Gabarito elaborado pela equipe do projeto de extensão *Elaboração de Material de Preparação para a Olimpíada Brasileira de Física (OBF)*, do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IF-UFRJ).

Equipe

Giovanni de Lima Saisse, Hariom Nunes Choudhury, João Octavio Oliveira Cony
Lucas Bianchi Marcianesi, Maria Clara Vicente Coelho, Sidney Natzuka Junior

Revisão

Prof. Marcos G. Menezes, Prof. Rodrigo B. Capaz

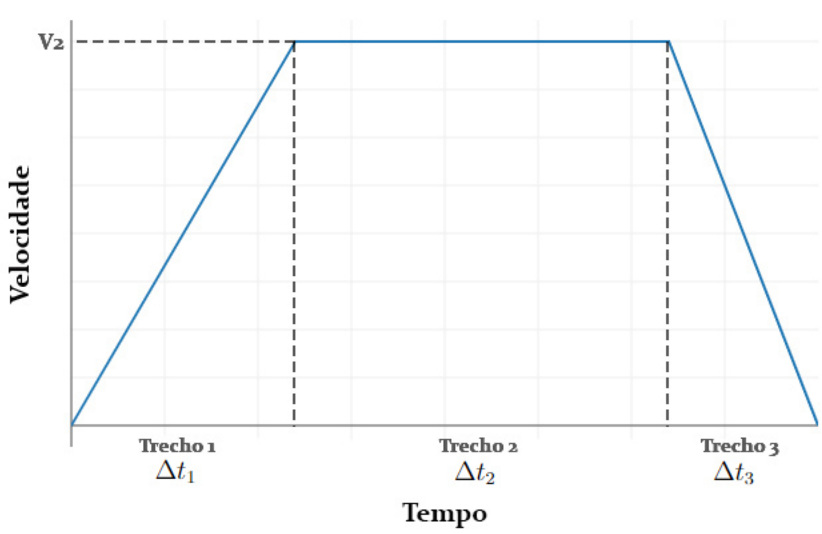
1. Um móvel parte do repouso em trajetória retilínea percorrendo trechos de acordo com as informações da tabela abaixo.

Trechos	Aceleração	Tipo de movimento
Trecho 1	Aceleração constante	Acelerado
Trecho 2	Aceleração nula	Uniforme
Trecho 3	Aceleração constante	Retardado

Sabe-se que após o trecho 3 o mesmo entra em repouso novamente e que no trecho 2 o percurso ocorre com a metade do tempo total dos movimentos. Sendo $\mathbf{V}_m$ a velocidade média deste móvel no percurso total, determine a máxima velocidade atingida pelo mesmo durante o percurso.

Resolução:

A figura abaixo mostra um gráfico da velocidade do móvel como função do tempo ao longo dos três trechos.



Observe que a velocidade do móvel ao longo do trecho 2 é a maior velocidade atingida (que chamaremos de V_2), pois o móvel parte do repouso no trecho 1, acelerando até chegar em seu máximo V_2, e a partir do trecho 3 apenas desacelera. Logo, nosso objetivo é encontrar V_2.

Chamemos de V_1 e V_3 as velocidades médias no trecho 1 e 3, respectivamente. Como a aceleração é constante nesses 2 trechos, sabemos que a velocidade média é igual à média aritmética entre as velocidades inicial e final de cada trecho. Assim, podemos escrever:

$$V_1 = V_3 = \frac{0 + V_2}{2} = \frac{V_2}{2} \tag{1}$$

pois no trecho 1 a velocidade inicial é nula e a final é V_2, enquanto no trecho 3 o contrário ocorre. Note ainda que, como o movimento é uniforme no trecho 2, a velocidade média neste trecho é igual a V_2.

Se chamarmos de Δt_1, Δt_2 e Δt_3 o tempo gasto nos trechos 1, 2 e 3, respectivamente, podemos obter o deslocamento total ΔS como:

$$\Delta S = V_1 \Delta t_1 + V_2 \Delta t_2 + V_3 \Delta t_3 \tag{2}$$

Utilizando a Eq. 1:

$$\Delta S = \frac{V_2}{2}\Delta t_1 + V_2 \Delta t_2 + \frac{V_2}{2}\Delta t_3 = V_2 \Delta t_2 + \frac{V_2}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_3) \tag{3}$$

O enunciado nos informa ainda que Δt_2 é metade to tempo total gasto Δt, ou seja, $\Delta t_2 = \Delta t/2$. Assim, como $\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \Delta t$, vemos que $\Delta t_1 + \Delta t_3 = \Delta t/2$. Com isso, podemos reescrever a equação acima em termos de Δt:

$$\Delta S = V_2 \frac{\Delta t}{2} + \frac{V_2}{2}\frac{\Delta t}{2} = \frac{3\,V_2 \Delta t}{4} \tag{4}$$

Por outro lado, sabemos também pela definição de velocidade média que:

$$\Delta S = V_m \Delta t \tag{5}$$

Portanto:

$$\frac{3\,V_2 \Delta t}{4} = V_m \Delta t \tag{6}$$

Cancelando Δt dos dois lados e isolando V_2, obtemos finalmente:

$$V_2 = \frac{4\,V_m}{3} \tag{7}$$

A maior velocidade atingida pelo móvel durante o percurso foi $\frac{4\,V_m}{3}$.

OBS: Podemos chegar à mesma conclusão diretamente a partir do gráfico acima. Note que ΔS corresponde à area abaixo do gráfico desde o instante inicial até o final e, com base nas informações do problema, esta área pode ser escrita inteiramente em termos de V_2 e Δt, resultando no valor calculado acima.

■

2. Suponha que a velocidade média de digitação de um usuário de celular ao enviar mensagem por aplicativo seja de 300 caracteres (incluído espaçamentos) por minuto. Determine a distância percorrida por um aluno que, ao caminhar em média 1 m a cada segundo, sem uso do corretor ortográfico, digita em seu celular a seguinte mensagem:

   No Brasil, o 19 de maio passou a ser comemorado como Dia do Físico a partir de 2005, quando a ONU (Organização das Nações Unidas) decretou aquele o Ano Internacional da Física, em homenagem ao centenário do ***"Ano Miraculoso de Einstein"****.*

Resolução:

Contando o número de caracteres na mensagem enviada pelo aluno, chegamos a um total de 235 caracteres. Para facilitar, vamos converter a média de caracteres por minuto para caracteres por segundo. Para isso, basta dividir a média por minuto por 60:

$$\frac{300}{60} = 5 \text{ caracteres por segundo.} \tag{8}$$

Assim, podemos calcular o tempo Δt gasto com a digitação da mensagem, pois o produto entre a média de caracteres por segundo e Δt deve dar o total de caracteres:

$$\Delta t = 235 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{235}{5} = 47 \text{ s} \tag{9}$$

Se sua velocidade média de caminhada vale $v = 1$ m/s e ele gastou 47 segundos com a digitação, a distância total percorrida nesse intervalo, em metros, foi:

$$\Delta S = v\Delta t = 47 \text{ m} \tag{10}$$

O aluno percorreu uma distância de 47 metros.

■

3. Durante uma erupção vulcânica, podem ser expelidos vários tipos de materiais, em diferentes estados físicos: fragmentos de rocha sólida, lava e gases. O poder de destruição em uma erupção é maximizado pelo lançamento de rochas ígneas chamadas bombas vulcânicas. Considere que uma dessas "bombas" possa ser lançada até uma altura de 2,0 km. Desprezando o atrito com o ar, qual o valor aproximado da velocidade vertical inicial da "bomba"?

Resolução:

Consideremos o movimento de subida da "bomba" desde seu lançamento até o momento em que atinge sua altura máxima. Vamos tomar ainda um sistema de coordenadas com eixo Y apontando de baixo para cima, com origem no ponto de lançamento. Sabemos a altura alcançada ($\Delta y = 2000$ m, já convertido para o S.I), o valor final da componente vertical da velocidade ($v_y = 0$, pois o objeto muda o sentido de movimento vertical quando chega na altura máxima) e a componente vertical da aceleração ($a_y = -g = -10$ m/s^2, que é negativa pois nosso eixo aponta para cima). Como o movimento vertical é de aceleração constante, podemos aplicar a fórmula de Torricelli para encontrar o valor inicial da componente vertical da velocidade v_{0y}, que é a velocidade vertical com que a "bomba"foi lançada:

$$\begin{aligned} v_y^2 &= v_{0y}^2 + 2\, a_y\, \Delta y \\ 0^2 &= v_{0y}^2 + 2(-10)(2000) \\ v_{0y}^2 &= 40000 \\ v_{0y} &= 200\,\text{m/s} \end{aligned} \tag{11}$$

O valor aproximado da velocidade vertical inicial da "bomba"é 200m/s.

OBS: Note que lidamos apenas com as variáveis do movimento vertical do objeto, uma vez que o movimento horizontal é irrelevante para o que é pedido no problema.

■

4. Um estudante sai de casa às 7:00 h para ir à escola, distante quatro quarteirões de sua casa. Sua casa está localizada no meio do primeiro quarteirão a 60 m da esquina. Ele gasta 1,5 minutos para ir até a esquina. Atravessa o primeiro quarteirão, de 120 m, em 4,0 minutos e o quarteirão seguinte, de 100 m, em 3,0 minutos. A escola está localizada no meio do 4^o quarteirão, a 60 m da esquina, e o estudante leva 1,5 minutos para finalizar o percurso. Qual a velocidade escalar média do estudante no percurso de sua casa até a escola?

Resolução

Para obtermos a velocidade média do estudante ao longo do percurso descrito devemos, primeiramente, calcular seu deslocamento total Δx e o intervalo de tempo Δt no qual esse deslocamento foi realizado.

$$\Delta x = (60 + 120 + 100 + 60) \text{ m} = 340 \text{ m} \tag{12}$$

$$\Delta t = (1{,}5 + 4{,}0 + 3{,}0 + 1{,}5) \text{ min} = 10{,}0 \text{ min} = 600{,}0 \text{ s} \tag{13}$$

Para que todas as unidades estivessem no sistema internacional de unidades, o intervalo de tempo foi convertido de minutos para segundos multiplicando-se o valor encontrado por 60, quantidade de segundos que há em 1 minuto.

Por fim, utilizando a fórmula de velocidade média, temos:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{340 \text{ m}}{600{,}0 \text{ s}} = 0{,}567 \text{ m/s} \tag{14}$$

Resposta: A velocidade escalar média do estudante foi de 0,567 m/s.

■

5. Leia atentamente as informações dos textos abaixo.

Texto 1: Baleia-azul – Balaenoptera musculus - massa $\sim$ 100 toneladas. Do tamanho de um Boeing 737 ($\sim$ 30 m) e pesando o mesmo que 25 elefantes juntos, a baleia-azul é o maior animal do planeta. Sua língua pesa 4 toneladas e, diariamente, ela come 4 milhões de krills, um tipo de camarão. Os filhotes sugam 230 litros de leite por dia, o que faz com que engordem 4 quilos por hora.

Fonte: (http://mundoestranho.abril.com.br/mundo-animal/quais-sao-as-maiores-baleias-do-mundo/)

Texto 2: As Formigas fantasma - (Tapinoma melanocephalum) trabalhadoras tem 1,5 mm de comprimento e massa média de 100 miligramas. Ela pode levantar até 50 vezes seu peso, e puxa 30 vezes seu peso.

Fonte: (https://brainly.com.br/tarefa/5009960)

Considerando as informações acima, calcule quantas vezes a massa da baleia é maior que a massa da formiga.

Resolução

As informações relevantes dos textos são as massas da baleia m_b e da formiga m_f:

$$m_b = 100 \text{ t} = 10^2 \times 10^3 \text{ kg} = 10^5 \times 10^3 \text{ g} = 10^8 \text{ g} \tag{15}$$

$$m_f = 100 \text{ mg} = 10^2 \times 10^{-3} \text{ g} = 10^{-1} \text{ g} \tag{16}$$

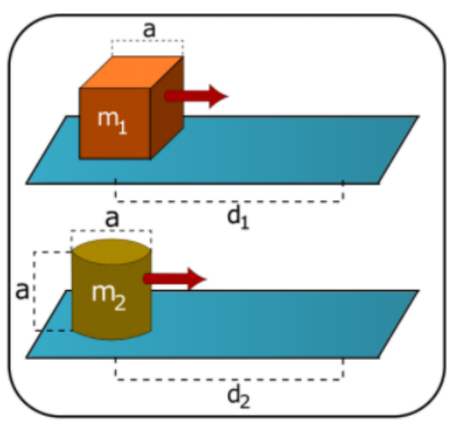
A razão entre essas massas nos fornece quantas vezes a massa da baleia é maior que a da formiga:

$$\frac{m_b}{m_f} = \frac{10^8 \text{ g}}{10^{-1} \text{ g}} = 10^9 \;\Rightarrow\; m_b = 10^9\, m_f \tag{17}$$

Resposta: A massa da baleia é 1 bilhão de vezes maior que a massa da formiga.

■

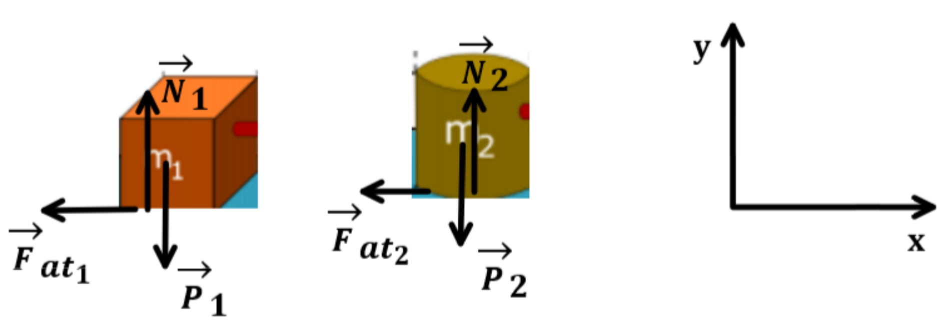
6. As figuras abaixo mostram duas situações, nas quais dois blocos de formas cúbica e cilíndrica feitos do mesmo material, homogêneo, isotrópico com distribuição uniforme e que serão lançados sobre as superfícies horizontais e rugosas de mesmo coeficiente de atrito. Os blocos cúbico e cilíndrico são lançados com as energias cinéticas $\mathbf{K_1}$ e $\mathbf{K_2}$ respectivamente. Sejam $\mathbf{d_1}$ e $\mathbf{d_2}$ as distâncias percorridas pelos blocos cúbico e cilíndrico respectivamente sobre a superfície rugosa até parar, de forma que $\mathbf{d_1} = \mathbf{3d_2}$. Determine a razão $\mathbf{K_1}/\mathbf{K_2}$.



Resolução

Para resolver a questão, utilizaremos a 2^a Lei de Newton e a Equação de Torricelli.

Primeiramente, iremos determinar a força resultante $\vec{\boldsymbol{F}}_{R_n}$ sobre cada bloco. Para isso, analisamos o diagrama de forças de cada bloco abaixo, contendo as forças normal $\vec{\boldsymbol{N}}_n$, peso $\vec{\boldsymbol{P}}_n$ e de atrito $\vec{\boldsymbol{F}}_{at_n}$:



No eixo Y, os blocos de massas m_n não possuem aceleração, então temos:

$$|\vec{\boldsymbol{N}}_n| - |\vec{\boldsymbol{P}}_n| = 0 \Rightarrow |\vec{\boldsymbol{N}}_n| = |\vec{\boldsymbol{P}}_n| = m_n|\vec{\boldsymbol{g}}| \tag{18}$$

e no eixo X, onde há aceleração, e logo, uma força resultante, temos:

$$|\vec{\boldsymbol{F}}_{R_n}| = |\vec{\boldsymbol{F}}_{at_n}| = \mu_c|\vec{\boldsymbol{N}}_n| = \mu_c\ m_n\ g \tag{19}$$

onde $\vec{\boldsymbol{g}}$ é a aceleração da gravidade, o índice n pode ser 1 ou 2 para o bloco cúbico e cilíndrico, respectivamente, e μ_c é o coeficiente de atrito da superfície, que de acordo com o enunciado é o mesmo para os blocos 1 e 2.

Utilizando a 2^a lei de Newton:

$$|\vec{\boldsymbol{F}}_{R_n}| = m_n|\vec{\boldsymbol{a}}_n| \tag{20}$$

e a eq. 19, podemos calcular o módulo da aceleração de cada bloco $\vec{\boldsymbol{a}}_n$:

$$\mu_c\ m_n\ g = m_n|\vec{\boldsymbol{a}}_n| \quad \Rightarrow \quad |\vec{\boldsymbol{a}}_n| = \mu_c\ g \tag{21}$$

Note que as acelerações não dependem das massas de cada bloco. De fato, elas são iguais já que μ_c tem o mesmo valor valor para os dois blocos.

Como a aceleração é constante, podemos utilizar a equação de Torricelli para determinar a velocidade inicial de cada bloco. Considerando o instante final como sendo aquele em que cada bloco para, de forma que suas velocidades finais são nulas, temos:

$$|\vec{\boldsymbol{v}}_n^f|^2 = |\vec{\boldsymbol{v}}_n^0|^2 - 2|\vec{\boldsymbol{a}}_n|d_n \quad \Rightarrow \quad |\vec{\boldsymbol{v}}_n^0|^2 = 2|\vec{\boldsymbol{a}}_n|d_n \tag{22}$$

onde utilizamos um sinal negativo para expressar que a aceleração tem sentido contrário ao do movimento.

Substituindo agora o módulo da aceleração calculado acima e a relação $d_1 = 3d_2$ informada pelo enunciado, obtemos:

$$\begin{aligned} |\vec{\boldsymbol{v}}_1^0|^2 &= 2\mu_c g d_1 = 2\mu_c\ g\ 3d_2 = 6\mu_c\ gd_2 \\ |\vec{\boldsymbol{v}}_2^0|^2 &= 2\mu_c\ gd_2 = 2\mu_c\ gd_2 \end{aligned} \tag{23}$$

de forma que $|\vec{\boldsymbol{v}}_1^0|^2 = 3|\vec{\boldsymbol{v}}_2^0|^2$.

Para calcular a energia cinética de cada bloco, precisamos ainda determinar suas massas. Para isso, utilizamos do enunciado a informação de que os blocos são feitos do mesmo material, portanto possuem a mesma densidade volumétrica ρ. Dessa forma:

$$\rho = \frac{m_n}{V_n} \quad \Rightarrow \quad m_n = \rho V_n \tag{24}$$

Utilizando as dimensões definidas na figura (e que $\pi \approx 3$), os volumes de cada bloco são:

$$\begin{aligned} V_1 &= a^3 \\ V_2 &= \pi r^2 h = 3\left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{3}{4}a^3 \end{aligned} \tag{25}$$

Dessa maneira, as massas dos blocos valem:

$$\begin{aligned} m_1 &= \rho a^3 \\ m_2 &= \frac{3}{4}\rho a^3 \end{aligned} \tag{26}$$

de forma que $m_1 = (4/3)m_2$.

Finalmente, vamos calcular as energias cinéticas iniciais de cada bloco:

$$K_n = \frac{1}{2}\ m_n|\vec{\boldsymbol{v}}_n^0|^2 \tag{27}$$

Tomando a razão K_1/K_2:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1|\vec{\boldsymbol{v}}_1^0|^2}{m_2|\vec{\boldsymbol{v}}_2^0|^2} = \frac{4}{3} \times 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{K_1}{K_2} = 4 \tag{28}$$

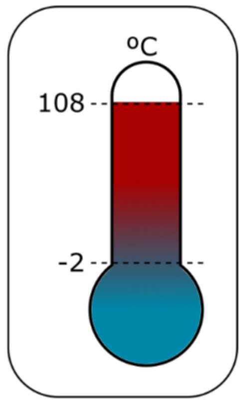
onde utilizamos as relações entre m_1 e m_2 e entre $|\vec{\boldsymbol{v}}_1^0|^2$ e $|\vec{\boldsymbol{v}}_2^0|^2$ obtidas acima.

Resposta: A razão K_1/K_2 vale 4.

OBS: Este problema também pode ser resolvido utilizando o teorema trabalho-energia. Basta igualar a variação de energia mecânica de cada bloco com o trabalho realizado pela força de atrito durante o deslocamento.

■

7. O termômetro da figura abaixo se encontra mal calibrado e registra para o ponto de fusão do gelo o valor de -2°C e para o ponto de vapor da água o valor de 108°C sob condições normais de temperatura e pressão.



Neste caso
a) Existe uma temperatura medida neste termômetro cujo o valor indicado é correto? Qual é este valor?
b) Determine a distância em milímetros, entre duas marcas consecutivas deste termômetro se para um termômetro calibrado corretamente a distância entre duas marcas consecutivas é de 1,1mm.

Resolução

a) Para verificar se há algum valor correto vamos comparar as distâncias desse termômetro mal calibrado com as de um correto. Sabemos que:

Num termômetro padrão, o ponto de fusão é 0°C e o ponto de ebulição 100°C. Para ir de um até outro são 100 graus da escala Celsius.
Por outro lado, o desregulado percorre 110 graus para ir do ponto de fusão (-2°C) ao ponto de ebulição (108°C).
Além disso, para sair do ponto de fusão e chegar a uma temperatura C, na escala Celsius move-se do 0 até C.
No termômetro desregulado Para sair do ponto de fusão e ir pra uma temperatura D vamos do -2 até D.

Com isso, montamos uma equação, reconhecendo a proporções entre as distâncias do ponto de fusão e ebulição dos dois termômetros:

$$\frac{D - (-2\ °\mathrm{C})}{108\ °\mathrm{C} - (-2\ °\mathrm{C})} = \frac{C}{100\ °\mathrm{C} - 0\ °\mathrm{C}} \tag{29}$$

Como queremos tentar encontrar um valor que seria igual nos dois termômetros, vamos supor que C e D são iguais a x e, em sequência, resolver a equação:

$$\begin{aligned}\frac{x - (-2\ °\mathrm{C})}{108\ °\mathrm{C} - (-2\ °\mathrm{C})} &= \frac{x}{100\ °\mathrm{C} - 0\ °\mathrm{C}} \\ \frac{x + 2\ °\mathrm{C}}{110\ °\mathrm{C}} &= \frac{x}{100\ °\mathrm{C}} \\ x &= 20\ °\mathrm{C}\end{aligned} \tag{30}$$

Resposta: Sim. O valor indicado corretamente é o de 20°C.

b) Num termômetro comum para ir de 0 a 100 graus passamos por 100 marcações. Se cada marcação deve ter 1,1 mm, a distância total é:

$$1.1\ \mathrm{mm} \cdot 100 = 110\ \mathrm{mm} \tag{31}$$

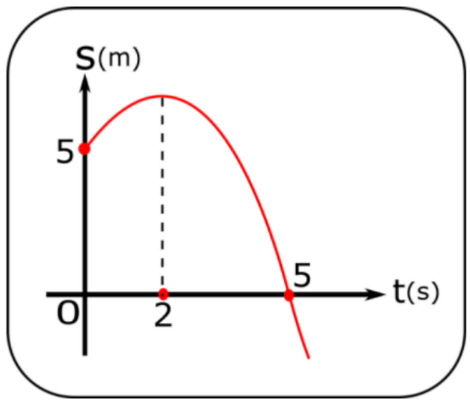
Note que esta deve ser a mesma distância observada entre os pontos de fusão e ebulição no termômetro descalibrado. Como cada marcação continua correspondendo a 1°C, observamos um total de $108 - (-2) = 110$ marcações para o mesmo intervalo neste termômetro. Assim, a distância entre duas marcações sucessivas é:

$$\frac{110 \text{ mm}}{108\ °\text{C} - (-2\ °\text{C})} = \frac{110 \text{ mm}}{110\ °\text{C}} = 1 \text{ mm}/°\text{C} \tag{32}$$

Resposta: A distância entre marcas consecutivas no termômetro descalibrado é de 1 milímetro.

■

8. Para melhor interpretação de algumas situações físicas, recorrem-se a análises gráficas, pois muitas vezes tal entendimento é facilitado e leva ao esclarecimento de algumas possíveis dúvidas que possam imperar num dado fenômeno . O diagrama abaixo representa uma situação típica de uma partícula em movimento em função do tempo que exibe uma curva parabólica, conforme ilustração seguinte:



Determine:

a) a aceleração do movimento

b) sua posição no instante em que o móvel muda de sentido

Resolução

a) O gráfico descreve uma parábola, então podemos escrevê-lo por meio de uma função de segundo grau do tipo $y = Ax^2 + Bx + C$, onde nosso y será a posição(S) e x, o tempo(t).

$$y = C + Bx + Ax^2 \rightarrow \ S = C + Bt + At^2 \tag{33}$$

Agora, perceba que se trata-se da função horária da posição de uma partícula em movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV):

$$S(t) = C + Bt + At^2 \ \Leftrightarrow \ S(t) = S_i + v_i t + \frac{at^2}{2} \tag{34}$$

onde $S_i = C$ é a posição da partícula, $v_i = B$ é a sua velocidade inicial e $a = 2A$ é a sua aceleração.

Pelo gráfico, vemos que $S(0) = 5$ m, então:

$$\begin{aligned} S(0) =& S_i + \cancel{v_i t} + \cancel{\frac{at^2}{2}} \\ S_i &= 5 \text{ m} \end{aligned} \tag{35}$$

Sabemos também a função horária da velocidade no MRUV é dada por:

$$v(t) = v_i + at \tag{36}$$

Observe no gráfico que a velocidade da partícula deve ser nula em $t = 2$ s, pois este instante corresponde ao máximo de $S(t)$, ou seja, uma inversão de sentido. Substituindo $v(2) = 0$ na função horária acima:

$$\begin{aligned} v(2) &= v_i + a \cdot 2 \\ 0 &= v_i + 2a \\ v_i &= -2a \end{aligned} \tag{37}$$

onde a e v_i estão em unidades SI.

Finalmente, o gráfico também indica que a partícula retorna a origem em $t = 5$s, de forma que $S(5) = 0$. Substituindo essa igualdade na função $S(t)$ e utilizando a relação entre v_i e a obtida acima, obtemos:

$$\begin{aligned} S(5) &= S_i + v_i \cdot 5 + \frac{a \cdot 5^2}{2} \\ 0 &= 5 + (-2a) \cdot 5 + \frac{25a}{2} \\ -5 &= \frac{-20a + 25a}{2} \\ a &= -2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \tag{38}$$

Como $v_i = -2a$, obtemos ainda que a velocidade inicial da partícula é $v_i = 4$ m/s. Note que o sinal negativo da aceleração indica que ela aponta ao longo do sentido negativo do eixo das posições. Inicialmente esta aceleração freia o movimento da partícula até que ela para no instante $t = 2$ s. Após esse instante, a partícula inverte o sentido de seu movimento e é acelerada de volta em direção à origem, que é alcançada no instante $t = 5$ s.

Resposta: A aceleração da partícula tem módulo igual a 2 m/s^2 e aponta ao longo do sentido negativo do eixo das posições.

b) Já vimos que a partícula inverte o sentido de seu movimento no instante $t = 2$ s, correspondente ao ponto de máximo de $S(t)$. Portanto, a posição desejada corresponde à $S(2)$. Utilizando os valores encontrados para S_i, v_i e a no item anterior, obtemos:

$$\begin{aligned} S(t) &= S_i + vt + \frac{at^2}{2} \\ S(2) &= 5 \text{ m} + 4 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + \frac{(-2 \text{ m/s}^2) \cdot (2 \text{ s})^2}{2} \\ S(2) &= 9 \text{ m} \end{aligned} \tag{39}$$

Resposta: A posição da partícula no instante em que ela inverte o sentido de movimento é 9 metros.

■