag{44}$$

Resposta: Alternativa (B)

■

14. Uma massa gasosa, considerada ideal, numa pressão P_0 e numa temperatura T_0 expande de forma isobárica até ocupar o dobro do volume. Em seguida, esta massa sofre a realização de um trabalho de forma isotérmica, passando a ocupar o volume inicial. Ao final da transformação isotérmica, o gás está a uma pressão P e a uma temperatura T, tais que:

a) $P = P_0$; $T > T_0$

b) $P > P_0$; $T < T_0$

c) $P < P_0$; $T > T_0$

d) $P > P_0$; $T > T_0$

e) $P < P_0$; $T = T_0$

Resolução:

Para satisfazer às transformações apresentadas, temos as seguintes características de estados sucessivos do sistema, onde de I para II ocorre uma expansão isobárica e de II para III, uma transformação isotérmica:

I) P_0, V_0, T_0

II) $P_0, 2V_0, T$

III) T, V_0, P

onde V_0 é o volume inicial do gás.

Como a massa gasosa é ideal, podemos utilizar a equação de estado:

$$PV = nRT \tag{45}$$

onde n é o número de moles e R é a constante universal dos gases. Como a massa do gás não é alterada em nenhuma das transformações, o número n de moles é preservado, de forma que $PV/T = \text{cte}$.

Assim, aplicando essa equação para as tranformações, obtemos:

De I para II:

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_0 \ 2V_0}{T} \rightarrow T = 2T_0 \tag{46}$$

De II para III:

$$\frac{P_0 \ 2V_0}{T} = \frac{P V_0}{T} \rightarrow P = 2P_0 \tag{47}$$

Portanto, concluímos que $P > P_0$ e $T > T_0$ no estado final.

Resposta: Alternativa (D)

■

15. Uma esfera oca de alumínio fica estacionária quando completamente submersa em água pura. Sendo o peso da esfera igual a 5,4 N, qual o volume aproximado, em cm^3, de ar em seu interior? Dados: densidade do alumínio Al = 2,7 g/cm^3.

a) 200
b) 270
c) 340
d) 540
e) 740

Resolução:

Primeiramente, como o peso da esfera vale 5,4 N, e $g = 10$ m/s^2, podemos concluir que sua massa é de 0,54 Kg = 540 g. Seguindo adiante, o enunciado diz que a esfera fica estacionária quando completamente submersa, então, podemos concluir que o módulo do peso é igual ao módulo do empuxo:

$$\begin{aligned} P =& E \\ m_{esf}\, g =& \rho_{agua} V_{desloc}\, g \\ \rho_{esf} V_{esf}\, g =& \rho_{agua} V_{desloc}\, g \end{aligned} \tag{48}$$

Porém, como a esfera está completamente submersa, sabemos que $V_{esf} = V_{desloc}$, então, a partir da equação 48 obtemos $\rho_{esf} = \rho_{agua}$. Isto significa que a esfera, que é uma casca de alumínio preenchida com ar, tem densidade média igual à da água. Podemos relacionar os volumes da esfera, do ar e do alumínio da seguinte forma:

$$V_{ar} = V_{esf} - V_{Al} \tag{49}$$

Com as respectivas massas e densidades, podemos calcular os volumes relacionados na equação 2. Para isso, faremos uma aproximação importante: considerar desprezível a massa de ar dentro da esfera, pois a densidade do ar é muito menor que a do aluminio (nas CNTP, $\rho_{ar} = 1{,}225 \times 10^{-3}$ g/cm^3). Com isso, temos $m_{esf} \approx m_{Al}$ e:

$$V_{esf} = \frac{m_{esf}}{\rho_{esf}} = \frac{540\ g}{1\ \text{g/cm}^3} = 540\ \text{cm}^3$$

$$V_{Al} = \frac{m_{Al}}{\rho_{Al}} = \frac{540\ \text{g}}{2,7\ \text{g/cm}^3} = 200\ \text{cm}^3 \tag{50}$$

Substituindo os valores acima na relação entre os volumes, obtemos:

$$V_{ar} = 540\ \text{cm}^3 - 200\ \text{cm}^3 = 340\ \text{cm}^3 \tag{51}$$

Resposta: Alternativa (C)

■

16. Em um laboratório de física, há uma peça composta de um eixo de alumínio contendo um sulco. Neste sulco, está preso um anel de ferro que pode se mover livremente(figura 1). Quando as peças estão a 20°C (figuras 2 e 3), as peças não podem ser separadas, pois o raio interno do anel é 12,00 cm e o raio externo do sulco é 12,05 cm. Um estudante encontra uma maneira de separá-las através da variação de suas temperaturas, pois elas têm coeficientes de dilatação diferentes. Os coeficientes de dilatação linear do alumínio e do ferro são, respectivamente, $2{,}2 \times 10^{-5}$ °C^{-1} e $1{,}1 \times 10^{-5}$ °C^{-1}.

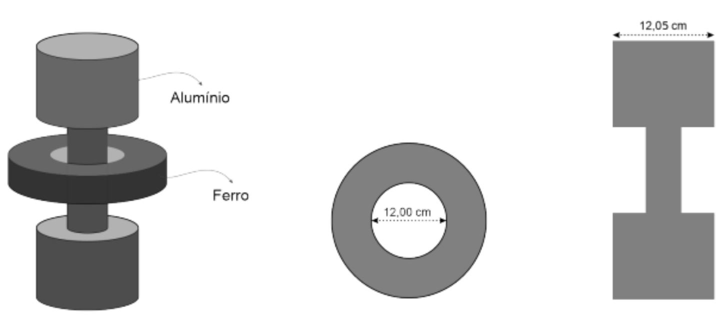


figura 1 figura 2 figura 3

Sejam T_a e T_e, respectivamente, as temperaturas finais do anel e do eixo, suficientes para separar as duas peças. A menor diferença absoluta entre elas (menor $\mid T_a - T_e \mid$) é obtida:

a) reduzindo igualmente as temperaturas das duas peças.
b) elevando igualmente as temperaturas das duas peças.
c) aquecendo apenas o anel.
d) resfriando apenas o eixo.
e) resfriando apenas o anel.

Resolução:

Primeiro devemos analisar todas as alternativas de modo a eliminar as que são fisicamente impossíveis:

a) reduzindo igualmente as temperaturas das duas peças. Essa opção é possível a princípio, visto que, ao diminuir igualmente as temperaturas teremos uma maior contração do eixo de alumínio, por ele ter um maior coeficiente de dilatação. Só teremos uma situação fisicamente impossível nesse caso se a variação de temperatura exigida para igualar os diâmetros, ou seja, para tornar possível a retirada do anel, nos leve a uma temperatura final menor que o zero absoluto, que é o limite mínimo de temperatura.

b) elevando igualmente as temperaturas das duas peças. Essa opção não resolverá o problema, visto que, ao aumentar igualmente as temperaturas teremos uma maior dilatação do eixo de alumínio, dificultando cada vez mais a retirada do anel.

c) aquecendo apenas o anel. É uma alternativa possível, pois o aumento da temperatura do anel causaria sua dilatação e então sua retirada seria possível. Como não temos limite máximo de temperatura, não teremos restrições para a variação de temperatura, como ocorre na alternativa (a).

d) resfriando apenas o eixo. Também se trata de uma alternativa possível, pois resfriar o eixo levaria à sua contração, de modo que o anel pudesse ser retirado. Aqui cabe a mesma observação sobre o limite mínimo de temperatura.

e) resfriando apenas o anel. Achamos outra alternativa inviável, pois resfriar o anel levaria à sua contração, de modo que ficaria cada vez mais difícil retirá-lo do eixo.

Com essa análise, já estão eliminadas as opções B e E. Como queremos a alternativa que minimize $\mid T_a - T_e \mid$, a alternativa A é uma boa candidata, visto que reduzir a temperatura das duas peças igualmente nos levaria a $\mid T_a - T_e \mid = 0$. Porém, precisamos verificar se a temperatura necessária para separar as peças é fisicamente possível. Para a dilatação linear temos a seguinte equação:

$$L = L_0(1 + \alpha \Delta T) \tag{52}$$

onde L_0 é o comprimento inicial, α o coeficiente de dilatação linear e ΔT a variação de temperatura. Lembrando que a cavidade de um objeto homogêneo se dilata da mesma forma que o próprio objeto, podemos descrever a dilatação do diâmetro interno do anel e do diâmetro externo do eixo pela equação:

$$D = D_0(1 + \alpha \Delta T) \tag{53}$$

Precisaremos de duas equações análogas à equação acima, uma para cada peça: $D_{Al} = D_{0Al}(1 + \alpha_{Al} \Delta T)$ e $D_{Fe} = D_{0Fe}(1 + \alpha_{Fe} \Delta T)$ e, para que as peças se desacoplem, precisamos que os diâmetros finais sejam iguais, ou seja:

$$D_{0Al}(1 + \alpha_{Al} \Delta T) = D_{0Fe}(1 + \alpha_{Fe} \Delta T) \tag{54}$$

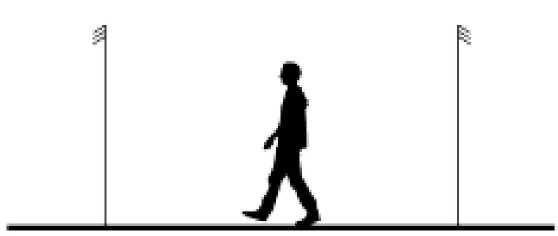
onde já exploramos que os dois corpos partem da mesma temperatura inicial e sofrem a mesma variação de temperatura ΔT. Substituindo os valores dos diâmetros informados na figura e os coeficientes de dilatação informados no enunciado, achamos $\Delta T \approx -374\,°\mathrm{C}$, o que nos levaria a uma temperatura final menor que o zero absoluto ($\approx -273\,°\mathrm{C}$, o que é fisicamente impossível. Portanto, a letra A também está descartada.

Agora precisamos saber qual das duas alternativas restantes, C e D, nos levará ao menor $\mid T_a - T_e \mid$. C e D tem algo em comum, as duas alternativas sugerem a alteração da temperatura de apenas uma das peças. Portanto, a opção que dá a menor diferença de temperatura absoluta entre as peças será aquela que altera a temperatura do corpo com maior coeficiente de dilatação, uma vez que isso leva a uma menor variação de temperatura a partir da temperatura inicial comum. Portanto, como o alumínio tem um coeficiente de dilatação maior, separar as peças resfriando apenas o eixo irá requerer uma variação de temperatura absoluta menor do que se fossemos aquecer apenas o anel.

Resposta: Alternativa (D)

■

17. Uma pessoa está parada entre dois espelhos planos paralelos um voltado para o outro, como representado na figura.

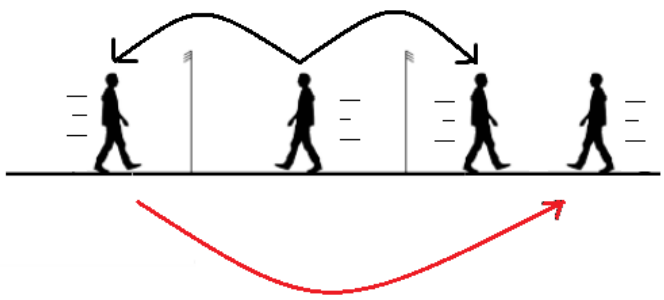


Se essa pessoa se mover no sentido do espelho da esquerda com uma velocidade de 1,0 m/s, suas duas primeiras imagens no espelho da direita:

a) se afastam uma da outra com uma velocidade de 2,0 m/s.
b) se aproximam uma da outra com uma velocidade de 2,0 m/s.
c) se afastam uma da outra com uma velocidade de 1,0 m/s.
d) se aproximam uma da outra com uma velocidade de 1,0 m/s.
e) se deslocam juntas com a mesma velocidade.

Resolução:

O que ocorre nessa situação é o seguinte: a imagem gerada por um espelho será objeto do outro, que gerará uma outra imagem, e assim por diante, infinitamente. Porém, só precisamos nos preocupar com as duas primeiras imagens formadas no espelho da direita, que identificamos na figura abaixo.



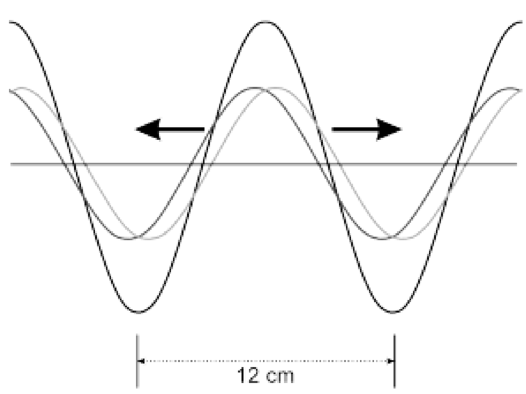
Entendendo melhor a figura: a pessoa serve como objeto para os dois espelhos, gerando as duas imagens indicadas pelas setas pretas. Como o objeto está se aproximando do espelho da esquerda, a imagem gerada por este espelho também estará, ou seja, andará para a direita. Seguindo o mesmo raciocínio, como o objeto está se afastando do espelho da direita, a primeira imagem formada neste espelho também estará, ou seja, andará para a direita. Em seguida, a imagem formada no espelho da esquerda, servirá de objeto para o espelho da direita, formando a segunda imagem no espelho da direita, indicada pela seta vermelha. Como a imagem do espelho da esquerda está se aproximando do espelho da direita, a segunda imagem do espelho da direita também estará, ou seja, andará para a esquerda. Portanto, observamos que as duas primeiras imagens se aproximam uma da outra.

Todas as imagens têm velocidades de mesmo módulo que a velocidade do objeto associado, 1m/s. Como a velocidade relativa de aproximação é dada pela diferença entre os vetores velocidade de cada imagem e os vetores velocidade das duas imagens têm sentidos opostos, o módulo da velocidade relativa de aproximação será dado pela soma dos módulos. Portanto, as imagens se aproximarão com uma velocidade relativa de 2 m/s.

Resposta: Alternativa (B)

■

18. O instantâneo da interferência de duas ondas que se propagam em sentidos opostos em uma corda é mostrado a seguir. Nele estão representadas as duas ondas e a onda resultante.



Sabe-se que a frequência da fonte produtora das ondas é 5,0 Hz. Considere como o instante inicial um estado no qual a corda apresenta máxima deformação (por exemplo, pouco antes do estado representado na figura). O primeiro instante no qual a corda estará na horizontal, em s, é:

a) 2×10^{-2}
b) 5×10^{-2}
c) 1×10^{-1}
d) 2×10^{-1}
e) 3×10^{-1}

Resolução:

O estado de deformação máxima da corda ocorre quando há interferência completamente construtiva entre as duas ondas. Já o estado de deformação mínima (corda na horizontal) ocorre quando há interferência completamente destrutiva.

Para sair de um estado de interferência completamente construtiva e ir para um de interferência completamente destrutiva, as ondas devem ter um deslocamento relativo de $\Delta s_{rel} = \lambda/2$ (meio comprimento de onda) pois, quando isso ocorre, o vale de uma passará a coincidir com a crista da outra, configurando a interferência completamente destrutiva. Pela figura, vemos que o comprimento de onda de cada onda vale $\lambda = 0{,}12$ m. Para saber em quanto tempo este evento ocorrerá, precisamos saber ainda a velocidade de propagação de cada onda:

$$v = \lambda f = 0{,}12 \text{ m} \cdot 5 \text{ Hz} = 0{,}6 \text{ m/s} \tag{55}$$

Como as ondas se propagam em sentidos opostos, a velocidade relativa de uma onda com relação a outra será, em módulo, de 1,2 m/s. Portanto, o intervalo de tempo mínimo de passagem do estado de deformação máxima para o de deformação mínima é:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta s_{rel}}{v_{rel}} = \frac{\lambda/2}{v_{rel}} \\ &= \frac{0{,}12 \text{ m}}{2 \cdot 1{,}2 \text{ m/s}} \\ &= 0{,}05 \text{ s} = 5 \times 10^{-2} \text{ s} \end{aligned} \tag{56}$$

Resposta: Alternativa (B)

■

19. De acordo com as leis de Kepler, os planetas, inclusive a Terra, descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa uma posição em um dos focos da elipse. Se a Terra descrevesse uma órbita circular em cujo centro estivesse o Sol, qual seria a principal mudança observável?

a) Os eclipses seriam mais frequentes.
b) As estações do ano deixariam de existir.
c) A duração do dia seria maior que 24 horas.
d) A temperatura média da Terra seria muito maior.
e) O valor da velocidade de translação da Terra seria constante.

Resolução

a) **Falsa.** A frequência dos eclipses não depende diretamente do formato da órbita da Terra. Depende apenas dos períodos de revolução da Terra em torno do Sol e da Lua em torno da Terra, que não seriam fortemente alterados com a mudança.

b) **Falsa.** As estações do ano decorrem da inclinação do eixo de rotação da Terra com relação ao plano de sua órbita de translação em torno do Sol. Como esta inclinação não é alterada com a mudança proposta para a órbita, elas continuariam existindo.

c) **Falsa.** Um dia é definido como o período de rotação da Terra em torno de seu próprio eixo. Este período não é alterado pela mudança proposta para a órbita, portanto o dia continuaria tendo a mesma duração.

d) **Falsa.** Como a órbita real da Terra já é muito próxima de uma órbita circular, não esperamos que a mudança proposta levasse a mudanças apreciáveis na sua temperatura média.

e) **Verdadeira.** De fato, como a única força atuando no planeta é de origem gravitacional e aponta sempre para o centro da órbita circular, podemos utilizar a segunda lei de Newton tomando como resultante centrípeta a força gravitacional:

$$\begin{aligned} \frac{GmM}{R^2} &= \frac{mv^2}{R} \\ v &= \sqrt{\frac{GM}{R}} \end{aligned} \tag{57}$$

onde m é a massa da Terra, M é a massa do Sol, R é a distância entre eles e G é a constante gravitacional. Para uma órbita circular, R é constante e a velocidade tem módulo constante. No caso de uma órbita elíptica, R varia e consequentemente v também varia.

RESPOSTA: Alternativa (E)

■

20. Tem-se duas peças de mesma massa M, uma de ouro e outra de alumínio, ambas a 20 °C. O ouro possui calor específico igual a 0,03 cal/g°C, calor latente de fusão igual a 15 cal/g e ponto de fusão igual a 1060 °C. O alumínio possui calor específico igual a 0,2 cal/g°C, calor latente de fusão igual a 95 cal/g e ponto de fusão igual a 660 °C. O calor necessário para fundir totalmente a peça de ouro é o suficiente para:

a) fundir completamente a peça de alumínio e elevar a temperatura do liquido a 1064 °C.
b) fundir completamente a peça de alumínio sem ultrapassar a temperatura de 660 °C.
c) elevar a temperatura da peça de alumínio a 251 °C.
d) elevar a temperatura da peça de alumínio a 231 °C.
e) fundir apenas 1/4 da peça de alumínio.

Resolução:

Primeiro precisamos calcular quanto calor é necessário para fundir completamente uma peça de ouro de massa M. Para elevar a temperatura da peça de ouro de 20°C até 1060°C, sua temperatura de fusão, precisamos de uma certa quantidade de calor sensível. O calor sensível pode ser calculado pela equação: $Q_s = mc\Delta T = mc(T_{final} - T_{inicial})$. Utilizando o calor específico do ouro, obtemos:

$$Q_{s(ouro)} = M \cdot 0{,}03 \cdot (1060 - 20) = M \cdot 0,03 \cdot 1040 \text{ cal} = 31{,}2M \text{ cal} \tag{58}$$

Note que, para manter a coerência das unidades, M deve ser expresso em gramas.

Já para fundir a mesma massa de ouro, precisaremos de uma quantidade de calor latente dada por $Q_{l(ouro)} = ML$. Substituindo o valor do calor latente de fusão do ouro, obtemos:

$$Q_{l(ouro)} = 15M \text{ cal} \tag{59}$$

Portanto, a quantidade de calor total necessária para fundir completamente a peça de ouro $Q_{tot(ouro)}$ será:

$$Q_{tot(ouro)} = Q_{s(ouro)} + Q_{l(ouro)} = 46{,}2M \text{ cal} \tag{60}$$

Precisamos ter noção do que essa quantidade de calor é capaz de causar na peça de alumínio. Para isso, calculemos a quantidade de calor sensível necessária para levar a mesma massa M de alumínio de 20°C até 660°C, sua temperatura de fusão:

$$Q_{s(Al)} = M \cdot 0{,}2 \cdot 640 = 128M \text{ cal} \tag{61}$$

Como este valor é maior que $Q_{tot(ouro)}$, concluimos que a quantidade de calor necessária para fundir completamente a peça de ouro de massa M é capaz de provocar na peça de alumínio apenas uma elevação de temperatura, sem alcançar a temperatura de fusão. Utilizando novamente a equação do calor sensível, podemos obter a variação de temperatura correspondente:

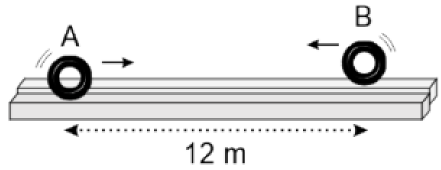
$$\begin{aligned} Q_{tot(ouro)} &= Mc_{Al}\Delta T \\ 46{,}2M &= M \cdot 0{,}2 \cdot \Delta T \\ \Delta T &= 231 \text{ °C} \end{aligned} \tag{62}$$

Como inicialmente as peças estavam a 20 °C, a temperatura final do alumínio será de 251 °C

Resposta: Alternativa (C)

■

21. A figura representa dois corpos A e B movendo-se um no sentido do outro, em pistas paralelas, com velocidades iguais de módulo 4,0 m/s. Quando um está a 12 m do outro, A adquire uma aceleração constante de 4,0 m/s^2 para a esquerda e B adquire uma aceleração de 2,0 m/s^2 também para a esquerda. (Todas as grandezas medidas em relação à pista.)



Considerando como zero o instante no qual se iniciaram as acelerações, os corpos irão se encontrar

a) no instante t = 1,5 s.
b) no instante t = 2,0 s.
c) no instante t = 3,0 s.
d) nos instantes t = 2,0 s e t = 3,0 s.
e) nos instantes t = 2,0 s e t = 6,0 s.

Resolução:

A equação horária do espaço para um corpo com aceleração constante é dada por:

$$s(t) = s_0 + v_0 t + a\frac{t^2}{2} \tag{63}$$

onde s_0 e v_0 são a posição e velocidade do corpo no instante inicial ($t = 0$) e a é a sua aceleração.

Vamos escolher a posição inicial do corpo A s_{0A} como a origem de um sistema de coordenadas com eixo horizontal apontando para a direita (ou seja, velocidades e acelerações serão positivas se apontarem para a direita e negativas se apontarem para a esquerda). Em todas as equações horárias apresentadas a seguir, as posições são dadas em metros e, os tempos, em segundos.

Para encontrarmos o(s) instante(s) t no(s) qual(is) os corpos A e B irão se encontrar, devemos escrever a equação horária do espaço para cada um deles e igualá-las. Levando em conta os dados informados, obtemos, para o corpo A:

$$\begin{aligned} s_A(t) &= s_{0A} + v_{0A}t + a_A\frac{t^2}{2} \\ s_A(t) &= 0 + 4{,}0t - 4{,}0\,\frac{t^2}{2} = 4{,}0t - 2{,}0t^2 \end{aligned} \tag{64}$$

e, para o corpo B:

$$\begin{aligned} s_B(t) &= s_{0B} + v_{0B}t + a_B\frac{t^2}{2} \\ s_B(t) &= 12 - 4{,}0t - 2{,}0\,\frac{t^2}{2} = 12 - 4{,}0t - 1{,}0t^2 \end{aligned} \tag{65}$$

Igualando as equações (64) e (65), encontramos:

$$\begin{aligned} s_A(t) &= s_B(t) \\ 4{,}0t - 2{,}0t^2 &= 12 - 4{,}0t - 1{,}0t^2 \\ -1{,}0t^2 + 8{,}0t - 12 &= 0 \end{aligned} \tag{66}$$

Resolvendo a equação de segundo grau acima, utilizando a fórmula de Bhaskara, obtemos:

$$\begin{aligned} t &= \frac{-8{,}0 \pm \sqrt{64{,}0 - 48{,}0}}{-2{,}0} \\ t &= \frac{-8{,}0 \pm \sqrt{16{,}0}}{-2{,}0} = \frac{-8{,}0 \pm 4{,}0}{-2{,}0} \\ t_1 &= 2{,}0 \text{ s} \ ; \ \mathrm{t}_2 = 6{,}0 \text{ s} \end{aligned} \tag{67}$$

Portanto, os corpos se encontram nos instantes $t_1 = 2{,}0$ s e $t_2 = 6{,}0$ s,

Para entender porque A e B se encontram em dois instantes distintos, podemos calcular a posição de encontro desses corpos nesses dois instantes. Utilizando a equação horária de A $s_A(t)$, temos:

$$s_A(2{,}0) = 4{,}0 \times 2{,}0 - 2{,}0 \times 4{,}0 = 8{,}0 - 8{,}0 = 0 \text{ m} \tag{68}$$

$$s_A(6{,}0) = 4{,}0 \times 6{,}0 - 2{,}0 \times 36{,}0 = 24{,}0 - 72{,}0 = -48{,}0 \text{ m} \tag{69}$$

Note que o corpo A se move inicialmente para a direita, mas é freiado até entrar em repouso no instante $t = 1{,}0$ s. A seguir, ele é acelerado para a esquerda e retorna a origem no instante $t = 2$, s, quando se encontra com B pela primeira vez (que se move sempre para a esquerda). Como A tem aceleração de módulo maior que a de B, ele deve alcançar B novamente em um instante posterior e em uma posição à esquerda da origem, como calculamos acima.

Resposta: Alternativa (E)

■

22. Uma esfera, de massa m = 100 g, descreve um movimento circular uniforme de raio de 2,0 m com velocidade v = 10 m/s. Os módulos do trabalho e do impulso aplicado pela força resultante centrípeta, em um intervalo de tempo igual a meio período desse movimento são, respectivamente:

a) Zero e zero
b) Zero e 2,0 Kg.m.s^{-1}
c) 5 J e 2,0 Kg.m.s^{-1}
d) 10 J e 2,0 Kg.m.s^{-1}
e) 10 J e zero

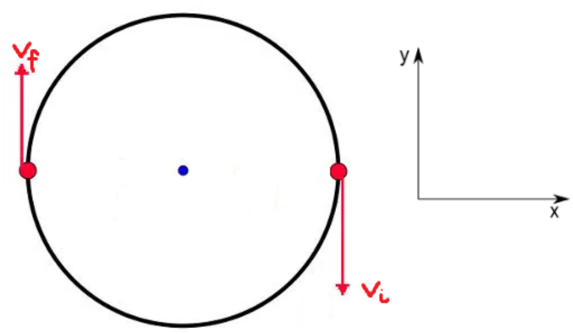
Resolução:

Como sabemos, a resultante centrípeta sempre aponta em direção ao centro da trajetória circular. Dessa forma, ela é perpendicular ao deslocamento da esfera ao longo de todos os pontos da trajetória e, por isso, o trabalho realizado por ela é nulo ao longo de qualquer intervalo.

Do teorema do impulso - momento linear, sabemos que o impulso é igual à variação de momento (quantidade de movimento), ou seja, $\vec{\boldsymbol{I}} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}} = m\Delta\vec{\boldsymbol{v}}$. Portanto, em módulo:

$$\mid \vec{\boldsymbol{I}} \mid = m \mid \Delta\vec{\boldsymbol{v}} \mid \tag{70}$$

Considerando meio período de revolução, podemos esboçar os vetores velocidade inicial e final do intervalo, $\vec{\boldsymbol{v}}_i$ e $\vec{\boldsymbol{v}}_f$, como na figura abaixo:



Adotando os eixos coordenados da figura, suas componentes verticais valem $v_f = +10$ m/s e $v_i = -10$ m/s. Além disso, sabendo que a esfera tem massa $m = 100$ g $= 0{,}1$ kg, podemos calcular o módulo do impulso utilizando a equação acima:

$$\mid \vec{\boldsymbol{I}} \mid = (0{,}1 \text{ kg}) \cdot (10 - (-10)) \text{ m/s} = 2 \text{ kg m/s} \tag{71}$$

Note que o módulo da velocidade da partícula não se altera durante o movimento, mas sua direção e sentido variam. Por isso o impulso obtido é diferente de zero.

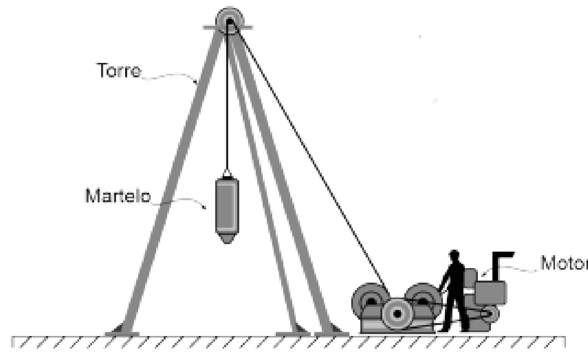
Resposta: Alternativa (B)

■

23. Bate estaca é um equipamento utilizado para a execução de fundações profundas nas construções. Os bate estacas são usados para a cravação dos diversos tipos de estacas, como estaca pré-moldada de concreto, metálica e de madeira. É, em geral, composto de uma torre e um martelo que irá realizar o movimento que gerará a força necessária para a cravação da estaca no solo. O bate-estacas por gravidade é um dos tipos mais utilizados em obras. É composto por guias verticais e por um motor que tem a finalidade de erguer um peso (o martelo) até certa altura e soltá-lo. Quem faz o esforço da cravação é a gravidade. A média de golpes conseguidos é de 10 por minuto. A figura mostra um destes equipamentos.

Uma determinada obra usa um bate-estacas por gravidade cujo martelo tem massa de 200 kg. Considere que (1) inicialmente o martelo é solto de uma altura de 8,0 metros em relação à parte superior da estaca, (2) a cada batida a estaca afunda 10 cm no solo e (3) depois da batida o martelo é elevado à mesma altura em relação ao solo. Considerando que, a cada batida, 90% da energia mecânica do martelo é convertida em trabalho de perfuração do solo, o trabalho mecânico que ele realiza sobre a estaca no primeiro minuto é, em J, igual a:

a) $1{,}60 \times 10^4$
b) $1{,}44 \times 10^5$
c) $1{,}54 \times 10^5$



d) 1,60 × 10^5
e) 1,71 × 10^5

Resolução:

A energia mecânica transferida à estaca a cada golpe corresponde à variação de energia potencial gravitacional do martelo entre a altura de largada e a altura final da estaca após o golpe, ambos medidos com relação ao solo. Para o i-ésimo golpe, representamos essa quantidade por $\Delta U_i = mg\Delta h_i$, onde m é a massa do martelo e Δh_i é a variação de altura correspondente.

Como a cada batida a estaca afunda 10 cm no solo, Δh_i aumenta em passos de 10 cm, começando com Δh_1 = 8,0 m + 0,1 m = 8,1 m no primeiro golpe. Portanto, a variação de energia mecânica total no intervalo de um minuto, onde ocorrem 10 golpes, é a soma das 10 variações, que correspondem a termos de uma progressão aritmética. Assim, podemos escrever:

$$\Delta U_{tot} = \sum_{i=1}^{10} \Delta U_i = \frac{mg(\Delta h_1 + \Delta h_{10}).10}{2} = \frac{(200 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2)(8{,}1 \text{ m} + 9{,}0 \text{ m}).10}{2} = 1{,}71 \times 10^5 \text{ J} \quad (72)$$

Porém, como o enunciado diz, apenas 90% da energita mecânica é transformada em trabalho de perfuração. Portanto, o trabalho de perfuração empregado sobre a estaca é:

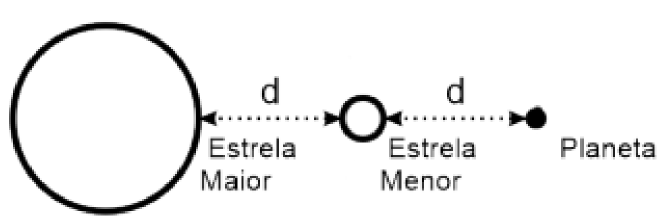
$$W_p = 0{,}9 \times 1{,}71.10^5\text{J} \approx 1{,}54 \times 10^5\text{J} \quad (73)$$

Resposta: Alternativa (C)

■

24. Um dos focos da astronomia é o estudo dos sistemas binários, sistemas onde uma estrela orbita em torno de outra. Um destes sistemas é o HD 142527. Para compreender melhor como tais sistemas se formam e evoluem, os astrônomos se valeram do Atacama Large Mil-limeter/submillimeter Array (ALMA) para fazer uma nova e detalhada observação do disco protoplanetário em torno do sistema HD 142527, um sistema binário a cerca de 450 anos-luz da Terra em um aglomerado estelar jovem, conhecido como Associação Escorpião-Centauro. O sistema HD 142527 consiste de uma estrela principal com um pouco mais que o dobro da massa do Sol e uma pequena companheira com apenas cerca de um terço da massa do Sol. Elas estão separadas mais ou menos pela distância entre o Sol e Saturno. (Disponível em https://www.blogs.unicamp.br/chivononpo/2016/02/13/formacao-de-planetas-em-sistemas-estelares-binarios/, adaptado)

Considere que um planeta com massa aproximadamente igual a massa de Saturno orbite essas estrelas.



Quando esse planeta passar pela posição representada na figura, a razão entre a força gravitacional resultante que essas estrelas nele exercem e a força gravitacional que o Sol exerce em Saturno é:

a) 7/3
b) 4/3
c) 6/5
d) 5/6

e) 3/7

Resolução:

Primeiro vamos calcular o módulo da força gravitacional que o sistema binário faz sobre o planeta. Na situação da figura, as forças exercidas por cada estrela sobre o planeta têm a mesma direção e sentido (para a esquerda), de forma que a resultante terá módulo igual à soma dos módulos de cada força.

Sendo M_{sol} a massa do Sol, M_{sat} a massa de Saturno, G a constante de gravitação universal e d a distância do Sol até Saturno, podemos escrever a intensidade da força gravitacional em função dessas variáveis. Como a estrela maior tem massa $2M_{sol}$ e dista $2d$ do planeta e a estrela menor tem massa $\frac{1}{3}M_{sol}$ e dista d do planeta, o módulo da força que o binário exerce no planeta (cuja massa é igual à de Saturno) é:

$$\begin{aligned} F_{bi} =& \frac{G(2M_{sol})M_{sat}}{(2d)^2} + \frac{G(M_{sol}/3)M_{sat}}{d^2} \\ =& \frac{GM_{sol}M_{sat}}{2d^2} + \frac{GM_{sol}M_{sat}}{3d^2} \\ =& \frac{5}{6}\frac{GM_{sol}M_{sat}}{d^2} \end{aligned} \tag{74}$$

Já a força gravitacional que o Sol exerce sobre saturno tem módulo:

$$F_s = \frac{GM_{sol}M_{sat}}{d^2} \tag{75}$$

Logo, a razão entre os módulos das duas forças vale $\frac{F_{bi}}{F_s} = \frac{5}{6}$.

Resposta: Alternativa (D)

■

25. Durante um debate sobre o texto são feitas três armações:

I. Qualquer sonda lançada da Terra irá levar 450 anos para alcançar o HD 142527.

II. Um evento, ocorrido no HD 142527 e observado aqui da Terra hoje, aconteceu há 450 anos atrás.

III. As trajetórias de eventuais planetas desse sistema são elipses na qual cada estrela do binário ocupa um dos focos.

É (são) correta(s) a(s) armativa(s):

a) I

b) II

c) III

d) I e II

e) II e III

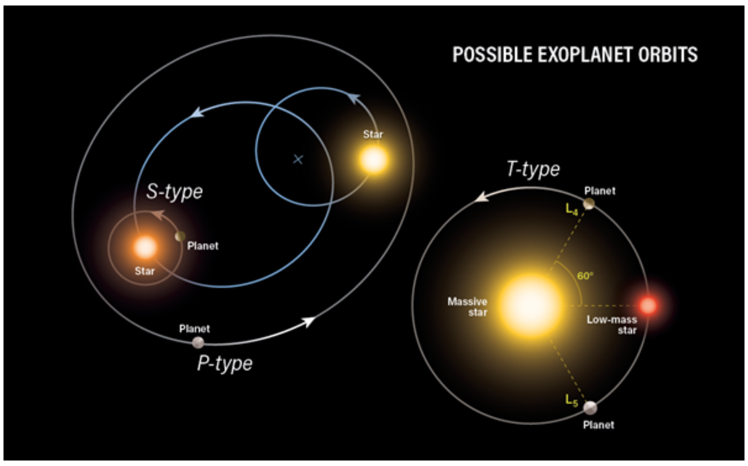
Resolução:

Vamos avaliar cuidadosamente cada proposição:

I. *Falso.* O sistema em questão está a 450 anos-luz da Terra. Por definição, sabemos que 1 ano-luz corresponde à distância que a luz percorre em um ano no vácuo, com velocidade $c = 3 \times 10^8$m/s. Assim, se uma sonda levar 450 anos para percorrer a distância entre a Terra e o sistema HD 142527, sua velocidade média de percurso foi c. Entretanto, não há sonda composta de massa que possa alcançar tal velocidade, de modo que esta alternativa está incorreta;

II. *Verdadeiro.* Um raio luminoso no vácuo leva 450 anos para realizar um deslocamento de 450 anos-luz. Assim, um evento de HD 142527 visto hoje na Terra teria ocorrido há 450 anos atrás. Logo, esta alternativa é verdadeira;

III. *Falso.* O movimento de um planeta em um sistema composto por um binário de estrelas se trata de um problema de três corpos, de forma que sua órbita não é tão trivial quanto a alternativa sugere. Na realidade, são três as possibilidades, como pode-se ver na imagem abaixo: as órbitas do tipo-p, onde o planeta orbita as duas estrelas, por fora do binário; as tipo-s, onde o planeta orbita apenas uma das duas estrelas, e, por fim, o tipo-t, que ocorre somente quando há uma grande diferença de massa entre as estrelas e a menor orbita a maior. Neste caso, o planeta compartilharia esta órbita, ocupando sempre um ponto de Lagrange em relação às estrelas.



As possíveis órbitas para um planeta em um sistema estelar binário. Disponível em: https://astronomy.com/magazine/ask-astro/2020/01/can-solar-systems-exist-in-a-binary-star-system.

Visto que apenas a proposição II está correta, a resposta certa é a B.

RESPOSTA: Alternativa (B)

■